FISIKA DASAR II

MIKRAJUDDIN ABDULLAH

PROFESOR FISIKA

INSTITUT TEKNOLOGI BANDUNG

2017

KATA PENGANTAR

Buku ini berisi materi Fisika Dasar II yang diajarkan di semester kedua tingkat pertama fakultas sains dan teknik di perguruan tinggi negeri maupun swasta. Materi utama mencakup kelistrikan, kemagnetat, gelombang, relativitas khsus, dan pengenalan teori kuantum atom. Materi tentang mekanika dan termodinamika telah dibahas dalam buku Fisika Dasar I.

Penulisan ini dimotivasi oleh ketiadaan buku kuliah fisika dasar yang ditulis oleh dosen dalam negeri selama berpuluh-puluh tahun. Seperti buku Fisika Dasar I, bentuk awal buku ini berupa diktat kuliah yang dilengkapi secara terus menerus hingga mencapai bentuk seperti ini.

Berbeda dengan buku sejenis, pada buku ini juga dibahas sejumlah fenomena yang dijumpai dalam kehidupan sehari-hari dengan konsep yang sedang dipelajari. Mudah-mudahan dengan pendekatan seperti ini materi kuliah Fisika Dasar menjadi lebih menarik dan mahasiswa menyadari bahwa aplikasi konsep-konsep fifika dijumpai mulai dari fenomena sederhana yang ada di sekitar kita hingga peralatan teknologi canggih.

Dibandingkan dengan buku sejenis, dalam buku ini beberapa topik dibahas dengan tingkat kesulitan lebih tinggi. Hal ini dilakukan mengingat materi pelajaran fisika di skeolah menengah di Indonesia cukup tinggi. Jika materi dalam buku fisika dasar memiliki kesulitan yang serupa dengan materi fisika di sekolah menengah maka mahasiswa akan merasa cepat bosan. Karena di sekolah menengah para siswa telah diajarkan materi diferensial, integral,

dan vektor maka dalam buku ini banyak dijumpai operasi semacam ini, namun tetap dalam bentuk yang dapat dipahami mahasiswa tingkat satu.

Pada bab akhir juga dikenalkan metode numerik untuk menyelesaikan persoalan fisika yang tidak dapat diselesaikan atau sulit diselesaikan secara analitik. Software yang digunakan hanyalah *Microsoft Excel* yang dijumpai pada semua komputer. Program *Wolfram Alpha* yang tersedia secara gratis di internet juga diperkenalkan. Materi ini dikenalkan agar pada mahasiswa sadar bahwa penyelesaian persoalan fisika tidak semata-mata dengan metode analitikseperti yang dipelajari selama ini. Justru banyak persoalan fisika yang harus diselesaikan secara numerik.

Banyak pihak yang telah terlibat secara langsung atau tidak langsung selama penyelesaian buku ini. Untuk itu penulis sampaikan terima kasih yang luar biasa. Terima kasih secara khusus kepada Istri dan anak-anak yang memberikan dukungan tanpa henti.

Kampus Ganesa

Mei 2017

Penulis

DAFTAR ISI

Bab 1 ELEKTROSTATIKA: HUKUM COULUMB DAN HUKUM GAUSS 1

1.1 Gaya Coulomb Antar Muatan Titik 4

1.2. Gaya Coulomb oleh sejumlah muatan 10

1.3 Gaya Listrik oleh Benda Kontinu 14

1.4 Medan Listrik 22

1.5 Medan Listrik yang dihasilkan distribusi muatan 29

1.6 Perhitungan Medan Dengan Metode Integral 42

1.7 Garis Gaya Listrik 64

1.8 Hukum Gauss 65

1.9 Contoh Aplikasi Hukum Gauss 70

1.10 Beberapa Fenomena Khusus 86

Soal-Soal 107

Bab 2 POTENSIAL LISTRIK DAN KAPASITOR 124

2.1 Definisi Energi Potensial 124

2.2 Potensial Listrik 130

2.3 Potensial listrik oleh sebuah partikel 131

2.4 Potensial listrik yang dihasilkan banyak partikel 132

2.5 Potensial momen dipol 137

2.6 Potensial listrik pelat tak berhingga 143

2.7 Potensial Listrik sekitar kawat Lurus 146

2.8 Mencari medan dari potensial 148

2.9 Bahan dielektrik 153

2.10 Teorema usaha energi 160

2.11 Satuan elektronvolt 161

2.12 Kapasitor 162

2.13 Kapasitor pelat sejajar 164

2.14 Memperbesar kapasitansi kapasitor 165

2.15 Kapasitor satu bola konduktor 168

2.16 Kapasitansi dua bola konduktor konsentris 169

2.17 Kapasitor dua silinder konsentris 170

2.18 Kapasitor variabel 171

2.19 Rangkaian kapasitor 174

2.20 Energi yang yersimpan dalam kapasitor 181

2.21 Pengosongan kapasitor 184

2.22 Pengisian kapasitor 188

2.23 Topik Khusus I: Pembangkit Marx 191

2.24 Topik Khusus II: Nanokapasitor dan blokade Coulomb 195

2.25 Topik Khusus III: Suparkapasitor 197

Soal-Soal 200

Bab 3 LISTRIK ARUS SEARAH 208

3.1 Arus listrik 208

3.2. Arus pada percabangan 210

3.3 Sumber potensial listrik 212

3.4 Hambatan listrik 214

3.5 Kebergantungan hambatan pada suhu 216

3.6 Kebergantunag hambatan pada tegangan 217

3.7 Hambatan komersial 219

3.8 Potensiometer 222

3.9 Konduktivitas listrik 223

3.10 Hubungan konduktivitas dan resistivitas 226

3.11 Rangkaian hambatan listrik 227

3.12 Hambatan batang dengan penampang tidak konstan 233

3.13 Rangkaian yang mengandung hambatan dan sumber tegangan 235

3.14 Hambatan dalam sumber tegangan 238

3.15 Loop 239

3.16 Rangkaian lebih dari satu loop 242

3.17 Jembatan Wheatstone 248

3.18 Daya listrik 253

3.19 Pengukuran arus listrik 260

3.20 Hambatan listrik lapisan Bumi 266

3.21 Industri logam 271

Soal-Soal 276

Bab 4 KEMAGNETAN 282

4.1 Gaya antar kutub magnet permanen 282

4.2 Mengapa kutub magnet cenderung mengambil
arah utara-selatan? 285
4.3 Sudut deklinasi 287
4.4 Sudut inklinasi 293
4.5 Domain magnet 295
4.6 Garis gaya magnetik 298
4.7 Tidak ada muatan magnetik 299
4.8 Medan magnet 299
4.9 Gaya Lorentz 303
4.10 Definisi satu tesla 306
4.11 Gaya Lorentz pada muatan yang bergerak 306
4.12 Pembelokkan lintasan muatan dalam medan magnet 309
4.13 Spektrometer massa 311
4.14 Massa isotop 315
4.15 Siklotron 316
4.16 Efek Hall 318
4.17 *Bremstrahlung* 319
4.18 Aurora 321
Soal-Soal 324
Bab 5 MEDAN MAGNET INDUKSI 331
5.1 Hukum Biot Savart 331
5.2 Gaya antara dua kawat berarus listrik 370
5.3 Definisi satu ampere 373
5.4 Hukum Ampere 373
Soal-Soal 399
Bab 6 GGL INDUKSI dan INDUKTANSI 410

6.1 Fluks magnetik 410

6.2 Hukum Faraday 416

6.3 Contoh aplikasi hukum Faraday 418

6.4 Hukum Lentz 422

6.5 Dinamo 428

6.6 Induktansi 432

6.7 Rangkaian induktor 442

6.8 Memperbesar induktansi 446

6.9 Energi medan magnet 448

6.10 Transformator 453

6.11 Daya trafo 459

6.12 Topik Khusus 464

Soal-Soal 470

Bab 7 ARUS BOLAK-BALIK 480

7.1 Arus bolak-balik 481

7.2. Arus bolak-balik sinusoidal 483

7.3. Tegangan rata-rata 485

7.4. Tegangan root mean square (rms) 486

7.5. Daya dan daya rata-rata 489

7.6. Tegangan bolak balik pada dua ujung hambatan 491

7.7. Tegangan antara dua ujung kapasitor 492

7.8. Tegangan antara dua ujung induktor 497

7.9. Disipasi daya pada kapasitor dan induktor 501

7.10 Diagram fasor 503

7.11 Operasi trigonometri dengan diagram fasor 506

7.12 Rangkaian arus bolak-balik 510

7.13 Filter 529

7.14 Faktor daya 535

Soal-soal 538

Bab 8 BESARAN GELOMBANG 545

8.1 Definisi gelombang 545

8.2 Gelombang transversal dan longitudinal 548

8.3 Besaran-besaran gelombang 548

8.4 Persamaan gelombang 553

8.5 Hubungan antara kecepatan gelombang dan sifat medium 557

8.6 Energi yang dibawa gelombang 574

8.7 Kebergantungan intensitas pada jarak 576

8.8 Muka gelombang 579

8.9 Prinsip Huygens 580

8.10 Gelombang bunyi 581

Soal-Soal 594

Bab 9 GEJALA GELOMBANG 602

9.1 Pemantulan gelombang 602

9.2 Pembiasan 606

9.3 Superposisi 614

9.4 Difraksi 636

9.5 Polarisasi 642

9.6 Dispersi 643

9.7 Efek Doppler pada gelombang bunyi 646

9.8 Efek Doppler pada gelombang elektromagnetik 657

9.9 Pencarian Extrasolar Planet 659

9.10 Getaran kolom pipa organa 663

9.11 Ultrasonik 667

9.12 9.12 Modulasi 670

Soal-Soal 674

Bab 10 SIFAT OPTIK GELOMBANG ELEKTROMAGNETIK 680

10.1 Laju perambatan gelombang elektromagnetik 681

10.2 Spektrum gelombang elektromagnetik 684

10.3 Pemantulan cahaya 690

10.4 Pembiasan cahaya 703

10.5 Sudut kritis untuk pembiasan 709

10.6 Fiber optik 713

10.7 Pembiasan cahaya oleh lapisan sejajar 716

10.8 Pembiasan oleh permukaan bola 719

10.9 Pebiasan oleh prisma 724

10.10 Indeks bias 730

10.11 Interferensi cahaya 737

10.12 Difraksi cahaya 763

10.13 Daya resolusi 768

10.14 Interferensi lapisan tipis 774

10.15 Lapisan anti pantul 784

10.16 Polarisasi cahaya 790

Soal-Soal 799

Bab 11 TEORI RELAVITAS KHUSUS 804

11.1 Transformasi Galileo 804

11.2 Penjumlahan kecepatan Einstein 809

11.3 Transformasi Lorentz 815

11.4 Kontraksi Lorentz 818

11.5. Dilatasi waktu 823

11.6 Simultanitas 826

11.7 Relativitas massa, momentum, dan energi 831

11.8 Penurunan persamaan energi kinetik relativitas 839

Soal-Soal 841

Bab 12 PENGENALAN TEORI KUANTUM ATOM 846

12.1 Penemuan sinar katoda 846

12.2 Pengukuran e/m elektron 849

12.3 Percobaan Millikan 851

12.4 Model atom Thomson 856

12.5 Percobaan Rutherford 858

12.6 Model atom Rutherford 859

12.7 Energi atom Rutherford 860

12.8 Model atom Bohr 863

12.9 Energi spektrum atom hidrogen 867

12.10 Keadaan dasar dan eksitasi 869

12.11 Deret spektrum atom hidrogen 870

12.12 Efek Zeeman 873

12.13 Kaidah seleksi 880

12.14 Larangan Pauli 881

12.15 Kulit dan subkulit 882

12.16 Konfigurasi elektron 883

12.17 Spektrum sinar-X 883

12.18 Hukum Moseley 888

12.19 Energi vibrasi molekul 889

12.20 Energi rotasi molekul 892

Soal-Soal 896

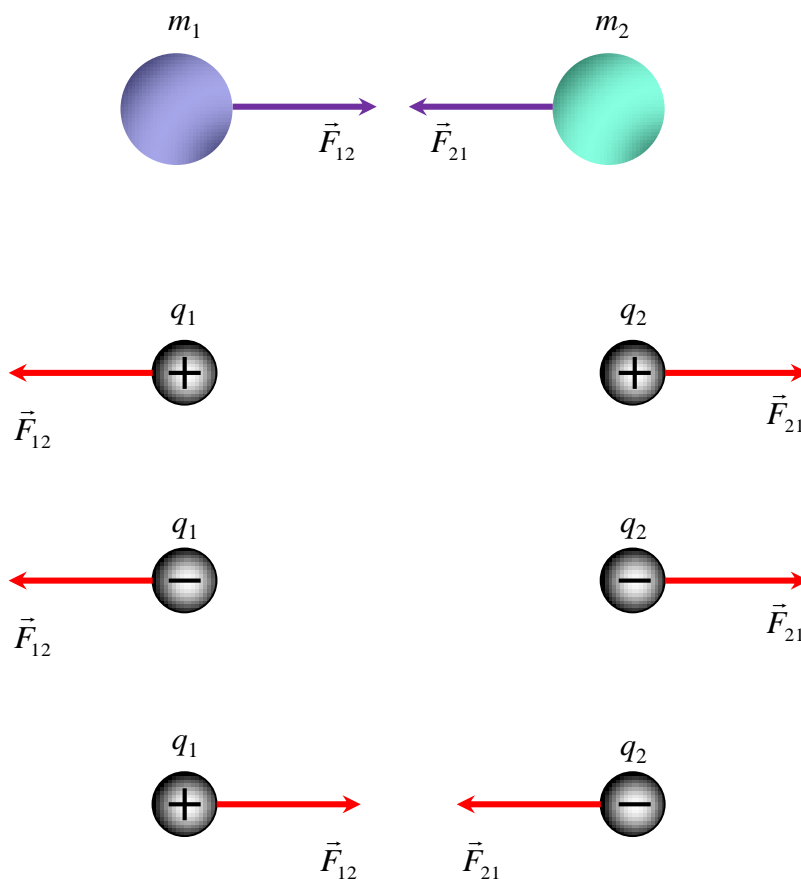
INDEKS

Bab 1
ELEKTROSTATIKA: HUKUM COULUMB DAN HUKUM GAUSS

Newton menemukan bahwa dua buah massa saling tarik-menarik dengan gaya yang berbanding lurus dengan perkalian dua massa dan berbanding terbalik dengan kuadrat jarak keduanya. Fenomena ini dikenal dengan hukum gravitasi Newton. Gaya inilah yang mengikat benda-benda di alam semesta sehingga tetap bersatu membentuk alam yang stabil. Jika tidak ada gaya tarik tersebut maka benda-benda di alam semesta (galaksi, bintang, planet, satelit, dan lain-lain) akan bergerak tanpa terkontrol sehingga dapat menyebabkan saling menjauh atau saling bertumbukan. Hukum Kepler tentang gerak planet merupakan konsekuansi logis (implikasi) dari hukuk Gravitasi Newton. Fenomena gaya gravitasi Newton telah kita pelajari cukup panjang di buku pertama, khususnya dalam Bab 7.

Pertanyaan yang sama dapat dikenakan pada materi. Semua materi disusun oleh molekul, atom, atau partikel atomik. Sebagian partikel tersebut bermuatan listrik. Pertanyaan adalah gaya apakah yang mengikat partikel-partikel tersebut sehingga menyatu dan membentuk materi yang sangat stabil dan kuat? Apakah antar partikel bermuatan listrik bekerja semacam gaya? Coulomb adalah orang pertama yang menjawab pertanyaan ini. Menurut Coulomb, muatan listrik saling menghasilkan gaya yang menyerupai gaya yang dilakukan oleh massa. Dua buah muatan listrik saling mengerjakan gaya yang besarnya berbanding lurus dengan perkalian dua muatan dan berbanding terbalik dengan kuadrat jarak keduanya. Dengan demikian, bentuk persamaan gaya untuk muatan listrik persis

sama dengan persamaan gaya untuk massa.

Namun, yang berbeda adalah pada gaya gravitasi hanya ada satu jenis massa, yaitu massa positif. Sedangkan muatan listrik terdapat dua jenis, yaitu muatanh positif dan muatan negatif. Akibatnya, gaya gravitasi hanya memiliki satu jenis gaya, yaitu gaya tarik. Pada muatan listrik, terdapat dua jenis gaya, yaitu gaya tarik dan gaya tolak, bergantung pada jenis muatan yang saling melakukan gaya. Sifat ini diilustrasikan pada **Gambar 1.1**. Dari hasil pengamatan didapatkan bahwa: a) dua muatan sejenis, yaitu muatan yang sama-sama positif atau sama-sama negatif melakukan gaya tolak-menolak, dan b) dua muatan yang tidak sejenis, yaitu positif dan negatif, saling melakukan gaya tarik-menarik.

Gambar 1.1 (atas) Dua massa hanya melakukan gaya tratik gravitasi. (bawah) Muatan memiliki sifat gaya tarik yang berbeda. Muatan sejenis (memiliki randa muatan sama) bersifat tolak-menolak dan muatan berbeda jenis (memiliki randa muatan berlawnan) bersifat tarik-menarik.

Catatan: Hingga saat ini masih ada ahli fisika yang penasaran mengapa gaya gravitasi hanya ada gaya tarik? Mengapa

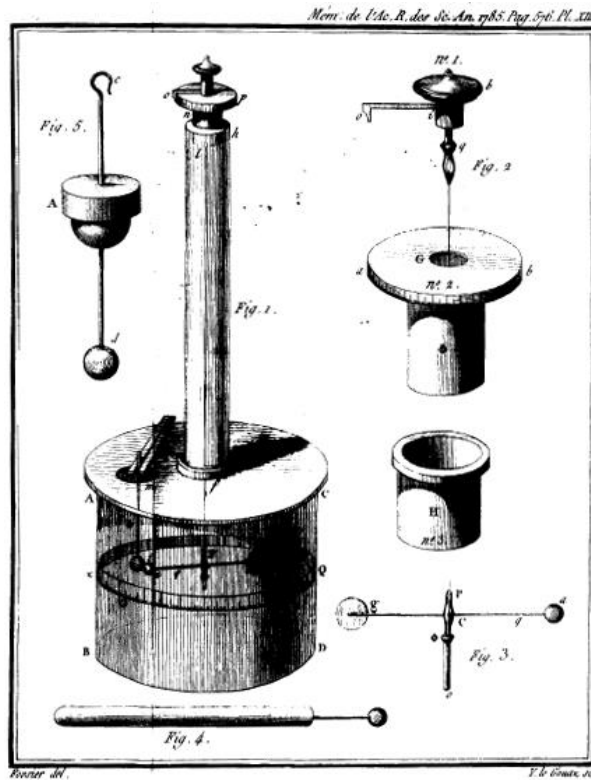
tidak ada gaya tolak gravitasi? Kalau kita pelajari tentang kelistrikan dan kemagnetan maka kita mememukan gaya tari dan gaya total. Dua kutub magnet sejenis tolak-menolak sedangkan yang berbeda jenis tarik-menarik. Dua muatan listrik sejenis tolak-menolak sedangkan yang berbeda jenis tarik-menarik. Mengapa tidak ditemui gaya tolak gravitasi?

Ada satu pelajaran berharga sari uraian di atas. Fisika berkembang karena telah ada penemuan baru dan adanya pertanyaan pada fenomena serupa. Rumus untuk gaya antar massa telah ditemukan oleh Newton. Ketika diamati fenomena gaya pada muatan listrik maka timbul pertanyaan, seperti apa bentuk gaya pada muatan listrik. Coulumb akhirnya berhipotesis bahwa bentuk persamaan gaya antar muatan listrik serupa dengan persamaan gaya gravitasi Newton hanya dengan menukar besaran massa dengan besaran muatan listrik serta konstanta kesebandingan seperti diilustrasikan pada **Gambar 1.2**. Ini baru hipotesis dan mesti dibuktikan dengan eksperimen untuk menerima hipotesis tersebut. Kemudian eksperimen dilakukan. Dan ternyata hasil eksperimen mendukung hipotesis yang diusulkan. Dengan demikian hipotesis tersebut diterima sebagai kebenaran ilmiah. Dan hipotesis tersebut berubah status menjadi hukum.

Gambar 1.2 Persamaan gaya listrik Coulumb diinspirasi oleh persamaan gaya gravitasi Newton dengan mengganti massa dengan kuatan dan konstanta gravitasi dengan konstanta yang sesuai.

Eskperimen pembuktian hukum Coulomb dilakukan oleh Coulomb

sendiri menggunakan neraca torsi. Neraca torsi adalah neraca yang dapat mengukur gaya yang sangat kecil. Neraca ini juga dirancang oleh Coulomb sendiri tahun 1777. Percobaan serupa dilakukan oleh Henry Cavendish tahun 1798 untuk membuktikan hukum gravitasi Newton.

Pertanyaan kita selanjutnya adalah apa pentingnya gaya antar muatan listrik dan mengapa kita perlu memelajarinya?

Gambar 1.3 Neraca torsi yang digunakan oleh Coulomb untuk membuktikan bahwa gaya antara muatan listrik berbanding lurus dengan perkalian muatan dan berbanding terbalik dengan kuadrat jarak (en.wikipedia.org).

1.1 Gaya Coulomb Antar Muatan Titik

Mari kita mulai dengan membahas gaya Coulomb antar muatan titik. Gaya antar muatan titik cukup mudah dihitung. Jika kita sekedar ingin mengetahui besar gaya tanpa perlu mengetahui arahnya maka kita cukup memerlukan informasi besar muatan dan jarak antar muatan. Besarnya gaya tarik atau gaya tolak adalah

$$F_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \tag{1.1}$$

dengan

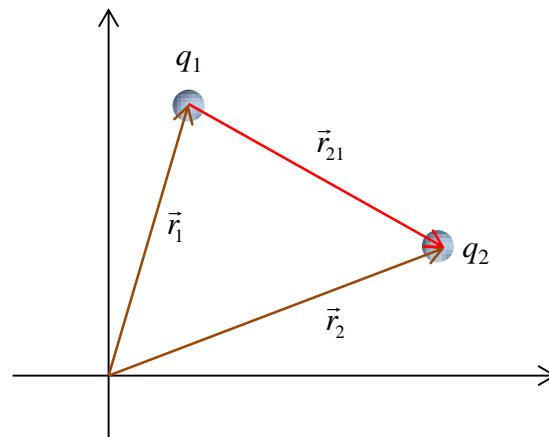
q_1 adalah muatan partikel pertama,

q_2 adalah muatan partikel kedua,

r_{12} adalah jarak antar dua muatan,

$\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}$ F/m disebut permitivitas ruang hampa,

$1/4\pi\varepsilon_0 = 9 \times 10^9$ N m²/C².

Gaya bersifat tarik-menarik jika muatan memiliki tanda berlawanan dan bersifat tolak-menolak jika dua muatan memiliki tanda muatan yang sama.

Gambar 1.4 Muatan q_1 dan q_2 berada pada vektor posisi $\vec{r}_1$ dan $\vec{r}_2$. Kedua muatan melakukan gaya tarik atau gaya tolak, bergantung pada jenis muatan yang dimiliki. Jika jenis muatan sama maka gaya yang dihasilkan bersifat tolak-menolak. Jika jenis muatan berbeda maka gaya yang dihasilkan bersifat tarik-menarik. Arah gaya sejajar dengan arah garis hubung dua muatan.

Jika kita ingin menetahui gaya secara lengkap, yaitu besar maupun arah maka gaya harus dinyatakan dalam notasi vector. Untuk maksud tersebut maka kita perlu mengetahui posisi muatan dalam notasi vector. **Gambar 1.4** adalah ilustrasi posisi dua muatan, muatan q_1 dan q_2 berada pada vektor posisi $\vec{r}_1$ dan $\vec{r}_2$. Vektor posisi muatan q_2 relatif terhadap q_1 adalah

$$\vec{r}_{21} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \tag{1.2}$$

Jarak antara dua muatan tersebut adalah besarnya posisi relatif dua muatan, yaitu

$$r_{21} = |\vec{r}_{21}| = |\vec{r}_2 - \vec{r}_1|$$

Vektor satuan yang searah dengan vektor $\vec{r}_{21}$ adalah vector yang bersangkutan dibagi panjang verktor tersebut, yaitu

$$\hat{r}_{21} = \frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|} \quad (1.3)$$

Besarnya gaya coulomb pada muatan q_2 oleh muatan q_1 sebelum menggunakan notasi vector diberikan oleh persamaan (1.1). Arah gaya F_{21} searah dengan vektor satuan $\hat{r}_{21}$ sehingga kita dapat mengungkapkan F_{21} dalam notasi vektor sebagai berikut

$$\vec{F}_{21} = F_{21}\hat{r}_{21}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1 q_2}{r_{21}^2}\hat{r}_{21} \quad (1.4)$$

Dengan mensubstitusi $\vec{r}_{21}$ dari persamaan (1.2) dan $\hat{r}_{21}$ dari persamaan (1.3) ke dalam persamaan (1.4) kita dapat juga menulis

$$\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^2}\frac{(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3}(\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \quad (1.5)$$

Dari persamaan (1.5) tampak jelas bahwa jika kita mengetahui vector posisi relatif dua muatan maka gaya Coulomb antara dua titik secara lengkap sudah bisa ditentukan (besar maupun arahnya).

Persamaan (1.5) menyatakan gaya pada muatan q_2 oleh muatan q_1. Bagaimana dengan gaya pada muatan q_1 oleh muatan q_2? Gaya tersebut kita nyatakan dengan $\vec{F}_{12}$. Karena kedua gaya tersebut merupakan pasangan

aksi-reaksi maka gaya $\vec{F}_{12}$ dapat diperoleh langsung dari persamaan (1.5) hanya dengan menukar indeks 1 dan 2, yaitu

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{q_2 q_1}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3} (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$$

Selanjtunya, karena $(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) = -(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$ dan $|\vec{r}_1 - \vec{r}_2| = |\vec{r}_2 - \vec{r}_1|$ maka

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{q_2 q_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3} \{-(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)\}$$

$$= -\frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{q_2 q_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3} (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$$

$$= -\vec{F}_{21} \tag{1.6}$$

Gaya Coulomb adalah gaya yang paling dominan di alam semesta yang secara langsung menentukan bentuk dan wujud benda. Gaya antar elektron dan proton membentuk atom merupakan gaya Coulomb. Gaya antar atom membentuk molekul adalah gaya Coulomb. Gaya antar molekul membentuk material besar, atau gaya antar atom-atom membentuk kristal-kristal besar juga gaya Coulomb. Bentuk tubuh kita, bentuk tumbuh-tumbuhan dan hewan seperti yang tampak saat ini juga dipengaruhi oleh gaya Coulomb antar atom atau molekul penyusunnya. Gaya Coulomb menyebabkan elektron-elektron mengalir dalam konduktor sehingga muncul arus atau listrik. Kemampuan kita mengontrol arus atau tegangan listrik memungkinkan kita menciptakan teknologi.

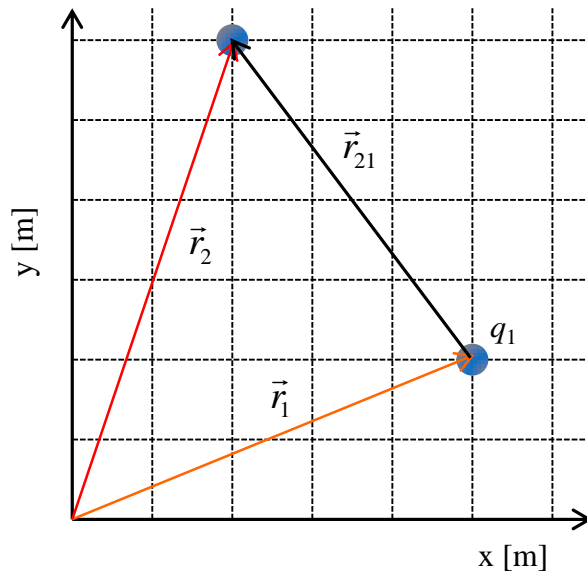
Seberapa banyakkah muatan satu Coulomb? Kita tahu bahwa satuan muatan listrik adalah coulomb. Sudah punyakah kita bayangan berapa banyakkah 1 coulomb tersebut? Muatan 1 coulomb sebenarnya muatan yang sangat besar. Sebagai ilustrasi muatan 1 elektron hanya $1{,}602 \times 10^{-19}$ C. Jadi, muatan 1 coulumb disumbang oleh $1/(1{,}602 \times 10^{-19}) = 6{,}24 \times 10^{18}$ buah elektron. Massa atomik emas adalah 197. Dengan demikian, emas 1 g mengandung 0,0051 mol atom yang setara dengan $0{,}0051 \times N_A = 0{,}0061 \times (6{,}02 \times 10^{23}) = 3{,}67 \times 10^{21}$ atom, dengan N_A adalah bilangan Avogadro. Satu

atom emas mengandung 79 elektron dan 79 proton. Jadi satu 1 gram emas mengandung $79 \times (3,67 \times 10^{21}) \times (1,602 \times 10^{-19}) = 4,6 \times 10^{4}$ C muatan negative dan $4,6 \times 10^{4}$ C muatan positif. Dengan cara perhitungan yang sama maka kita dapatkan 1 gram air mengandung $5,4 \times 10^{4}$ C muatan negatif dan $5,4 \times 10^{4}$ C muatan positif.

***Petir adalah aliran muatan listrik yang sangat besar*.** **Gambar 1.5** adalah contoh foto saat terjadi petir. Petir yang banyak kita jumpai adalah petir jenis CG (*cloud to ground*), yaitu petir yang mengalir dari awan ke tanah. Besar arus listrik yang dihasilkan satu kilatan petir ini berkisar antara 30.000 ampere sampai 120.000 ampere. Namun, dalam satu kali kemunculan petir rata-rata terdapat 3 – 4 kilatan. Lama aliran arus pada tiap kilatan sekitar 200 mikrodetik. Dengan demikian, besar muatan yang dialirkan tiap kali kemunculan berkisar antara 25 - 100 C. Bayangkan, petir yang begitu besar dan sering menakutkan hanya memindahkan muatan kurang dari 100 C.

Gambar 1.5 Contoh petir CG (*cloud to ground*). Besar muatan yang dialirkan tiap kilatan antara 25 – 100 coulomb. (sumber: e.wikipedia.org)

Contoh 1.1

Muatan q_1 = 2 mC berada pada koordinat (5,2) m dan muatan q_2 = 4 mC berada pada koordinat (2,6) m. Berapa gaya yang dilakukan muatan q_1 pada muatan q_2?

Gambar 1.6 Gambar untuk Contoh 1.1.

Jawab

Posisi muatan ditunjukkan pada Gambar 1.6. Berdasarkan gambar kita dapatkan vektor posisi dua muatan adalah $\vec{r}_1 = 5\hat{i} + 2\hat{j}$ m dan $\vec{r}_2 = 2\hat{i} + 6\hat{j}$ m. Posisi relatif muatan q_2 terhadap q_1 adalah

$$\vec{r}_{21} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

$$= (2\hat{i} + 6\hat{j}) - (5\hat{i} + 2\hat{j}) = -3\hat{i} + 4\hat{j} \text{ m}$$

Jarak muatan q_2 dan q_1 adalah

$$|\vec{r}_{21}| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ m}$$

Besarnya gaya Coulumb antara dua muatan

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_{21}|^2}$$

$$= 9\times10^9 \frac{(2\times10^{-3})(4\times10^{-3})}{5^2} = 2880 \text{ N}$$

Untuk menyatakan gaya tersebut dalam notasi vektor kita tentukan dulu vektor satuan yang arahnya dari muatan q_1 ke muatan q_2, yaitu

$$\hat{r}_{21} = \frac{\vec{r}_{21}}{|\vec{r}_{21}|}$$

$$= \frac{-3\hat{i} + 4\hat{j}}{5} = -\frac{3}{5}\hat{i} + \frac{4}{5}\hat{j} \text{ m}$$

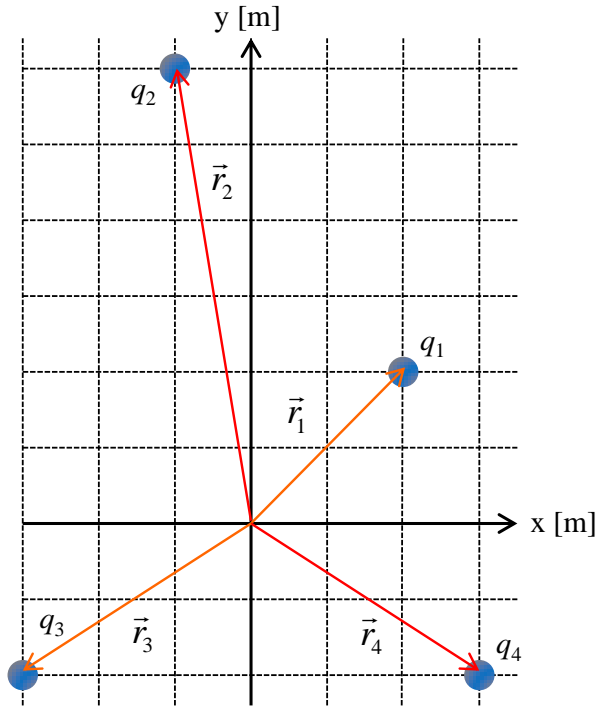
Dengan demikian ungkapan gaya pada q_2 oleh q_1 dalam notasi vektor adalah

$$\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_{21}|^2}\hat{r}_{21} \text{ N}$$

$$= 9\times10^9 \frac{(2\times10^{-3})(4\times10^{-3})}{5^2}\left(-\frac{3}{5}\hat{i} + \frac{4}{5}\hat{j}\right) = -1728\hat{i} + 2304\hat{j} \text{ N}$$

1.2 Gaya Coulomb oleh sejumlah muatan

Sekarang kita akan meningkatkan pembahasan untuk menentukan gaya listrik sejumlah muatan. Gaya yang dilami sebuah muatan akibat pengaruh sejumlah muatan lain sama dengan jumlah secara vector gaya yang dihasilkan masing-masing muatan lain tersebut. Dari sini menjadi jelas di sini bahwa penggunaan notasi vector sangat bermanfaat dalam mencari gaya total tersebut.

Misalkan kita memiliki muatan q_1, q_2, q_3, dan q_4. Posisi muatan-muatan diilustrasikan pada Gambar 1.7. Kita ingin mencari berapa gaya total yang dialami muatan q_4. Misalkan koordinat posisi muatan q_1 adalah $\vec{r}_1$, koordinat posisi muatan q_2 adalah $\vec{r}_2$, koordinat posisi muatan q_3 adalah $\vec{r}_3$, dan koordinat posisi muatan q_4 adalah $\vec{r}_4$. Kita akan mencari gaya total yang dialami muatan q_4. Gaya yang dilakukan muatan q_1, q_2, dan q_3 pada muatan q_4 masing-masing adalah

Gambar 1.7 Posisi koordinat sejumlah muatan.

$$\vec{F}_{41} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{q_1 q_4}{|\vec{r}_{41}|^3} \vec{r}_{41}$$

$$\vec{F}_{42} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{q_2 q_4}{|\vec{r}_{42}|^3} \vec{r}_{42}$$

$$\vec{F}_{43} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{q_3 q_4}{|\vec{r}_{43}|^3} \vec{r}_{43}$$

Dengan demikian gaya total pada muatan q_4 adalah

$$\vec{F}_4 = \vec{F}_{41} + \vec{F}_{42} + \vec{F}_{43}$$

Secara umum, gaya pada muatan q_x yang dilakukan sejumlah muatan q_1, q_2, q_3, …, q_N dapat dinyataakn dalam notasi penjumlahan vektor sebagai berikut

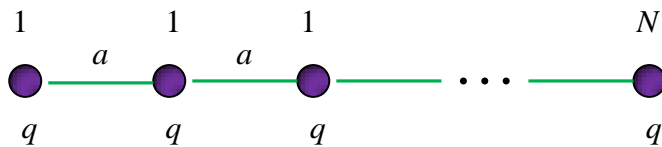
$$\vec{F}_{q_x} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_{xi}$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{q_x q_i}{|\vec{r}_{xi}|^3} \vec{r}_{xi} \qquad (1.6)$$

Contoh 1.2

Sebuah rantai polimer linier dapat dipandang sebagai muatan listrik titik sejenis yang jumlahnya N (N adalah jumlah monomer penyusun polimer) dijejer dengan spasi yang sama (Gambar 1.8). Misalkan besar masing-masing muatan adalah q dan jarak antar muatan adalah a. Tentukan besar gaya yang dialami muatan paling kiri.

Jawab

Karena semua gaya segaris maka kita dapat mengabaikan notasi vector dan hanya menggunakan notasi scalar. Jelas bahwa semua gaya pada muatan paling kiri arahnya sama dengan sumbu datar. Gaya total dapat diperoleh dengan penjumlahan scalar biasa.

Gambar 1.8 Ilustrasi rantai polimer yang ditanyakan dalam Contoh 1.2.

Besar gaya pada muatan 1 (paling kiri) oleh muatan-muatan lainnta adalah

$$F_1 = F_{12} + F_{13} + \ldots + F_{1N}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q^2}{a^2} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q^2}{(2a)^2} + \ldots + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q^2}{[(N-1)a]^2}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q^2}{a^2} \left[1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \ldots + \frac{1}{(N-1)^2} \right]$$

Bentuk penjumlahan dalam kurung siku sulit ditentukan secara analitik jika N berhingga. Namun, jika $N \to \infty$ hasilnya adalah $\pi^2/6$. Hasil ini dapat kita hitung dengan menggunakan perintah **sum 1/k^2, k=1 to Infinity**

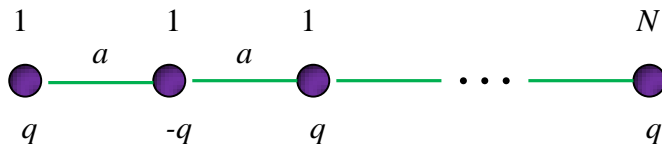
pada Wolfram alpha. Jadi, untuk *N* yang sangat besar yang bisa disumsusikan tak berhingga maka hasiknya adalah

$$F_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{a^2}\times\frac{\pi^2}{6}$$
$$= \frac{1}{24\varepsilon_0}\frac{q^2}{a^2}$$

Contoh 1.3

Kita kembali ke soal seperti pada Contoh 1.2 tetapi tanda muatan bergantian positif dan negative seperti pada **Gambar 1.9**. Misalkan muatan paling kiri negative. Kita akan menentukan besar gaya yang dialami muatan paling kiri.

Jawab

Tampak dari **Gambar 1.9** bahwa muatan yang menempati posisi ganjil memiliki tanda positif dan yang menempati posisi genap memiliki tanda negative. Muatan paling kanan bisa memiliki tanda positif atau negative tergantung apakan N merupakan bilangan ganjil atau genap. Jika *N* ganjil maka muatan paling kanan bertanda negative, dan sebaliknya.

Gambar 1.9 Gambar untuk Contoh 1.3.

Besar gaya pada muatan 1 oleh muatan-muatan lainnya adalah

$$F_1 = F_{12} + F_{13} + \ldots + F_{1N}$$

$$= -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{a^2} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{(2a)^2} - \ldots \pm \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{[(N-1)a]^2}$$

$$= -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{a^2}\left[1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{9} - \frac{1}{16} + \ldots \mp \frac{1}{(N-1)^2}\right]$$

Bentuk penjumlahan dalam kurung siku di atas juga sulit ditentukan secara

analitik jika N berhingga. Namun, jika $N \to \infty$ hasilnya adalah $\pi^2/12$. Hasil ini dapat kita hitung dengan menggunakan perintah **sum (-1)^(k+1)/k^2, k=1 to Infinity** pada Wolfram alpha. Jadi, untuk N yang sangat besar yang bisa disumsusikan tak berhingga maka hasiknya adalah

$$F_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q^2}{a^2} \times \frac{\pi^2}{12}$$

$$= \frac{1}{48\varepsilon_0} \frac{q^2}{a^2}$$

1.3 Gaya Listrik oleh Benda Kontinu

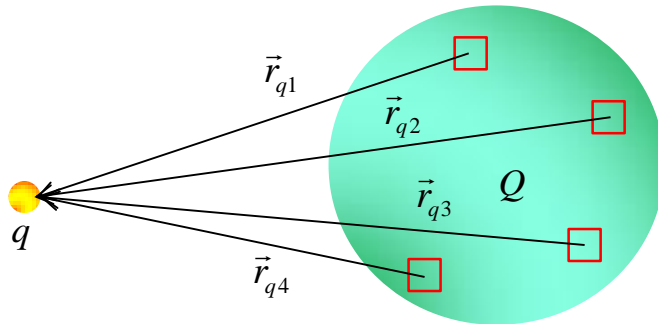
Apa yang telah kita bahan di atas adalah gaya listrik antar benda titik (partikel), baik yang hanya melibatkan dua partikel atau banyak partikel. Namun, dalam realitas kita tidak selalu menjumpai benda bermuatan listrik dalam bentuk partikel. Yang kita jumpai adalah benda yang bermuatan listrik benrupa benda besar (benda kontinu). Gaya listrik antara benda besar bermuatan listrik lebih sulit untuk dihitung. Misalkan ada muatan titik (partikel) di dekat benda besar yang bermuatan listrik. Kita tidak dapat menggunakan persamaan (1.6) karena jarak muatan titik ke bagian-bagian benda besar tersebut berbeda.

Agar dapat menyelesaikan persoalan tersebut maka kita lakukan langkah berikut ini. Kita bagi benda besar tersebut atas elemen-elemen kecil di mana tiap elemen dapat dipandang sebagai sebuah titik (diilustrasi pada Gambar 1.10). Dengan demikian, benda besar yang bermuatan *Q* tersebut dapat dipandang sebagai susunan titik-titik (elemen-elemen kecil). Tiap titik melakukan gaya dengan muatan *q*. Dengan demikian gaya antara benda besar dapat dipandang sebagai gaya antara muatan titik yang sangat banyak yang letaknya besentuhan dengan muatan titik *q*. Oleh karena itu, gaya total yang dialami muatan *q* dihitung menggunakan persamaan (1.6), yaitu

$$\vec{F}_q = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{q\Delta Q_i}{\left|\vec{r}_{qi}\right|^3} \vec{r}_{qi} \qquad (1.7)$$

dengan

ΔQ_i adalah muatan elemen ke-i

N adalah jumlah elemen yang dibuat

Gambar 1.10 Benda besar dibagi atas elemen-elemen kecil yang bersentuhan. Tiap elemen dapat dipandang sebagai muatan titik. Gaya pada muatan q merupakan jumlah vektor gaya yang dihasilkan semua titik dengan muatan q.

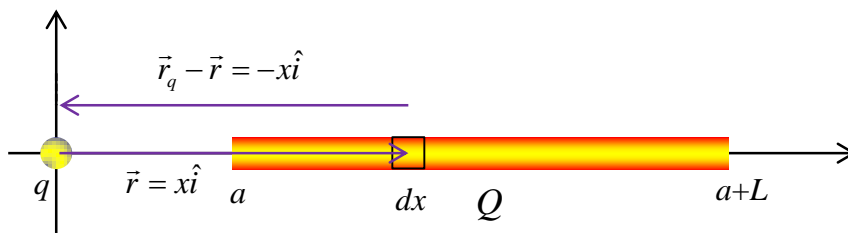
Karena volume elemen menuju nol, maka jumlah elemen menuju tak berhingga, atau $N \to \infty$. Bentuk penjumlahan dengan $N \to \infty$.ini merupakan definisi dari integral seperti yang dipelajari di mata kuliah matematika dasar. Jadi, bentuk integral dari gaya yang dialami muatan q menjadi

$$\vec{F}_q = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o} \int \frac{(\vec{r}_q - \vec{r})}{\left|\vec{r}_q - \vec{r}\right|^3} dQ \tag{1.8}$$

Persamaan (1.8) tampak sangat rumit. Namun kita akan menggunakannya untuk menyelesaikan beberapa persoalan sederhana sebagai berikut.

Sebagai ilustrasi aplikasi persamaan (1.8) mari kita hitung gaya pada muatan titik yang dilakukan oleh batang bermuatan. Pertama kita akan bahas gaya pada muatan titik q oleh batang yang bermuatan Q dan memiliki panjang L di mana muatan q berada di sumbu batang. Kita anggap sebaran muatan batang adalah homogen. Kita tinjau kasus muatan q ditempatkan pada sumbu batang dan pada jarak a dari ujung terdekat batang seperti pada **Gambar 1.11**.

Karena muatan q berada pada sumbu batang maka pastikan arah gaya pada muatan tersebut sejajar dengan sumbu batang. Tiap elemen pada batang melakukan gaya yang arahnya sama pada muatan q sehingga kita bisa membahas persoalan secara scalar. Kita ambil sumbu batang berada pada sumbu-x seperti pada **Gambar 1.12.**

Gambar 1.11 Muatan titik q ditempatkan pada jarak a dari salah satu ujung batang. Panjang batang adalah L. Muatan batang adalah Q dan tersebar secara merata sehingga muatan batang per satuan panjang adalah λ = Q/L.

Gambar 1.12 Elemen muatan pada batang melakukan gaya pada muatan q dalam arah sejajar sumbu batang. Jarak elemen tersebut ke muatan q adalah x. Elemen tersebut dipandang sebagai muatan titik.

Berdasarkan **Gambar 1.12**, posisi muatan q adalah $\vec{r}_q = 0$ dan posisi elemen adalah $\vec{r} = x\hat{i}$. Karena muatan batang tersebar homogeny maka kerapatan muatan per satuan panjang adalah $\lambda = Q/L$. Perhatikan elemen sepanjang *dx*. Besar muatan yang dikandung elemen tersebut adalah $dQ = \lambda dx$. Dengan menggunakan persamaan (1.8) maka gaya yang dialami oleh muatan *q* akibat muatan pada batang adalah

$$\vec{F}_q = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\int_a^{a+L}\frac{(-x\hat{i})}{|-x|^3}(\lambda dx)$$

$$= -\hat{i}\,\frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\int_a^{a+L}\frac{x}{x^3}(\lambda dx) = -\hat{i}\,\frac{q\lambda}{4\pi\varepsilon_o}\int_a^{a+L}\frac{dx}{x^2}$$

$$= -\hat{i}\,\frac{q\lambda}{4\pi\varepsilon_o}\left[-\frac{1}{x}\right]_a^{a+L} = -\hat{i}\,\frac{q\lambda}{4\pi\varepsilon_o}\left[\frac{1}{a} - \frac{1}{a+L}\right]$$

$$= -\frac{q\lambda}{4\pi\varepsilon_o}\left[\frac{(a+L)-a}{a(a+L)}\right]\hat{i} = -\frac{q\lambda}{4\pi\varepsilon_o}\left[\frac{L}{a(a+L)}\right]\hat{i}$$

$$= -\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{qQ}{a(a+L)}\hat{i} \qquad (1.9)$$

Perhatikan bahwa batas integral yang telah digunakan adalah lokasi ujung batang karena yang kita integralkan adalah elemen batang yang berada sepanjang batang. Pada baris terakhir persamaan (1.9) kita telah melakukan penggantian $Q = \lambda L$.

Menarik untuk menganalisis persamaan (1.9). Jika jarak muatan q dengan ujung batang sangat jauh sehingga $a >> L$ maka kita dapat melakukan aproksimasi $a+L \approx a$, dan gaya pada muatan q diaproksimasi dengan

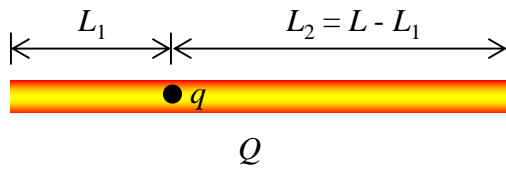
$$\vec{F}_q \approx -\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{qQ}{a^2}\hat{i} \qquad (1.10)$$

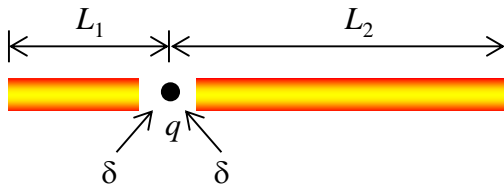
Bentuk ini sama dengan persamaan gaya antara dua muatan titik yang berjarak a. Dengan demikian, jika $a >> L$ maka muatan q melihat batang sebagai sebuah titik (dilihat dari jauh batang tampak seperti titik).

Sebaliknya, jika jaran muatan q ke ujung batang sangat dekat sehinga $a << L$ maka kita dapat melakukan aproksimasi $a+L \approx L$ dan gaya pada muatan q dapat diaproksimasi dengan

$$\vec{F}_q \approx -\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{qQ}{aL}\hat{i} \qquad (1.11)$$

Ini menunjukkan bahwa gaya yang diamali muatan q berbanding terbalik dengan jarak pangkat satu, bukan berbanding terbalik dengan kuadrat jarak.

Kasus menarik lainnya adalah jika muatan q ditempatkan di dalam batang. Berapa gaya yang akan dialami muatan tersebut? Mari kita hitung.

Gambar 1.13 Muatan titik q beada di dalam batang yang memiliki panjang L dan muatan Q.

Misalkan muatan q ditempatkan pada jarak L_1 di sebelah kanan ujung kiri batang seperti pada **Gambar 1.13**. Kasus ini dapat kita selesaikan sebagai berikut. Kita memandang seolah-olah muatan q berada di antara dua batang masing-masing dengan panjang L_1 dan L_2. Jarak muatan dari ujung terdekat kedua batang adalah δ yang nilainya mendekati nol (yang bermakna dua ujung batang menyentuh muatan q). Asumsi ini diilustrasikan pada **Gambar 1.14**.

Gambar 1.14. Muatan titik q yang berada di dalam batang dapat dipandang sebagai muatan yang ditempatkan antara ujung-ujug dua batang berbeda. Batang pertama memiliki panjang L_1 dan batang kedua memiliki panjang $L_2 = L - L_1$. Jarak muatan ke masing-masing ujung batang adalah δ yang sangat kecil (mendekati nol).

Muatan q mendapat gaya ke kanan oleh batang L_1 dan gaya ke kiri oleh batang L_2. Dengan menggunakan persamaan (1.9) gaya total yang dialami muatan q adalah

$$\vec{F}_q = \hat{i}\frac{q\lambda}{4\pi\varepsilon_o}\left[\frac{1}{\delta} - \frac{1}{\delta + L_1}\right] - \hat{i}\frac{q\lambda}{4\pi\varepsilon_o}\left[\frac{1}{\delta} - \frac{1}{\delta + L_2}\right]$$

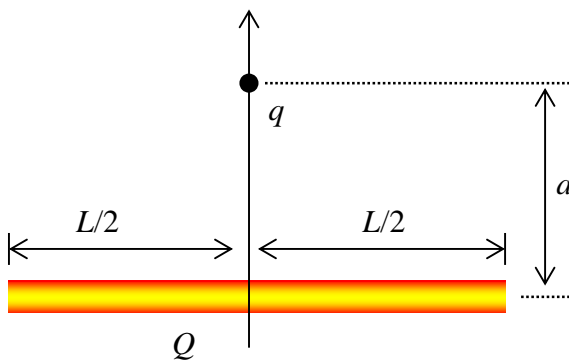
$$= \hat{i}\frac{q\lambda}{4\pi\varepsilon_o}\left[\frac{1}{\delta + L_2} - \frac{1}{\delta + L_1}\right]$$

$$= \hat{i}\frac{q\lambda}{4\pi\varepsilon_o}\left[\frac{(\delta + L_1) - (\delta + L_2)}{(\delta + L_1)(\delta + L_2)}\right]$$

$$= \hat{i}\frac{q\lambda}{4\pi\varepsilon_o}\left[\frac{L_1 - L_2}{(\delta + L_1)(\delta + L_2)}\right]$$

Karena δ→0 atau muatan *q* bersentuhan dengan ujung dua batang maka

$$\vec{F}_q = \hat{i}\frac{q\lambda}{4\pi\varepsilon_o}\left[\frac{L_1 - L_2}{L_1 L_2}\right] \tag{1.12}$$

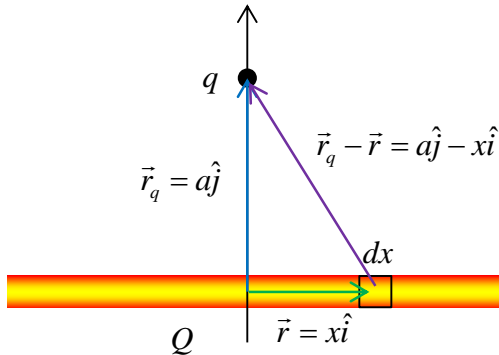
Selanjutnya kita tentukan gaya pada muatan *q* oleh batang homogeny di mana muatan *q* ditempatkan pada sumbu yang tegak lurus batang dan melewati batang tepat di tengah-tengah seperti diilustrasikan pada **Gambar 1.15**.

Gambar 1.15 Muatan q berada pada sumbu yang tegak lurus batang melalui tengah-tengah batang.

Persoalan di atas sedikit lebih sulit diselesaikan. Tetapi mari kita coba selesaikan sesederhana mungkin. Kita akan menggunakan persamaan (1.8). Kita buat elemen pada batang sepanjang dx. Ilustrasi lengkapnya tampak pada **Gambar 1.16**.

Untuk menentukan gaya yang dialami muatan *q* kita gunakan persamaan (1.8). Kita dapatkan

$$\vec{F}_q = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\int_{-L/2}^{L/2}\frac{(a\hat{j} - x\hat{i})}{\left|a\hat{j} - x\hat{i}\right|^3}(\lambda dx)$$

$$= \frac{q\lambda}{4\pi\varepsilon_o}\int_{-L/2}^{L/2}\frac{(a\hat{j} - x\hat{i})}{(a^2 + x^2)^{3/2}}dx$$

$$= \hat{j}\frac{q\lambda a}{4\pi\varepsilon_o}\int_{-L/2}^{L/2}\frac{dx}{(a^2+x^2)^{3/2}} - \hat{i}\frac{q\lambda}{4\pi\varepsilon_o}\int_{-L/2}^{L/2}\frac{x}{(a^2+x^2)^{3/2}}dx$$

Gambar 1.16. Penggambaran ulang Gambar 1.15 dengan memperlihatkan variable-variabel yang akan digunakan dalam perhitungan.

Perhatikan integral kedua pada persamaan di atas. Fungsi $x/(a^2+x^2)^{3/2}$ merupakan fungsi ganjil. Integral fungsi ganjil dengan batas yang simetri terhadap pusat koordinat, dalam kasus ini dari $-L/2$ sampai $L/2$ menghasilkan nol. Kemudian perhatikan integral di ruas pertama. Fungsi $1/(a^2+x^2)^{3/2}$ merupakan fungsi genap sehingga integral dengan batas simetri terhadap pusat koordinat sama dengan dua kali integral dengan batas mulai dari nol ke salah satu batas yang ada. Jadi yang tersisa hanya integral pertama sehingga

$$\vec{F}_q = \hat{j}\frac{2q\lambda a}{4\pi\varepsilon_o}\int_{0}^{L/2}\frac{dx}{(a^2+x^2)^{3/2}}$$

Integral ini dapat diselesaikan dengan Wolfram Alpha dan kita peroleh

$$\vec{F}_q = \hat{j}\frac{2q\lambda a}{4\pi\varepsilon_o}\left[\frac{x}{a^2\sqrt{a^2+x^2}}\right]_0^{L/2}$$

$$= \hat{j}\frac{2q\lambda a}{4\pi\varepsilon_o}\left[\frac{L/2}{a^2\sqrt{a^2+L^2/4}}\right]$$

$$= \hat{j}\frac{q\lambda L}{4\pi\varepsilon_o a^2}\left[\frac{1}{\sqrt{1+L^2/4a^2}}\right]$$

$$= \hat{j}\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_o a^2}\left[\frac{1}{\sqrt{1+L^2/4a^2}}\right] \qquad (1.13)$$

di mana kita telah mengganti $\lambda L = Q$. Tampak bahwa arah gaya vertikal, sesuai dengan harapan kita. Ini disebabkan bahwa muatan berada pada sumbu simetri batang sehingga komponen gaya arah horizontal saling meniadakan.

Mari kita analisis sifat gaya pada persamaan (1.13). Jika jarak muatan q sangat jauh dari batang dibandingkan dengan panjang batang, arat $a >> L$ maka $L^2/4a^2 << 1$. Akibtanya, kita dapat melakukan aproksimasi berikut ini

$$\vec{F}_q \approx \hat{j}\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_o a^2} \qquad (1.14)$$

Persamaan (1.14) menyatakan bahwa gaya pada muatan q seolah-olah dihasilkan oleh muatan titik sebesar Q yang berjarak a. Dengan demikian, jika $a >> L$ maka muatan q memandang muatan Q yang letaknya sangat jauh sebagai sebuah muatan titik.

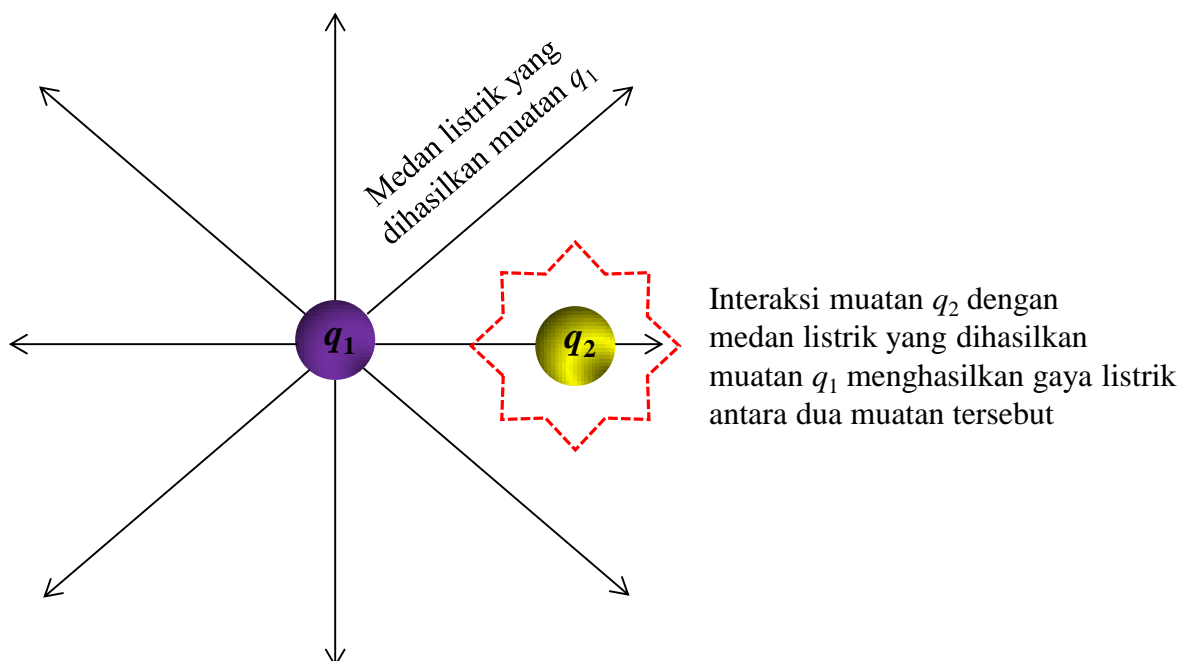
Sebaliknya, jika $a<<L$ atau lokasi muatan sangat dekat ke batang maka $\sqrt{1+L^2/4a^2} \approx \sqrt{L^2/4a^2} = L/2a$. Dengan demikian kita dapatkan aproksimasi

$$\vec{F}_q \approx \hat{j}\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_o a^2}\left[\frac{2a}{L}\right]$$

$$= \hat{j}\frac{2qQ}{4\pi\varepsilon_o aL} \qquad (1.15)$$

Tampak bahwa gaya yang dialami muatan q berbanding terbalik dengan jarak ke batang, bukan berbanding terbalik dengan kuadrat jarak. Hasil ini persis sama dengan kasus ketika muatan ditempatkan pada sumbu batang seperti yang ditunjukkan pada persamaan (1.11).

1.4 Medan Listrik

Mengapa muatan q_1 dapat melakukan gaya pada muatan q_2 meskipun ke dua muatan tersebut tidak bersentuhan? Mirip dengan pembahasan kita tentang gaya gravitasi yaitu karena adanya medan gaya yang dihasilkan oleh muatan listrik. Medan gaya ini dikenal juga dengan medan listrik. Gaya Coulomb muncul karena muatan q_1 menghasilkan medan listrik pada posisi muatan q_2. Muatan q_2 berinteraksi dengan medan yang dihasilkan muatan q_1, dan interaksi tersebut menghasilkan gaya pada muatan q_2 (**Gambar 1.17**).

Gambar 1.17 Muatan liatrik q_1 menghasilkan medan listrik di sekitarnya. Muatan q_2 yang berada di sekitar muatan q_1 berinteraksi dengan medan yang dihasilkan muatan q_1. Efek dari interaksi tersebut adalah muncul gaya listrik pada muatan q_2.

Jika medan listrik yang dihasilkan muatan q_1 pada posisi muatan q_2 dinyatakan sebagai $\vec{E}_{21}$ maka gaya yang dilakukan oleh muatan q_1 pada muatan q_2 memenuhi persamaan

$$\vec{F}_{21} = q_2\vec{E}_{21} \tag{1.16}$$

Apakah interaksi? Dalam fisika, yang disebut interaksi adalah perkalian. Interaksi antara besaran A dengan besaran B secara matematika dinyatakan sebagai perkalian besaran A dan besaran B. Perkalian tersebut bisa berupa *AB*, atau $A\vec{B}$ atau $\vec{A} \bullet \vec{B}$, atau $\vec{A} \times \vec{B}$, atau *cAB* dengan *c* adalah konstanta. Dengan definisi bentuk perkalian tersebut maka interkasi otomatis nol jika nilai salah satu besaran nol.

Dengan membandingkan persamaan (1.16) dengan ungkapan hukum Coulumb pada persamaan (1.1), maka kuat medan listrik yang dihasilkan muatan q_1 pada posisi muatan q_2 memenuhi

$$\vec{E}_{21} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{q_1}{|\vec{r}_{21}|^3} \vec{r}_{21} \tag{1.17}$$

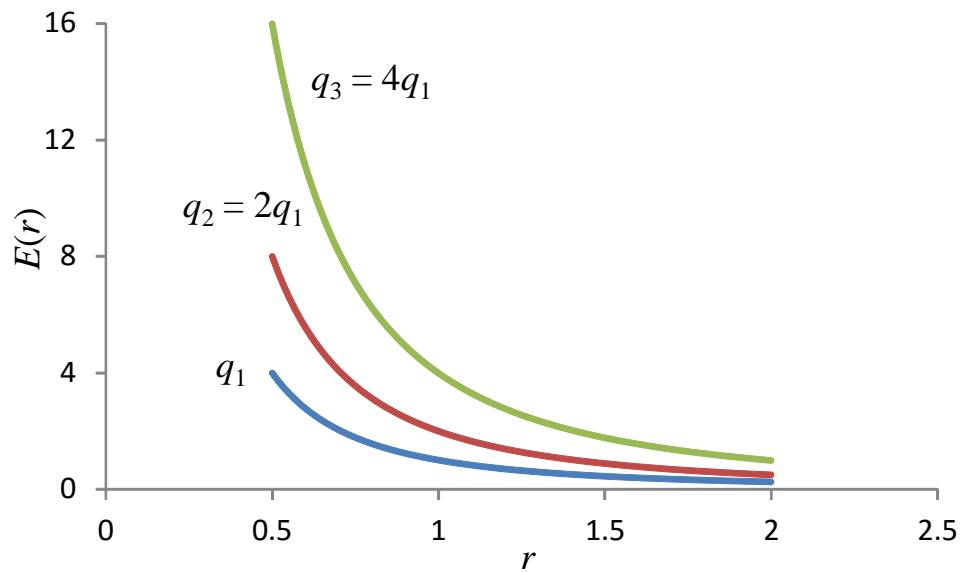
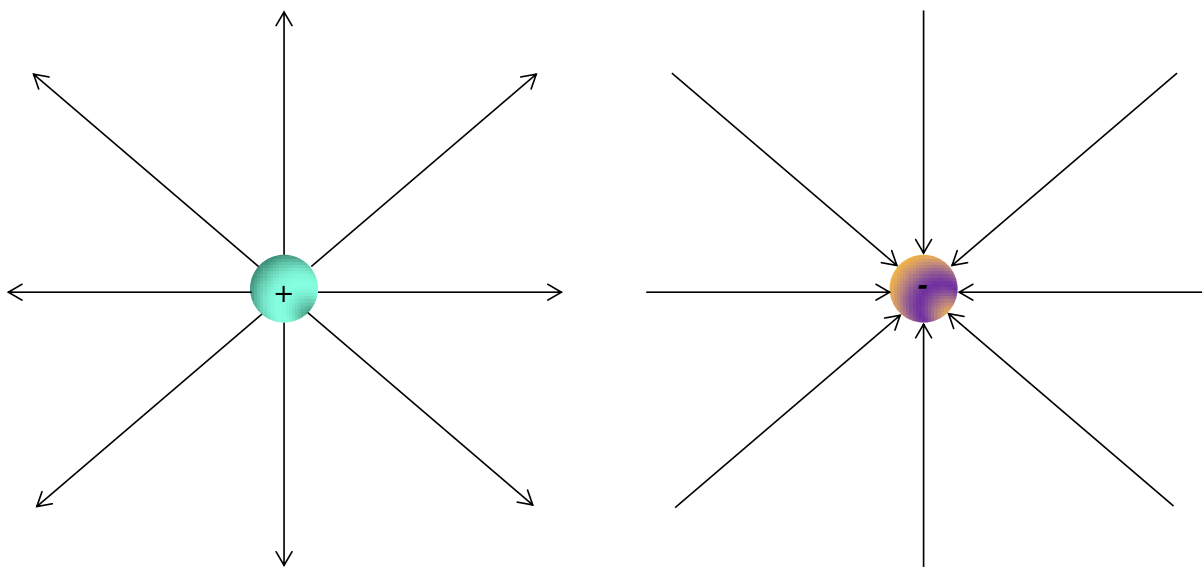
Jika kita nyatakan dalam notasi scalar maka besarnya medan listrik yang dihasilkan muatan sembarang pada jarak *r* dari muatan tersebut adalah

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{q}{r^2} \tag{1.18}$$

Tampak bahwa besarnya medan listrik yang dihasilkan muatan titik berbanding terbalik dengan kuadrat jarak dari muatan. Jika dubuatkan kurva kuat medan terhadap jarak kita dapatkan **Gambar 1.18**.

Ke manakah arah medan listrik? Arah medan listrik didefinisikan sebagai berikut:

i. Keluar dari muatan jika muatan tersebut memiliki tanda positif.
ii. Mengarah ke muatan tersebut jika muatan tersebut memiliki tanda negatif.

Arah tersebut diilustrasikan pada **Gambar 1.19**.

Gambar 1.18 Kuat medan listrik yang dihasilkan muatan titik sebagai fungsi jarak. Kuat medan listrik yang dihasilkan muatan titik berbanding terbalik dengan jarak dari muatan tersebut.

Gambar 1.19 Definisi arah medan listrik: (a) keluar dari muatan positif dan (b) masuk ke muatan negatif.

Contoh 1.4

Andaikan terdapat dua buah muatan listrik masing-masing q_1 = 2 nC dan q_2 = -5 nC. Muatan pertama berada pada pusat koordinat dan muatan kedua berada pada koordinat (80 cm,0).

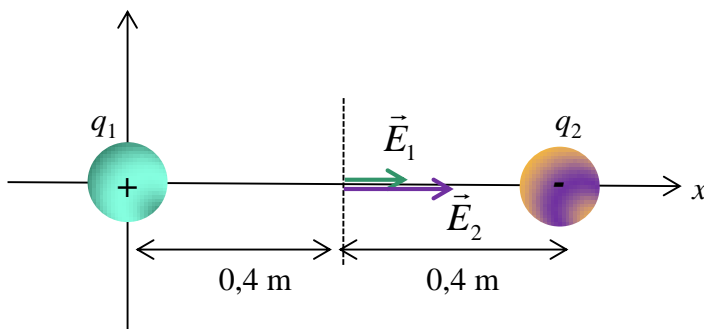
(a) berapa kuat medan litrik dan arahnya pada titik tepat di antara dua

muatan tersebut?

(b) Di manakah posisi yang memiliki medan nol?

(c) Buat kurva kuat medan listrik sebagi fungsi koordinat y sepanjang garis x = 10 cm.

Jawab

Untuk menentukan kuat medan listrik antara dua muatan, perhatikan **Gambar 1.20**.

Gambar 1.20 Gambar untuk Contoh 1.3 pertanyaan (a).

Jelas dari Gambar 1.20 bahwa

$$\vec{E}_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1}{(0,4)^3} (0,4\hat{i})$$

$$= (9\times 10^9) \frac{(2\times 10^{-9})}{(0,4)^3} (0,4\hat{i}) = 112,5\hat{i} \quad \text{N}$$

$$\vec{E}_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1}{(0,4)^3} (-0,4\hat{i})$$

$$= (9\times 10^9) \frac{(5\times 10^{-9})}{(0,4)^3} (-0,4\hat{i}) = -281,25\hat{i} \quad \text{N}$$

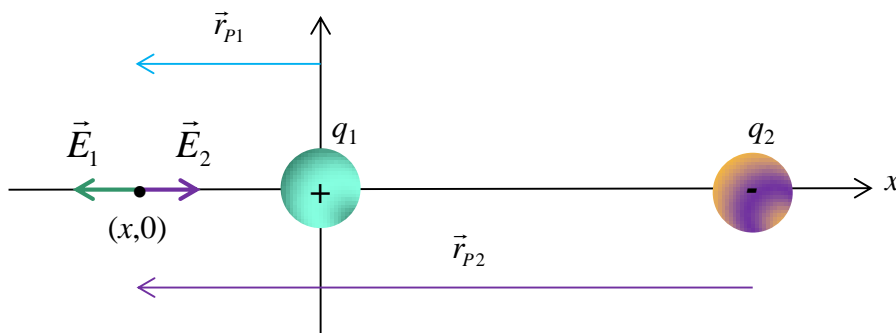
Kuat medan total antara dua muatan

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$= 112{,}5\hat{i} - 281{,}25\hat{i} = -168{,}75\hat{i}$$

b) Medan listrik nol hanya akan berada pada garis hubung dua muatan. Misalkan lokasi tersebut brada pada koordinat (x,0) seperti pada **Gambar 1.21**. Jarak lokasi tersebut ke masing-masing muatan adalah

$$\vec{r}_{P1} = x\hat{i}$$

$$\vec{r}_{P2} = (x - 0{,}8)\hat{i}$$

Gambar 1.21 Gambar untuk Contoh 1.3 pertanyaan (b).

Kuat medan total pada koordinat (x,0) menjadi

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{\left|x\hat{i}\right|^3}(x\hat{i}) + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{\left|(x-0{,}8)\hat{i}\right|^3}[(x-0{,}8)\hat{i}]$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{x^2}\hat{i} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{(x-0{,}8)^2}\hat{i}$$

Agar medan tersebut nol maka

$$\frac{q_1}{x^2} + \frac{q_2}{(x-0{,}8)^2} = 0$$

atau

$$\frac{2}{x^2} + \frac{(-5)}{(x-0{,}8)^2} = 0$$

Persamaan ini dapat diuraikan dengan mudah sebagai berikut

$$2(x^2 - 1{,}6x + 0{,}64) = 5x^2$$

atau

$$3x^2 + 3{,}2x - 1{,}28 = 0$$

Solusi untuk x adalah

$$x_1 = \frac{-3{,}2 + \sqrt{(3{,}2)^2 - 4\times 3\times(-1{,}28)}}{2\times 3}$$

= 0,31 m

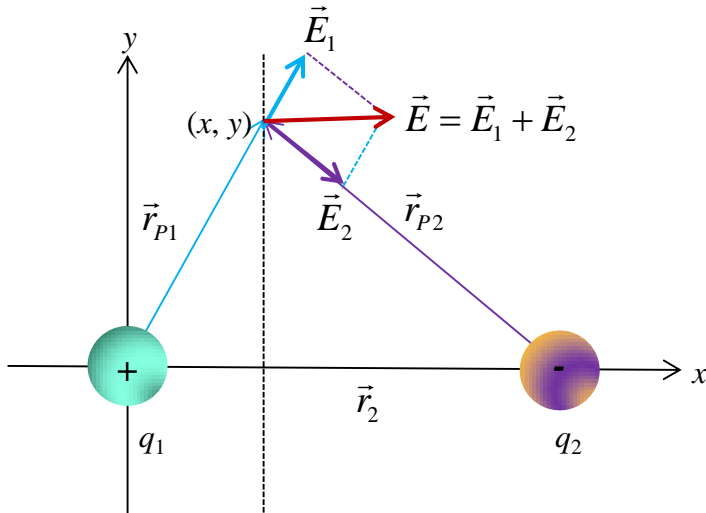
$$x_2 = \frac{-3{,}2 - \sqrt{(3{,}2)^2 - 4\times 3\times(-1{,}28)}}{2\times 3}$$

= -1,38 m

Posisi x = 0,31 m berada antara dua muatan. Muatan q_1 menghasilkan medan ke kanan dan muatan q_2 menghasilkan medan ke kanan juga. Kedua medan tidak saling mnghilangkan. Kedua medan hanya memiliki besar yang sama. Jadi posisi ini tidak kita ambil. Yang kita ambil hanya posisi x = -1,38 m. Muatan q_1 menghasilkan medan ke kiri dan muatan q_2 menghasilkan medan ke kanan dan keduanya sama besar sehingga saling menghilangkan.

c) Untuk menentukan kuat medan sepanjang sumbu yang sejajar dengan sumbu y, perhatikan **Gambar 1.22**. Jelas dari gambar tersebut bahwa

$$\vec{r}_{P1} = x\hat{i} + y\hat{j}$$

$$\vec{r}_{P2} = (x - 0{,}8)\hat{i} + y\hat{j}$$

Gambar 1.22 Gambar untuk Contoh 1.3 pertanyaan (c).

Dengan demikian, kuat medan di sembarang koordinat (x,y) adalah

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{|\vec{r}_{P1}|^3}\vec{r}_{P1} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{|\vec{r}_{P2}|^3}\vec{r}_{P2}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{(x^2+y^2)^{3/2}}(x\hat{i}+y\hat{j}) + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{[(x-0{,}8)^2+y^2]^{3/2}}[(x-0{,}8)\hat{i}+y\hat{j}]$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\frac{q_1 x}{(x^2+y^2)^{3/2}} + \frac{q_2(x-0{,}8)}{[(x-0{,}8)^2+y^2]^{3/2}}\right\}\hat{i}$$

$$+ \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\frac{q_1}{(x^2+y^2)^{3/2}} + \frac{q_2}{[(x-0{,}8)^2+y^2]^{3/2}}\right\}y\hat{j}$$

$$= (9\times 10^9)\left\{\frac{(2\times 10^{-9})x}{(x^2+y^2)^{3/2}} + \frac{(-5\times 10^{-9})(x-0{,}8)}{[(x-0{,}8)^2+y^2]^{3/2}}\right\}\hat{i}$$

$$+ (9\times 10^9)\left\{\frac{(2\times 10^{-9})}{(x^2+y^2)^{3/2}} + \frac{(-5\times 10^{-9})}{[(x-0{,}8)^2+y^2]^{3/2}}\right\}y\hat{j}$$

$$= \left\{ \frac{18x}{(x^2+y^2)^{3/2}} - \frac{45(x-0,8)}{[(x-0,8)^2+y^2]^{3/2}} \right\} \hat{i} + \left\{ \frac{18}{(x^2+y^2)^{3/2}} - \frac{45}{[(x-0,8)^2+y^2]^{3/2}} \right\} y\hat{j}$$

Kuat medan sepanjang garis x = 10 cm = 0,1 m adalah

$$\vec{E} = \left\{ \frac{18\times 0,1}{[(0,1)^2+y^2]^{3/2}} - \frac{45(0,1-0,8)}{[(0,1-0,8)^2+y^2]^{3/2}} \right\} \hat{i}$$

$$+ \left\{ \frac{18}{(0,1)^2+y^2)^{3/2}} - \frac{45}{[(0,1-0,8)^2+y^2]^{3/2}} \right\} y\hat{j}$$

$$= \left\{ \frac{1,8}{[0,01+y^2]^{3/2}} + \frac{31,5}{[0,49+y^2]^{3/2}} \right\} \hat{i} + \left\{ \frac{18}{[0,01+y^2]^{3/2}} - \frac{45}{[0,49+y^2]^{3/2}} \right\} y\hat{j}$$

Dari bentuk ini kita mendapatkan komponen-komponen medan sebagai berikut

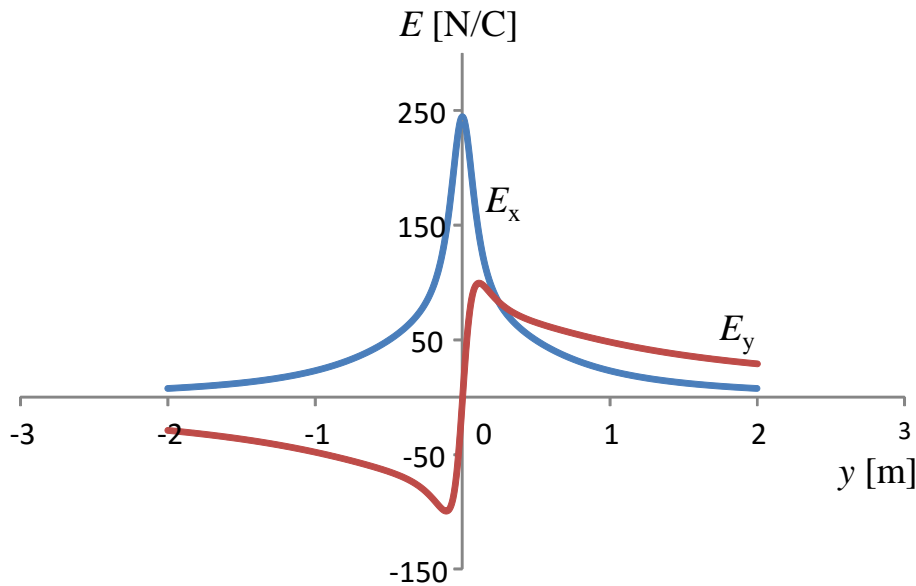
$$E_x = \frac{1,8}{[0,01+y^2]^{3/2}} + \frac{31,5}{[0,49+y^2]^{3/2}}$$

$$E_y = \left\{ \frac{18}{[0,01+y^2]^{3/2}} - \frac{45}{[0,49+y^2]^{3/2}} \right\} y$$

Kita dapat menggambar besar komponen medan pada berbagai nilai y dengan menggunakan Excel. **Gambar 1.23** adalah nilai medan dari x = - 2 m sampai x = 2 m.

1.5 Medan Listrik yang dihasilkan distribusi muatan

Di bagian terdahulu kita sudah membahas medan listrik yang dihasilkan oleh muatan titik. Medan total merupakan penjumlahan vector dari medan yang dihasilkan oleh masing-masing muatan titik. Sekarang kita meningkat ke kondisi yang sedikit lebih rumit, yaitu jika muatan yang menghasilkan medan bukan merupakan muatan titik, melainkan muatan

yang terdistrubusi pada benda yang memiliki ukuran besar. Sebagai contoh adalah muatan yang dihasilkan oleh batang, cincin, bola, dan sebagainya.

Gambar 1.23 Besar komponen medan dalam arah sumbu x dan sumbu y.

Hukum Coulomb tetap berlaku untuk distribusi muatan apa saja. Namun untuk distribusi muatan pada benda besar kita sering mengalami kesulitan menggunakan hokum Coulomb secara langsung kecuali untuk beberapa bentuk. Kita akan mencari medan listrik yang dihasilkan oleh benda yang bentuknya sederhana.

1.5.1 Medan listrik oleh muatan cincin

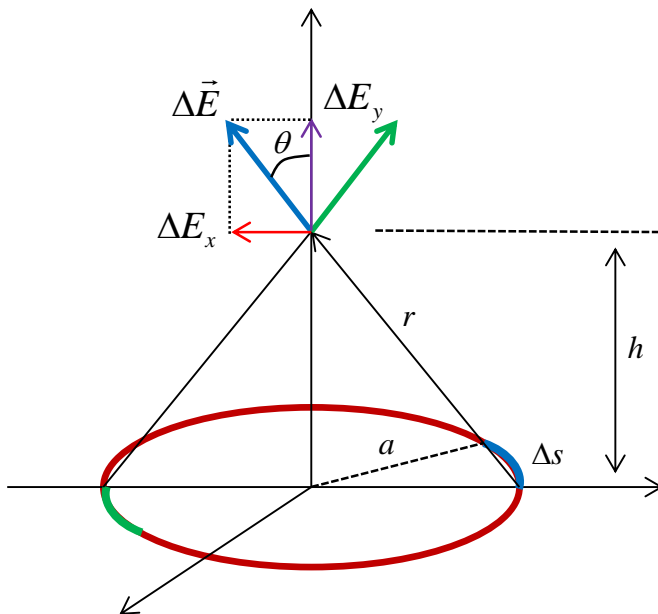
Misalkan kita memiliki cincin yang berjari-jari a. Cincin tersebut mengandung muatan q yang tersebar secara merata. Artinya, jumlah muatan per satuan panjang cincin adalah konstan. Kita akan mencari kuat medan listrik sepanjang sumbu cincin, yaitu pada posisi yang berjarak h dari pusat cincin seperti diilustrasikan pada **Gambar 1.24**. Bagaimana menghitungnya?

Keliling cincin adalah $S = 2\pi a$ dan kerapatan muatan cincin (muatan per panjang) adalah

$$\lambda = \frac{q}{S} = \frac{q}{2\pi a}$$

Untuk mencari medan yang dihasilkan muatan cincin, mari kita bagi cincin atas bagian-bagian kecil sebanak N buah. Panjang tiap bagian adalah

$$\Delta S = \frac{S}{N}$$

Jika N cukup besar maka ΔS cukup kecil sehingga tiap bagian dapat dipandang sebagai muatan titik. Dengan demikian, hukum Coulumb untuk muatan titik dapat digunakan untuk menghitung medan yang dihasilkan ΔS.

Gambar 1.24 Mencari medan listrik di sumbu cincin bermuatan yang berjari-jari a. Muatan cincin terdistribusi secara merata sepanjang keliling cincin.

Muatan yang dikandung tiap elemen adalah

$$\Delta q = \lambda \Delta S$$

sehingga besar medan listrik pada titik pengamatan yang dihasilkan oleh elemen muatan ini adalah

$$\Delta E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{\Delta q}{r^2}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{\lambda \Delta S}{r^2}$$

Dengan menggunakan dalil Phitagoras maka $r^2 = h^2 + a^2$ sehingga

$$\Delta E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{\lambda \Delta S}{h^2 + a^2}$$

Perhatikan medan ΔE. Arahnya membentuk sudut θ dengan sumbu cincin. Medan tersebut dapat diuraikan atas komponen vertical ΔE_y dan horizontal ΔE_x, yaitu

$$\Delta E_y = \Delta E \cos\theta$$

$$\Delta E_x = \Delta E \sin\theta$$

Komponen arah horizontal akan saling ditiadakan oleh komponen arah horizontal elemen kawat yang berada dalam posisi diametral. Setelah dijumlahnya semua medan yang dihasilkan semua komponen maka yang dihasilkan hanya komponen arah vertical (sejajar sumbu). Jadi, kita tidak perlu melanjutkan perhitungan untuk komponen arah horizontal.

Dari Gambar 1.24 tampak bahwa

$$\cos\theta = \frac{h}{r} = \frac{h}{\sqrt{h^2 + a^2}}$$

Substitusi ke dalam persamaan medan arah vertikal maka kita dapat menulis

$$\Delta E_y = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{\lambda \Delta S}{h^2 + a^2} \frac{h}{\sqrt{h^2 + a^2}}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{\lambda h \Delta S}{\left(h^2 + a^2\right)^{3/2}}$$

Dengan demikian medan total yang dihasilkan (hanya arah vertikal) adalah

$$E = \sum \Delta E_y = \sum \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{\lambda h \Delta S}{\left(h^2 + a^2\right)^{3/2}}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{\lambda h}{\left(h^2 + a^2\right)^{3/2}} \sum \Delta S$$

Ingat $\Sigma\Delta S$ adalah jumlah panjang semua elemen cincin, yang tidak lain merupakan keliling cincin. Dengan demikian

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{\lambda h}{\left(h^2 + a^2\right)^{3/2}} (2\pi a)$$

Tetapi, $\lambda(2\pi a) = q$, yaitu muatan total cincin. Jadi kita peroleh medan total pada sumbu cincin

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{qh}{\left(h^2 + a^2\right)^{3/2}} \tag{1.19}$$

Persamaan (1.19) dapat juga ditulis sebagai berikut

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{q}{a^2} \frac{h/a}{\left(1 + (h/a)^2\right)^{3/2}} \tag{1.20}$$

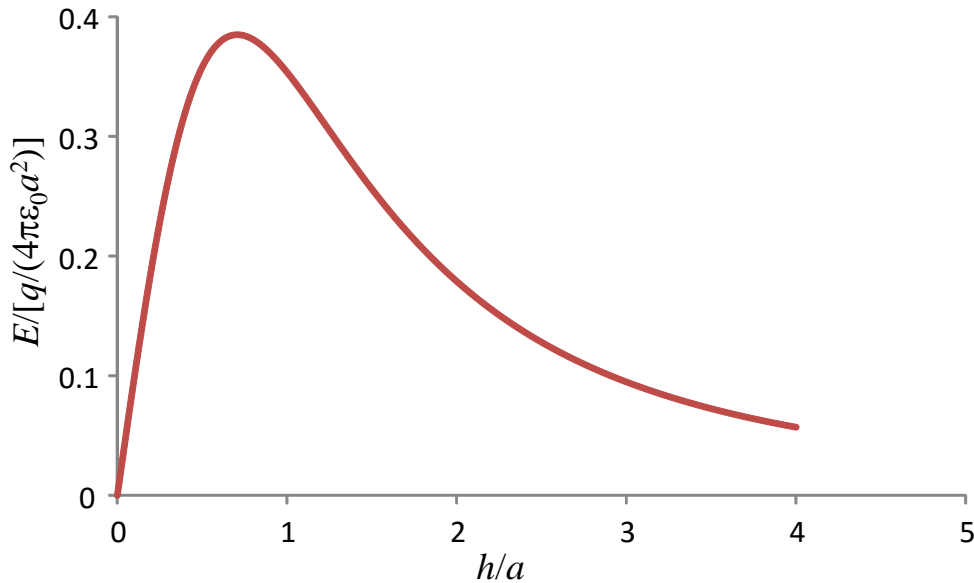
Jika kita gambar kurva E sebagai fungus h/a maka kita peroleh **Gambar 1.25**. Tampak dari persamaan (1.20) bahwa ada lokasi h/a yang menghasilkan kekuatan medan terbesar. Di manakah lokasi tersebut? Untuk menentukan lokasi tersebut maka kita mencari nilai maksimum untuk fungsi

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{q}{a^2} \frac{x}{\left(1 + x^2\right)^{3/2}}$$

dengan $x = h/a$. Nilai maksimum dicari dengan diferensiasi dan menentukan x yang memberikan nilai nol pada diferensial. Dengan demikian

$$\frac{dE}{dx} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{q}{a^2} \frac{d}{dx} \left[\frac{x}{\left(1 + x^2\right)^{3/2}} \right]$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{q}{a^2} \frac{(1-2x^2)}{\left(1+x^2\right)^{5/2}} = 0$$

Solusi untuk x adalah $x = 1/\sqrt{2}$. Dengan demikian, jarak dari pusat lingkaran yang menghasilkan medan paling besar adalah $h = a/\sqrt{2}$ = 0,71a.

Gambar 1.25 Kurva E dalam satuan $q/(4\pi\varepsilon_0 a^2)$ sebagai fungsi h/a. Medan listrik mula-mula bertambah dengan bertambahnya h/a, kemudian turun dan menjadi nol ketika h/a makin besar. Medan listrik mencapai nilai maksimum pada h/a = 0,71.

Menarik untuk mengamati sifat persamaan (1.19). Jika posisi pengamatan sangat jauh atau $h >> a$ maka $h^2 + a^2 \approx h^2$ sehingga kita dapat melakukan aproksimasi

$$E \approx \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{qh}{\left(h^2\right)^{3/2}}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{q}{h^2} \qquad (1.21)$$

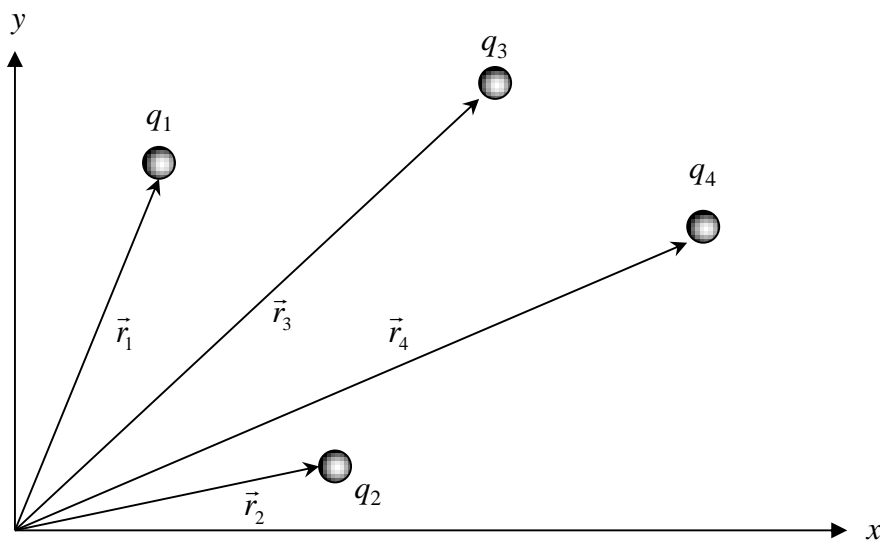
Ini adalah ungkapan kuat medan listrik yang dihasilkan muatan titik pada jarak h. Dengan demikian, pada jarak yang sangat jauh maka cincin berperilaku sebagai sebuah titik.

Dari persamaan (1.20) kita dapat langsung menentukan kuat medan listrik di pusat cincin. Pada lokasi ini h = 0 sehingga E = 0.

1.5.2 Medan Listrik oleh Momen Dipol

Dipol listrik didefinisikan sebagai perkalian muatan dengan posisi. Jika muatan q_1 berada pada posisi $\vec{r}_1$ maka dipol listrik yang dihasilkan adalah

$$\vec{p}_1 = q_1\vec{r} \tag{1.22}$$

Jika terdapat sejumlah muatan listrik yang berada pada berbagai posisi maka dipol total merupakan julah secara vector dari dipol-dipol semua muatan. Sebagai ilustrasi perhatikan **Gambar 1.26**.

Gambar 1.26 Sejumlah muatan titik menghasilkan dipole sebagai perkalian muatan dan vector posisi muatan tersebut.

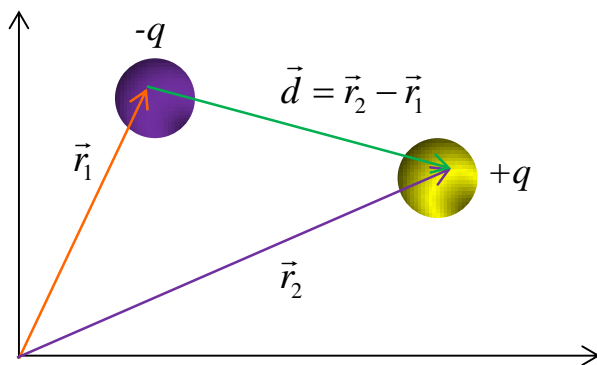
Dipol total susunan muatan seperti pada **Gambar 1.26** adalah

$$\vec{p} = q_1\vec{r}_1 + q_2\vec{r}_2 + q_3\vec{r}_3 + q_4\vec{r}_4$$

Secara umum, jika terdapat N muatan maka dipol total yang dihasilkan oleh N muatan tersebut adalah

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^{N} q_i \vec{r}_i \qquad (1.23)$$

Nilai suatu dipol sangat bergantung pada koordinat yang dipilih. Untuk muatan yang sama atau susunan muatan yang sama maka nilai dipol total akan berbeda jika koordinat yang dipilih berbeda. Perbedaan koordinat menyebabkan perbedaan vector posisi masing-masing muatan yang melahirkan perbedaan dipol.

Sekarang kita tinjau satu kasus khusus jika tedapat dua muatan yang besarnya sama tetapi arah berlawanan. Kita anggap vector yang menghubungkan muatan bertanda negatif ke muatan yang bertanda positif adalah $\vec{d}$. **Gambar 1.27** adalah ilustrasi posisi dua muatan tersebut

Gambar 1.27 Dua muatan yang sama besar dan berlawanan tanda menghasilkan momen dipol.

Dipol total dua muatan tersebut adalah

$$\vec{p} = (-q)\vec{r}_1 + q\vec{r}_2$$

$$= q(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$$

$$= q\vec{d} \qquad (1.24)$$

Tampak bahwa dipol total muatan yang berbeda tanda hanya bergantung pada vector posisi relative dua muatan. Koordinat mana pun yang kita pilih maka dipol total yang dihasilkan selalu sama. Dipol total dua muatan yang besarnya sama dan berbeda tanda dinamakan juga momen dipol.

Muatan yang membentuk momen dipol umumnya akan Tarik menarik dengan gaya Coulumb. Besarnya gaya tarik antara dua muatan

tersebut adalah

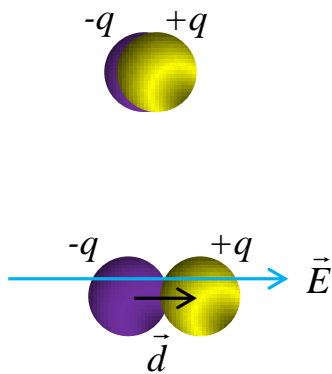
$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{d^2}$$

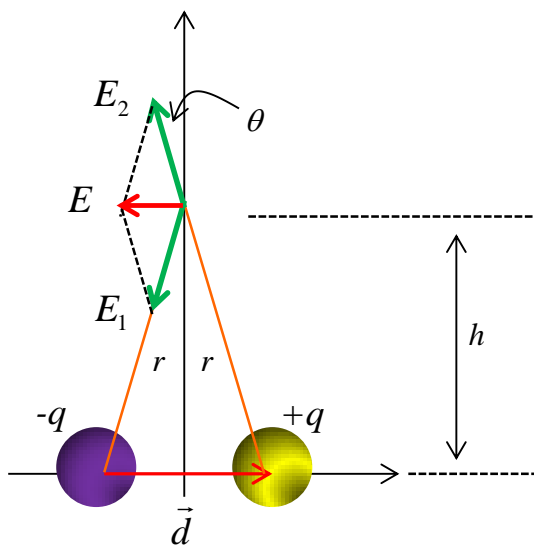
Berapa nilai gaya tersebut? Untuk momen dipole yang dihasilkan oleh pergeseran muatan dalam atom atau ion, nilai muatan kira-kira dalam orde muaatan electron dan jarak antar muatan kira-kira sama dengan diameter atom, yaitu sekitar 1 angstrom. Jadi, besarnya gaya tarik dalam orde

$$F = (9\times 10^9)\frac{(1{,}6\times 10^{-19})^2}{(1\times 10^{-10})^2}$$

$= 2{,}3 \times 10^{-8}$ N

Dalam material, momen dipole umumnya tercipta karena pergeseran sedikit muatan positif dan negative. Mula-mula titik pusat muatan positif dan negative berada pada lokasi yang sama sehingga dipol total nol. Namun, jika terjadi sedikit pergeseran muatan positif terhadap muatan negative maka titik pusat muatan menjadi tidak berimpit. Muncul vector posisi relative pusat dua muatan tersebut sehingga muncul momen dipol. Salah satu cara untuk menghasilkan pergeseran muatan tersebut adalah memberikan medan listrik yang cukup besar. Muatan positif akan ditarik ke arah medan dan muatan negative akan ditarik berlawanan dengan arah medan. Walaupun ikatan antar dua muatan sangat kuat, namun jika medan yang diterapkan sangat besar maka pergeseran relative dua muatan dapat terjadi. Mekanisme ini diilustrasikan pada **Gambar 1.28**.

Jarak antar muatan pada momen dipole umumnya sangat kecil dan biasanya dalam orde ukuran atom. Sehingga kalau diukur dari jauh maka momen dipole masih terdeteksi netral. Namun kalau diukur dari jarak yang sanfat dekat, yaitu pada jarak sekitar orde ukuran atom maka momen dipol terdeteksi sebagai dua muatan terpisah. Oleh karena itu satu momen dipol mempunyai efek secara mikroskopik dan tidak menghasilkan efek makroskopik. Momen dipol akan menghasilkan efek makroskopik jika jumlahnya sangat banyak, misalnya dalam orde bilangan Avogandro. Efek yang ditimbulkan momen dipol secara maksiskopik diamati sebagai sifar dielektron bahan. Sifat dielektrik tersebut menghasilkan sifat kapasitif, pembiasan cahaya, pandu gelombang (waveguide), dan lain-lain.

Gambar 1.28 Pergeseran muatan positif dan negative akibat pemberian medan liatrik luar yang cukop besar. Pergeseran tersebut menyebabkan munculnya momen dipol.

Selanjutnya mari kita menghitung kuat medan listrik yang dihasilkan oleh momen dipole. Untuk mudahnya, kita hanya menghitung kuat medan sepanjang gasris yang tegak lurus sumbu momen dipol seperti diilustrasikan pada **Gambar 1.29**.

Gambar 1.29 Menentukan medan listrik yang dihasilkan momen dipol.

Medan di sumbu merupakan julah medan yang dihasilkan muatan positif dan muatan negative. Besar medan yang dihasilkan muatan negatif adalah

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{h^2 + (d/2)^2}$$ (arah ke muatan)

Besar medan yang dihasilkan muatan positif adalah

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{h^2 + (d/2)^2}$$ (menjauhi muatan)

Medan resultan yang dihasilkan dua muatan tersebut hanya memiliki komponen arah horizontal. Komponen arah vertikal saling meniadakan. Jadi, medan total di titik yang ditinjau adalah

$$E = E_1 \sin\theta + E_2 \sin\theta$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{2q}{h^2 + (d/2)^2}\sin\theta \tag{1.25}$$

Dengan mengacu pada Gambar 1.29 kita dapatkan

$$\sin\theta = \frac{d/2}{r} = \frac{d/2}{\sqrt{h^2 + (d/2)^2}}$$

Substitusi persamaan ini ke dalam persamaan (1.25) maka diperoleh medan listrik yang dihasilkan oleh momen dipol adalah

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{2q}{h^2 + (d/2)^2}\frac{d/2}{\sqrt{h^2 + (d/2)^2}}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{qd}{\left[h^2 + (d/2)^2\right]^{3/2}} \tag{1.26}$$

Kita telah mendefinisikan momen dipol $p = qd$ sehingga persamaan (1.26) dapat ditulis sebagai

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{p}{\left[h^2 + (d/2)^2\right]^{3/2}} \tag{1.27}$$

Tampak bahwa kuat medan listrik bergantung pada jarak antara dua

muatan maupun jari dari pusat dipol.

Apa yang akan dideteksi jika titik pengamatan sangat jauh dari pusat dipol? Jika jarak titik pengamatan (*h*) sangat besar dibandingkan dengan jarak antara dua muatan, atau $d << h$, maka kita dapat melakukan aproksimasi $h^2 + (d/2)^2 \approx h^2$. Dengan demikian,

$$E \approx \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{p}{\left[h^2\right]^{3/2}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{p}{h^3}$$

Tampak bahwa medan listrik berbanding terbalik dengan pangkat tiga jarak dari momen dipole. Kita sudah pelajari bahwa untuk muatan titik, kuat medan listrik berbanding terbalik dengan pangkat dua jarak. Dengan demikian medan listrik yang dihasilkan dipole berkurang lebih cepat daripada yang dihasilkan oleh muatan titik.

Berikutnya, mari kita coba hitung gaya coulomb antar dua momen dipol. Untuk penyederhanaan kita asumsikan bahwa dua momen dipole berada pada satu garis yang melewati tengah-tengah momen dipol dan salah satu momen dipole dalam posisi tegak lurus garis hubung dua momen dipol. Kita akan tinjau dua kasus, yaitu momen dipol kedua sejajar dan tegak lurus momen dipol pertama seperti diilustrasikan pada **Gambar 1.30**.

Medan listrik yang dihasilkan momen dipol bawah pada muatan-muatan di momen dipol atas adalah

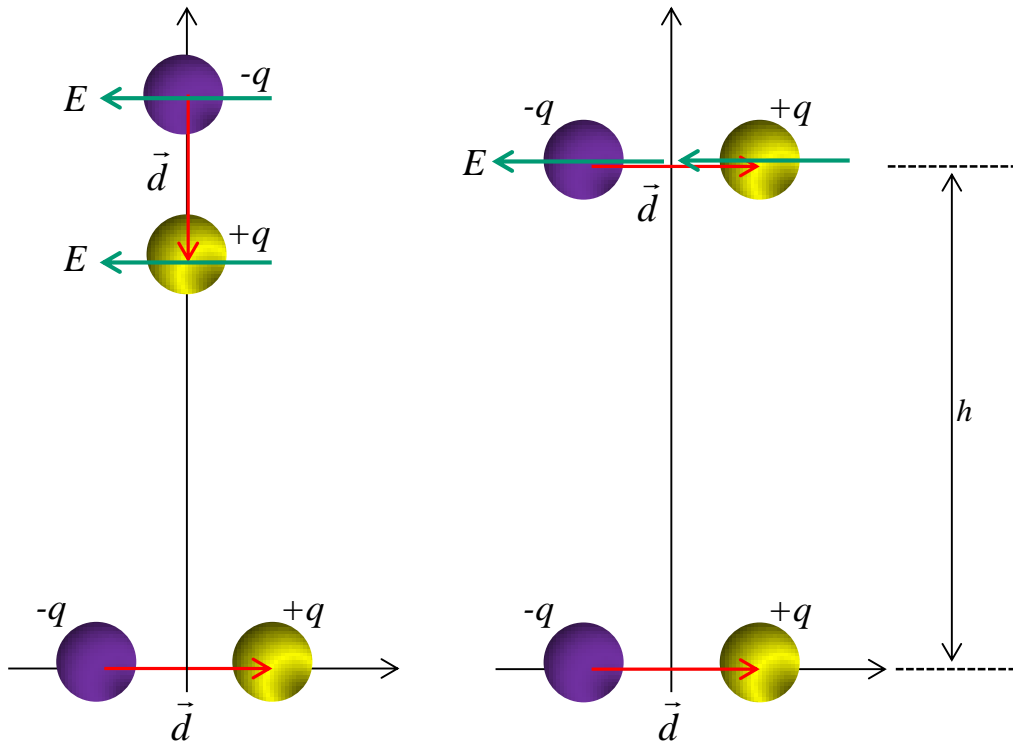
$$E_{bawah} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{p}{\left[(h-d/2)^2 + (d/2)^2\right]^{3/2}}$$

$$E_{atas} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{p}{\left[(h+d/2)^2 + (d/2)^2\right]^{3/2}}$$

Dengan demikian, gaya total yang dialami momen dipol atas akibat pengaruh momen dipol bawah menjadi

$$F = qE_{bawah} - qE_{atas}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{qp}{\left[(h-d/2)^2 + (d/2)^2\right]^{3/2}} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{qp}{\left[(h+d/2)^2 + (d/2)^2\right]^{3/2}}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{qp}{\left[h^2 - hd + 2(d/2)^2\right]^{3/2}} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{qp}{\left[h^2 + hd + 2(d/2)^2\right]^{3/2}} \tag{1.28}$$

Gambar 1.30 Menentukan gaya tarik antar dua momen dipol. (kiri) dua momen dipol dalam posisi tegak lurus dan (kanan) dua momen dipol dalam posisi sejajar.

Kita asumsikan bahwa h >> d sehingga $h^2 + hd + 2(d/2)^2 \approx h^2 + hd$ dan $h^2 - hd + 2(d/2)^2 \approx h^2 - hd$. Dengan demikian, persamaan (1.28) dapat diaprokasimasi sebagai

$$F \approx \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{qp}{\left[h^2 - hd\right]^{3/2}} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{qp}{\left[h^2 + hd\right]^{3/2}}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{qp}{h^3} \left\{ \frac{1}{\left[1 - d/h\right]^{3/2}} - \frac{1}{\left[1 + d/h\right]^{3/2}} \right\}$$

Karena $d << h$ maka $d/h << 1$ sehingga kita dapat menggunakan pendekatan binomial sebagai berikut $1/(1-d/h)^{3/2} \approx 1 + (3/2)(d/h)$ dan

$1/(1+d/h)^{3/2} \approx 1-(3/2)(d/h)$. Dengan demikian kita dapat melakukan aproksimasi lebih lanjut

$$F \approx \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{qp}{h^3}\left\{\left(1+\frac{3}{2}\frac{d}{h}\right)-\left(1-\frac{3}{2}\frac{d}{h}\right)\right\}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{3dqp}{h^4} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{3p^2}{h^4} \quad (1.29)$$

di mana kita telah melakukan penggantian $p = qd$. Jelas di sini bahwa gaya antar dua momen dipol berbanding terbalik dengan pangkat empat jarak.

Jika momen dipol atas berada dalam posisi sejajar momen dipol bawah maka dua muatan mendapat medan listrik yang sama besar dan arah sama. Tetapi karena dua muatan memiliki tanda yang berlawanan maka dua muatan mendapat gaya yang sama besar tetapi berlawanan arah. Dengan demikian gaya total pada momen dipol atas mejadi nol.

1.6 Perhitungan Medan Dengan Metode Integral

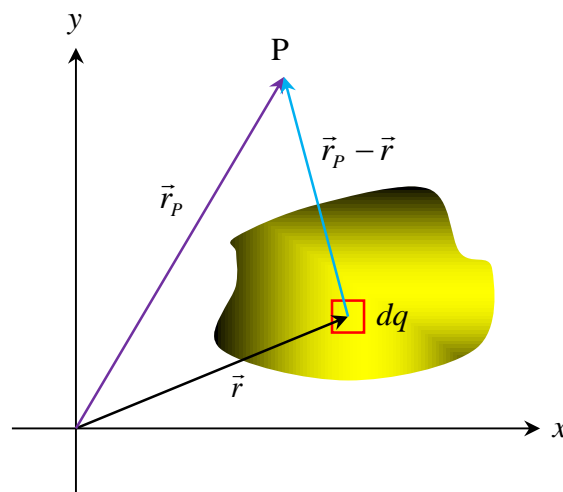
Mari kita perluas cara perhitungan kuat medan listrik dengan menggunakan metode integral. Metode integral digunakan jika sumber muatan bukan merupakan benda titik, tetapi merupakan benda besar. Perlu diingat bahwa integral sebenarnya adalah penjumlahan setelah mebagi benda atas elemen-elemen kecil yang jumlahnya tak berhingga. Setelah dilakukan pembagian tersebut maka tiap elemen dapat dipandang sebagai titik. Sebagai ilustrasi, perhatikan **Gambar 1.31**.

Kita ingin mencari kuat medan listrik pada titik sembarang P. Kita lihat suatu elemen kecil benda yang mengandung muatan dq. Misalkan vektor posisi elemen tersebut terhadap pusat koordinat adalah $\vec{r}$ dan vektor posisi titik pengamatan terhadap pusat koordinat adalah $\vec{r}_P$. Posisi relatif titik pengamatan terhadap elemen muatan adalah $\vec{r}_P - \vec{r}$ dan jarak titik pengamatan ke elemen muatan adalah $|\vec{r}_P - \vec{r}|$. Dengan menggunakan persamaan (1.8) maka kita dapat menulis medan listrik di titik P yang dihasilkan oleh elemen muatan dq adalah

$$d\vec{E}_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{dq}{|\vec{r}_P - \vec{r}|^3}(\vec{r}_P - \vec{r}) \quad (1.30)$$

Kuat medan total di titik P yang diakibatkan oleh seluruh muatan pada benda menjadi

$$\vec{E}_P = \int d\vec{E}_P$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \int \frac{dq}{|\vec{r}_P - \vec{r}|^3} (\vec{r}_P - \vec{r}) \qquad (1.31)$$

Gambar 1.31 Kuat medan listrik yang dihasilkan benda kontinu sembarang. Benda besar dibagi atas elemen-elemen kecil. Karena kecil sekali maka elemen-elemen tersebut dapat dipandang sebagai titik-titik.

Persamaan (1.31) merupakan bentuk umum dari persamaan untuk mencri kuat medan listrik yang dihasilkan oleh muatan yang terdistribusi kontinu. Berdasarkan jenis distribusi muatan, kita menemui tiga macam yaitu distribusi muatan, yaitu satu dimensi, distribusi muatan dua dimensi, dan ditribusi muatan tiga dimensi.

i. Untuk distribusi muatan satu dimensi, misalnya muatan pada kawat maka $dq = \lambda dx$ dengan λ adalah rapat muatan per satuan panjang dan dx adalah elemen panjang kawat.
ii. Untuk distribusi muatan dua dimensi, misalnya muatan pada pelat maka $dq = \sigma dS$ dengan σ adalah rapat muatan per satuan luas permukaan dan dS adalah elemen luas permukaan.
iii. Untuk distribusi muatan tiga dimensi maka $dq = \rho dV$ dengan ρ adalah rapat muatan per satuan volum dan dV adalah elemen volum

benda.

Untuk lebih memahami aplikasi metode integral ini mari kita tinjau beberapa contoh berikut ini.

1.6.1 Medan listrik yang dihasilkan kawat lurus tak berhingga

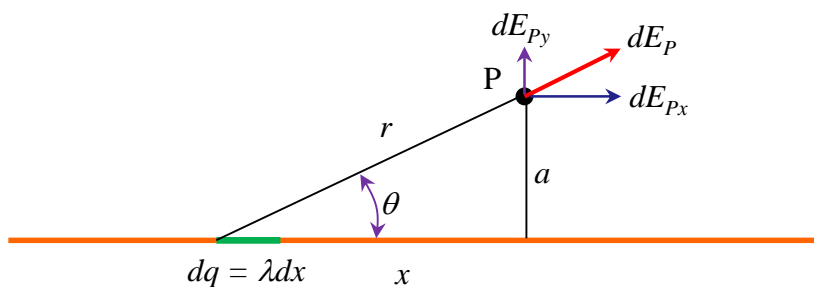
Sebagai contoh aplikasi persamaan (1.31) mari kita mencari kuat medan listrik pada posisi yang berjarak a dari kawat lurus tak berhingga seperti diilustrasikan pada **Gambar 1.31**.

Sebelum melakukan integral, kita harus menyederhanakan dulu ruas kanan persamaan (1.**). Tinjau elemen kawat sepanjang dx yang memuat muatan sebesar $dq = \lambda dx$. Medan listrik yang dihasilkan elemen ini di titik pengamatan adalah

$$d\vec{E}_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\lambda dx}{|\vec{r}_P - \vec{r}|^3}(\vec{r}_P - \vec{r})$$

Apabila kita hitung besarnya saja maka besar medan listrik tersebut adalah

$$dE_P = |d\vec{E}| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\lambda dx}{|\vec{r}_P - \vec{r}|^3}|\vec{r}_P - \vec{r}|$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\lambda dx}{|\vec{r}_P - \vec{r}|^2}$$

Gambar 1.31 Menentukan kuat medan listrik yang dihasilkan oleh elemen kawat lurus panjang

Berdasarkan **Gambar 1.31** jarak antara titik pengamatan dan

elemen muatan adalah $|\vec{r}_P - \vec{r}| = r$. Dengan demikian

$$dE_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\lambda dx}{r^2}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\lambda dx}{(a^2 + x^2)}$$

Medan dE_P dapat diuraikan atas dua komponen, yaitu yang sejajar dengan kawat dE_{Px} dan yang tegak lurus kawat dE_{Py}. Besar komponen-komponen tersebut adalah

$$dE_{Px} = dE_P \cos\theta$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\lambda dx}{(a^2 + x^2)}\frac{x}{r}$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_o}\frac{xdx}{(a^2 + x^2)^{3/2}}$$

dan

$$dE_{Py} = dE_P \sin\theta$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\lambda dx}{(a^2 + x^2)}\frac{a}{r}$$

$$= \frac{\lambda a}{4\pi\varepsilon_o}\frac{dx}{(a^2 + x^2)^{3/2}}$$

Setiap elemen dx akan memiliki elemen pasangan yang berseberangan dari lokasi titik pengamatan yang memiliki komponen medan arah horisontal yang sama besar tetapi berlawanan arah. Kedua komponen tersebut saling meniadakan. Akibatnya, hanya komponen arah vertikal yang memberi kontribusi pada medan listrik total. Dengan demikian, kuat medan listruk total di titik P adalah integral dari komponen medan arah vertikal.

Selanjutnya kita menentukan batas-batas integral. Karena kawat

panjang tak berhingga, maka batas-batas integral adalah $x = -\infty$ sampai $x = +\infty$. Dengan demikian, medan listrik total yang dihasilkan kawat adalah

$$E_P = \int_{-\infty}^{+\infty} dE_{Py}$$

$$= \frac{\lambda a}{4\pi\varepsilon_o} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(a^2 + x^2)^{3/2}}$$

Untuk menyelesaikan integral di atas, kita gunakan Integral Calculator pada Wolfram alpha. Hasil yang diperoleh adalah

$$E_P = \frac{\lambda a}{4\pi\varepsilon_o} \left[\frac{x}{a^2\sqrt{a^2 + x^2}} \right]_{-\infty}^{+\infty}$$

$$= \frac{\lambda a}{4\pi\varepsilon_o} \left[\frac{1}{a^2} - \left(-\frac{1}{a^2} \right) \right]$$

$$= \frac{\lambda a}{4\pi\varepsilon_o} \times \frac{2}{a^2}$$

$$= \frac{1}{2\pi\varepsilon_o} \frac{\lambda}{a} \qquad (1.32)$$

Jadi, kuat medan listrik yang dihasilkan kawat lurus tak berhingga dan mengandung muatan dengan kerapatan konstan berbanding terbalik dengan jarak dari kawat.

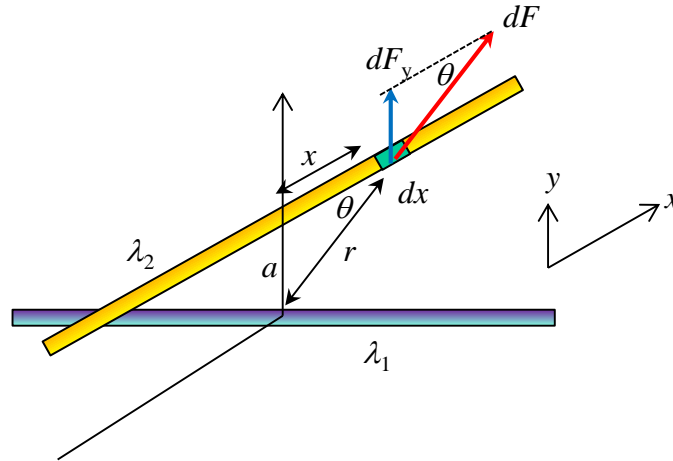
Contoh 1.5

Dua buah kawat lurus dipasang dalam posisi tegak lurus dengan jarak pisah *a*. Rapat muatan per satuan panjang kawat tersebut adalah λ_1 dan λ_2. Hitung gaya coulomb antara dua kawat tersebut?

Jawab

Contoh di atas diilustrasi pada **Gambar 1.32**. Perhatikan elemen sepanjang *dx* pada kawat kedua (kawat atas). Jarak elemen tersebut dari sumbu tegak adalah x sehingga jaraknya dari kawat pertama (kawat bawah)

adalah $r = \sqrt{a^2 + x^2}$. Dengan demikian, kuat medan pada elemen tersebut akibat muatan pada kawat bawah adalah

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda_1}{r}$$

Gambar 1.32 Gambar untuk Contoh 1.4.

Besar muatan pada elemen *dx* adalah $\lambda_2 dx$ sehingga gaya listik yang dialami elemen dx adalah

$$dF = E(\lambda_2 dx)$$

$$= \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda_1\lambda_2}{\sqrt{a^2+x^2}}dx$$

Arah *dF* tampak pada **Gambar 1.32**. Namun yang memberi kontribusi total hanya komponen arah tegak lurus kawat, yaitu $dF_y = dF\sin\theta$. Dari **Gambar 1.32** juga tampak bahwa $\sin\theta = a/r$ = $a/\sqrt{a^2+x^2}$. Dengan demikian

$$dF_y = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda_1\lambda_2}{\sqrt{a^2+x^2}}dx \times \frac{a}{\sqrt{a^2+x^2}}$$

$$= \frac{a\lambda_1\lambda_2}{2\pi\varepsilon_0} \frac{dx}{a^2 + x^2}$$

Akhirnya kita dapatkan gaya total yang dialami kawat adalah

$$F = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{a\lambda_1\lambda_2}{2\pi\varepsilon_0} \frac{dx}{a^2 + x^2}$$

$$= \frac{a\lambda_1\lambda_2}{2\pi\varepsilon_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{a^2 + x^2}$$

$$= \frac{a\lambda_1\lambda_2}{2\pi\varepsilon_0} \times 2 \int_{0}^{+\infty} \frac{dx}{a^2 + x^2}$$

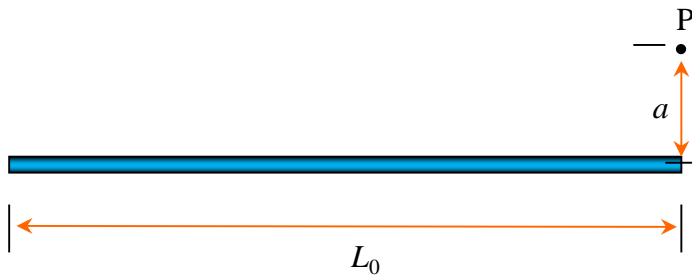
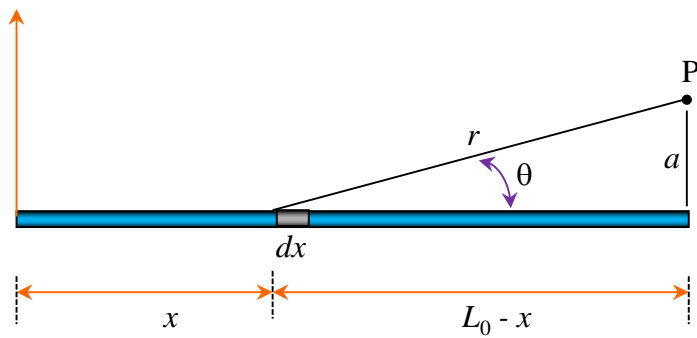
Selanjutnya kita gunakan Integral Calculator pada Wolfram alpha dan diperoleh

$$F = \frac{a\lambda_1\lambda_2}{\pi\varepsilon_0} \left[-\frac{1}{\sqrt{a^2 + x^2}} \right]_0^{\infty}$$

$$= \frac{\lambda_1\lambda_2}{\pi\varepsilon_0}$$

Tampak di sini bahwa gaya antar dua muatan tidak bergantung pada jarak antar dua kawat, tetapi hanya bergantung pada kerapatan muatan pada masing-masing kawat.

1.6.2 Medan listrik oleh kawat lurus berhingga

Sekarang kita akan membahas kasus yang sedikit rumit, yaitu menentukan medan listrik yang dihasilkan oleh muatan listrik pada kawat lurus yang panjangnya berhingga. Misalkan kita memiliki kawat yang panjangnya L_0. Kita akan menentukan kuat medan listrik pada titik yang berjarak a dari kawat dan dan sejajar dengan salah satu ujung kawat. Lihat **Gambar 1.33**.

Gambar 1.33 Menentukan medan listrik oleh muatan pada kawat lurus yang panjangnya berhingga

Gambar 1.34 Variabel-variabel yang digunakan dalam menghitung medan listrik yang dihasilkan oleh kawat lurus yang panjangnya berhingga.

Untuk menentukan kuat medan listrik di titik pengamatan, kita tentukan variabel-variabel seperti pada **Gambar 1.34**. Serupa dengan pembahasan untuk kawat yang panjangnya tak berhingga, besar medan listrik yang dihasilkan elemen kawat dx adalah

$$dE_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\lambda dx}{r^2}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\lambda dx}{[a^2 + (L_0 - x)^2]}$$

Komponen medan dalam arah x dan y masing-masing

$$dE_{Px} = dE_P \cos\theta$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_o} \frac{dx}{[a^2 + (L_0 - x)^2]} \times \frac{(L_0 - x)}{\sqrt{a^2 + (L_0 - x)^2}}$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_o} \frac{(L_0 - x)dx}{[a^2 + (L_0 - x)^2]^{3/2}}$$

$$dE_{Py} = dE_P \sin\theta$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_o} \frac{dx}{[a^2 + (L_0 - x)^2]} \times \frac{a}{\sqrt{a^2 + (L_0 - x)^2}}$$

$$= \frac{\lambda a}{4\pi\varepsilon_o} \frac{dx}{[a^2 + (L_0 - x)^2]^{3/2}}$$

Perlu diperhatikan bahwa untuk kasus ini, komponen medan arah horizontal tidak saling menghilangkan. Komponen horizontal dan vertical sama-sama memberi kontribusi pada medan total. Tampak dari **Gambar 1.34** bahwa batas integral asalah x = 0 sampai $x = L_0$. Dengan demikian, komponen medan total dalam arah x adalah

$$E_{Px} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_o} \int_0^{L_0} \frac{(L_0 - x)dx}{[a^2 + (L_0 - x)^2]^{3/2}}$$

Dengan menggunakan integral calculator pada Wolfram alpha maka kita dapatkan

$$E_{Px} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_o} \left[\frac{1}{\sqrt{a^2 + (L_0 - x)^2}} \right]_0^{L_0}$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_o} \left[\frac{1}{a} - \frac{1}{\sqrt{a^2 + L_0^2}} \right]$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_o a} \left[1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + L_0^2}} \right] \qquad (1.33)$$

Dengan cara yang serupa maka kita dapaykan komponen medan dalam arah y adalah

$$E_{Py} = \frac{\lambda a}{4\pi\varepsilon_o} \int_0^{L_0} \frac{dx}{[a^2 + (L_0 - x)^2]^{3/2}}$$

Kembali gunakan integral calculator pada Wolfram alpha sehingga diperoleh

$$E_{Py} = \frac{\lambda a}{4\pi\varepsilon_o} \left[-\frac{L_0 - x}{a^2 \sqrt{a^2 + (L_0 - x)^2}} \right]_0^{L_0}$$

$$= \frac{\lambda a}{4\pi\varepsilon_o} \left[\frac{L_0}{a^2 \sqrt{a^2 + L_0^2}} \right]$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_o a} \left[\frac{L_0}{\sqrt{a^2 + L_0^2}} \right] \qquad (1.34)$$

Tampak dari persamaan (1.33) dan (1.34) bahwa kuat medan listrik bergantung pada jarak dari kawat serta panjang kawat.

Jika panjang kawat di satu sisi sangat besar, atau $L_o \to \infty$ maka $a^2 + L_o^2 \approx L_o^2$ dan $a / \sqrt{a^2 + L_0^2} \approx 0$. Dengan demikian

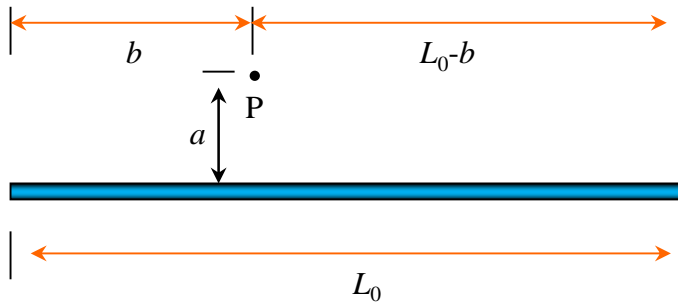
$$E_{Px} \approx \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{\lambda}{a} [1 - 0]$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{\lambda}{a}$$

$$E_{Py} \approx \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{\lambda}{a} \frac{L_o}{\sqrt{L_o^2}}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{\lambda}{a}$$

Selanjutnya kita bahas kasus yang lebih umum lagi di mana titik pengamatan berada di antara dua ujung kawat. Misalkan titik tersebut

berjarak a dari kawat dan berjarak b dari salah satu ujung kawat. Kasus ini sebenarnya tidak terlalu sulit. Kita dapat memandang bahwa medan tersebut dihasilkan oleh dua potong kawat yang panjangnya b dan panjangnya $L_0 - b$ di mana titik pengamatan berada di ujung masing-masing potongan kawat tersebut seperti diilustrasikan pada **Gambar 1.35**. Kuat medan arah tegak lurus yang dihasilkan dua kawat saling mnguatkan sedangkan kuat medan arah horizontal saling melemahkan.

Gambar 1.35 Kuat medan listrik pada posisi sembarang di sekitar kawat lurus berhingga.

Komponen-komponen medan yang dihasilkan kawat sepanjang b adalah

$$E_{Px1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{\lambda}{a} \left[1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right]$$

$$E_{Py1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{\lambda}{a} \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Komponen-komponen medan yang dihasilkan kawat sepanjang L-b adalah

$$E_{Px2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{\lambda}{a} \left[1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + (L_o - b)^2}} \right]$$

$$E_{Py2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{\lambda}{a} \frac{L_o - b}{\sqrt{a^2 + (L_o - b)^2}}$$

Komponen medan vertical total menjadi (saling menguatkan)

$$E_{Py} = E_{Py1} + E_{Py2}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\lambda}{a}\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\lambda}{a}\frac{L_o - b}{\sqrt{a^2+(L_o-b)^2}} \quad (1.35)$$

Komponen medan horisontal total menjadi (saling melemahkan)

$$E_{Px} = E_{Px1} - E_{Px2}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\lambda}{a}\left[1 - \frac{a}{\sqrt{a^2+(L_o-b)^2}}\right] - \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\lambda}{a}\left[1 - \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\right]$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\lambda}{a}\left[\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} - \frac{a}{\sqrt{a^2+(L_o-b)^2}}\right]$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_o}\left[\frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}} - \frac{1}{\sqrt{a^2+(L_o-b)^2}}\right] \quad (1.36)$$

Kasus khusus untuk lokasi di tengah-tengah kawat di mana $b = L_0/2$ sehingga

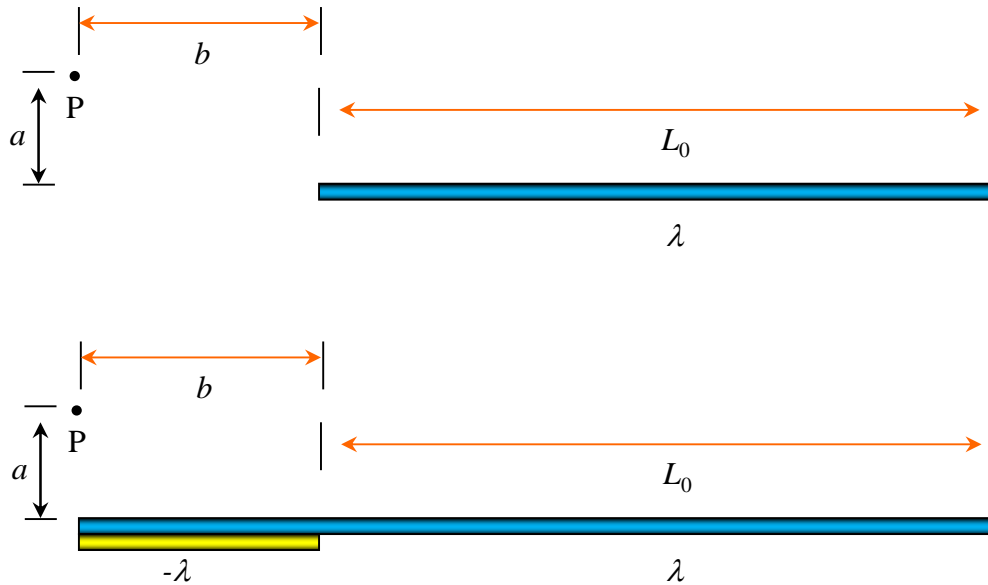
$$E_{Py} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\lambda}{a}\frac{L_0/2}{\sqrt{a^2+(L_0/2)^2}} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\lambda}{a}\frac{L_o - L_0/2}{\sqrt{a^2+(L_o-L_0/2)^2}}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\lambda}{a}\frac{L_0}{\sqrt{a^2+(L_0/2)^2}}$$

$$E_{Px} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_o}\left[\frac{1}{\sqrt{a^2+(L_0/2)^2}} - \frac{1}{\sqrt{a^2+(L_o-L_0/2)^2}}\right]$$

$$= 0$$

Selanjutnya kita mencari kuat medan listrik pada titik yang berada

di luar areal kawat, misalnya pada jarak b di sebelah kiri kawat seperti diilustrasikan pada **Gambar 1.36**. Bagaimana memecahkan masalah ini? Kita pakai trik sederhana. Masalah ini dapat dipandang sebagai dua potong kawat berimpit. Satu potong kawat panjangnya $L_o + b$ dan memiliki rapat muatan λ dan potong kawat lain panjangnya b dan memiliki rapat muatan -λ. Ujung kiri dua potongan kawat diimpitkan.

Gambar 1.36 Menentukan kuat medan listrik pada posisi sembarang di luar kawat lurus berhingga. Gambar atas adalah kondidi riil. Kita dapat memandang system terdiri dari dua kawat dengan panjang L_0+b yang memiliki kerapatan muatan λ dan kawat sepanjang b dengan kerapatan muatan -λ yang diimpitkan di sisi kirinya seperti diilustrasikan pada gambar bawah.

Kuat medan listrik yang dihasilkan potongan kawat panjang adalah

$$E_{Px1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\lambda}{a}\left[1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + (L_o + b)^2}}\right]$$

$$E_{Py1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\lambda}{a}\frac{L_o + b}{\sqrt{a^2 + (L_o + b)^2}}$$

Kuat medan listrik yang dihasilkan potongan kawat pendek adalah

$$E_{Px2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\lambda}{a}\left[1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right]$$

$$E_{Py2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\lambda}{a}\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Medan listrik arah vertical maupun horizontal total merupakan selisih komponen medan listrik yang dihasilkan masing-masing kawat karena tanda muatan berlawanan. Jadi komponen medan arah horizontal adalah

$$E_{Px} = E_{Px1} - E_{Px2}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\lambda}{a}\left[1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + (L_o + b)^2}}\right] - \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\lambda}{a}\left[1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right]$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\lambda}{a}\left[\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} - \frac{a}{\sqrt{a^2 + (L_o + b)^2}}\right]$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_o}\left[\frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}} - \frac{1}{\sqrt{a^2 + (L_o + b)^2}}\right] \qquad (1.37)$$

Komponen medan arah vertikal adalah

$$E_{Py} = E_{Py1} - E_{Py2}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\lambda}{a}\frac{L_o + b}{\sqrt{a^2 + (L_o + b)^2}} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\lambda}{a}\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\lambda}{a}\left(\frac{L_o + b}{\sqrt{a^2 + (L_o + b)^2}} - \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right) \qquad (1.38)$$

Untuk kasus ketika $a \to 0$ maka

$$E_{Px} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_o}\left[\frac{1}{\sqrt{0^2 + b^2}} - \frac{1}{\sqrt{0^2 + (L_o + b)^2}}\right]$$

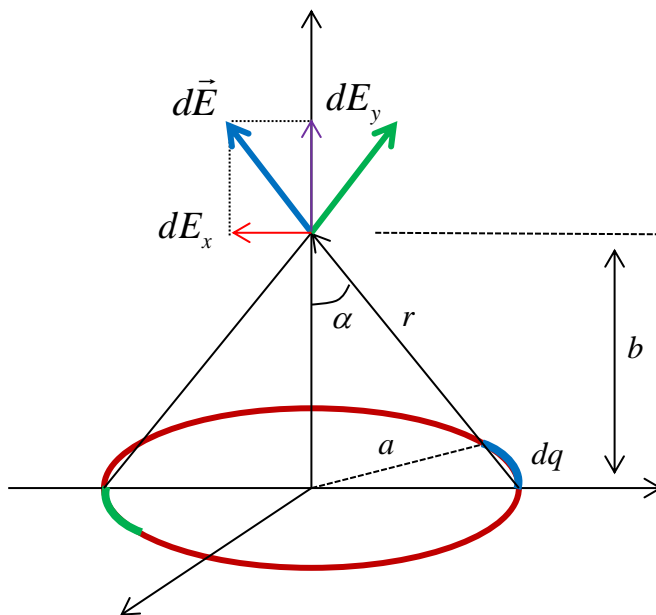
$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_o}\left[\frac{1}{b} - \frac{1}{L_o + b}\right]$$

dan

$$E_{Py} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\lambda}{a}\left(\frac{L_o + b}{\sqrt{0^2 + (L_o + b)^2}} - \frac{b}{\sqrt{0^2 + b^2}}\right)$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\lambda}{a}\left(\frac{L_o + b}{L_o + b} - \frac{b}{b}\right) = 0$$

1.6.3 Medan Listik oleh Cincin

Cincin adalah bentuk geometri lain yang memungkinkan kita menentukan medan listrik dengan cukup mudah menggunakan hukum Coulomb. Lebih khusus lagi jika kita ingin menghitung kuat medan listrik sepanjang sumbu cincin seperti diilustrasikan pada **Gambar 1.37**.

Gambar 1.37 Medan listrik di sumbu cincin yang dihasilkan oleh elemen pada cincin

Misalkan sebuah cincin dengan jari-jari a mengandung muatan Q. Kita ingin menentukan kuat medan listrik sepanjang sumbu cincin pada jarak b dari pusat cincin. Berdasarkan **Gambar 1.37** besarnya medan listrik di titik P yang dihasilkan oleh elemen cincing sepanjang dL adalah

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{dq}{r^2}$$

Tampak juga dari **Gambar 1.37**, *dE* dapat diuraikan atas dua komponen yang saling tegak lurus, yaitu komponen tegak lurus (arah sumbu *x*) dan sejajar sumbu (arah sumbu *y*). Besarnya nilai komponen-komponen tersebut adalah

$$dE_x = dE\sin\alpha \qquad (1.38)$$

$$dE_y = dE\cos\alpha \qquad (1.39)$$

Tiap elemen kawat memiliki pasangan di seberangnya (lokasi diametrik) di mana komponen tegak lurus sumbu memiliki besar sama tetapi arah tepat berlawanan. Dengan demikian ke dua komponen tersebut saling meniadakan. Oleh karena itu, untuk menentukan kuat medan total kita cukup melakukan integral pada komponen yang sejajar sumbu saja. Besar medan total menjadi

$$E = \int dE_y$$

$$= \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{dq}{r^2}\cos\alpha \qquad (1.40)$$

Semua parameter dalam integral (1.56) konstan kecuali *dq*. Dengan demikian kita peroleh

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{1}{r^2}\cos\alpha\int dq$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{r^2}\cos\alpha$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{(a^2+b^2)}\cos\alpha \qquad (1.41)$$

Untuk kasus khusus **di titik pusat lingkaran**, kita dapatkan $\alpha = 90^o$

sehingga E = 0. Kasus khusus lainnya adalah jika jarak titik pengukuran medan sangat jauh dibandingkan dengan lingkaran. Pada jarak tersebut kita akan dapatkan dua aproksimasi. Aproksimasi pertama adalah $a << b$ sehingga $a^2+b^2 \approx b^2$. Aproksimasi kedua adalah $\alpha \approx 0^o$ sehingga cos $\alpha \approx 1$ dan kuat medan listrik menjadi

$$E \approx \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{b^2}$$

Bentuk ini sama dengan medan listrik yang dihasilkan muatan titik ypada lokasi yang berjaran b dari muatan tersebut. Dengan demikian, pada jarak yang sangat jauh maka cincin berperilaku sebagai sebuah muatan titik. Jelas, kalau kita mengamati benda yang tidak terlampau besar dari jarak yang sangat jauh maka benda tersebut tampak berukuran seperti titik.

Contoh 1.6

Kita memiliki dua cincin konsentris dengan jari-jari a_1 dan a_2. Masing-masing cincin memiliki muatan Q_1 dan Q_2. Berapa kuat medan listrik pada lokasi:

a) berjarak b dari pusat cincin sepanjang sumbu cincin

b) pada pusat cincin

Jawab

Persoalan tersebut diilustrasikan pada **Gambar 1.38**.

a) Pertama kita menghitung kuat medan listrik sepanjang sumbu cincing pada jarak b dari pusat kedua cincin. Kuat medan listrik yang dihasilkan cincin bermuatan Q_1 adalah

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q_1}{(a_1^2+b^2)}\cos\alpha_1$$

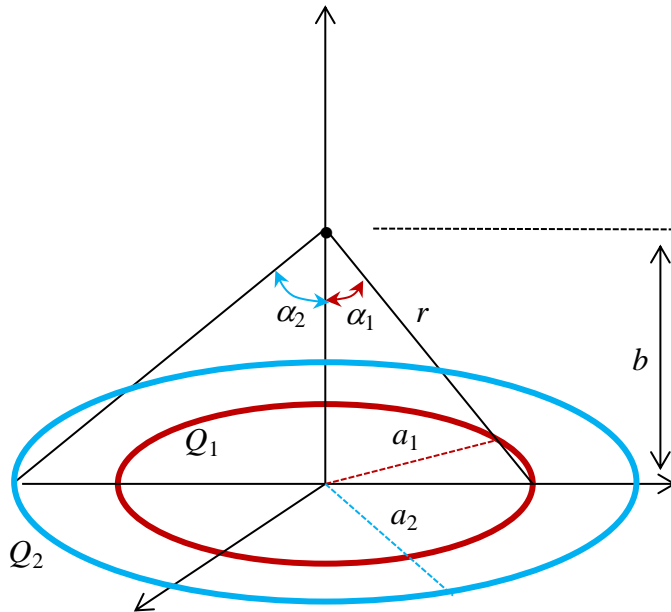
Kuat medan magnet yang dihasilkan oleh cincin bermuatan Q_2

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q_2}{(a_2^2+b^2)}\cos\alpha_2$$

Dengan demikian kuat medan magnet total

$$E = E_1 + E_2$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{Q_1}{(a_1^2 + b^2)} \cos\alpha_1 + \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{Q_2}{(a_2^2 + b^2)} \cos\alpha_2$$

Di pusat cincin terpenuhi $\alpha_1 = \alpha_2 = 90^o$ sehingga $E = 0$.

Gambar 1.38 Dua buah cincin konsentris yang bermuatan pada Contoh 1.5

1.6.4 Kuat medan listrik di sumbu cincin tidak penuh

Sekarang kita anggap cincin bukan lingkaran penuh, tetapi hanya berupa busur dengan sudut keliling θ. Kita ingin mencari berapa kuat medan di sepanjang sumbu cincin yang berjarak b dari pusat cincin. Pada kasus ini pun kita memiliki dua komponen medan, yaitu yang searah sumbu dan yang tegak lurus sumbu. Medan dalam arah tegak lurus sumbu tidak lagi saling meniadakan karena ada bagian cincin yang hilang. Dua komponen medan semuanya ada. Medan tersebut diperoleh dengan mengintegralkan komponen medan yang diberikan oleh persamaan (1.38) dan (1.39). Kuat medan total searah sumbu adalah

$$E_y = \int_0^\theta dE \cos\alpha$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \int_0^\theta \frac{dq}{r^2} \cos\alpha$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{\cos\alpha}{r^2} \int_0^\theta dq$$

Integral di ruas kanan persamaan di atas adalah muatan total pada busur cincin. Misalkan muatan per satuan panjang adalah λ. Panjang busur yang membentuk sudut θ adalah $a\theta$ di mana satuan sudut adalah radian. Dengan demikian kita dapatkan $\int_0^\theta dq = a\lambda\theta$ dan komponen medan arah sejajar sumbu menjadi

$$E_y = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{a\lambda\theta}{r^2} \cos\alpha$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{a\lambda\theta}{(a^2 + b^2)} \cos\alpha \quad (1.42)$$

Untuk menentukan kuat medan yang tegak lurus sumbu, ada dua kasus yang harus diperhatikan. Kasus pertama adalah jika panjang busur kurang dari setengah lingkaran. Dalam kasus ini, tiap elemen busur tidak memiliki pasangan diameteris yang menghasilkan komponen medan horisontal yang saling meniadakan. Semua elemen menguatkan medan total. Kuat medan total menjadi

$$E_x = \int_0^\theta dE \sin\alpha$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \int_0^\theta \frac{dq}{r^2} \sin\alpha$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{\sin\alpha}{r^2} \int_0^\theta dq$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{(a\lambda\theta)\sin\alpha}{r^2}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{a\lambda\theta}{(a^2+b^2)} \sin\alpha \qquad (1.43)$$

Jika panjang busur lebih dari setengah lingkaran, maka mulai ada pasangan diametris yang menghasilkan medan arah horisontal yang saling meniadakan. Lihat **Gambar 1.39**. Panjang busur membentuk sudut θ. Tampak dari **Gambar 1.39**, dari busur yang ada, sebagian elemen mempunyai pasangan diametris yang menghasilkan komponen medan arah horisontal yang sama besar tetapi berlawanan arah. Hanya bagian busur lingkaran sepanjang 2π - θ yang tidak memiliki pasangan diametri sehingga memberi kontribusi pada medan magnet total arah horisontal. Dengan demikian, medan magnetik total arah horisontal adalah

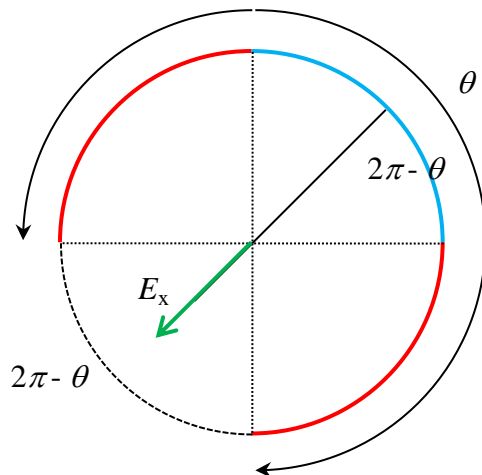
$$dE_x = \int dE \sin\alpha$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \int_0^{2\pi-\theta} \frac{dq}{r^2} \sin\alpha$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{\sin\alpha}{r^2} \int_0^{2\pi-\theta} dq$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{\sin\alpha}{r^2} \times [a\lambda(2\pi-\theta)]$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{a\lambda(2\pi-\theta)}{(a^2+b^2)} \sin\alpha \qquad (1.44)$$

Tampak dari persamaan (1.44), jika terbentuk lingkaran penuh maka $\theta = 2\pi$ dan medan total arah horisontal nol.

Gambar 1.39 Kuat medan listrik oleh busur cincin yang melebihi setengah lingkaran. Sebagian elemen mempunyai pasangan diameteris sehingga medan arah horizontal saling menidakan.

Pertanyaan selanjutnya adalah ke manakah arah medan yang dihasilkan? Jelas komponen sejajar sumbu meenjauhi cincin jika muatan cincin positif dan mengarah ke cincin jika muatan cincin negatif. Komponen yang tegak lurus sumbu mengambil arah berdasarkan ukuran cincin. Dengan mengacu pada Gambar 1.39 dan mempertimbangkan sifat simetri cincin maka arah komponen medan horisontal dari tengah-tengah busur cincin mengarah ke pusat cincin. Jadi, bagaimana menulis arah komponen medan horisontal sangat tergantung pada orientasi cincin.

Contoh 1.7

Dua buah setengah lingkaran diletakkan berdekatan dengan orientasi seperti pada **Gambar 1.40**. Rapat muatan masing-masing setengah lingkaran tersebut adalah λ_1 dan λ_2 dan jari-jari a_1 dan a_2. Kita ingin menentukan kuat medan pada jarak b dari pusat lingkaran.

Jawab

Pertama mari kita hitung kuat medan listrik arah y. Pada kedua kasus tersebut kita dapatkan $\theta = \pi$.

$$E_{1y} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{a_1\lambda_1\pi}{(a_1^2+b^2)}\cos\alpha_1$$

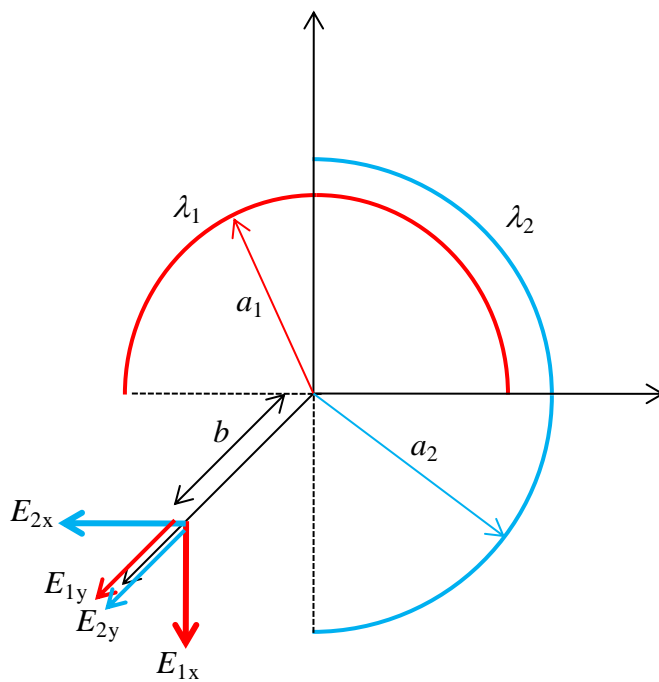
Jika kita mengacu ke **Gambar 1.40** maka jelas

$$\cos\alpha_1 = \frac{b}{\sqrt{a_1^2 + b^2}}$$

sehingga kuat medan arah y yang dihasilkan busur pertama adalah

$$E_{1y} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{8a_1\lambda_1\pi}{(a_1^2 + b^2)^{3/2}}$$

Dengan cara serupa maka kita dapatkan kuat medan arah y yang dihasilkan busur kedua adalah

$$E_{2y} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{8a_2\lambda_2\pi}{(a_2^2 + b^2)^{3/2}}$$

Gambar 1.40 Gambar untuk Contoh 1.7.

Karena $\theta = \pi$ maka kita bebas menggunakan persamaan (1.43) atau (1.44) untuk menentukan komponen x dari medan. Besar komponen gaya arah tegak lurus sumbu yang dihasilkan masing-masing kawat adalah

$$E_{1x} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{a_1\lambda_1\pi}{(a_1^2 + b^2)} \sin\alpha_1$$

Jika kita mengacu ke Gambar 1.40 maka jelas

$$\sin\alpha_1 = \frac{a_1}{\sqrt{a_1^2 + b^2}}$$

Sehingga kuat medan arah x yang dihasilkan busur pertama adalah

$$E_{1x} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{a_1^2\lambda_1\pi}{(a_1^2 + b^2)^{3/2}}$$

Dengan cara serupa maka kita dapatkan kuat medan arah x yang dihasilkan busur kedua adalah

$$E_{2x} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{a_2^2\lambda_2\pi}{(a_2^2 + b^2)^{3/2}}$$

Dengan memperhatikan **Gambar 1.40** maka dua komponen tersebut saling tegak lurus sehingga komponen total arah tegak lurus sumbu menjadi

$$E_x = \sqrt{E_{1x}^2 + E_{2x}^2}$$

$$= \frac{1}{4\varepsilon_o}\sqrt{\frac{a_1^2\lambda_1^2}{(a_1^2 + b^2)^3} + \frac{a_2^2\lambda_2^2}{(a_2^2 + b^2)^3}}$$

Medan total sejajar sumbu adalah

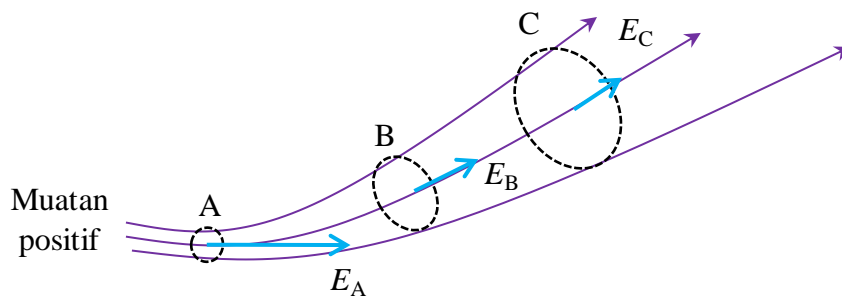
$$E_y = E_{1y} + E_{2y}$$

$$= \frac{2}{\varepsilon_o}\left[\frac{a_1\lambda_1}{(a_1^2 + b^2)^{3/2}} + \frac{a_2\lambda_2}{(a_2^2 + b^2)^{3/2}}\right]$$

1.7 Garis Gaya Listrik

Untuk menvisualisasikan medan listrik sehingga kita memiliki gambaran tentang besar maupun arahnya, maka didefinisikan garis gaya

listrik. Garis gaya listrik adalah garis khayal yang keluar dari muatan positif dan masuk ke muatan negatif. Setelah menggambarkan garis gaya listrik maka kita dapat mendefinisikan medan listrik sebagai berikut

i. Besarnya medan listrik sebanding dengan kerapatan garis gaya per satuan luas permukaan yang ditembus garis gaya
ii. Arah medan listrik di suatu titik sama sejajar dengan garis singgung garis gaya pada titik tersebut.

Gambar 1.41 Ilustrasi garis gaya listrik.

Berdasarkan **Gambar 1.41** maka kuat medan listrik di titik A lebih besar daripada kuat medan listrik di titik B dan kuat medan listrik di titik B lebih besar daripada kuat medan listrik di titik C. Jika kita memiliki luas permukaan tertentu dan ditembus oleh garis gaya dan karena kuat medan listrik sebanding dengan kerapatan garis gaya maka dapat pula kita katakan bahwa kuat medan listrik berbanding lurus dengan jumlah garis gaya yang menembus permukaan tersebut. Dan karena kuat medan listrik juga berbanding lurus dengan besar muatan. Jadi kita dapat simpulkan bahwa

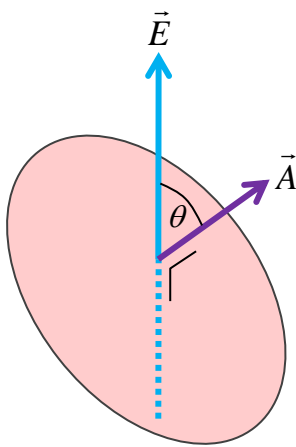
Jumlah garis gaya yang menembus suatu permukaan berbanding lurus dengan muatan.

1.8 Hukum Gauss

Di samping menerapkan langsung hokum Coulumb, terdapat cara lain untuk menghitung medan listrik. Salah satunya adalah hokum Gauss. Hukum Gauss merupakan metode yang sangat efektif untuk mencari kuat medan listrik di sekitar muatan kontinu pada benda yang memiliki simetri. Namun, perlu diingat bahwa hukum Gauss berlaku untuk semua jenis permukaan, baik simetri maupun tidak simetri. Namun, khusus untuk permukaan simetri maka penerapan hukum Gauss menghasilkan

persamaan medan listrik dalam bentuk yang mudah. Kita akan menerapkan hukum Gauss pada beberapa kasus. Namun, sebelum menerapkan hokum gauss mari kita pelajari dulu beberapa definisi yang akan kita gunakan.

1.8.1 Fluks Listrik

Fluks listrik didefinisikan sebagai perkalian skalar (perkalian titik) antara vector kuat medan listrik dengan vector luar permukaan yang ditembus oleh medan tersebut. **Gambar 1.42** memperlihatkan medan yang menembus suatu permukaan.

Gambar 1.42 Definisi fluks listrik

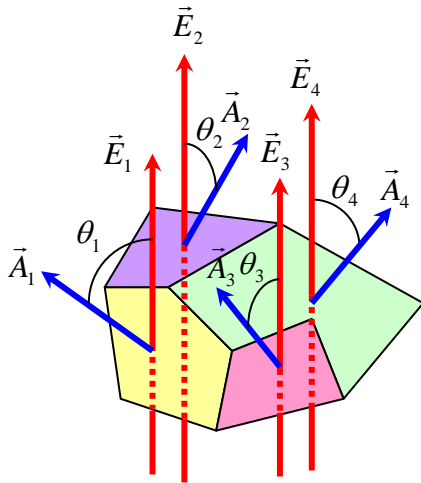
Pada **Gambar 1.42** medan listrik $\vec{E}$ menembus permukaan dengan vector luas permukaan $\vec{A}$. Perlu diingat bahwa arah vector luas permukaan tegak lurus dengan permukaan tersebut. Fluks listrik yang melewati permukaan memenuhi

$$\Phi = \vec{E} \bullet \vec{A} = EA\cos\theta \tag{1.45}$$

dengan

A adalah luas permukaan

θ sudut yang dibentuk oleh medan listrik dan vector luas permukaan.

Jika permukaan yang ditembus medan terdiri dari sejumlah segmen, maka fluks total sama dengan jumlah fluks pada masing-masing segmen. Contohnya, untuk **Gambar 1.43**, fluks total dapat ditulis sebegai

Gambar 1.43 Medan listrik menembus sejumlah segmen permukaan

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4$$

$$= \vec{E}_1 \bullet \vec{A}_1 + \vec{E}_2 \bullet \vec{A}_2 + \vec{E}_3 \bullet \vec{A}_3 + \vec{E}_4 \bullet \vec{A}_4$$

$$= E_1 A_1 \cos\theta_1 + E_2 A_2 \cos\theta_2 + E_3 A_3 \cos\theta_3 + E_4 A_4 \cos\theta_4$$

di mana E_i adalah medan yang memebus permukan A_i. Jika jumlah segmen permukaan ada N buah, maka fluks total yang melewati seluruh permukaan dapat ditulis sebagai

$$\Phi = \sum_{i=1}^{N} \vec{E}_i \bullet \vec{A}_i$$

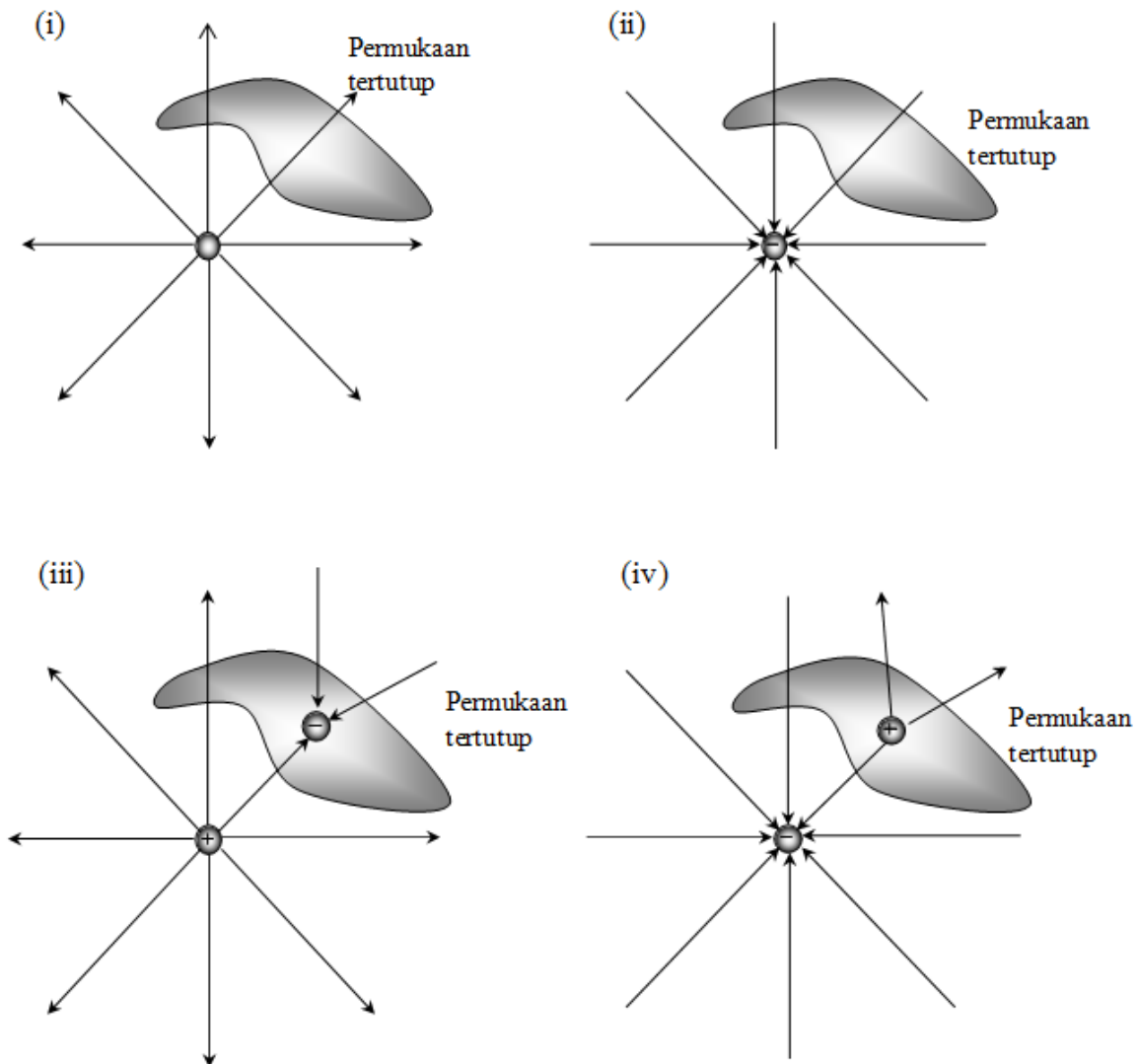
$$= \sum_{i=1}^{N} E_i A_i \cos\theta_i \qquad (1.46)$$

Dalam kasus umum di mana permukaan yang dikenai medan listrik adalah permukaan sembarang dan kuat serta arah medan listrik juga sembarang maka fluks yang melewati permukaan ditentukan dengan integral sebagai berikut

$$\Phi = \int E \cos\theta \, dA \qquad (1.47)$$

1.8.2 Fluks Pada Permukaan Tertutup

Fluks ada karena adanya garis gaya. Garis gaya keluar dari muatan

positif. Lokasi ujung dari garis gaya ada dua kemungkinan, yaitu pada jarak tak berhingga dari muatan positif atau pada muatan negative. **Gambar 1.44** adalah ilustrasi sifat garis gaya tersebut. Ketika bertemu muatan negatif, maka garis yang dihasilkan muatan positif berakhir di muatan negatif.

Gambar 1.44 (i) muatan positif berada di luar permukaan tertutup, (ii) muatan negatif berada di luar permukaan tertutup, (iii) muatan positif di luar permukaan tertutup dan muatan negatif di dalam permukaan tertutup, (iv) muatan negatif di luar permukaan tertutup dan muatan positif di dalam permukaan tertutup.

Sekarang kita analisis sejumlah sifat fluks listrik yang melewati permukaan tertutup.

i. Misalkan di sekitar sebuah muatan positif terdapat permukaan tertutup. Muatan tersebut berada di luar permukaan tertutup. Garis gaya yang dihasilkan oleh muatan tersebut yang masuk pada sisi depan permukaan

pasti keluar di sisi belakang permukaan. Karena tidak ada muatan negatif di dalam permukaan yang berperan sebagai titik akhir dari garis gaya maka garis gaya hanya berakhir di jarak tak berhingga. Pada sisi depan permukaan, sudut yang dibentuk garis gaya dengan vector luas lebih besar daripada 90^o sehingga fluks berharga negatif. Pada sisi belakang permukaan, sudut yang dibentuk garis gaya dengan vector luas lebih kecil daripada 90^o sehingga fluks berharga positif. Kedua fluks tersebut sama besar sehingga fluks total pada permukaan tertutup nol (sama besar tetapi berlawanan tanda).

ii. Jika muatan di luar pemukaan adalah muatan negatif maka garis gaya akan masuk menuju permukaan tersebut. Garis gaya yang masuk di sisi belakang permukaan akan keluar di sisi depan permukaan. Kedua fluks tersebut juga sama besar dan berlawanan tanda sehingga fluks total pada permukaan teetutup nol.

iii. Jika di luar permukaan ada muatan positif dan di dalam permukaan ada muatan negatif, maka ada sebagian garis gaya yang masuk di sisi depan permukaan tidak keluar di sisi belakang permukaan karena garis gaya tersebut berakhir di muatan negatif dalam permukaan. Akibatnya, fluks yang masuk permukaan tidak sama dengan fluks yang keluar permukaan. Justru, fluks yang masuk permukaan lebih besar daripada fluks yang keluar permukaan. Dengan demikian, fluks total untuk permukaan tertutup tersebut tidak nol.

iv. Jika di luar permukaan ada muatan negatif dan di dalam permukaan ada muatan positif, maka ada tambahan garis gaya yang keluar pada permukaan namun tidak berasal dari garis gaya yang masuk di sisi lain. Garis gaya tersebut dihasilkan oleh muatan positif dalam permukaan. Akibatnya, fluks yang keluar permukaan tidak sama dengan fluks yang masuk permukaan. Justru, fluks yang keluar permukaan lebih besar daripada fluks yang masuk permukaan. Dengan demikian, fluks total untuk permukaan teetutup tersebut tidak nol.

1.8.3 Hukum Gauss

Hukum Gauss adalah hukum yang menghubungkan fluks total pada permukaan tertutup dengan jumlah muatan yang dikandung oleh permukaan tersebut. Hukum tersebut dirumuskan sebagai berikut

Fluks total yang melewati permukaan tertutup sebanding dengan muatan total yang dilingkupi permukaan tertutup tersebut.

Secara matematis, hokum Gauss dapat ditulis sebagai

$$\sum_{permukaan-tertutup} \vec{E}_i \bullet \vec{A}_i = \frac{\sum_{permukaan-tertutup} q}{\varepsilon_o} \tag{1.48}$$

di mana

$\vec{E}_i$ adalah kuat medan pada segmen permukaan ke-i,

$\vec{A}_i$ adalah luas segmen permukaan ke-i,

$\sum_{permukaan-tertutup} q$ adalah jumlah muatan yang dilingkupi permukaan tertutup.

Untuk permukaan yang sembarang, hukum Gauss dapat diungkapkan dalam bentuk integral, yaitu

$$\oint \vec{E} \bullet d\vec{A} = \frac{\sum q}{\varepsilon_o} \tag{1.49}$$

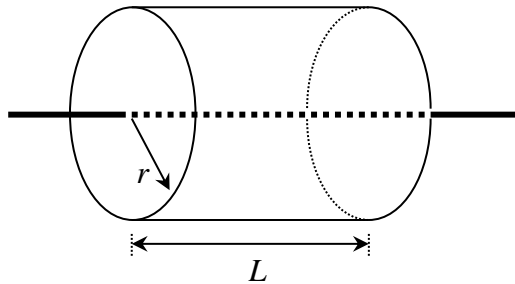
Simbol $\oint$ menyatakan bahwa integral dilakukan pada permukaan tertutup. Berikut ini kita akan mempelajari beberapa aplikasi hukum Gauss untuk menentukan kuat medan listrik yang dihasilkan oleh benda dengan simetri tertentu.

1.9 Contoh Aplikasi Hukum Gauss

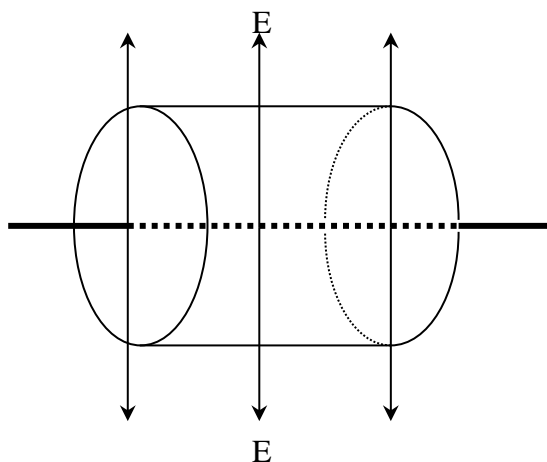
Berikutnya kita akan melihat sejumlah contoh aplikasi hokum Gauss untuk menentukan medan listrik yang dihasilkan benda bermuatan. Hukum Gauss efektir digunakan untuk menentukan medan listrik yang dihasilkan oleh benda dengans sebaran muatan bersigat simetri seperti simetri garis, simetri silinder, dan simetri bola.

1.9.1 Kawat Lurus Panjang

Sebuah kawat lurus panjang memiliki kerapatan muatan λ. Kita akan menentukan kuat medan listrik pada jarak sembarang dari kawat. Langkah yang harus kita lakukan adalah

i) Langkah pertama adalah kita membuat permukaan Gauss. Jika kita ingin menentukan kuat medan pada jarak r dari kawat maka permukaan Gauss yang kita gunakan berupa silinder dengan jari-jari r seperti pada **Gambar 1.45**. Panjang silinder bisa bebas. Kita anggap panjangnya L.

Gambar 1.45 Permukaan Gauss untuk menentukan kuat medan listrik di sekitar kawat lurus panjang

Jadi, permukaan Gauss yang kita miliki berupa permukaan silinder yang terdiri atas selubung, alas, dan tutup. Alas dan tutup masing-masing berbentuk lingkaran.

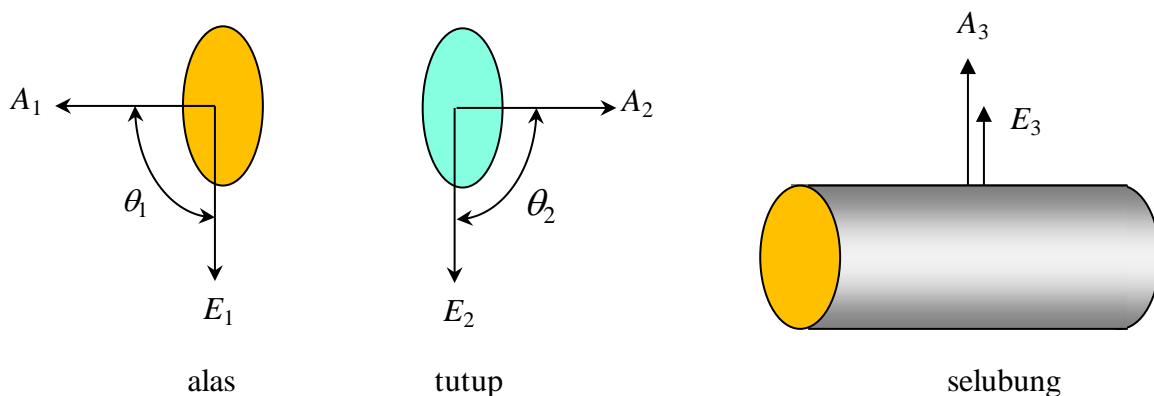
ii) Langkah berikutnya adalah menentukan $\sum \vec{E}_i \bullet \vec{A}_i$. Karena sifat simetri dari kawat maka kita dapat menduga bahwa arah medan listrik pasti menembus selubung silinder tegak lurus. Berarti pula arah medan listrik menyinggung alas atau tutup silinder seperti diilustrasikan pada **Gambar. 1.46.**

Gambar 1.46 Arah medan listrik pada permukaan Gauss

Penjumlahan $\sum \vec{E}_i \bullet \vec{A}_i$ dapat dinyatakan sebagai penjumlahan tiga bagian, yaitu

$$\sum \vec{E}_i \bullet \vec{A}_i = \left\{\vec{E}_1 \bullet \vec{A}_1\right\}_{alas} + \left\{\vec{E}_2 \bullet \vec{A}_2\right\}_{tutup} + \left\{\vec{E}_3 \bullet \vec{A}_3\right\}_{selubung} \quad (1.50)$$

Mari kita hitung suku-suku dalam persamaan (1.50) satu per satu. Untuk lebih jelas, perhatikan **Gambar 1.47**.

Alas:

Arah medan listrik menyinggung alas. Karena arah vector luas permukaan tegak lurus bidang permukaan itu sendiri, maka arah medan listrik pada alas tegak lurus arah vector luas alas. Dengan demikian, $\theta_1 = 90^o$ dan $\vec{E}_1 \bullet \vec{A}_1 = E_1 A_1 \cos\theta_1 = E_1 A_1 \cos 90^o = E_1 A_1 \times 0 = 0$

Gambar 1.47 Arah medan listrik pada alas, tutup, dan selubung silinder. Pada alas dan tutup silinder, arah medal listrk tegak lurus vector luas alas dan tutup. Pada selubung silinder, arah medan listrik searah dengan vector luas selubung.

Tutup:

Arah medan listrik menyinggung tutup. Karena arah luas permukaan tegak lurus bidang permukaan itu sendiri, maka arah medan listrik pada tutup tegak lurus arah vektor luas tutup. Dengan demikian, $\theta_2 = 90^o$ dan $\vec{E}_2 \bullet \vec{A}_2 = E_2 A_2 \cos\theta_2 = E_2 A_2 \cos 90^o = E_2 A_2 \times 0 = 0$

Selubung:

Arah medan listrik tegak lurus selubung. Berarti $\theta_3 = 0$. Dengan demikian

$$\vec{E}_3 \bullet \vec{A}_3 = E_3 A_3 \cos\theta_3 = E_3 A_3 \cos 0^o = E_3 A_3 \times 1 = E_3 A_3$$

Luas selubung adalah

A_3 = (keliling selubung) × (panjang selubung)
$= 2\pi r \times L$

Dengan demikian fluks listrik total adalah

$$\sum \vec{E}_i \bullet \vec{A}_i = 0 + 0 + E_3 \times 2\pi r L$$
$$= 2\pi r L E_3$$

Sekarang kita menentukan muatan total yang dilingkupi permukaan Gauss. Muatan tersebut hanya ada berada pada bagian kawat sepanjang *L*. Dengan demikian

$$\sum q = \lambda L$$

Akhirnya dengan menggunakan persamaan (1.48) maka dapatkan

$$2\pi r L E_3 = \frac{\lambda L}{\varepsilon_o}$$

atau

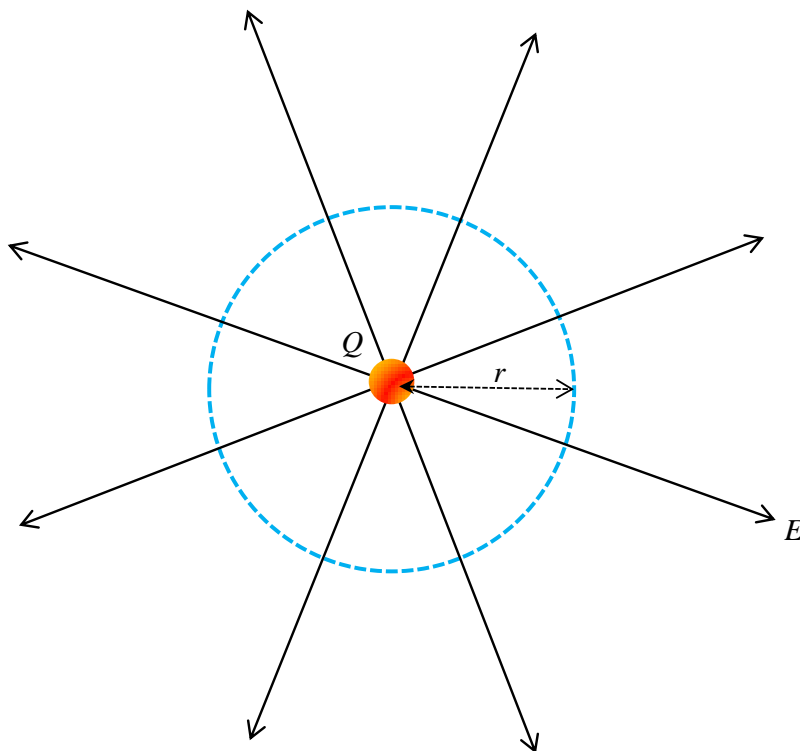
$$E_3 = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_o r}$$

yang merupakan kuat medan listrik pada jarak *r* dari kawat. Perhatikan bahwa hasil ini persis sama dengan persamaan (1.32) yang kita cari dengan integral langsung (bukan dengan menggunakan hukum Gauss).

Jadi tampak di sini bahwa hokum gauss lebih mudah digunakan untuk mencari kuat medan listrik di sekitar kawat panjang tak berhingga. Namun, perlu dipahami bahwa hokum Gauss sendiri telah diturunkan dari hokum Coulumb. Hukum Coulumb adalah hokum yang paling mendasar.

Hukum Gauss adalah reformulasi hokum Coulumb sehingga dapat digunakan lebih mudah pada kasus tertentu.

1.9.2 Muatan Titik

Selanjutnya kita terapkan hokum Gauss untuk menentukan medan listrik yang dihasilkan muatan titik. Misalkan kita memiliki muatan titik Q dan kita ingin menentukan kuat medan listrik pada jarak r dari muatan tersebut. Langkah pertama adalah memilih permukaan Gauss sehingga besar medan listrik pada tiap titik di permukaan tersebut sama dan sudut yang dibentuk medan dan vector permukaan selalu sama. Untuk kasus muatan titik, hanya permukaan bola yang berpusat di muatan yang memenuhi syarat tersebut (**Gambar 1.48**). Jadi kita pilih permukaan Gauss berupa permukaan bola dengan jari-jari r dan berpusat di muatan.

Gambar 1.48 Permukaan Gauss yang dipilih untuk menentukan medan listrik yang dihasilak muatan titik adalah permukaan bola yang berpusat di muatan titik. Pada permukaan tersebut besar medan listrik konstan dan arahnta selalu sejajar vector luas permukaan.

Karena hanya ada satu permukaan maka

$$\sum \vec{E}_i \bullet \vec{A}_i = EA\cos\theta$$

Arah medan di permukaan bola adalah radial. Arah vector permukaan juga radial. Jadi medan dan vector pemukaan memiliki arah yang sama sehingga θ = 0 atau cos θ = 1. Dengan demikian

$$\sum \vec{E}_i \bullet \vec{A}_i = EA$$

= $E \times$ (luas permukaan bola)

= $E \times (4\pi r^2)$

Jumlah total muatan yang dilingkupi permukaan Gaus adalah muatan titik itu sendiri. Jadi Σ q = Q. Substitusi ke dalam hukum Gauss diperoleh

$$E \times (4\pi r^2) = \frac{Q}{\varepsilon_o}$$

atau

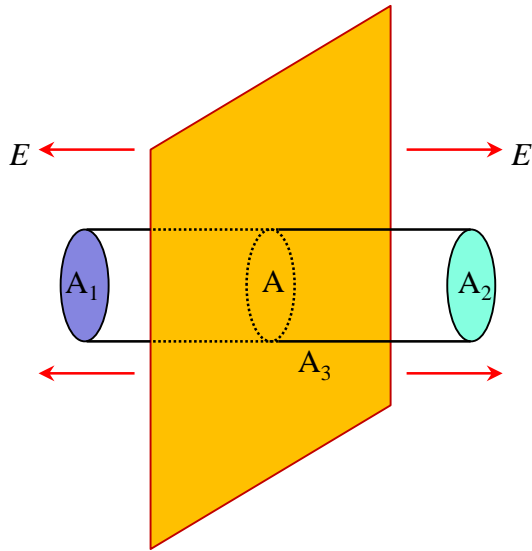
$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{r^2}$$

Hasil ini persis sama dengan apa yang diperoleh dengan menggunakan hukum Coulomb.

1.9.3 Pelat Tak Berhingga

Berikutnya kita akan menentukan kuat medan listrik yang dihasilkan oleh pelat tak berhingga yang mengandung muatan dengan kerapatan konstan. Kita membahas pelat tak berhingga karena medan listrik yang keluar dari pelat selalu sejajar pada titik manapun. Karena setiap titik pada pelat tak berhingga sifatnya serupa. Sebaliknya, untuk pelat berhingga, medan listrik yang dihasilkan pelat tidak semuanya sejajar. Pada lokasi berdekatan dengan tepi pelat, medan listrik agak melengkung. Pada posisi di tengah-tengah pelat, medan listrik arahnya lurus. Dengan demikian, persoalah pelat berhingga menjadi sedikit rumit. Sedangkan persoalan pelat tak berhingga lebih sederhana.

Sekarang mari kita kembali ke persoalan pelat tak berhingga.

Misalkan muatan per satuan luas yang dimiliki pelat adalah σ. Kita buat permukaan Gauss yang berbentuk silinder seperti pada **Gambar 1.49**. Pelat memotong silinder tepat di tengah-tengahnya sehingga jarak alas dan tutup silinder ke pelat sama. Misalkan luas alas atau tutup silinder adalah $A_1 = A_2 = A$.

Gambar 1.49 Permukaan Gauss yang dipilih untuk menentukan medan listrik yang dihasilkan pelat tak berhingga. Salah satu permukaan yang memudahkan perhitungan adalah silinder.

Permukaan Gauss dapat dibagi atas tiga bagian: alas silinder, tutup silinder, dan selubung silinder. Fluks total yang melewati permukaan tersebut adalah

$$\sum \vec{E}_i \bullet \vec{A}_i = \{E_1 A_1 \cos\theta_1\}_{alas} + \{E_2 A_2 \cos\theta_2\}_{tutup} + \{E_3 A_3 \cos\theta_3\}_{selubung}$$

Karena sifat simetri yang dimiliki pelat tak berhingga maka arah medan listrik yang dihasilkan akan tegak lurus pelat. Akibatnya, medan listrik menembus tutup dan alas silinder secara tegak lurus dan hanya menyinggung selubung silinder. Mari kita lihat satu per satu:

Alas silinder:

$E_1 = E$

$A_1 = A$

$\theta_1 = 0$ karena medan listrik menembus alas silinder secara tegak lurus

(vector medan dan vector luas alas sejajar). Dengan demikian,

$$E_1 A_1 \cos\theta_1 = EA\cos 0^o = EA$$

Tutup silinder:
$E_2 = E$
$A_2 = A$
$\theta_2 = 0$ karena medan listrik menembus tutup silinder secara tegak lurus (vector medan dan vector luas tutup sejajar). Dengan demikian,

$$E_2 A_2 \cos\theta_2 = EA\cos 0^o = EA$$

Selubung silinder:
$E_3 = E$

$\theta_3 = 90^o$ karena medan listrik menyinggung selubung slinider (vector medan dan vector luas selubung silinder saling tegak lurus). Dengan demikian, $E_3 A_3 \cos\theta_3 = E_3 A_3 \cos 90^o = 0$.

Akhirnya kita peroleh fluks total yang melewati permukaan Gauss adalah

$$\sum \vec{E}_i \bullet \vec{A}_i = EA + EA + 0$$
$$= 2EA$$

Selanjutnya kita hitung jumlah muatan yang dikandung permukaan Gauss. Muatan tersebut hanya berlokasi pada bagian pelat yang beririsan dengan silinder, yaitu bagian pelat seluas A. Jumlah muatan adalah

$$\sum q = \sigma A$$

Substitusi hasil di atas ke dalam hukum Gauss maka diperoleh

$$\sum \vec{E}_i \bullet \vec{A}_i = \frac{\sum q}{\varepsilon_0}$$

$$2EA = \frac{\sigma A}{\varepsilon_o}$$

atau

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_o} \qquad (1.51)$$

Tampak bahwa kuat medan listrik yang dihasilkan pelat selalu sama berapa pun jaraknya dari pelat. Ini adalah akibat ukuran pelat yang tak berhingga. Jika ukuran pelat berhingga maka makin jauh dari pelat, medan listrik makin lemah.

1.9.4 Dua Pelat Sejajar

Selanjutnya kita akan tentukan kuat medan listrik yang dihasilkan oleh dua pelat sejajar yang sangat luas (dapat dianggap tak berhingga). Susunan pelat semacam ini dijumpai pada kapasitor. Dengan demikian, pemahaman kita tentang medan yang dihasilkan pelat sejajar akan menolong kita memahami kerja kapasitor.

Prinsip yang kita gunakan adalah prinsip superposisi medan listrik. Medan total di suatu titik merupakan penjumlahan kuat medan yang dihasilkan oleh masing-masing pelat. Misalkan kita memiliki pelat yang memiliki kerapatan muatan σ_1 dan σ_2. Masing-masing pelat menghasilkan medan listrik yang konstan ke segala arah yang besarnya

$$E_1 = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_o}$$

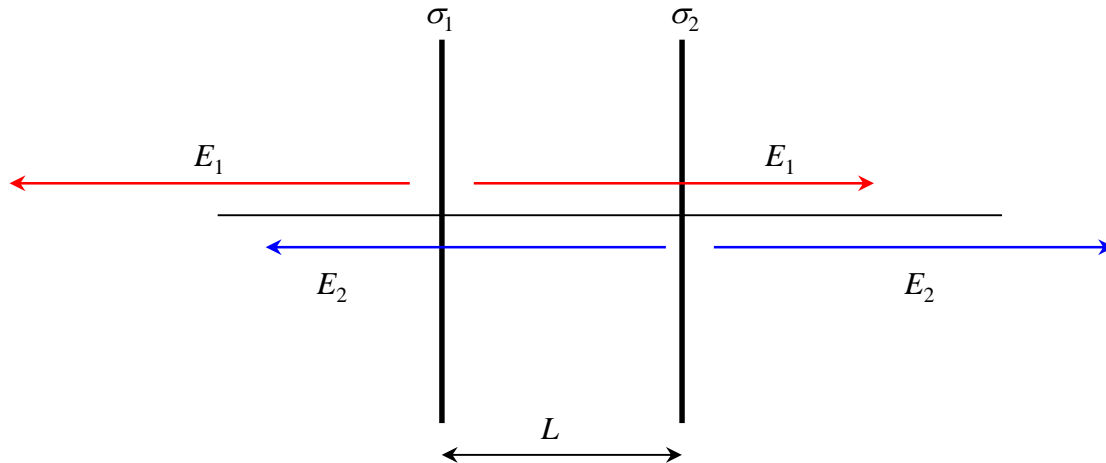
$$E_2 = \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_o}$$

Kuat medan listrik di mana-mana memenuhi

$$E = E_1 + E_2$$

Pada penjumlahan tersebut kalian harus memperhatikan arah.

Sebagai contoh, misalkan suatu pelat tak berhingga yang ditempatkan pada pusat koordinat memiki kerapatan muatan σ_1. Pelat lain yang sejajar dengan pelat pertama diletakkan pada koordinat $x = L$ memiliki

kerapatan muatan σ_1. Kita asumsikan bahwa $\sigma_1 > 0$ dan $\sigma_2 > 0$ (muatan dua pelat sama-sama positif) dan misalkan pula $\sigma_1 < \sigma_2$ (diilustrasikan pada **Gambar 1.50**). Kita akan menentukan kuat medan listrik total di mana-mana.

Gambar 1.50 Menentukan kuat medan di sekitar dua pelat sejajar.

Kita membagi daerah tinjauan atas tiga: di sebelah kiri pelat pertama, di antara dua pelat, dan di sebelah kanan pelat kedua.

Di sebelah kiri pelat pertama

Pelat kiri menghasilkan medan $E_1 = \sigma_1 / 2\varepsilon_o$ ke arah kiri

Pelat kanan menghasilkan medan $E_2 = \sigma_2 / 2\varepsilon_o$ juga ke arah kiri

Dengan demikian medan total di sebelah kiri pelat pertama adalah

$$E = E_1 + E_2$$

$$= \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_o} + \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_o} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2\varepsilon_o} \text{ , arah ke kiri}$$

Di antara dua pelat

Pelat kiri menghasilkan medan $E_1 = \sigma_1 / 2\varepsilon_o$ ke arah kanan

Pelat kanan menghasilkan medan $E_2 = \sigma_2 / 2\varepsilon_o$ ke arah kiri

Karena medan yang dihasilkan pelat kanan lebih kuat, maka medan total antara dua pelat adalah

$$E = E_2 + E_1 = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{2\varepsilon_o}$$, ke arah kiri

Di sebelah kanan pelat kanan

Pelat kiri menghasilkan medan $E_1 = \sigma_1 / 2\varepsilon_o$ ke arah kanan

Pelat kanan menghasilkan medan $E_2 = \sigma_2 / 2\varepsilon_o$ juga ke arah kanan

Dengan demikian medan total di sebelah kiri pelat pertama adalah

$$E = E_1 + E_2$$

$$= \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_o} + \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_o} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2\varepsilon_o}$$, arah ke kanan

Kasus menarik diamati jika kedua pelat memiliki kerapatan muatan yang sama namun berbeda tanda. Di sebelah kiri pelat kiri medan yang dihasilkan dua pelat sama besar tetapi berlawanan arah, sehingga medan total nol. Di sebelah kanan pelat kanan, medan yang dihasilkan dua pelat sama besar tetapi berlawanan arah juga sehingga medan total nol. Di antara dua pelat, medan yang dihasilkan masing-masing pelat sama besar dan searah sehingga medan total yang dihasilkan menjadi dua kali medan yang dihasilkan salah satu pelat, yaitu

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_o} \tag{1.52}$$

Medan sebesar inilah yang terbentuk antara dua pelat kapasitor. Pada kapasitor, dua pelat selalu memiliki muatan sama besar tetapi berbeda tanda.

1.9.5 Bola isolator homogen

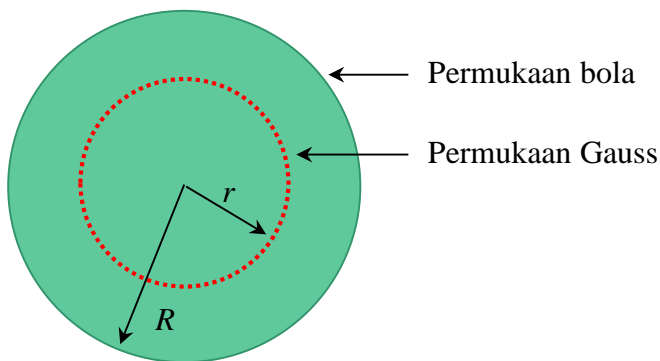
Selanjutnya mari kita hitung medan listrik yang dihasilkan oleh bola isolator yang mengandung muatan yang tersebar secara homogen. Misalkan muatan total bola adalah *Q* dan jari-jari bola *R*. Volume bola adalah

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

Kerapatan muatan bola adalah

$$\rho = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

Kebergantungan kuat medan listrik terhadap jarak dari pusat bola berbeda untuk lokasi di dalam dan di luar bola.

Pertama, mari kita hitung medan listrik di dalam bola. Kita buat permukaan Gauss di dalam bola. Jari-jari permukaan Gauss dari pusat bola adalah r yang memenuhi $r < R$ (**Gambar 1.51**)

Gambar 1.51 Menentukan medan listrik di dalam bola isulator homogeny. Permukaan Gaus ada di dalam bola yang berupa bola dengan jari-jari r.

Permukaan Gauss di sini hanya satu, yaitu permukaan bola dengan jari-jari r. Dengan demikian,

$$\sum \vec{E}_i \bullet \vec{A}_i = EA\cos\theta$$

Kita mudah menduga bahwa arah medan listrik tegak lurus permukaan Gauss atau sejajar dengan vector luas. Dengan demikian, $\theta = 0$ dan $\cos\theta = 1$. Luas permukaan Gauss sama dengan luas permukaan bola dengan jari-jari r, yaitu $A = 4\pi r^2$. Jadi kita peroleh fluks total sebagai

$$\sum \vec{E}_i \bullet \vec{A}_i = E(4\pi r^2)\times 1$$

$$= 4\pi r^2 E$$

Selanjutnya kita hitung jumlah muatan yang dilingkupi permukaan Gauss. Muatan tersebut adalah muatan yang hanya berada dalam bola

berjari-jari *r*. Muatan yang berada di luar bola Gauss, yaitu antara *r* sampai *R* tidak memberi kontribusi pada medan listrik pada jarak *r*. Volume bola Gauss adalah

$$V' = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Dengan demikian, muatan yang dilingkupi bola Gauss adalah

$$\sum q = \rho V'$$

$$= \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \times \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$= Q\frac{r^3}{R^3}$$

Akhirnya dengan hukum Gauss maka

$$4\pi r^2 E = \frac{1}{\varepsilon_o} Q \frac{r^3}{R^3}$$

atau

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{R^3} r \qquad (1.53)$$

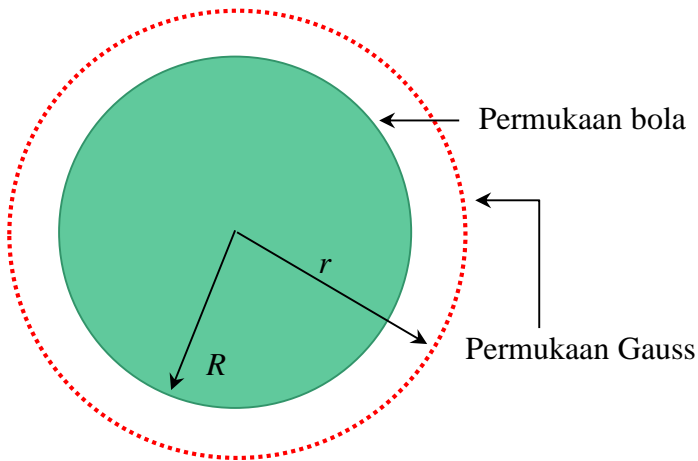
Tampak dari persamaan (1.53) bahwa medan listrik di dalam bola isulator homogen naik secara linier terhadap rari pusat bola. Pada pusat bola medan listrik nol. Pada permukaan bola, $r = R$, medan listrik besarnya

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{R^2}$$

Selanjutnya mari kita hitung kuat medan listrik di luar bola. Kita buat permukaan Gauss dengan jari-jari $r > R$ seperti pada **Gambar 1.52.** Permukaan Gauss adalah permukaan bola dengan luas $A = 4\pi r^2$. Juga arah medan menembus permukaan secara tegak lurus (sejajar vector luas) sehingga $\theta = 0^o$, dan

$$\sum \vec{E}_i \bullet \vec{A}_i = EA\cos 0^o$$

$$= E\left(4\pi r^2\right)\times 1$$

$$= 4\pi r^2 E$$

Gambar 1.52 Menentukan medan listrik di luar bola isulator homogeny. Permukaan Gauss berupa bola dengan jari-jari r > R.

Jumlah muatan yang dilingkupi permukaan Gauss adalah seluruh muatan bola, karena seluruh bagian bola ada di dalam permukaan Gauss. Dengan demikian,

$$\sum q = Q$$

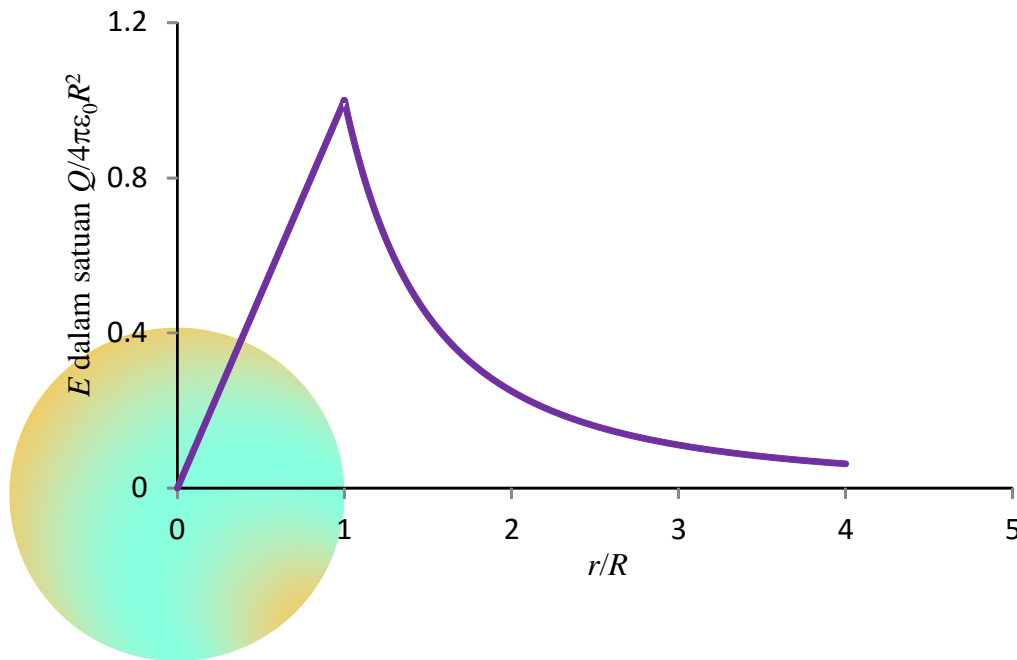
Dengan menggunakan hukum Gauss maka

$$4\pi r^2 E = \frac{Q}{\varepsilon_o}$$

atau

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{r^2} \tag{1.54}$$

Terlihat dari persamaan (1.54) bahwa medan listrik di luar bola isulator homogeny berbanding terbalik dengan jarak dari pusat bola. Dengan

demikian, pada jarak yang lebih besar dari jari-jari, bola isulator homogen berperilaku seolah-seolah sebagai muatan titik. Perubahan ini persis sama perubahan percepatan gravitasi bumi di dalam dan di luar benda berbentuk bola yang memiliki massa jenis yang homogeny. **Gambar 1.53** adalah kurva medan listrik yang dihasilkan bola isolator dengan muatan tersebar homogeny.

Gambar 1.53 Kurva kuat medan listrik yang dihasilkan bola isolator yang mengandung muatan yang tersebar secara homogeny. Sumbu datar dinyatakan dalam variable r/R. Medan listrik maksimum terjadi pada r/R = 1 atau di permukaan bola.

1.9.6 Bola Konduktor

Konduktor adalah bahan yang sangat mudah mengantarkan arus listrik. Penyebabnya adalah karena konduktor mengandung muatan listrik yang mudah bergerak. Jika dalam konduktor muncul medan listrik maka elektron-elektron dalam konduktor akan mengalir dan timbullah arus listrik. Betapa pun kecilnya medan listrik dalam konduktor, maka elektron akan mengalir dan menghasilkan arus. Dengan sifat ini maka, **dalam keadaan seimbang** di mana tidak ada arus yang mengalir dalam konduktor maka **medan listrik dalam konduktor selalu nol**. Sebab, jika medan listrik tidak nol maka akan muncul arus, yang bertentangan dengan kondisi seimbang.

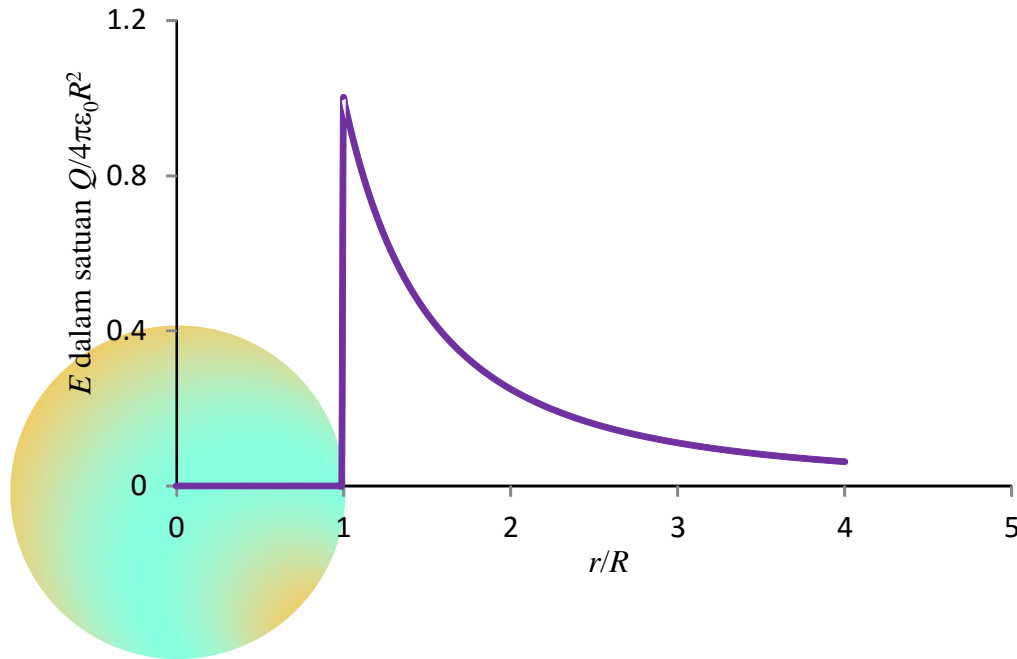
Jika pada konduktor diberi muatan listrik, maka muatan tersebut

akan totak-menolak karena saling melakukan gaya. Karena muatan mudah sekali bergerak dalam konduktor maka tolak-menolak tersebut menyebabkan muatan bergerak saling menjauhi sampai tidak bisa bergerak lebih jauh lagi. Ini hanya dapat terjadi jika muatan-muatan tersebut menempati permukaan konduktor. Jadi, dalam keadaan seimbang **muatan yang dimiliki konduktor selalu menempati permukaan konduktor**.

Dalam keadaan seimbang, medan listrik yang dihasilkan konduktor selalu tegak lurus permukaan konduktor. Sebab, jika tidak tegak lurus permukaan konduktor maka medan listrik tersebut akan memiliki komponen yang menyinggung permukaan dan yang tegak lurus permukaan. Komponen medan yang menyinggung permukaan akan menghasilkan gaya pada muatan sehingga bergerak sepanjang permukaan. Akibatnya muncul arus permukaan. Dan ini bertentangan dengan kondisi seimbang.

Dengan sifat-sifat ini maka kita dapat dengan mudah menghitung medan listrik yang dihasilkan oleh bola konduktor yang diberi muatan *Q*. Misalkan jari-jari bola adalah *R*. Di dalam bola, yaitu pada $r < R$, medan listrik nol karena daerah tersebut merupakan konduktor. Kita hanya perlu menerapkan hukum Gauss saat menghitung medan di luar bola. Dan perhitungannya sama dengan saat menghitung medan listrik yang dihasilkan bola isolator. Kita akan dapatkan, medan listrik di luar bola adalah

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{r^2}$$

Tampak di sini bahwa medan listruk di luar bola konduktor berubah seperti medan litstik di luar bola isolator homogen dan sama dengan medan listrik yang dihasilkan benda titik. **Gambar 1.54** adalah kurva medan listrik di luar bola konduktor sebagai fungsi jarak dari pusat bola.

Gambar 1.54 Kuat medan listrik yang dihasilkan oleh bola konduktor. Di dalam konduktor medan listrik nol. Di luar konduktor medan listrik berubah seperti medan yang dihasilkan oleh muatan titik.

1.10 Beberapa Fenomena Khusus

Pada bagian akhir bab ini kita akan pelajari sejumlah fenomena yang terkait dengan muatan listrik, medan listrik, dan gaya antar muatan listrik.

1.10.1 Persamaan gas Tidak Ideal

Kita sudah memelajari teori kinetic gas ideal pada semester 1. Persamaan umum untuk gas ideal adalah

$$P = \frac{nRT}{V}$$

Persamaan ini diturunkan dengan asumsi bahwa volume total semua molekul gas dianggap nol dan tidak ada gaya antar molekuk gas. Namun, jika volume total semua molekul gas tidak dapat diabaikan maka persamaan tersebut perlus edikit dikoteksi. Misalkan volume total satu mol molekul gas adalah v_0 maka jika terdapat n mol gas, volume total semua molekul gas menjadi nv_0. Jika volume total ruang yang ditempati gas adalah V maka volum ruang kosong saja hanyalah $V - nv_0$ dan persamaan gas ideal dikoreksi menjadi

$$P = \frac{nRT}{V - nv_0} \tag{1.55}$$

Jika ada gaya antar molekul gas maka persamaan tersebut perlu dikoreksi lebih lanjut. Misalkan molekul gas berupa momem-momen dipol. Andaikan dua momen dipol sejajar maka gaya total antara dua momen dipol adalah nol. Namun, jika dua momen dipole dalam posisi tegak lurus maka gaya antar momen dipol diberikan oleh persamaan (1.29), yaitu

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{3p^2}{h^4}$$

Dalam kondisi setimbang maka orientasi akan cenderung saling Tarik-menarik. Muatan yang berhadapan adalah muatan yang berbeda tanda. Besar gaya Tarik lebih besar daripada gaya tolak. Karena orientasi momen dipole sebenarnya bisa berbeda-beda maka nilai gaya sebenarnya selalu berubah-ubah. Namun yang pasti besarnya gaya berbanding terbalik dengan pangkat empat jarak antar momen dipol. Karena yang berperan sebagai momen dipol di sini adalah molekul gas maka kita simpulkan bahwa gaya antar molekul gas yang berupa momen dipol berbanding terbalik dengan jarak antar molekul gas.

Karena jarak rata-rata molekul gas adalah h maka dapat kita katakana sebuah molekul gas berada dalam kubus dengan sisi h (**Gambar 1.54**). Dengan demikian, volum yang ditempati satu molekul gas adalah h^3. Jika terdapat N molekul gas maka volum total gas adalah $V = Nh^3$ yang menghasilkan

$$h^3 = \frac{V}{N}$$

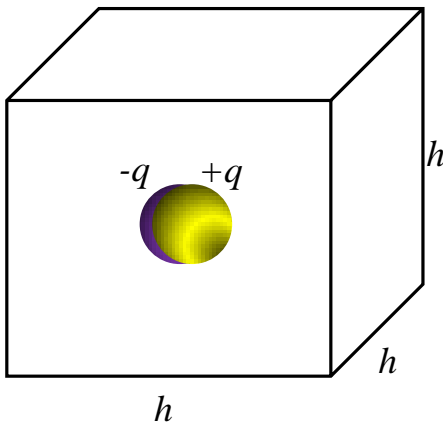
Dengan adanya gaya yang bersifat tarikan tersebut maka ketika molekul tersebut bergerak menebus wadah maka ada gaya dalam arah terbalik (menarik kembali). Gaya tersebut menurunkan tekanan yang dialami gas yang sebanding dengan besarnya gaya tarik, atau

$$\Delta P \propto F$$

$$= \kappa \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{3p^2}{h^4}$$

$$= \kappa \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{3p^2}{\left(h^3\right)^{4/3}}$$

$$= \frac{\kappa}{4\pi\varepsilon_o} \frac{3N^2 p^2}{V^{4/3}} \quad (1.56)$$

di mana κ adalah konstanta pembanding. Akibatnya adanya tekanan ini maka tekanan total gas lebih kecil dibandingkan tekakan gas ideal.

Gambar 1.54 Satu molekul gas menempati kubis dengan sisi h. Panjang sisi h sama dengan jarak rata-rata antar molekul gas.

Dengan melakukan koreksi tekanan tersebut maka persamaan (1.55) berubah menjadi

$$P = \frac{nRT}{V - nv_0} - \frac{\kappa}{4\pi\varepsilon_o} \frac{3N^2 p^2}{V^{4/3}} \quad (1.57)$$

Dengan mendefinisikan

$$b = \frac{3\kappa N_A^2 p^2}{4\pi\varepsilon_o}$$

dengan N_A adalah bilangan Avogadro maka kita dapat menulis persamaan (1.57) menjadi

$$P = \frac{nRT}{V - nv_0} - \frac{(N/N_A)^2 b}{V^{4/3}} \tag{1.58}$$

Tetapi, $N/N_A = n$ sehingga persamaan (1.58) dapat ditulis kembali menjadi

$$P = \frac{nRT}{V - nv_0} - \frac{n^2 b}{V^{4/3}}$$

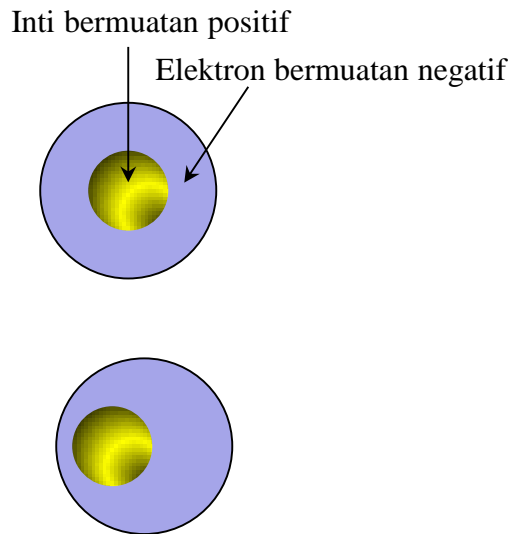
atau

$$\left(P + \frac{n^2 b}{V^{4/3}}\right)(V - nv_0) = nRT \tag{1.59}$$

Persamaan ini sangat serupa dengan persamaan van der Walls yang sangat terkenal. Perbedaan hanya terletak pada bentuk fungsi volum pada suku pertama. Persamaan van der Walls berbentuk

$$\left(P + \frac{n^2 b}{V^2}\right)(V - nv_0) = nRT \tag{1.60}$$

Apa penyebab munculknya persamaan van der Walls. Persamaan van der Walls diterapkan untuk gas netral. Jadi secara maksroskopik tidak ada momen dipol yang dibentuk oleh molekul gas. Kalau diamati secara mikroskopoik maka kondisi bisa berbeda. Perhatikan molekul gas netral pada **Gambar 1.56**. Secara maksoskopik pusat muatan positif dan muatan negative berimpit sehingga secra makroskopik momen dipol molekul gas nol.

Namun, karena inti maupun electron selalu bergetar/bergerak maka bisa terjadi pusat muatan psotif dan pusat muatan negative bergeser walupun sesaat. Pergeseran tersebut menyebabkan terbentuknya momen dipol sesaat. Karena jumlah molekul dalam gas sangat banyak maka pada saat tertentu akan banyak sekali momen dipol yang terbentnuk. Pada saat lainnya, molekul lain yang membentuk momen dipole dan melakukan gaya tarik-marik. Begitu seterusnya sehingga, kalau diamatai terus menerus maka akan selalu ada momen dipol yang terbentuk sehingga selalu ada gaya tarik antar molekul gas yang netral tersebut. Munculnya momen dipol yang sesaat tersebut dinamakan fluktuasi.

Gambar 1.56 Molekul gas netral. Pergeseran muatan hanya terjadi sesaat. Dengan demikian momen dipola yang dihasilkan juga sesaat.

Momen dipol yang muncul akibat fluktuasi berbeda dengan momen dipol yang sudah tetap seperti yang baru saja kita bahas. Gaya antara momen dipol yang muncul akibat fluktuasi lebih kecil daripada antara momen dipol yang tetap karena munculnya momen dipol tidak terus menerus. Gaya antara momen dipol akibat fluktuasi berbanding terbalik dengan pangkat enam jarak antar momen dipol sehingga penurunan tekanan yang dihasilkan pada gas memenuhi

$$\Delta P \propto \frac{1}{h^6}$$

atau

$$\Delta P \propto \frac{1}{V^2}$$

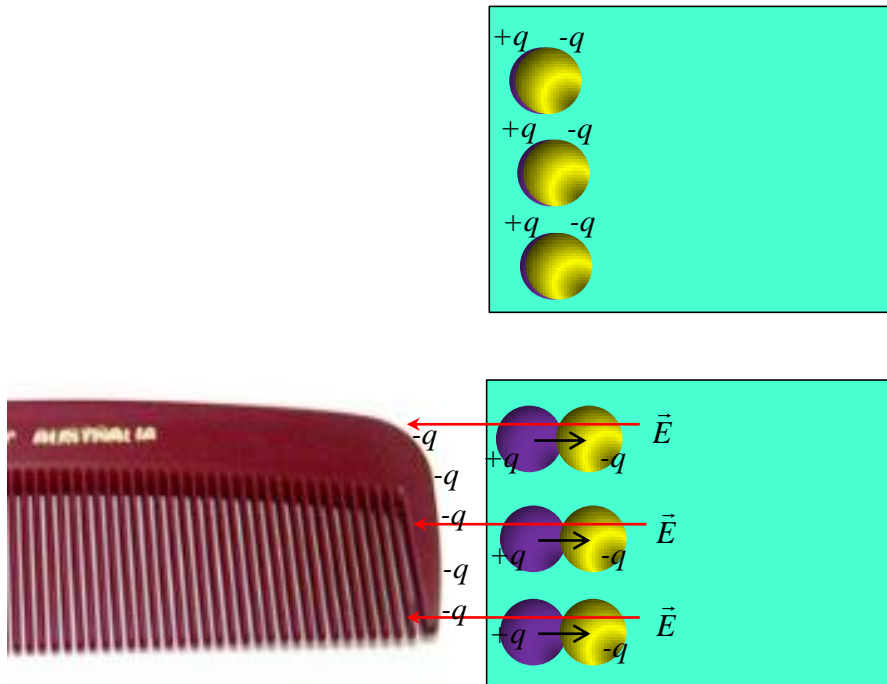
Dengan sifat ini maka dihasilkan persaman van der Walls. Jadi kita simpulkan bahwa persamaan van der Walls diturunkan dengan asumsi bahwa volume semua molekul gas tidak nol dan ada fluktuasi momen dipol pada molekul atau atom gas.

1.10.2 Gaya tarik pada benda netral

Mungkin kalian pernah melakukan percobaan dengan menggesekkan penggaris plastic ke rambut kering lalu mendekatkan ke potongan-pontongan kecil kertas (**Gambar 1.57**). Tampak potongan kertas ditarik oleh penggaris, padahal potongan kertas netral. Mengapa benda netral dapat ditarik oleh benda lain? Bukankah gaya listrik terjadi antara benda yang bermuatan listrik? Mengapa pula kertas hanya ditarik oleh penggaris dan tidak pernah didorong. Mengapa pula saat potongan kertas menempel di plastik, potongan kertas lainnya menempel di kertas sehingga terjadi gelantungan beberapa potong kertas?

Gambar 1.57 Potongan kertas ditarik oleh sisir yang baru saja digosokkan pada rambut kering.

Mari kita bahas. Ketika sisir digesekkan ke rambut kering maka sisir menjadi bermuatan listrik. Saat penggesekan maka electron dari rambut berpindah ke sisir sehingga sisir bermuatan negatif. Karena bermuatan listrik maka sisir menghasilkan medan listrik di sekitarnya. Potongan kertas dibentuk oleh atom-atom di mana tiap atom disusun oleh inti yang bermuatan positif dan electron yang bermuatan nedatif. Saat sisir yang telah menghasilkan medan listrik didekatkan ke potongan kertas maka muatan positif dan negative pada potongan kertas mendapatkan gaya listrik dalam arah berlawanan (**Gambar 1.58**)

Karena terjadi pergeseran muatan maka, muatan yang lebih dekat ke sisir (muatan positif) ditarik lebih kuat. Muatan yang lebih jauh dari penggaris ditolak lebih lemah. Akibatnya, secara total kertas mengalami gaya tarik oleh sisir. Kertas akhirnya bergerak dan menempel di sisir.

Gambar 1.58 (atas) Atom-atom disusun oleh muatan positif dan negative yang berimpit. (bawah) Saat sisir bermuatan didekatkan ke potongan kertas makamuatan positif pada kertas sedikit tertarik kea rah sisir dan muatan negative sedikit ditolak menjauhi sisir. Akibatnya muatan positif kertas lebih dekat ke sisir dan muatan negative kertas lebih jauh dari sisir. Gaya tarik antara sisir dengan muatan posifit pada kertas lebih besar daripada gaya tolak antara sisir dengan muatan negative kertas. Akibatnya, secara netto kertas mendapat gaya tarik dari sisir.

1.10.3 Mengapa Ujung Penangkal Petir Runcing?

Sesuai dengan namanya, penangkal petir berfungsi untuk menghindari terjadinya petir di sekitar lokasi. Petir terjadi ketika ada kumpulan muatan positif dan negative yang cukup besar dan berlokasi cukup dekat. Jika gaya tarik antar kumpulan muatan tersebut sangat kuat maka dapat terjadi aliran dari satu kumpulan ke kumpulan lainnya (ingat gaya tarik Coulumb sebanding dengan perkalian muatan dan berbanding terbalik dengan kuadrat jarak). Aliran tersebut menghasilkan kilat yang kita namakan petir. Aliran muatan dapat terjadi dari awan ke awal, atau dari awan ke tanah.

Untuk mengindari terjadi petir di suatu lokasi, misalnya di sekitar suatu bangunan maka dipasang penangkal petir pada bangunan tersebut. Penangkal petir dibuat dari bahan konduktor, satu ujung menjulang di atas bangunan dan ujung lainnya ditanam di dalam tanah. Guna penangkal petir adalah untuk menetralkan muatan yang ada di udara sekitar bangunan.

Jika terbentuk muatan di sekitar ujung penangkal petir maka muatan tersebut akan dialirkankan ke tanah oleh kabel penangkal petir sehingga udara di sekitar penangkal petir selalu netral. Dengan demikian, tidak akan terjadi penumpukan muatan di sekitar penangkal petir yang berimplikasi tidak akan terjadi petir di sekitar lokasi tersebut. Bagaimana proses detailnya?

Ketika terjadi penumpukan muatan di sekitar penangkal petir, misalnya muatan positif, maka electron dari tanah ditarik melalui kabel penangkal petir dan menumpuk di ujung penangkal petir. Ujung penangkal petir menjadi bermuatan negative. Akibatnya terjadi tarikan antara electron pada ujung penangkal petir dengan muatan positif di udara sekitarnya sehingga terjadi netralisasi. Netralisasi tersebut berupa penyatuan dua jenis muatan tersebut. Pada proses penyatuan tersebut sering diamati kitalan di ujung penagkal petir, seperti diilustrasikan pada **Gambar 1.59**.

Penarikan muatan dari udara oleh muatan di penangkal petir akan sangat efektif jika gaya yang dihasilkan sangat besar. Kita ketahuin bahwa gaya tarik listrik memenuhi $F = QE$, atau gaya sebanding dengan buat medan listrik. Dengan demikian, untuk memperbesar tarikan muatan listrik maka kita dapat melakukannya dengan memperbesar medan listrik yang dihasilkan di sekitar ujung penangkal petir. Penangkal petir terbuat dari bahan logam dan sifat medan listrik dalam kondisi statis adalah selalu tegak lurus permukaan logam. Dengan sifat ini maka kita dengan mudah menunjukkan bahwa ujung logam yang runcing menghasilkan garis gaya listrik yang sangat rapat (karena tuntutan garis gaya tegak lurus permukaan). Kerapatan garis gaya berbanding lurus dengan kuat medan listrik. Dengan demikian, ujung logam yang runcing menghasilkan medan listrik yang sangat besar.

Sebagai contoh, ujung logam yang berbentuk kerucut seperti diilustrasikan pada **Gambar 1.60** menghasilkan medan listrik yang memenuhi

$$E = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\left(\ln\frac{r}{R}\right)\left(1-\cos\frac{\beta}{2}\right) \tag{1.61}$$

dengan

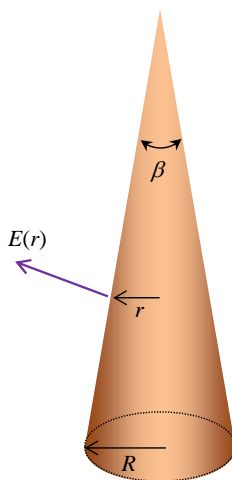
R adalah diameter dasar kerucut

r adalah diameter bagian kerucut tempat medan diamatati

β adaah sudut ujung kerucut

Tampak di sini bahwa di sekitar ujung penagkal petir $r \to 0$ sehingga $\ln(r/R)$

$\rightarrow \infty$ yang berakibat $E \rightarrow\infty$.

Gambar 1.59 Kilatan di ujung penangkal petir akibat penyatuan muatan dari udara sekitar penangkal petir dengan muatan di ujung penagkal petir di puncak CT Tower, Canada (www.pinterest.com).

Gambar 1.60 Contoh logam bentuk kerucut dan arah medan listrik yang dihasilkan.

1.10.4 Field Emission Display

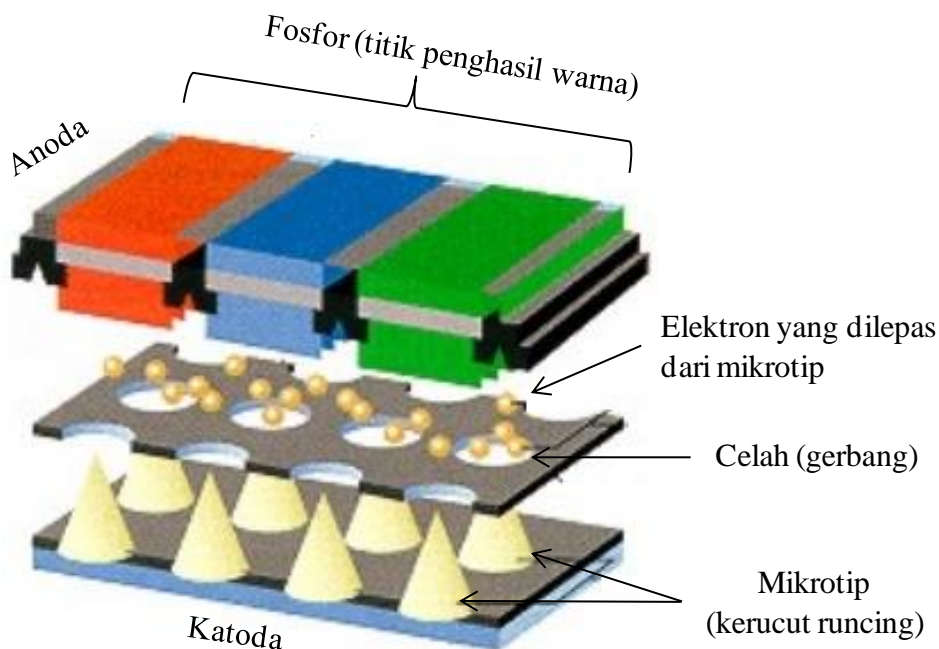
Sudah kita bahas di tentang penangkap petir yang memiliki ujung runcing. Ujung yang runcing memperbesar medan listrik sehingga memudahkan penetralan muatan di sekitar ujung pemancar. Penetralan dapat berupa penarikan elektron dari lokasi di sekitar ujung pemancar dan dialirkan ke tanah, atau pelepasan elektron dari penangkal petir menuju muatan positif yang berkumpul di sekitar lokasi penangkal petir. Dengan kata lain, ujung yang runcing menyebabkan elektron mudah masuk atau lepas dari permukaan logam.

Mungkin ide ini yang melatar belakangi pengembangan *field emission display* (FED) sebagai pengganti *cathode ray tube* (CRT). Prinsip kerja dua display tersebut mirip. Berkas elektron ditembakkan ke bahan berpendar (fosfor) yang dilapisi pada layar kaca. Akibatnya fosfor memancarkan cahaya luminisens dan layar berpendar. **Gambar 1.61** adalah bentuk fifik CRT dan FED.

Gambar 1.61 (kiri) Contoh CRT (Overstock.com) dan (kanan) contoh FED (wiseGEEK.com)

Perbedaan kedua display tersebut adalah CRT memerlukan senjata elektron (*electron gun*) yang harus dipanaskan dan ditarik dengan tegangan yang sangat besar. Tegangan tersebut bisa mencapai 10.000 volt yang dihasilkan trafo *flaybck* yang ditempatkan di ujung belakang CRT. Akibatnya, CRT menjadi sangat tebal, sangat berat, dan boros energi.

Berdasarkan ide dari penagkal petir, maka para ahli mendesain

display jenis baru. Senjata electron diganti dengan *microtip* (ujung logam berbentuk kerucut ukuran micrometer). Karena ujungnya sangat runcing maka dipelukan potensial sedikit saja untuk mencabut electron dari mikrotip. Miktotip diletakkan di dekat lokasi fosfor yang sudah didesain dalam bentuk pixel (titik-titik terpisah). Cukup dibutuhkan medan listrik yang kecil untuk mengeluarkan electron dari mikrotip dan menumbuk fosfor di layar. Akibatnya layar dapat dipendarkan dengan potensial yang kecil. Dan karena mikrotip berada di dekat fosfor, maka display menjadi sangat tipis dan ringan. Display juga menjadi sangat hemat energi. **Gambar 1.62** adalah ilustrasi sederhana mekanisme perpendaran layar dengan prinsip FED.

Gambar 1.62 Ilustrasi prinsip kerja field emission display.

Ke depan para ahli mengganti mikrotip yang berbentuk kerucut runcing logam dengan carbon nanotube (CNT) untuk lebih memudahkan pelepasan elektron. Karbon nanotube adalah semacam tabung atau pipa yang hanya dibentuk oleh atom karbon. Tebalnya ada yang satu alpis aton karbon atau beberapa lapis atom karbon dengan diameter tabung hanya beberapa nanometer. Karbon nanotube yang memiliki dinding hanya satu atom karbon disebut *single-walled carbon nanotube* (SWCNT) sedangkankan yang memiliki dinding yang terdiri dari beberapa atom karboh dinamakan

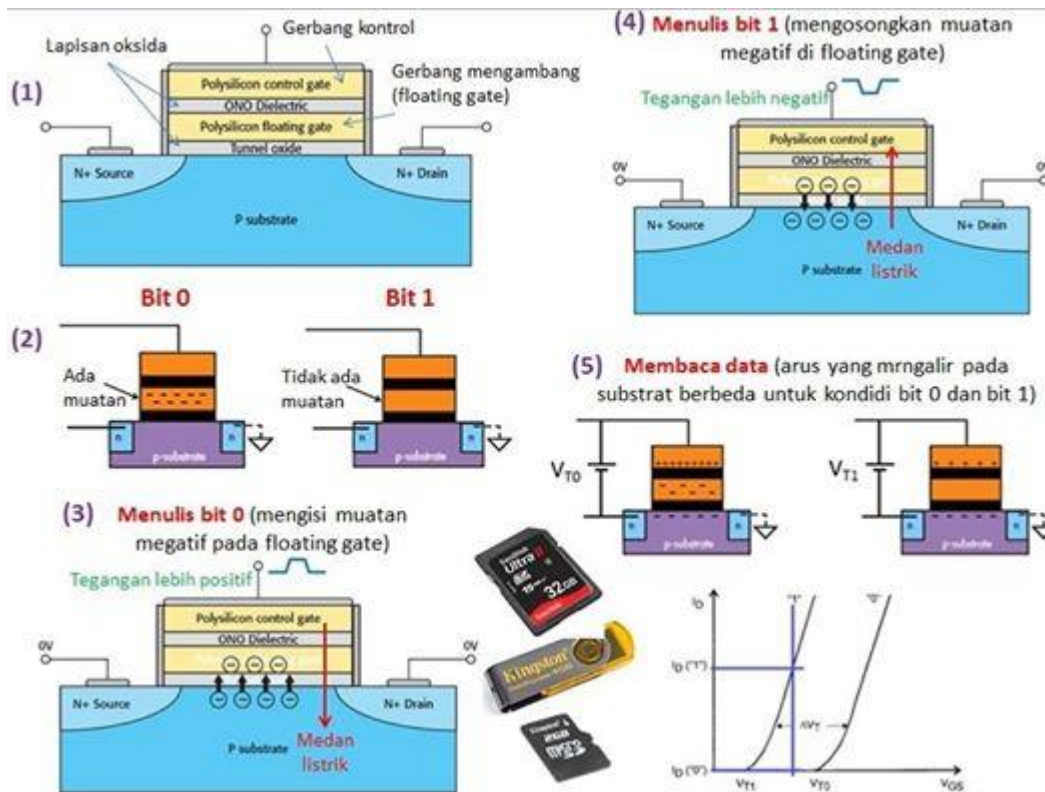
multi-walled carbon nanotube (MWCNT). Karbon nanotube memiliki konduktivitas listrik yang tinggi serta kekuatan mekanik terbaik

1.10.5 Flash Memory

Memory adalah divais yang dapat menyimpan besaran fisika dalam waktu yang cukup lama dan keberadaan sifat tersebut dapat dideteksi. Untuk menyimpan informasi digital, cukup dua besaran fisika yang disimpan. Satu besaran merepresentasikan bilangan biner 0 dan satu besaran untuk merepresentasikan bilangan biner 1. Salah satu memori yang sangat terkenal saat ini adalah memory gerbang mengambang (*floating gate memory*). Memori ini yang ada di dalam USB flash memory, memory hp, kamera, video, SD card, dan sebagainya. Ukuran yang sangat kecil dapat menyimpan dana sangat besar. **Gambar 1.63** adalah contoh floating gate memory yang kita jumpai sehari-hari.

Gambar 1.63 Contoh *floating gate memory* yang kita jumpai atau gunakan sehari-hari (PC World).

Memory ini bisa diwujudkan berkat perkembangan teori kuantum, khususnya fenomena penerobosan (tunneling). **Gambar 1.64** adalah ilustrasi prinsip kerja *floating gate memory* yang didasarkan pada prinsip

gaya coulomb dan efek terobosan

Gambar 1.64 Prinsip kerja *floating gate memory.*

Prinsip kerja floating gate memory dapat dijelaskan secera sederhana sebagai berikut:

a) Gambar (a) adalah struktur *floating gate memory* (FGM). Memori ini terdiri dari susbstrat (channel), drain, source, control gate, dan *floating gate*. *Floating gate* dikelilingi oleh bahan isolator (oksida) sehingga tidak terhubung secara listrik dengan substrat maupun control gate.

b) Gambar (b). Keadaan memory, apakah menyimpan bit 0 atau bit 1 ditentukan oleh ada atau tidak adanya elektron pada floating gate. Jika floating gate menyimpan elektron (bermuatan negatif) maka memori menyimpan bit 0 dan jika floating gate tidak menyimpang elektron (netral) maka memori menyimpan bit 1.

c) Gambar (c). Bagaimana menyimpan bit 0 pada floating gate (mengisi elektron pada floating gate)? Control gate diberi tegangan yang lebih positif daripada drain atau source. Akibatnya timbul medan listrik yang cukup besar yang mengarah dari control gate ke substrat. Karena elektron bermuatan negatif maka elektron ditarik dalam arah berlawanan medan

listrik. Akibatnya elektron dari substrate mengalir ke arah floating gate sehingga floating gate tersisi elektron. Jika tegangan dihentikan maka elektron akan terperangkap dalam floating gate dalam waktu yang sangat lama (bisa sampai 10 tahun). Jadi bit 0 tersimpan aman di dalam memory.

d) Gambar (d). Bagaimana menyimpan bit 1? Control gate diberi tegangan lebih negatif dibandingkan dengan tegangan drain dan source. Akibatnya elektron yang berada di dalam floating gate terdorong ke arah susbtrat dan floating gate menjadi kosong (kembali netral). Inilah bit 1.

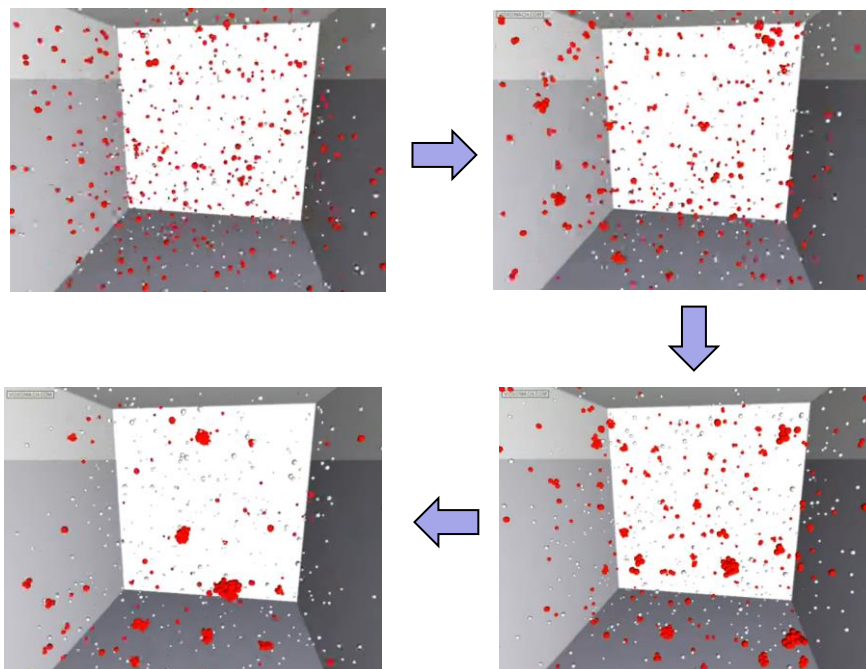
e) Gambar (e). Bagaimana membaca data yang tersimpan? Jika ada muatan pada floating gate (kondisi bit nol) maka muatan ini menghasilkan medan listrik di substrat di bawahnya. Sebaliknya, jika floating gate netral (kondisi bit 1) maka tidak dihasilkan medan listrik di bawahnya. Ada dan tidak ada medan listrik di substrat mempengaruhi gerak elektron dalam susbstrat. Adanya medan listrik di substrat menyebabkan elektron mengalir lebih mudah daripada tanpa medan listrik. Dengan perkataan lain, kondisi bit 0 dan dan bit 1 menyebabkan konduktivitas listrik yang berda pada substrat. Untuk mangasilkan arus listrik yang sama pada substrat maka kondisi bit 0 (ada medan lsitrik) memerlukan tegangan listrik antara control gate dan source yang lebih kecil daripada kondisi bit 1. Berdasarkan beda tegangan listrik untuk menghasilkan arus yang sama inilah dapat disimpulkan apakah yang tersimpan adalah bit 0 atau 1.

1.10.6 Mengapa Hujan Buatan Menggunakan Garam?

Awan sebenarnya telah mengandung uap air, hasil penguapan dari laut, sungai, danau dan dari tumbuhan. Namun, kandungan uap air masih di bawah titik jenuh sehingga tidak terjadi kondensasi membentuk air hujan. Yang dimaksud titik jenuh adalah kabdungan maksimum uap air yang diijinkan di udara agar tetap stabil menjadi uap air dan tidak berubah fase menjadi fase cair. Titik jenuh tersebut bergantung pada suhu dan tekanan udara. Makin tinggi suhu udara maka titik jenus terjadi pada kandungan uap air yang lebih tinggi, dan sebaliknya.

Kalau kita mendengar kelembaban udara 80% artinya kandungan uap air masih 80% dari titik jenuh dan tidak akan terjadi hujan. Titik jenuh adalah kondisi ketika kelembanan udara sama dengan 100%. Jika tiba-tiba kelembaban di atas 100% maka kondisi menjadi tidak stabil. Kekebihan uap air sebanyak 20% akan mengalami perubahan fase menjadi zat cair sehingga kelembaban akhir udara maksimal 100%. Dengan demikian, agar terjadi

kondensasi dan hujan, maka suhu awan harus turun sehingga kelembaban uap yang semula di bawah titik jenuh menjadi di atas titik jenuh (ingat makin rendah suhu maka kandungan uap air yang bersesuaian dengan titik jenuh makin kecil). Kelebihan kelembaban itu akan berubah menjadi cair dan turun sebagai hujan.

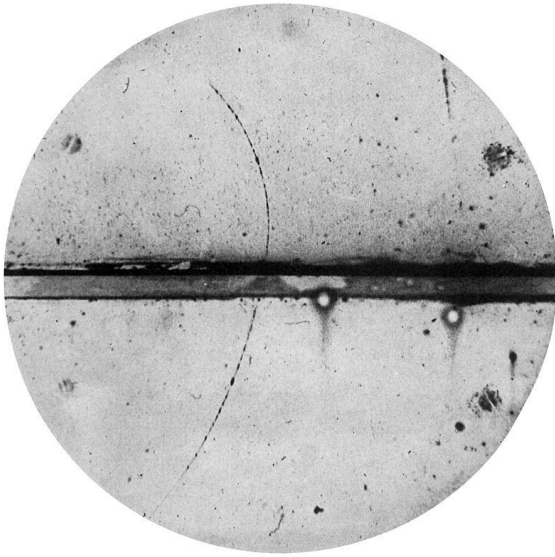
Mekanisme terbentuknya titik-titik zat cair dari uap disebut nukleasi. Sebenarnya molekul sering bertabrakan dan membentuk kumpulan molekul. Namun jika ukuran kumpulan molekul kurang dari jari-jari kritis maka kumpulan tersebut kembali menjadi molekul terpisah. Jari-jari kritis ditentukan oleh energi permukaan dan energi Gibbs zat cair. Energi permukaan cenderung memecah kumpuan molekul sedangkan energi Gibbs cenderung menyatukan molekul. Kompetisi dua energi tersebut yang menentukan jari-jari kiritis. Ketika secara tiba-tiba ukuran kumpulan molekul lebih besar dari jari-jari kiritis maka ukuran kumpulan tersebut bertambah terus (tumbuh) hingga membentuk tetes air yang besar. Proses ini ditunjukkan oleh **Gambar 1.65**.

Gambar 1.65 Proses nuknelasi: mekanisme terjadinya titik air akibat tumbukan antar molekul air. Mekanisme ini yang berperan dalam terjadinya hujan (youtube.com).

Jika kandungan air di awal selalu lebih rendah daripada titik jenuh maka tidak akan terjadi hujan. Kondisi inilah yang terjadi saat musim

kemarau. Pancaran sinar matahari sangat menentukan kondisi tersebut. Suhu atmosfer yang tinggi dan penguapan yang rendah menjadi factor utama penyebab tidak tercapainya titik jenuh uap air di awan. Dalam kondisi demikian pembuatan hujan buatan merupakan satu langkah untuk mengurangi efek kekurangan air. Prises pembuatan hujan buatan dilakukan dengan menyebar garam di awan yang mengandung cukup banyak uap air. Setelah menunggu beberapa saat maka di lokasi tempat garam disebar terjadi hujan yang umumnya sangat local.

Apa efek pemberian garam? Garam akan terurai menjadi ion-ion. Ketika ion masuk ke dalam kumpulan molekul air maka sebagian molekul menjadi bermuatan positif dan sebagian menjadi bermuatan negative. Molekul yang telah terionisasi tersebut menghasilkan tarikan tambahan pada molekul. Dengan demikian, pada kasus ini yang berperan menyatukan molekul menjadi dua: energi Gibbs dan gaya tarik listrik akibat tarikan molekul yang terionisasi. Ini berakibat jari-jari kritis bagi terbentuknya droplet menjadi lebih kecil. Proses ini sering disebut "ion-induced nucleation". Dengan demikian, hujan lebih mudah terjadi.

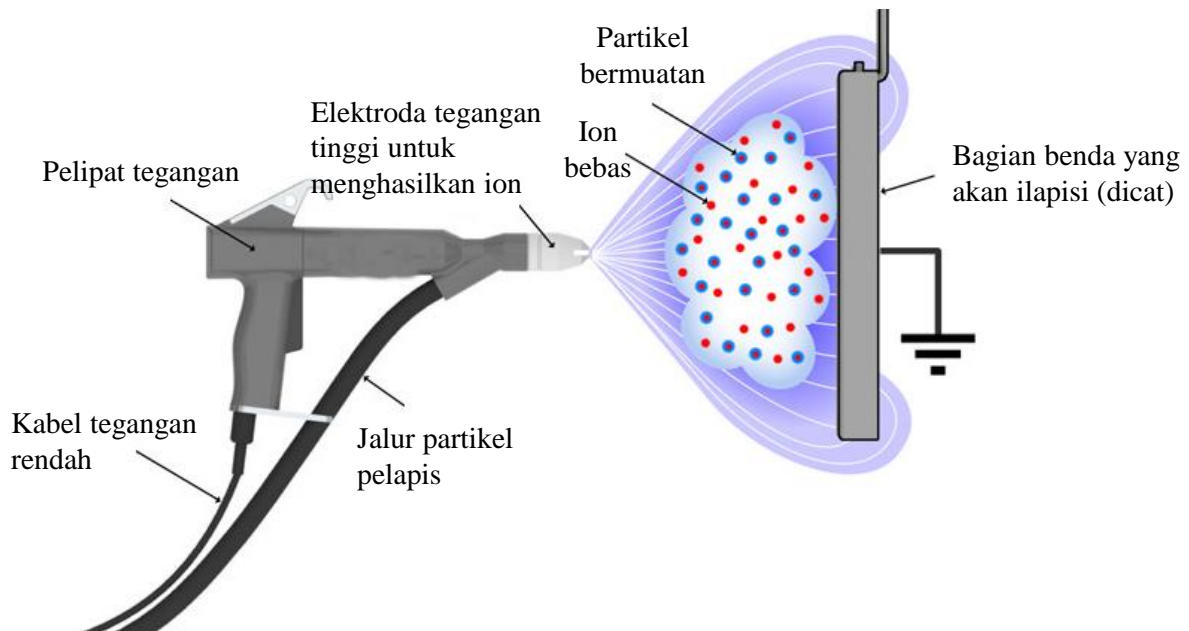
Prinsip serupa telah digunakan oleh ahli fisika pawa awal abad 20 untuk mendeteksi keberadaan partikel elementer melalui ruang berawal (*cloud chamber*). Suatu ruang diisi dengan uap air yang mendekati titk jenuh. Uap persebut sudah siap untuk mengalami kondensasi menjadi titik-titik air. Ketika ada partikel bermuatan yang melintas dalam ruang tersrbut maka sepanjang lintasan terjadi kondesasi karena mekanisme ion-induced nucleation. Prosesnya sama dengan pembentukan hujan buatan di mana titik air terbentuk karena pemberian garam. Jika dalam ruang tersebut juga diberikan medan listrik maka lintasan partikel membelok akibat gata listrik. Berdasarkan arah pembelokan tersebut maka jenis muatan partikel partikel dapat ditentukan.

Gambar 1.66 adalah contoh *cloud chamber* beserta lintsan yang dihasilkan. *Cloud chamber* diperkenalkan oleh Charles Thomson Rees Wilson dari Skotlandia. Wilson menerima hadiah Nobel Fisika tahun 1927 atas penemuan ini. Dengan alat ini telah ditemukan positron (electron bermuatan positif) oleh Carl David Anderson tahun 1932. Keberadaan positron telah diramalkan secara teori oleh ahli fisika Inggris Paul Dirac tahun 1928 dan baru ditemukan empat tahun kemudian oleh Anderson. Atas penemuan ini, Anderson menerima hadiah Nobel Fisika tahun 1936.

Gambar 1.66 Foto lintasan positron (electron bermuatan positif) pada cloud chamber (en.wikipedia)

1.10.7 Pelapisan Elektrostatik

Saat ini teknologi pengecatan atau pelapisan sudah sangat maju. Kalau dulu pengecapat dilakukan dengan menggunakan kuas. Lalu berkembang dengan teknologi penyemprotan yang dikenal dengan air brush. Namun, kedua cara tersebut masih memiliki sjumlah kekurangan seperti proses pengecepatan yang lambat dan hasil yang diperoleh tidak terlalu rata. Terknologi pelepisan atau pengeceran yang dikembangkan saat ini dan diterapkan di industry-industri besar adalah teknologi elektrostatik.

Gambar 1.67 Pengecetan mobil yang baru dibuat dengan teknologi eketrostatik (http://jf505industrialrobotics.blogspot.co.id/).

Gambar 1.67 adalah contoh proses pengecatan mobil yang dilakukan dengan elektrostatik. Proses pengecatan dapat dilakukan oleh robot dan proses penyelesaian sangat cepat, hasil pengecepatan sangat rata dan sangat terkontrol. Jumlah cat yang digunakan tidak berlebihan (sangat akurat) sehingga ekonomis dan limbah yang diproduksi pun menjadi sangat sedikit. bagaimana prinsip pengecatan atau pelapisan seperti ini?

Gambar 1.68 Proses pengecatan arau pelapisan secara elektrostatik. Pada ujung alat penyemprot diproduksi ion-ion dengan memberikan tegangan listrik yang sangat tinggi. Material pelapis atau cat didorong dengan udara dan saat melewati ujung nozzle menangkap sebagian muatan sehingga menjadi partikel bermuatan. Bahan yang akan dilapis atau dicat yang umumnya konduktor diberi muatan yang berlawanan tanda. Pada konduktor muatan listrik tersebar di permukaan secara merata. Partikel pelapis yang telah bermuatan ditarik oleh muatan di permukaan bahan yang akan dicat sehingga jatuh ke permukaan benda tersebut secara merata.

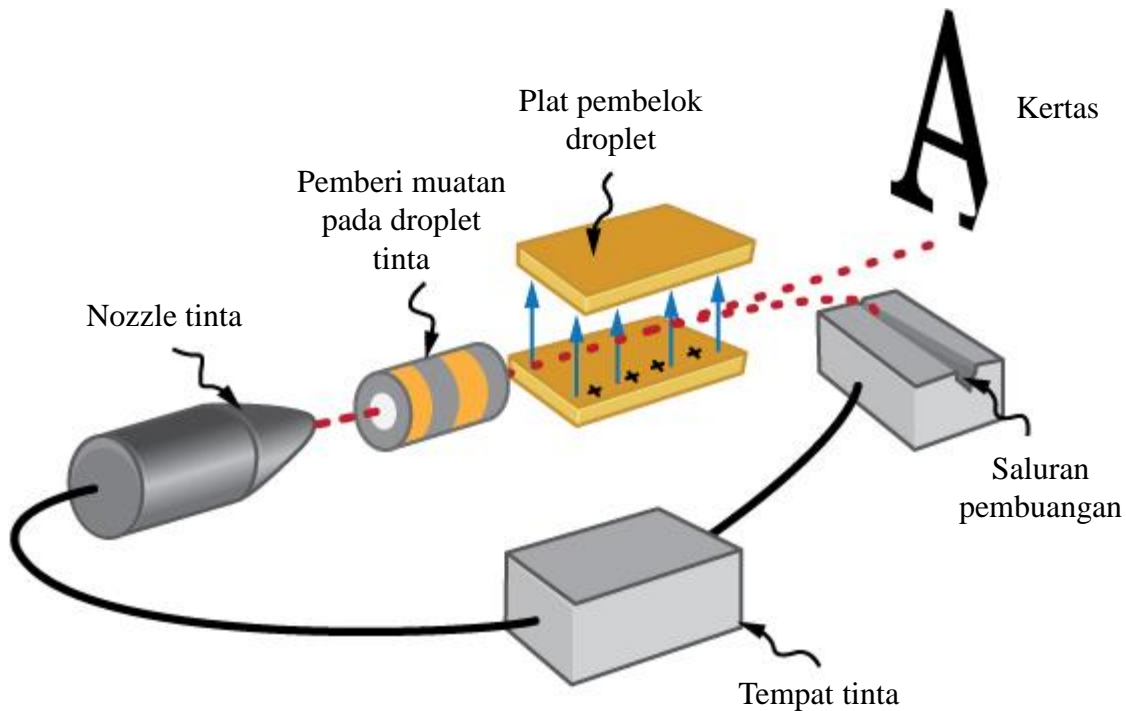
Prinsip yang digunakan adalah gaya tarik antara muatan positif dan negative. **Gambar 1.68** adalah ilustrasi proses pengecatan atau pelapisan tersebut. Material cat atau partikel pelapis disemprot dari nzzle menggunakan dorongan udara. Namun, di ujung penyemprot dihasilkan banyak muatan listrik dengan memberikan tegangan listrik yang sangat tinggi. Partikel yang keluar dari nozzle mengikat sebagian muatan tersebut sehingga keluar dari nozzle sebagai partikel bermuatan. Benda yang dicat atau dilaposi umumnya berbentuk logam atau bahan konduktor lain diberi muatan listrik yang berlawanan. Karena bahan tersebut adalah logam maka muatan akan tersebar di permukaan logam. Muatan yang ada di permukaan

bahan akan menarik partikel yang keluar dari nozzle yang memiliki muatan berlawanan tanda sehingga bergerak kea rah benda yang akan dicat. Karena muatan yang ada di permukaan bahan tersebar merata di seluruh permukaan maka partikel pelapis akan menunju bahan secara merata pula. Dengan demikian, hasil pelapisan atau pengecatan menjadi rata.

1.10.8 Printer Ink Jet

Kita semua pasti sangat mengenal printer ink jet. Printer ini memiliki beberapa tinta. Yang pasti ada tinta hitam. Untuk printer berwarna aka nada tambahan minimal tiga tinta lain seperti cyan, magenta, dan yellow. Kombinasi empat warna tinta tersebut yang menghasilkan semua warna yang indah dilihat. Tinta-tinta tersebut berbentuk cairan yang disimpan dalam cartridge atau dalam bentuk botol ini ulang. **Gambar 1.69** adalah contoh printer ink jet.

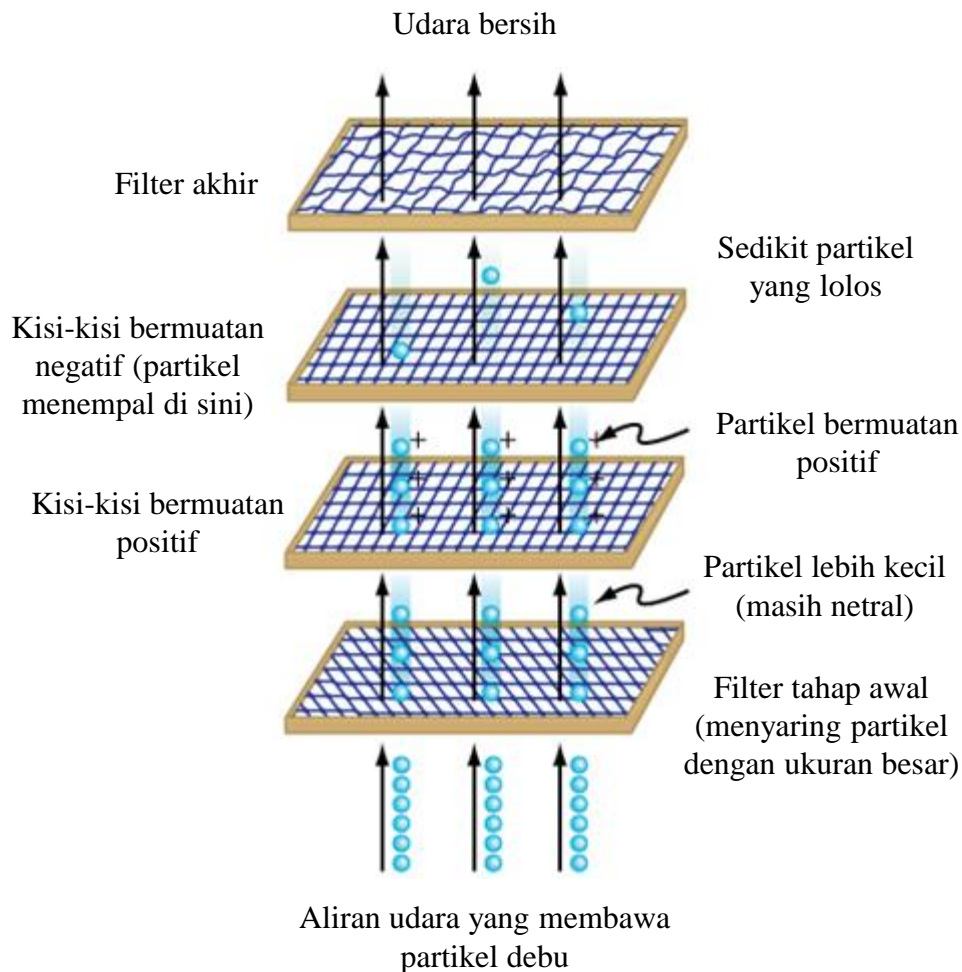
Gambar 1.69 Contoh printer ink jet hasil cetakan yang diperoleh

Printer ink jet juga menggunakan teknologi yang sama dengan pengecetan elektrostatik. Tinta dari printer ink jet dikeluarkan dalam bentuk droplet yang sangat kecil. Di ujung nozzle, droplet tersebut diberi muatan listrik sehingga dapat diarahkan untuk bergerak ke mana menggunakan medan listrik. **Gambar 1.70** adalah ilustrasi proses cetak menggunakan printer ink jet. Dengan demikian dapat dihasilkan huruf atau gambar yang sangat halus karena arah jatuhnya droplet di kertas dapat dikontrol dengan sangat akurat.

Gambar 1.70 Ilsutrasi proses cetak pada printer ink jet

1.10.9 Filter Pembersih Udara

Apalikasi lain gaya elektrostatik adalah desain filter pembersih udara yang digunakan untuk menyaring partikel-partikeh dari udara yang mengandung debu atau asap. Filter seperti ini banyak dipasang di cerobong asap pabrik. Saat ini juga banyak dijual alat pembersih udara dalam ruangan yang memiliki prinsip kerja hamper sama.

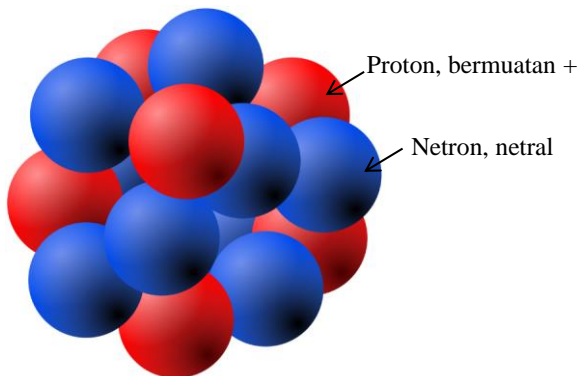
Prinsipnya sangat sederhana. Udara yang mengandung partikl-paetikel debu dilewatkan pada elektroda yang memiliki tegangan sangat tinggi. Karena tenganggan yang sangat tinggi maka pada elektroda arau lokasi di sekitarnya terbentuk ion-ion bebas. Udara yang mengandung partikel-paertikel pengotor dilewatkan pada elektroda tersebut sehingga menagkap sebagian ion yang ada pada dan di sekitar elektroda. Partikel akhirnya memiliki muatan listrik dan terus bergerak bersama aliran udara. Beberapa jauh dari elektroda penghasil muatan terdapat elektroda dengan muatan berlawanan. Ketika melewati elektroda yang memiliki muatan berlawanan tersebut maak partikel menempel di elektroda tersebut. Yang berhasil lolos dari elektroda ini hanya molekul udara atau hanya sedikit partikel saja. Ini berarti, udara yang lolos dari elektroda kedua sudah

bersih.Jika filer lain ditambahkan lagi setelah elektroda penangkap ini maka udara yang lolos makin bersih.

Gambar 1.71 Ilustrasi prinsip kerja filter penyaring udara. Udara yang mengandung partikel-partikel diubah menjadi udara bersih dengnag cara menangkap partikel secara elektrostatik (menggunakan gaya coulomb).

Gambar 1.71 adalah ilustrasi filer pada alat penyaring udara yang dipasang di ruangan. Setelah melewati sejumlah filter maka udara kotor berubah menjadi udara bersih. Sistem filter terdiri dari filter awal yang menyaring secara langsung partikel-partikel kasar (ukuran besar). Partikel ukuran lebih kecil lolos. Partikel ini kemudian dilewatkan pada elektroda yang diberi muatan (dipasang pada tegangan listrik yang tinggi) sehingga partikel yang meninggalkan elektroda ini menjadi bermuatan. Kemudian partikel melewati elektroda yang memiliki muatan berlawanan sehingga menempel di elektroda tersebut. Di sini terjadi penumpukan partikel yang harus dibersihkan secara periodic. Partikel yang lolos elektroda pengumpul

tidak terlalu banyak dan umumnya dileatkan lagi pada filter akhir dengan ukuran pori lebih kecil. Akhisnya, udara yang lolos filter akhir tersebut berupa udara bersih.

Soal-Soal

1) Inti atom dibentuk oleh proton dan netron (**Gambar 1.72**). Proton bermuatan positif sedangkan netron netral. Muatan proton sama dengan muatan electron, hanya berlawanan tanda. Proton bermuatan positif. Jari-jari inti atom meemnuhi persamaan $R = r_0 A^{1/3}$ dengan A adalah nomor massa atom dan $r_0 = 1{,}25 \times 10^{-15}$ m adalah sebuah konstata. Untuk atom dengan nomor massa 100 maka jari-jari inti adalah $R = 5{,}8 \times 10^{-15}$ m. Karena jarik-jari atom hanya dalam orde 10^{-15} m maka jarak antar proton dalam inti kurang kari itu. Misalkan jarak antar proton dalam inti diambil sama dengan 10^{-15} m, tentukan gaya tolak coulomb antar proton.

Gambar 1.72 Gambar untuk soal 1.

2) Atom hydrogen terdiri dari proton yang berada di inti yang dikelilingi satu elektoron. -jari atom hirdogen adalah 0,53 angstrom. Berapakah kuat medan listrik minimum yang untuk melepas ikatan electron pada atom hydrogen?

3) Ion negative diduga berperan dalam meningkatkan kebugaran tubuh. Alam menghasilkan ion negative yang jumlahnya tergantung ada lokasi. Hutan tropis dan air terjun adalah lokasi di alam yang menghasilkan ion negative paling banyak. Pada udasa sekitar air terjun Niagara, terdapat 100.000 – 500.000 ion negative per cm^3. Tabel 1.3 adalah kerapatan ion negative di berbagai lokasi dan efeknya bagi kesehatan. Jika diasumsikan

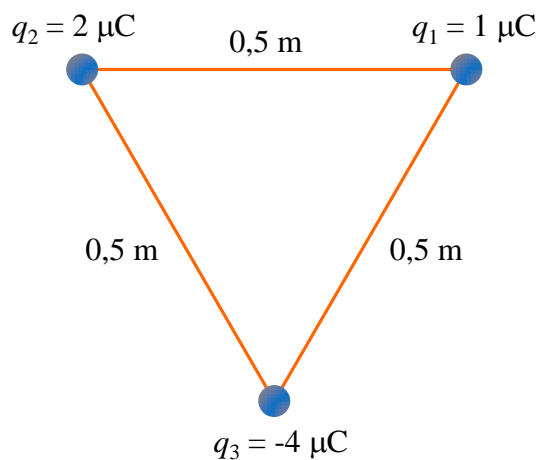
bahwa satu ion memiliki muatan yang sama dengan muatan satu electron, tentukan jumlah muatan listrik dalam setiap meter kubik udara di lokasi-lokasi tersebut.

Tabel 1.3 Kerapatan ion negative di berbagai lokasi dan efeknya bagi kesehatan

Lokasi	Jumlah ion negative per cm3	Efek bagi tubuh
Hutan tropis, air terjun	10.000-50.000	Meningkatkan daya tahan tubuh
Gunung, pantai	5.000-7.000	Dapat membunuh bakteri
Pedesaan	800-1.500	Kebutuhan dasar untuk menjega kebugaran tubuh
Jalan dengan jalur hijau	150 - 300	Memicu kurang sehat
Pemukiman perkotaan	40 - 100	Mengimbas munculnya sejumlah penyakit
Berada dalam waksu lama dalam ruang ber-AC	0-25	Memicu sidrom AC seperti sakit kepala, tidur tidak teratur, kelelahan

Gambar 1.73 Air terjun Air Terjun Sendang Gile, Kecamatan Bayan, Kabupaten Lombok Utara dengan ketinggian sekitar 40 m (www.liburansaja.com). Air terjun merupakan sumber ion negative yang berlimpah.

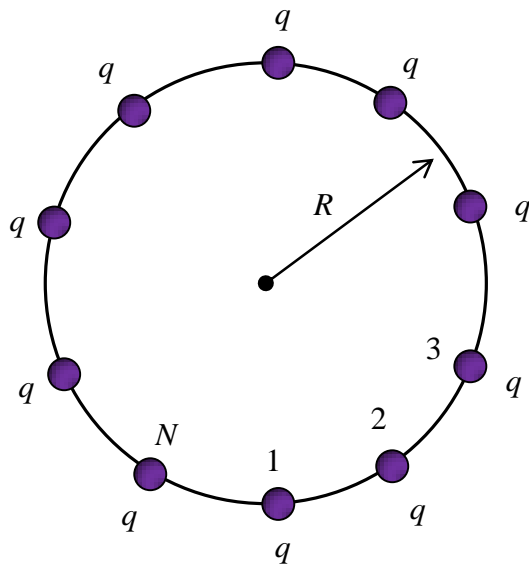
4) Elektron pada atom hydrogen diikat oleh gaya coulomb dengan inti. Elektron bergerak mengitari inti pada jari-jari 0,53 anstrom. Massa electron adalah $9,1 \times 10^{-31}$ kg. Tentukan laju electron mengitari inti.

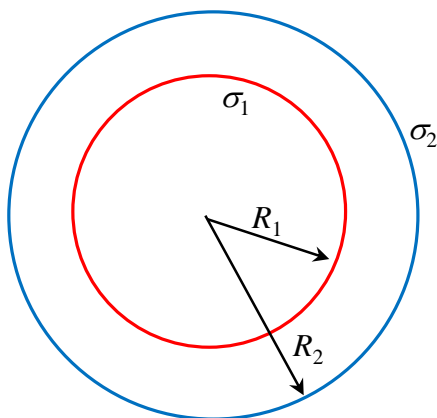
5) Tiga buah muatan berada pada titik sudut segitiga sama sisi seperti pada **Gambar 1.74**. Masing-masing muatan tersebut adalah q_1 = 1 μC, q_2 = 2 μC, dan q_3 = - 4 μC. Berapa gaya total pada muatan q_1 dan gaya total pada muatan q_3?

Gambar 1.74 Gambar untuk soal ***

6) Buktikan bahwa energy kinetic electron yang mengelilingi proton pada atom hydrogen memenuhi persamaan

$$K = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r}$$

dengan e adalah muatan electron.

7) Sebanyak N buah muatan sejenis ditempatkan pada keliling sebuan lingkaran dengan jari-jari R. Jarak antar muatan sepanjang keliling lingkaran sama (**Gambar 1.75**). Tentukan gaya yang dialami muatan pertama akibat muatan-muatan lainnya

Gambar 1.75 Gambar untuk soal ***

8) Dua kulit bola konduktor ditempatkan secara konsentris (satu titik pusat). Jari-jari masing-masing bola adalah R_1 dan R_2 dan muatan per satuan luas masing-masing σ_1 dan σ_2 (**Gambar 1.76**).

Gambar 1.76 Gambar untuk soal ***

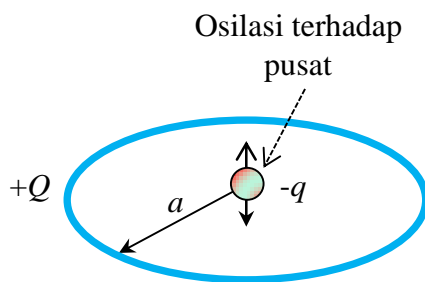
Tentukan:

a) Kuat medan listrik di mana-mana

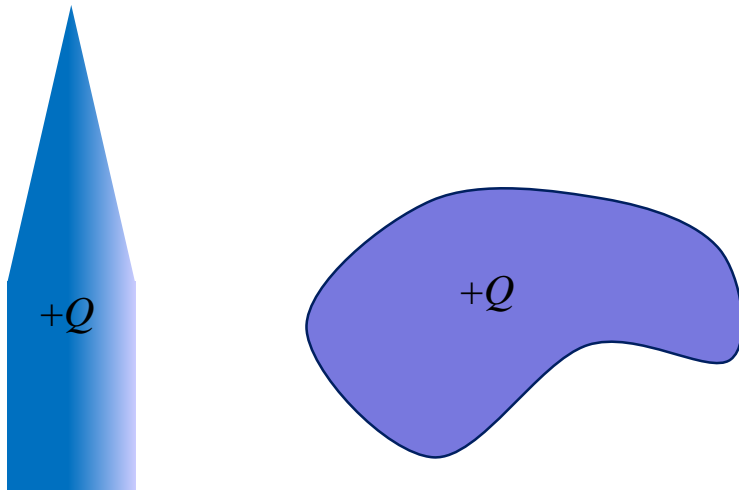
b) Gaya tarik elektrostatik antara dua bola.

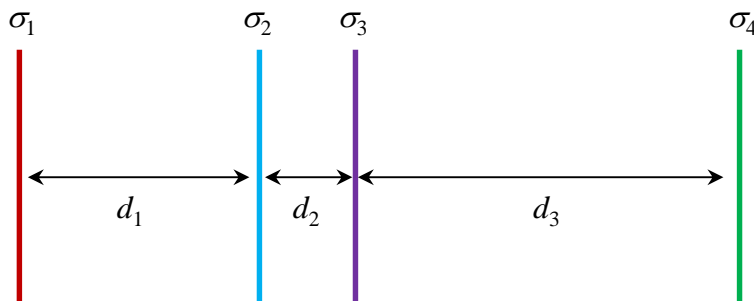
9) Sebuah cincin dengan jari-jari a memiliki muatan listrik +Q yang tersebar secara homogeny. Cincin tersebut ditempatkan pada bidang datar. Di pusat cincin ditempatkan muatan –q (**Gambar 1.77**). Karena kuat medan listrik di

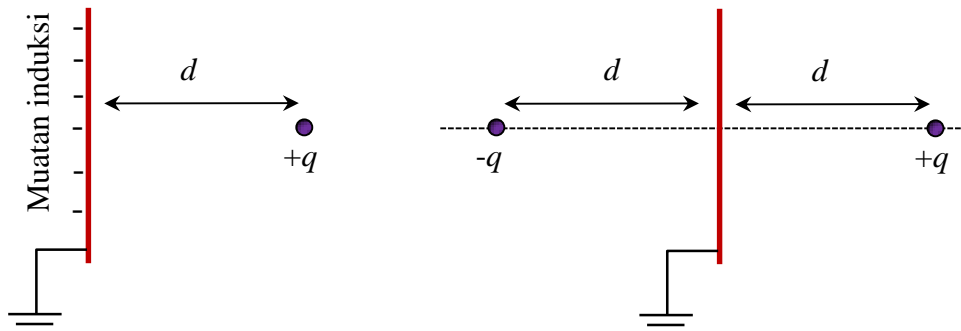
pusat cincin nol maka muatan q diam di pusat cincin. Misalkan muatan q sedikit disimpangkan searah sumbu cincin maka muatan tersebut akan ditarik kembali ke pusat cincin, lalu bergerak melewati pusat cincin, dan balik lagi kea rah pusat cincin. Begitu setersunya, sehingga terjadi osilasi di sekitar pusat cincing. Misalkan massa muatan –q adalah m, tentukan frekuensi osilasi muatan q.

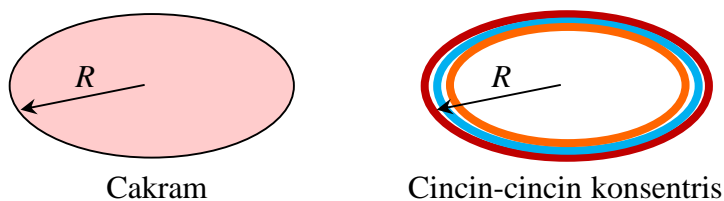
Petunjuk: kuat medan listrik sepanjang sumbu cincin homogeny diberikan oleh persamaan (1.***) $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Qh}{\left(h^2+a^2\right)^{3/2}}$. Jika pergeseran dari pusat cincin sangat kecil sehingga h << a maka kita aproksimasi $h^2 + a^2 \approx a^2$ sehingga $E \approx Q/(4\pi\varepsilon_o a^3)h$. Gaya yang bekerja pada muatan -q adalah F = -qE. Dengan menggunakan hukun Newton II bahwa $F = m\frac{d^2h}{dt^2}$ tentukan bentuk persamaan untuk frekuensi osilasi muatan.

Gambar 1.77 Gambar untuk soal ***

10) Tentukan medan listrik pada jarak x sembarang dari permukaan pelat pada garis hubung dua muatan titik. Pada kasus ini, kita seolah-olah memiliki dua muatan titik yang berlawanan tanda dan terpisah sejauh 2d. Jika posisi pelat diambil sebagai pusat koordinat maka yang akan dihitung adalah kuat medan listrik pada koordinat x sembarang.

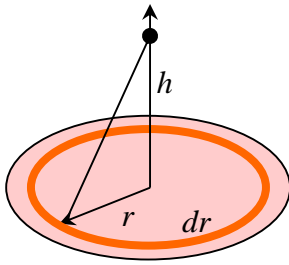
11) **Gambar 1.78** adalah sebuah benda dari bahan konduktor yang diberi muatan liatrik +Q (positif). Buat sketsa garis gaya pada berbagai titik dari permukaan muatan

Gambar 1.78 Gambar untuk soal **

12) Empat buah pelat tak berhingga yang ditempatkan sejajar masing-masing memiliki kerapatan muatan per satuan luas σ_1, σ_2, σ_3, σ_4. Pelat tersebut dipatkan dengan spasi d_1, d_2, dan d_3 seperti pada **Gambar 1.79**. Tentukan kuat medan listrik di mana-mana

Gambar 1.79 Gambar untuk soal ***

13) *Muatan bayangan*. Jika muatan listrik q ditempatkan di depan pelat konduktor yang dipertahankan berada pada potensial nol, maka pada permukaan kondutor akan terbentuk muatan induksi (**Gambar 1.80**). Efek dari semua muatan induksi yang dihasilkan konduktor persis sama dengan efek yang dihasilkan sebuah muatan yang nilainya sama dengan negative muatan yang ditenpatkan di depan konduktor dan berada pada jarak yang sama. Muatan tersebut sering disebut muatan bayangan.

Gambar 1.80 Gambar untuk soal ***

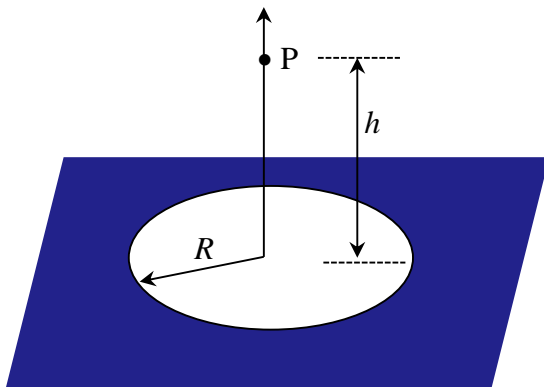
14) Sebuah cakram dapat dipandang sebagai susunan cincin-cincin konsentrasis di mana jari-jari cindin terluar sama dengan jari-jari cakram (**Gambar 1.81**).

Gambar 1.81 Gambar untuk soal ***

15) Sebuah cakram dengan jari-jari R memiliki muatan Q yang tersebar merata (**Gambar 1.82**). Dengan menggunakan persamaan medan yang dihasilkan cincin di sepanjang sumbu cincin, tentukan kuat medan listrik di sepanjang sumbu cakram. Petunjuk: perhatikan cincin dengan jari r dan ketebalan dr yang ada dalam cakram. Keliling cincin adalah $2\pi r$ sehingga luasnya adalah $dA = 2\pi r dr$. Muatan yang dikandung cincin tersebut adalah $dq = \sigma \times (2\pi r dr) = 2\pi\sigma r dr$. Dengan menggunakan persamaan (1.41) maka kuat medan listrik yang dihasilkan cincin adalah

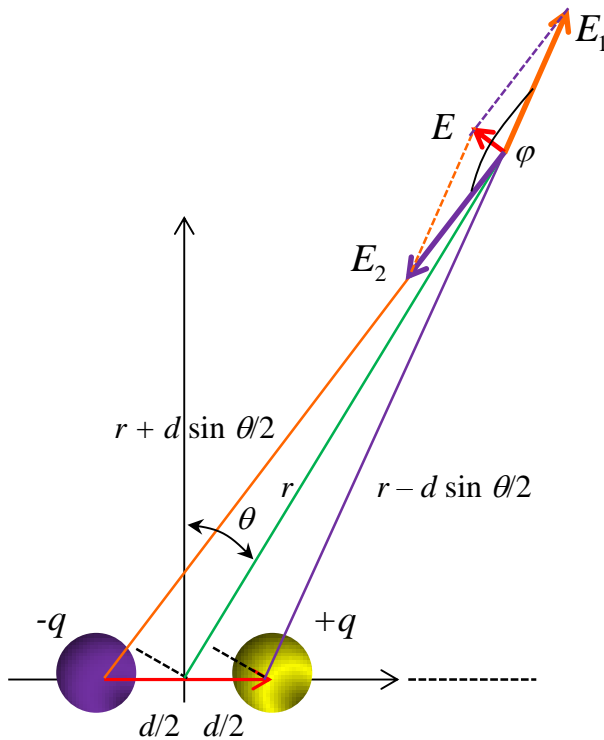
$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{hdq}{\left(h^2+r^2\right)^{3/2}}$$

Gambar 1.82 Gambar untuk soal ***

Kuat medan yang dihasilkan cakram menjadi

$$E = \int_0^R dE$$

16) Sebuah pelat tak berhingga dengan kerapatan muatan σ memiliki lubang berupa lingkaran dengan jari-jari R. Tentukan kuat medan listrik pafa jarak h dari pusat lingkaran sepanjang sumbu lingkaran. Petunjuk: persoalan ini dapat dipandang sebagai pelat tak berhingga yang tidak memiliki lubang dan memiliki kerapatan muatan σ yang disusun dengan semuah lingkaran yang memiliki jari-jari R dan kerapatan muatan $-\sigma$ (**Gambar 1.83**). Kuat medal pada titip P merupakan jumlah kuat medan yang dihasilkan pelat tak berhingga dan kuat medan yang dihasilkan lingkaran.

Gambar 1.83 Gambar untuk soal ***

17) Kita sudah menghitung medan listrik yang dihasilkan momen dipole sepanjang sumbu yang tegak lurus momen dipol. Bagaimana dengan medan pada posisi lainnya? **Gambar 1.84** adalah ilustrasi titil yang tidak berada

pada sumbu momen dipol dan kita akan menentukan kuat medan di titik tersebut. Garis penguhung titik tersebut kea rah pusat dipol membentuk sudut θ dengan sumbu yang tegak lurus sumbu dipol. Berdasarkan **Gambar 1.84** maka jarak titik pemngamatan ke muatan positif dan negative berbeda.

Gambar 1.84 Gambar untuk soal

a) Buktikan bahwa jarak muatan positif dan negative ke titik pengamatan masing-masing $r-(d/2)\sin\theta$ dan $r+(d/2)\sin\theta$

b) Tentukan kuat medan yang dihasilkan muatan positif dan negative. Lakukan aproksimasi untuk kasus $d << r$.

c) Buktikan bahwa sudut antara medan yang dihasilkan muatan positif dan negative memenuhi $\varphi = \pi/2 + \theta$.

d) Dengan menngunakan persamaan penjumlahan vector secara jajaran genjang

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos\varphi}$$

e) Tentukan bentuk eksplisit momen dipol di titip pengamatan sebagai fungsi θ dan r.

18) Muatan sejenis sebesar q berada pada titik sudut sebuah kubus.

Panjang sisi kubus adalah a. Tentukan dipole total muatan tersebut.

19) Tentukan besar gaya coulomb pada electron atom hidrogen yang dilakukan oleh proton di inti. Anggaplah bahwa electron mengelilingi proton pada jarak r = 0,53 A. Besar muatan electron dan proton adalah $1,6 \times 10^{-19}$ C. Massa electron adalah $9,1 \times 10^{-31}$ kg dan massa proton adalah $1,67 \times 10^{-27}$ kg. Tentukan perbandingan kekuatan gaya coulomb dan gaya gravitasi antara electron dan proton. Kalian akan identifikasi bahwa bahwa gaya antar muatan listrik jauh lebih besar daripada gaya gravitasi. Itulah sebabnya mengapa ketika kita membahas gaya antara benda yang bermuatan listrik maka gaya gravitasi selalu diabaikan.

20) Dua partikel asap yang bermuatan sama saling melakukan gaya tolak sebesar $4,2 \times 10^{-2}$ N. Berapa besar gaya jika kedua partikel tersebut berpindah sehingga jaraknya senjadi seperdelapan jarak semula?

21) Dua bola bermuatan terpisah sejauh 20,0 cm. Kedua bola dipindahkan sehingga gaya yang bekerja pada masing-masing bola menjadi tiga kali gaya semula. Berapa jarak pisah kedua bola sekarang?

22) Dua muatan titik terpisah sejauh 10,0 cm. Salah satu memiliki muatan –25 μC dan yang lainnya memiliki muatan +50 μC. (a) Tentukan arah dan besar medan listrik pada lokasi antara dua muatan pada jarak 2,0 cm dari muatan negatif? (b) Jika electron ditempatkan di titik P, berapakah percepatan electron saat di titik P (besar dan arahnya)?

23) Berapa muatan total semua electron dalam 1,0 kg molekul H2O?

24) Anggaplah yang menarik bulan sehingga tetap pada orbitnya saat mengelilingi bumu adalah gaya Coulomb. Misalkan muatan yang sama besar tetapi berbeda jenis masing-masing ditempatkan di bumi dan di bulan. Berapa besar muatan tersebut untuk mempertahankan bulan tetap pada orbitnya sekarang? Gunakan data massa bumi $5,97 \times 10^{24}$ kg, massa bulan $7,35 \times 10^{22}$ kg, jari-jari orbit bulan $3,84 \times 10^{8}$ m.

25) Dua muatan positif ditempatkan pada jarak tertentu. Muatan total ke duanya adalh QT. Berapa muatan yang dimiliki masing-masing agar (a) gaya antara ke duanya paling besar, dan (b) gaya antara keduanya paling kecil?

26) Muatan +5,7 μC dan –3,5 μC terpisah sejauh 25 cm. Di manakah muatan ke tiga harus ditempatkan agar mengamali gaya total nol oleh ke dua muatan tersebut?

27) Sebuah proton dilepaskan pada ruang yang memiliki medan listrik sehingga mengalami gaya $3,2 \times 10^{-14}$ N ke utara. Berapa besar dan arah medan listrik dalam ruang tersebut?

28) Sebuah electron yang dilepaskan dalam ruang yang memiliki medan listrik mengalami percepatan 125 m/s. Berapa kuat medan listrik tersebut?

29) Sebuah proton berada dalam ruang vakum yang memiliki medan listrik E. Proton tersebut tidak bergerak naik atau turun. Berapa kuat bedan listrik yang bekerja pada proton?

30) Berapa besar gaya yang dilakukan muatan +15 μC pada muatan lain +3 mC yang terpisah sejauh 40 cm?

31) Berapa besar dan arah gaya pada electron yang berada dalam ruang yang memiliki medan listrik 3500 N/C dan berarah ke selatan?

32) Berapa besar dan arah medan listrik pada jarak 30,0 cm tepat di atas muatan titik yang besarnya $33,0 \times 10^{-6}$ C?

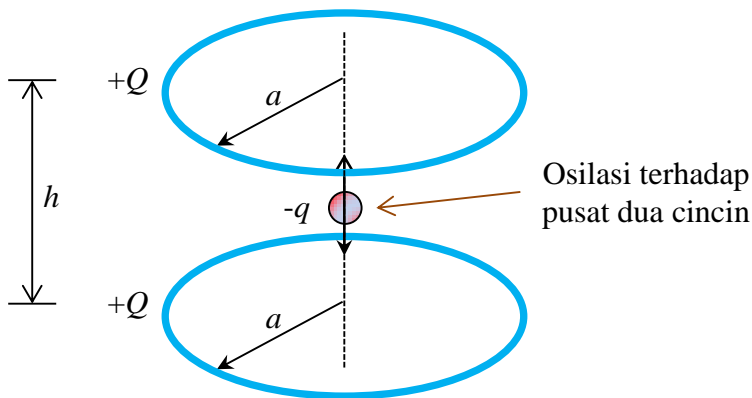
33) Seseorang menggesekkan kakinya pada keset woll sehingga mengakumulasi muatan –60 μC. Berapa electron yang ditarik kaki orang tersebut? Berapa pertambahan massa orang tersebut? Muatan electron adalah $-1,6 \times 10^{-19}$ C dan massanya $9,1 \times 10^{-31}$ kg.

34) Empat muatan masing-masing 6,0 mC ditempatkan pada sudut bujur sangkar dengan sisi 1,0 m. Tentukan besar dan arah gaya yang dialami tiap partikel.

35) Dua bola isolator kecil memiliki muatan total 80,0 μC. Ketika dipisahkan sejauh 1,06 m gaya antara bola tersebut adala 12,0 N dan bersifat tolak menolak. Berapa muatan masing-masing bola? Berapa muatan masing-masing bola jika gaya antara kedua bola bersifat tarik-menarik?

36) Gaya 8,4 N bekerja pada muatan –8,8 μC ke arah bawah. Berapa besar dan arah medan listrik pada muatan tersebut.

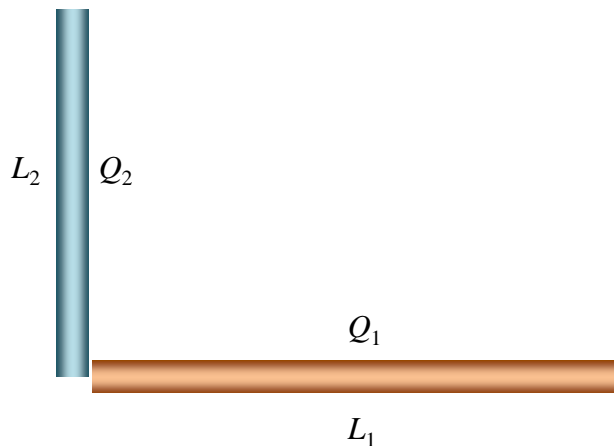
37) Hitung muatan listrik di pusat bujur sangkar yang memiliki sisi 60 cm jika salah satu sudut bujur sangkar ditempati muatan + 45 μC dan ke tiga sudut lainnya ditempati muatan masing-masing –31 μC.

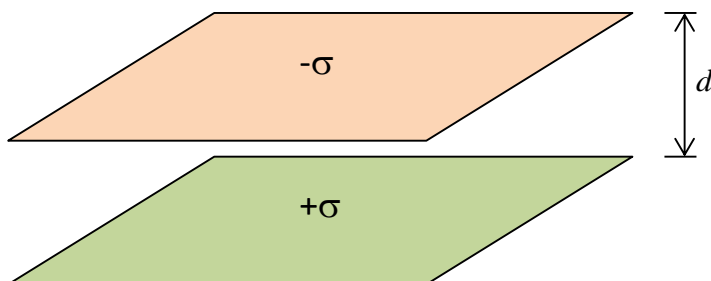
38) Dua buah cincin masing-masing dengan jari-jari a memiliki muatan listrik +Q yang tersebar secara homogeny. Dua cincing tersebut ditempatkan pada bidang datar dn berjaran vertikal h satu sama lainnya. Di pusat dua cincin (pada jarak h/2 dari pusat masing-masing cincin) ditempatkan muatan –q (Gambar 1.85). Karena sifat simetri maka muatan q diam di lokasi tersebut. Misalkan muatan q sedikit disimpangkan searah sumbu cincin maka muatan tersebut akan ditarik kembali ke pusat dua cincin, lalu bergerak melewati pusat dua cincin, dan balik lagi kea rah pusat dua cincin. Begitu setersunya, sehingga terjadi osilasi di sekitar pusat dua cincin. Misalkan massa muatan –q adalah m, tentukan frekuensi osilasi muatan q.

Gambar 1.85 gambar untuk soal **

39) Berapa kuat medan listrik dalam ruang yang ditempari proton yang sedang mengalami percepatan satu juta kali percepatan gravitasi bumi?

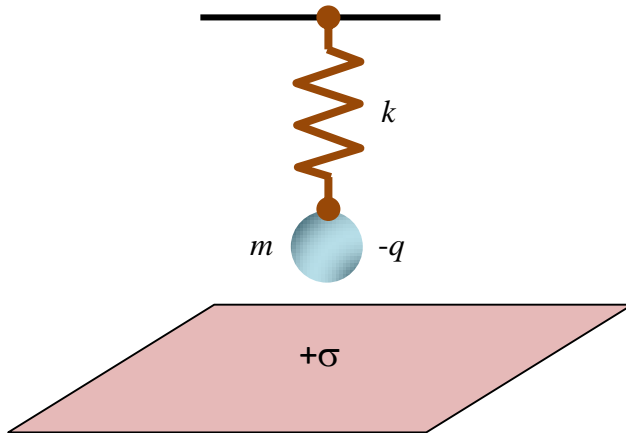
40) Kamu diberikan dua muatan q_1 dan q_2 yang tidak diketahui nilainya. Pada titik yang jaraknya dari muatan q_1 sama dengan sepertiga jarak dua muatan ternyata kuat medan listrik nol. Berapa perbandingan besar dua muatan tersebut serta tanda muatannya?

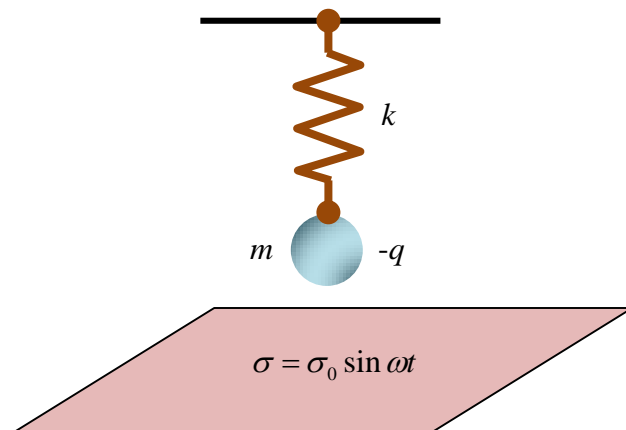
41) Berapa jarak ke dua electron agar gaya antara keduanya sama dengan gaya gravitasi bumi yang bekerja pada electron yang berada di permukaan bumi?

42) Dua buah batang ditempatkan pada posisi tegak lurus seperti pada **Gambar 1.86**. Panjang masing-masing batang adalah L_1 dan L_2. Masing-masing batang mengandung muatan Q_1 dan Q_2 yang tersebar secara homogen. Tentukan gaya coulomb antara dua batang (besar maupun arah)

Gambar 1.86 Gambar untuk soal ***

43) Dua pelat tak berhingga yang ditempatkan sejajar mengandung muatan berlawanan tanda dengan kerapatan muatan +σ dan -σ. Jarak antara dua pelat adalah *d* (**Gambar 1.87**). Berapa gaya per satua luas yang dialami oleh sebuah pelat?

Gambar 1.87 Gambar untuk soal ***

44) Sebuah benda bermassa m digantung pada pegas yang memiliki konstanta pegas k. Benda tersebut diberi muatan –q (**Gambar 1.88**). Di

bawah benda terdapat pelat sejajas yang sangat besar yang memiliki kerapatan muatan +σ. Benda disimpangkan sedikit dari titik setimbang kemudian dilepas sehingga bersosilasi. Tentukan frekuensi osilasi pegas.

Gambar 1.88 Gambar untuk soal ***

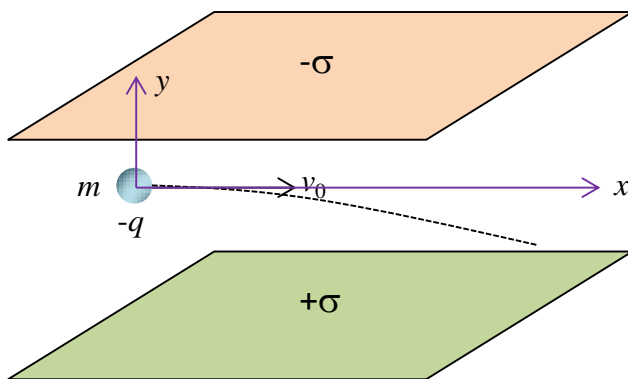
45) Serupa dengan soal nomor ***, namun kerapatan muatan pada pelat berubah terhadap waktu menurut persamaan $\sigma = \sigma_0 \sin \omega t$ dengan ω adalah frekuensi osilasi muatan (**Gambar 1.89**). Tentukan persamaan simpangan benda.

Gambar 1.89 Gambar untuk soal ***

Petunjuk: Pilih titik kesetimbangan sebagai titik kesetimbangan graiviasi sehingga gaya gravitasi tidak lagi diperhitungkan. Gaya total yang bekerja pada benda adalah $F = -kx + qE$ di mana x adalah perpindagan benda terhadap titik kesetimbangan gravitasi, $E = \sigma / 2\varepsilon_0 = (\sigma_0 / 2\varepsilon_0) \sin \omega t$ dan percepatan benda adalah $a = d^2 x / dt^2$. Dengan menggunakan hukum

Newton II, F = ma maka kita peroleh $-kx + (q\sigma_0 / 2\varepsilon_0)\sin \omega t = md^2x/dt^2$ atau

$d^2x/dt^2 + (k/m)x = (q\sigma_0 / 2m\varepsilon_0)\sin \omega t$. Untuk menyelesaikan persamaan ini,

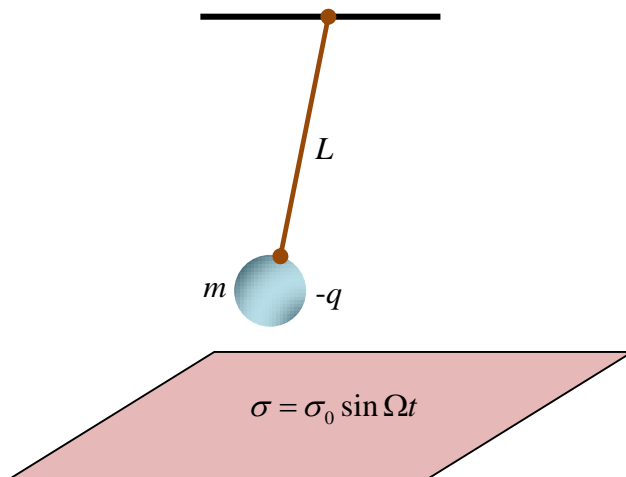
misalkan $x = A\sin \omega t$ lalu substitusi ke dalam persamaan di atas untuk menentukan amplitudo A.

46) Sebuah partikel bermuatan –q dan massa m masuk dalam ruang antara dua pelat sejajar yang beraada dalam bidang horizontal. Pelat bagian bawah memiliki kerapatan muatan -σ dan pelat bagian atas memiliki kerapatan muatan -σ. Partikel masuk dengan kecepatan awal v_0 arah horizontal (**Gambar 1.90**). Akibat adanya medan listrik antara dua pelat maka lintasan partikel memntimpang dari garis horizontal. Tentukan persamaan kurva lintasan partikel (y sebagai fungsi x), di mana x adalah jarak tempuh arah horizontal dan y adalah simpangan arah vertikal. Abaikan gaya gravitasi.

Gambar 1.90 Gambar untuk soal ***

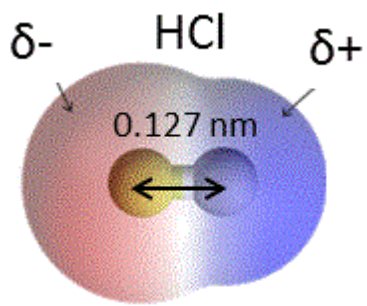
47) Elektroforesis adalah gerakan partikel di dalam fluida akibat diberikan medan listrik luar. Misalkan sebuah partikel berbentuk bola memiliki jari-jari *R* dan muatan *q.* Partikel tersebut dikani medan listrik luar E sehingga bergerak karena adanya gaya columon. Mula-mula partikel mengalami percepatan sehingga kecepatannya makin besar. Namun, benda yang bergerak dalm fluida akan mengalami gaya hambat oleh fluida. Untuk partikel yang berbentuk bola maka gaya hambat memenuhi persamaan Stokes $F = 6\pi\eta Rv$ dengan η adalah viskositas fluida dan v adalah kecepatan partikel. Makin besar kecepatan partikel maka makin besar gaya hambbat hingga pada suatu saat gaya hambat persis sama dengan gaya

listrik. Jika kondisi ini tercapai maka kecepatan partikel tidak dapat lagi bertambah. Kecepatan maksimum saat terjadi kesetimbangan gaya ini disebut kecepatan terminal. Dari persoalan di atas, tentukan persamaan kecepatan terminal partikel.

48) Sebuab bola konduktor memiliki jari-jari 50 cm. Pada bola diberikan muatan listrik 1 C. Berapa kerapatan muatan listrik per satuan luas di permukaan bola?

49) Sebuah bandul matematis sederhana menggunakan beban yang diberi muatan listrik –q. Di bawah bandul ditempatlan pelat tak berhingga dengan kerapatan muatan yang berubah-ubah terhadap waktu menurut persamaan $\sigma = \sigma_0 \sin \Omega t$ (**Gambar 1.91**). Tentukan persamaan simpangan bandung dengan asumsi bahwa simpangan sangat kecil (pada simoangan kecil kita dapat melakukan aproksimasi $\sin\theta \approx \theta$).

Gambar 1.91 Gambar untuk soal ***

Petunjuk: kalian akan mendapatkan persamaan dalam bentuk $d^2\theta / d\eta^2 + [a - 2q\cos(2\eta)]\theta = 0$. Persamaan diferensial seperti ini disebut persamaan **Mathieu** yang mempunyai banyak aekali aplikasi dalam fisika.

Gambar 1.92 adalah ilustrasi truktur molekul HCl. Momen dipole molekul tersebut adalah 3,59 × 10-29 C m. Perkirakan muatan efektif pada masing-masing ujung molekul

Gambar 1.92 Gambar untuk soal ***

Bab 2
POTENSIAL LISTRIK DAN KAPASITOR

Jika kita tempatkan sebuah partikel bermuatan dalam ruang yang mengandung medan listrik maka partikel yang mula-mula diam akan bergerak. Ini berarti partikel mengalami pertambahan energi kinetik yang semula nol menjadi tidak nol. Pertambahan energi kinetik ini hanya mungkin disebabkan oleh dua faktor, yaitu:

i) Ada kerja luar yang bekerja pada muatan, atau

ii) Ada energi lain yang mengalami pengurangan

Jika tidak ada gaya luar yang kita berikan pada muatan, maka pastilah penambahan energi kinetik dibarengi oleh pengurangan energi bentuk lain sehingga energi total konstan (hukum kekekalan energi). Energi bentuk lain yang paling mungkin dimiliki partikel tersebut adalah energi potensial. Dengan demikian, partikel bermuatan listrik yang berada dalam ruang yang mengandung medan listrik memiliki energi potensial listrik.

2.1 Definisi Energi Potensial

Pada kuliah semester lalu kita sudah memelajari energy potensial. Kalau kita kembali membuka materi tersebut maka kita dapatkan definisi bahwa perubahan energy potensial sama dengan negative kerja yang dilakukan gaya konservatif. Gaya listrik termasuk gaya konservatif sehingga kita dapat mendefinisikan energy potensial pada gaya listrik. Dengan menggunakan definisi tersebut, mari kita menentukan persamaan energy potensial listrik.

Misalkan muatan listik q berada dalam ruang yang memiliki medan

listrik $\vec{E}(\vec{r})$. Gaya yang dialami muatan tersebut adalah

$$\vec{F}(\vec{r}) = q\vec{E}(\vec{r}) \tag{2.1}$$

Dengan demikian, kerja yang dilakukan untuk memindahkan muatan dari posisi $\vec{r}_1$ ke posisi $\vec{r}_2$ (lihat **Gambar 2.1**) adalah

$$W_{12} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F}(\vec{r}) \bullet d\vec{r}$$

$$= q\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{E}(\vec{r}) \bullet d\vec{r}$$

Dengan menggunakan definisi bahwa *kerja oleh gaya konservatif sama dengan negatif perubahan energy potensial* maka kita dapat menulis

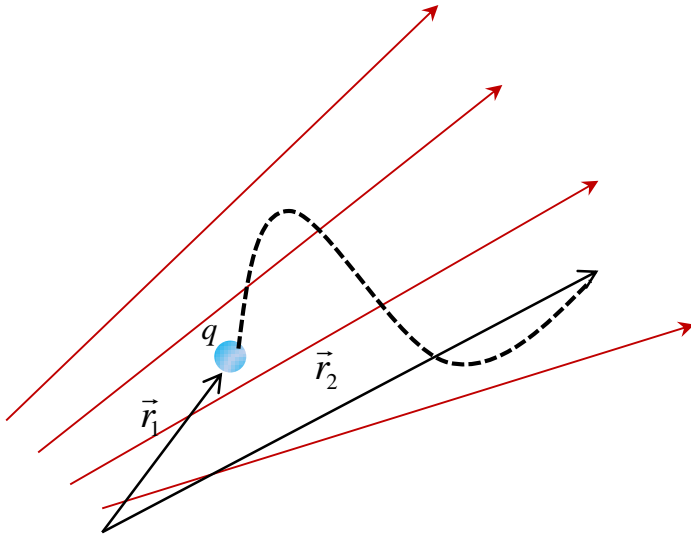
$$\Delta U = -W_{12}$$

$$U(\vec{r}_2) - U(\vec{r}_1) = -q\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{E}(\vec{r}) \bullet d\vec{r}$$

atau

$$U(\vec{r}_2) = U(\vec{r}_1) - q\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{E}(\vec{r}) \bullet d\vec{r} \tag{2.2}$$

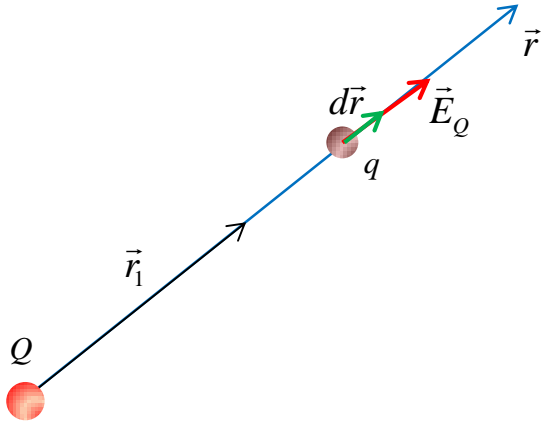
dengan

$U(\vec{r}_1)$ adalah energi potensial listrik pada posisi acuan $\vec{r}_1$ dan
$U(\vec{r}_2)$ adalah energi potensial listrik pada posisi acuan $\vec{r}_2$.

Gambar 2.1 Muatan dipindahkan dari posisi $\vec{r}_1$ ke posisi $\vec{r}_2$ yang berada dalam ruang yang mengandung medan listrik. Diperlukan kerja untuk memindahkan muatan tersebut. Energi potensial didefinisikan sebagai negnegatif erja yang dilakukan.

Agar melihat lebih eksplisit bentuk-bentuk persamaan energy potensial, mari kita menghitung energi potensial sebuah partikel yang bermuatan q yang berada pada jarak r dari muatan lain Q (**Gambar 2.2**). Kedua muatan sama-sama berupa titik. Kuat medan listrik di sekitar muatan Q dapat dihitung dengan mudah menggunakan hukum Coulomb dan didapatkan

$$\vec{E}_Q = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{r^2}\hat{r} \tag{2.3}$$

Dengan demikian, energi potensial yang dimiliki muatan q adalah

$$U(\vec{r}) = U(\vec{r}_1) - q\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}} \vec{E}_Q \bullet d\vec{r}$$

Gambar 2.2. Menentukan energi potensial muatan q di sekitar muatan Q

Karena $\vec{E}_Q$ dan $d\vec{r}$ sejajar (membentuk sudut 0o) maka $\vec{E}_Q \bullet d\vec{r} = E_Q dr \cos 0^o = E_Q dr$. Dengan demikian, persamaan sebelumnya dapat ditulis menjadi

$$U(\vec{r}) = U(\vec{r}_1) - r\int_{r_1}^{r} E_Q \, dr$$

$$= U(\vec{r}_1) - \int_{r_1}^{r} q\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{r^2}\right)dr$$

$$= U(r_1) - \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_o}\int_{r_1}^{r}\frac{dr}{r^2}$$

$$= U(r_1) - \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_o}\left[-\frac{1}{r}\right]_{r_1}^{r}$$

$$= U(r_1) - \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_o}\left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r}\right]$$

Bila kita ambil titik acuan pada jarak tak berhingga, $r_1 = \infty$, potensial ditetapkan sama dengan nol, $U(\infty) = 0$ maka diperoleh

$$U(r) = 0 - \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_o}\left[\frac{1}{\infty} - \frac{1}{r}\right]$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{qQ}{r} \tag{2.4}$$

Tampak bahwa energy potensial sebuah muatan dalam medan yang dihasilkan muatan lain berbentuk titik berbanding terbalik dengan jarak. Namun, perlu dipahami bahwa persamaan energy potensial tidak selalu demikian. Jika medan lisrik tidak dihasilkan oleh titik maka energy potensial belum tentu berbanding terbalik dengan jarak.

Contoh 2.1

Sebuah bola konduktor dengan jari-jari *R* memiliki muatan *Q*. Jika sebuah muatan *q* berada pada permukaan bola, energi potensialnya adalah U_o. Berapa energi potensial muatan *q* di luar bola pada jarak sembarang dari pusat bola?

Jawab

Kuat medan listrik di luar bola dapat dihitung dengan mudah menggunakan hukum Gauss. Kuat medan listrik tersebut adalah

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{Q}{r^2} \hat{r}$$

Energi potensial yang dimiliki muatan *q* pada jarak *r* dari pusat bola adalah

$$U(r) = U(r_1) - \int_{r_1}^{r} q\vec{E} \bullet d\vec{r}$$

$$= U(r_1) - \int_{r_1}^{r} qE\, dr$$

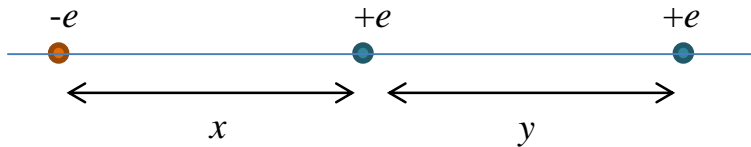
$$= U(r_1) - \int_{r_1}^{r} q\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{r^2}\right) dr = U(r_1) - \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_o}\int_{r_1}^{r}\frac{dr}{r^2}$$

$$= U(r_1) - \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_o}\left[-\frac{1}{r}\right]_{r_1}^{r} = U(r_1) - \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_o}\left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r}\right]$$

Karena pada $r_o = R$ energi potensial memenuhi $U(R) = U_o$ maka

$$U(r) = U_o - \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_o}\left[\frac{1}{R} - \frac{1}{r}\right]$$

Contoh 2.2

Sebuah partikel bermuatan +e dan dua partikel bermuatan –e ditempatkan pada garis lurus seperti pada **Gambar 2.3**. Tentukan perbandingan x dan y sehingga energi potensial sistem keseluruhan nol.

Gambar 2.3 Gambar untuk Contoh 2.2

Jawab

Energi potensial total semua partikel adalah

$$V = -k\frac{e^2}{x} + k\frac{e^2}{y} - k\frac{e^2}{x+y}$$

Agar energy potensial nol maka harus terpenuhi

$$-\frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{1}{x+y} = 0$$

Persamaan di atas dapat ditulis menjadi

$$\frac{(y-x)(x+y) - xy}{xy(x+y)} = 0$$

Persamaan di atas pasti nol jika pembilan nok, atau

$$(y-x)(x+y) - xy = 0$$

atau

$$y^2 - xy - x^2 = 0$$

$$\left(\frac{y}{x}\right)^2 - \left(\frac{y}{x}\right) - 1 = 0$$

Misalkan $z = y/x$ maka kita memiliki persamaan kuadratik berikut $z^2 - z - 1 = 0$. Solusi untuk persamaan kuadratik z adalah

$$z_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+4}}{2}$$

Karena jarak bernilai positif maka akar positif saja yang kita ambil. Jadi solusi yang benar adalah

$$z = \frac{y}{x} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

2.2 Potensial Listrik

Sehari-hari kita lebih sering medengar potensial listrik atau tegangan listrik daripada energi potensial listrik. Contonya, kita menyebut tegangan listrik PLN 220 Volt, tegangan batarei 1,5 Volt, tegangan aki 12 Volt, dan seterusnya. Lalu apa tegangan listrik atau potensial listrik?

Potensial listrik didefinisikan sebagai energi potensial per satuan muatan listrik. Dengan menggunakan definisi energi potensial sebelumnya, maka definisi potensial listrik menjadi

$$V(\vec{r}) = \frac{U(\vec{r})}{q}$$

$$= \frac{U(\vec{r}_1)}{q} - \frac{\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}} q\vec{E} \bullet d\vec{r}}{q}$$

$$= V(\vec{r}_1) - \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}} \vec{E} \bullet d\vec{r} \qquad (2.5)$$

di mana $V(\vec{r}_1) = U(\vec{r}_1)/q$. Tampak di sini bahwa potensil listrik semata-mata bergantung pada medan listrik dan tidak bergantung pada muatan yang

ditempatkan dalam medan tersebut.

Berikutnya kita akan membahas potensial listrik yang dihasilkan oleh sejumlah system, seperti satu partikel, banyak partikel, pelat sejajar dan benda dengan distribusi muatan tertentu.

2.3 Potensial listrik oleh sebuah partikel

Sudah kita hitung di Bab 1 sebelumnya bahwa kuat medan listrik pada jarak *r* dari partikel bermuatan *Q* adalah

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{r^2}\hat{r}$$

Potensial listrik pada jarak *r* dari partikel tersebut kita hitung menggunakan persamaan (2.9). Medan listrik $\vec{E}$ dan $d\vec{r}$ sejajar, sehingga $\vec{E} \bullet d\vec{r} = E\,dr\cos 0^o = E\,dr$. Dengan demikian,

$$V(r) = V(r_1) - \int_{r_1}^{r} E\,dr$$

$$= V(r_1) - \int_{r_1}^{r} \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{r^2}\,dr$$

$$= V(r_1) - \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o}\int_{r_1}^{r}\frac{dr}{r^2}$$

$$= V(r_1) - \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o}\left[-\frac{1}{r}\right]_{r_1}^{r}$$

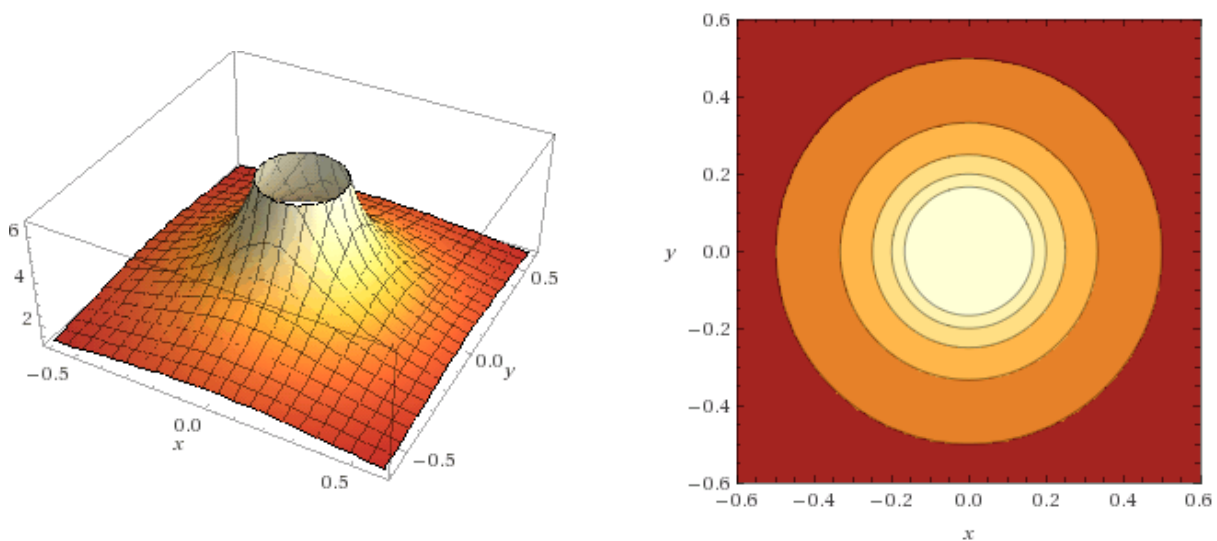
$$= V(r_1) - \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r}\right)$$

Dengan menetapkan bahwa pada jarak tak berhingga besar potensial sama dengan nol maka,

$$V(r) = V(\infty) - \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{1}{\infty} - \frac{1}{r}\right)$$

$$= 0 - \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o}\left(0 - \frac{1}{r}\right)$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{r} \tag{2.6}$$

Tampak dari persamaan (2.10) bahwa potensial listrik berbanding terbalik dengan jarak dari pusat muatan. Potensial listrik adalah besaran scalar. Di mana pun positi pengukuran, asal jaraknya sama dari muatan maka potensial listrik nol. **Gambar 2.4** adalah profil potensial listrik pada berbagai posisi di sekitar muatan. Muatan ada di pusat koordinat. Kurva dibuat dengan Wolfram Alpha dengan perintah plot. Gambar kiri adalah kurva potensial sebagai fungsi koordinat x dan y, artinya kalau kita bergerak sekeliling muatan pada suatu bidang yang sama dengan muatan maka kita ukur perubahan potensial seperti pada gambar tersebut. Gambar kanan adalah kurva yang menyatakan potensial yang bernilai sama. Kurva tersebut dinamakan kurva ekipotensial.

Gambar 2.4 (kanan) Profil perubahan poensial listrik pada berbagai titik di bidang yang sama dengan tempat muatan berada. Muatan berada di pusat koordinat. (kanan) Kurva yang menyakatan lokasi dengan potensial konstan (kurva ekipotensial).

2.4 Potensial listrik yang dihasilkan banyak partikel

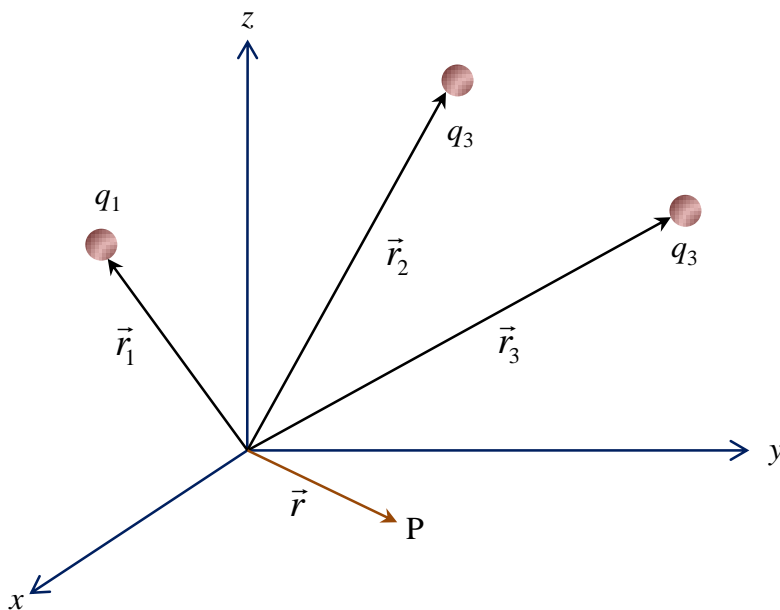
Cara menentukan potensial listrik yang dihasilkan banyak partikel cukup mudah, yaitu hanya dengan melakukan penjumlahan aljabar

(penjumlahan biasa) potensial listrik yang dihasilkan masing-masing partikel. Hal ini mudah dilakukan karena potensial listrik merupakan besaran scalar. Penjumlahan ini sangat berbeda dengan penjumlahan medan listrik yang dihasilkan oleh sejumlah muatan. Untuk medan listrik kita harus melakukan penjumlahan secara vektor (memperhatikan besar dan arah).

Lihat skema pada **Gambar 2.5**. Sejumlah partikel berada pada posisi $\vec{r}_1$, $\vec{r}_2$, dan $\vec{r}_3$. Muatan masing-masing partikel adalah q_1, q_2, dan q_3. Kita ingin menentukan potensial pada titik pengamatan P yang berada para posisi $\vec{r}$. Yang pertama yang harus dilakukan adalah mencari jarak masing-masing muatan ke titik P.

i) Jarak muatan q_1 ke titik P: $R_1 = |\vec{r} - \vec{r}_1|$

ii) Jarak muatan q_2 ke titik P: $R_2 = |\vec{r} - \vec{r}_2|$

iii) Jarak muatan q_3 ke titik P: $R_3 = |\vec{r} - \vec{r}_3|$

Gambar 2.5 Menentukan potensial listrik yang dihasilkan oleh sejumlah titik muatan.

Potensial pada titik pengamatan yang dihasilkan oleh masing-masing muatan.

i) Potensial yang dihasilkan muatan q_1: $V_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1}{R_1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1}{|\vec{r} - \vec{r}_1|}$

ii) Potensial yang dihasilkan muatan q_2: $V_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_2}{R_2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_2}{|\vec{r}-\vec{r}_2|}$

iii) Potensial yang dihasilkan muatan q_3: $V_3 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_3}{R_3} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_3}{|\vec{r}-\vec{r}_3|}$

Potensial total di titik pengamatan menjadi

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$
$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1}{|\vec{r}-\vec{r}_1|} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_2}{|\vec{r}-\vec{r}_2|} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_3}{|\vec{r}-\vec{r}_3|}$$

Secara umum potensial listrik pada posisi $\vec{r}$ yang dihasilkan sejumlah muatan titik adalah

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\sum_i \frac{q_i}{|\vec{r}-\vec{r}_i|} \qquad (2.7)$$

dengan $\vec{r}_i$ adalah posisi partikel bermuatan q_i.

Agar lebih paham dengan potensial yang dihasilkan sejumlah titik, mari kita lihat contoh berikut ini.

Contoh 2.3

Tiga partikel berada pada posisi seperti pada **Gambar 2.6**. Muatan masing-masing partikel adalag q_1 = 2 μC, q_2 = 4 μC, dan q_3 = -5 μC. Berapa potensial listrik di titik P.

Jawab

Pertama kita mencari koordinat posisi masing-masing muatan serta posisi P. Tampak dari gambar

$$\vec{r}_1 = 2\hat{j} \text{ m}, \quad \vec{r}_2 = 2\hat{i} - 3\hat{j} \text{ m}, \quad \vec{r}_3 = 4\hat{i} + \hat{j} \text{ m}, \quad \vec{r} = 4\hat{i} + 4\hat{j} \text{ m}$$

Jarak masing-masing muatan ke titik pengamatan adalah

$$R_1 = |\vec{r} - \vec{r}_1|$$

$$= |(4\hat{i} + 4\hat{j}) - (2\hat{j})|$$

$$= \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20} \text{ m}$$

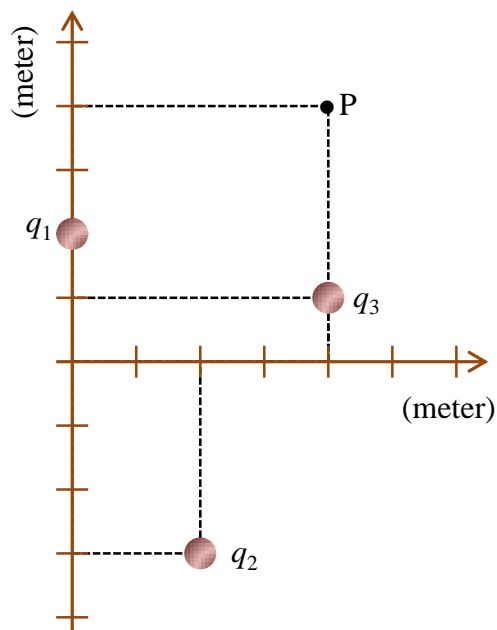
$$R_2 = |\vec{r} - \vec{r}_2|$$

$$= |(4\hat{i} + 4\hat{j}) - (2\hat{i} - 3\hat{j})|$$

$$= \sqrt{2^2 + 7^2} = \sqrt{53} \text{ m}$$

$$R_3 = |\vec{r} - \vec{r}_3|$$

$$= |(4\hat{i} + 4\hat{j}) - (4\hat{i} + \hat{j})| \text{ m}$$

$$= |3\hat{j}| = 3 \text{ m}$$

Gambar 2.6 Gambar untuk Contoh 2.3

Potensial di titik P yang dihasilkan masing-masing muatan adalah

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{q_1}{R_1}$$

$$= (9\times10^{9})\frac{(2\times10^{-6})}{\sqrt{20}} = 4025 \text{ Volt}$$

$$V_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_2}{R_2}$$

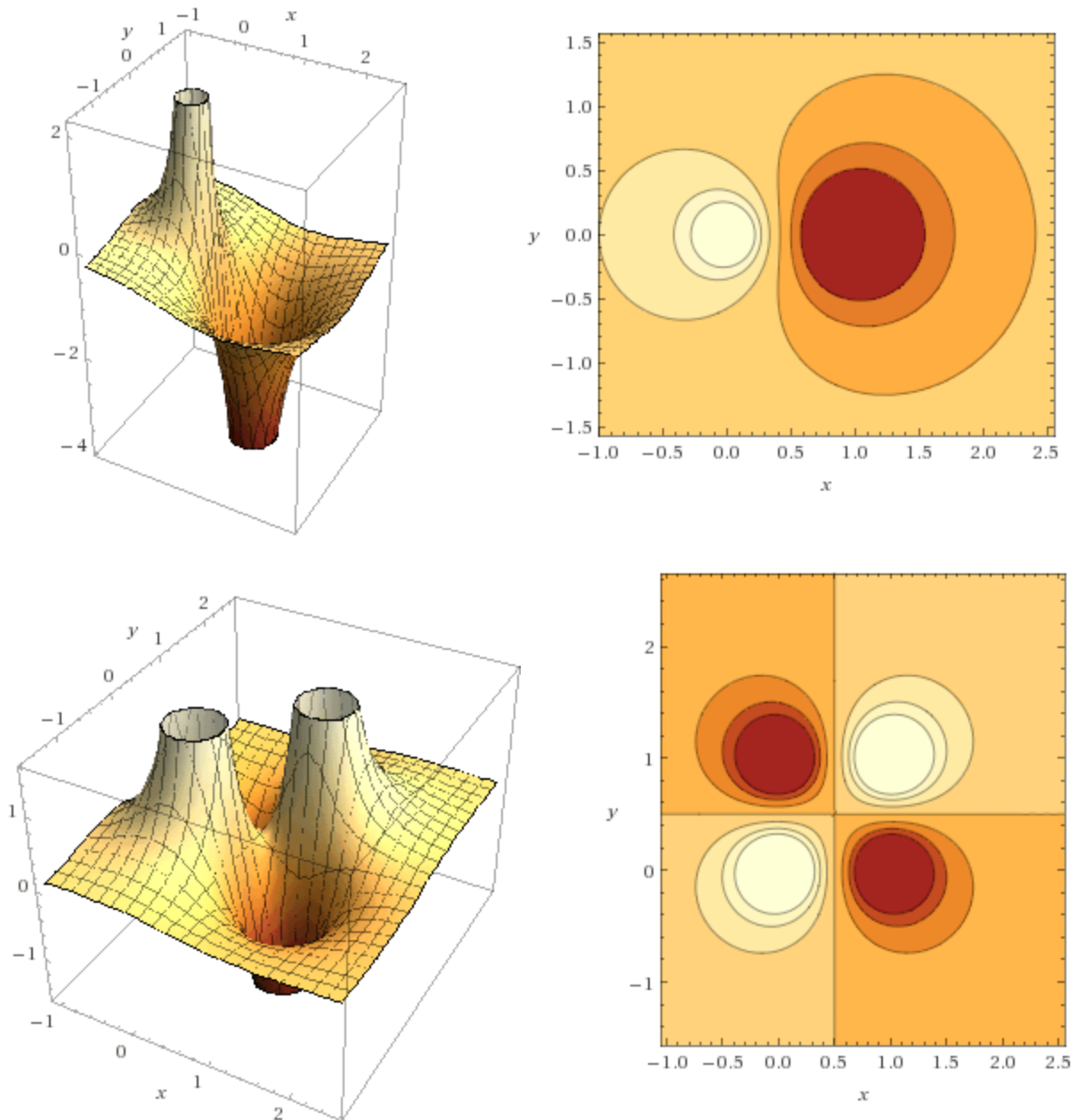
$$= (9\times10^{9})\frac{(4\times10^{-6})}{\sqrt{53}} = 4945 \text{ Volt}$$

$$V_3 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_3}{R_3}$$

$$= (9\times10^{9})\frac{(-5\times10^{-6})}{3} = -15000 \text{ Volt}$$

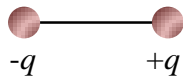
Potensial total di titik P adalah

$V = V_1 + V_2 + V_3$
= 4025 + 4945 – 15000
= – 6030 Volt

Sebagai ilustrasi, **Gambar 2.7** adalah ilustrasi potensial listrik pada berbagai posisi di bidang yang sama dengan muatan yang dihasilkan oleh lebih dari satu muatan. Gambar atas adalah profil potensial serta kurva ekipotensial yang dihasilkan muatan +q yang berada pada koordinat (0,0) dan muatan -2q yang berada pada koordinat (1,0). Gambar bawah adalah profil potensial serta kurva ekipotensial yang dihasilkan empat muatan, masing-masing +q yang berada pada koordinat (0,0), -q pada koordinat (1,0), +q pada koordinat (1,1), dan –q pada koordinat (0,1). Semua Gambar dibuat menggunakan perintak plot pada Wolfram alpha.

Gambar 2.7 (atas) Profil potensial (kiri) dan kurva ekipotensial (kanan) yang dihasilkan muatan +q yang berada pada koordinat (0,0) dan muatan -2q yang berada pada koordinat (1,0). (bawah) Profil potensial (kiri) dan kurva ekipotensial (kanan) yang dihasilkan empat muatan, masing-masing +q yang berada pada koordinat (0,0), -q pada koordinat (1,0), +q pada koordinat (1,1), dan –q pada koordinat (0,1). Semua Gambar dibuat menggunakan perintak plot pada **Wolfram alpha**

2.5 Potensial Momen Dipol

Kita telah mendefiniskkan momel dipole sebagai dua muatan yang besarnya sama tetapi berbeda tanda dan dipisahkan oleh jarak tertentu

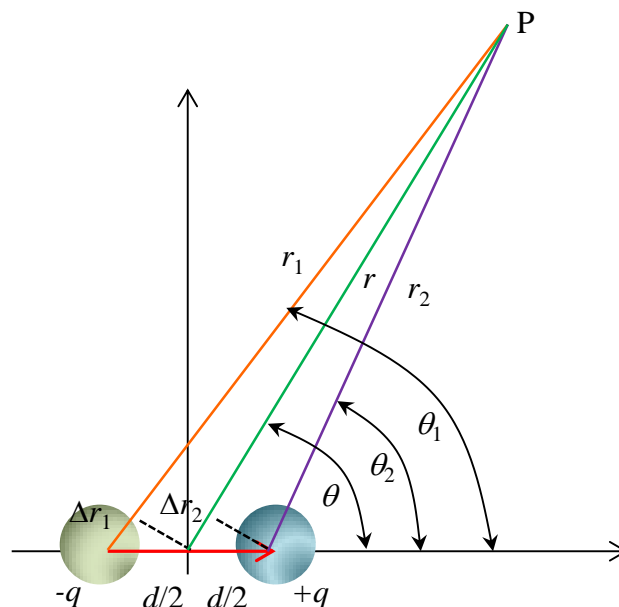
(tidak berimpit). Momen dipol dilukiskan pada **Gambar 2.8**.

Gambar 2.8 Skema momen dipol listrik

Apabila dilihat dari jauh, dua muatan momen dipol tampak sangat berdekatan (hampir berimpit) sehingga muatan total momen dipol yang terukur nol. Namun, jika diamati dari dekat, momen dipol tampak sebagai dua muatan yang terpisah.

Kita ingin menentukan potensial di sekitar suatu momen dipol. Untuk mudahnya, lihat skema pada **Gambar 2.9**. Kita akan hitung potensial pada jarak r dari pusat momen dipol (titik tengah antara dua muatan) yang membentuk sudut θ dengan sumbu momen dipol (sumbu vertikal). Tampak dari **Gambar. 2.9.**

i) Jarak titik pengamatan ke muatan $-q$ adalah r_1

ii) Jarak titik pengamatan ke muatan $+q$ adalah r_2

Kita cari hubungan antara r_1, r_2, dan r dengan bantuan **Gambar 2.9**.

Gambar 2.9 Menentukan potensial di titik P yang dihasilkan oleh dipol listrik

Tampak dari **Gambar 2.9** bahwa

$$r_1 = r + \Delta r_1$$

$$r_2 = r - \Delta r_2$$

$$\Delta r_1 = \frac{d}{2}\cos\theta_1$$

$$\Delta r_2 = \frac{d}{2}\cos\theta_2$$

Jika jarak titik pengamatan sangat besar dibandigkan dengan d maka kita dapat melakukan aproksimasi $\theta_1 \approx \theta_2 \approx \theta$ sehingga

$$\Delta r_1 = \frac{d}{2}\cos\theta$$

$$\Delta r_2 = \frac{d}{2}\cos\theta$$

Potensial di titik P yang dihasilkan oleh muatan $-q$ adalah

$$V_1 = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{r_1}$$

Potensial di titik P yang dihasilkan oleh muatan $+q$ adalah

$$V_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{r_2}$$

Potensial total di titik P akibat muatan $-q$ dan $+q$ menjadi

$$V = V_1 + V_2$$

$$= -\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{r_1} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{r_2}$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right)$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{r_1}{r_1 r_2} - \frac{r_2}{r_1 r_2}\right)$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{r_1 - r_2}{r_1 r_2}\right)$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{[r + \Delta r_1] - [r - \Delta r_2]}{r_1 r_2}\right)$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{\Delta r_1 + \Delta r_2}{r_1 r_2}\right)$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{\frac{d}{2}\cos\theta + \frac{d}{2}\cos\theta}{r_1 r_2}\right)$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{d\cos\theta}{r_1 r_2}\right)$$

Untuk jarak *r* yang sangat besar dibandingkan dengan *d*, kita dapat mengaproksimasi $r_1 \approx r$, $r_2 \approx r$, $r_1 \times r_2 \approx r \times r = r^2$. Dengan demikian,

$$V \approx \frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{d\cos\theta}{r^2}\right)$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{(qd)\cos\theta}{r^2}$$

Kita telah mendefinisikan momen dipol di Bab 1 sebagai $p = qd$. Dengan demikian, diperoleh bentuk potensial yang dihasilkan momen dipole

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{p}{r^2}\cos\theta \qquad (2.8)$$

Momen dipol sebenarnya sebuah besaran vektor dengan titik pangkal berada pada muatan negatif dan kepala berada pada muatan positif. Sudut θ adalah sudut antara momen dipol dan vektor posisi pengamatan.

Tabel 2.1 adalah contoh momen dipol sejumlah molekul.

Tabel 2.1 Momen dipol beberapa molekul

Molekul	Momen dipol (C m)
Air [$H_2^{(+)}O^{(-)}$]	$6,1 \times 10^{-30}$
HCl [$H^{(+)}O^{(-)}$]	$3,4 \times 10^{-30}$
NH_3 [$N^{(-)}H_3^{(+)}$]	$5,0 \times 10^{-30}$
Grup CO [$C^{(+)}O^{(-)}$]	$8,0 \times 10^{-30}$
Grup NH [$N^{(-)}H^{(+)}$]	$3,0 \times 10^{-30}$

Contoh 2.4

Jarak antara karbon (+) dan oksigen (-) dalam grup CO adalah $1,2 \times 10^{-10}$ m. Hitunglah:

a) muatan q pada atom karbon dan atom oksigen,
b) potensial pada jarak $9,0 \times 10^{-10}$ m dari dipol pada arah sejajar sumbu dengan oksigen merupakan atom terdekat titik pengamatan.

Jawab

a) Berdasarkan Tabel 1, momen dipol grup CO adalah $\mu = 8,0 \times 10^{-30}$ C m. Dari soal diberikan $d = 1,2 \times 10^{-10}$ m. Dengan demikian, muatan atom C adalah

$$q = +\frac{\mu}{d} = +\frac{8,0\times 10^{-30}}{1,2\times 10^{-12}} = +\ 6,7 \times 10^{-12} \text{ C}$$

Muatan atom O sama besar dengan muatan atom C, tetapi berlawanan tanda. Jadi muatan atom O adalah $- 6,7 \times 10^{-12}$ C

b) Jarak dipol ke titik pengamatan: $r = 9,0 \times 10^{-10}$ m

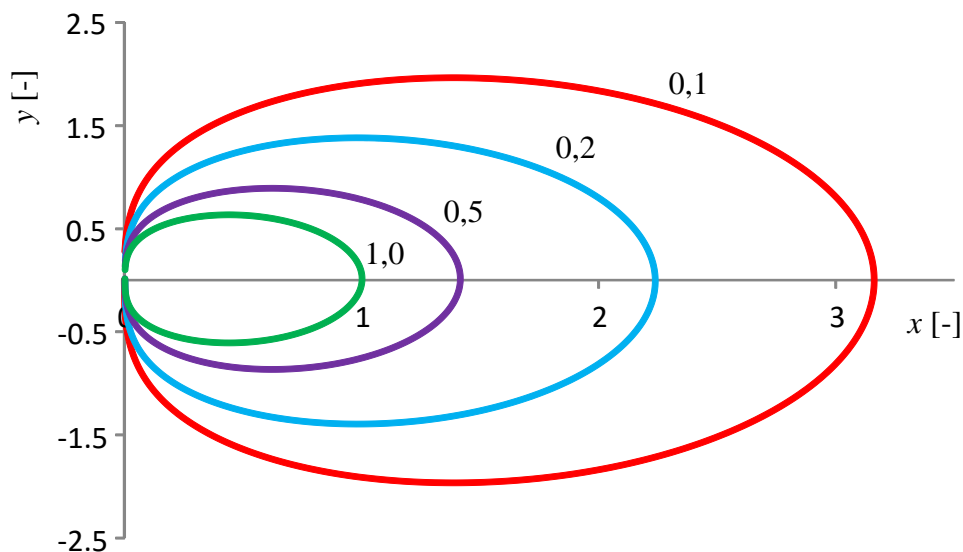
Karena atom O (bermuatan negatif) berada pada jarak terdekat titik pengamatan, maka arah momen dipol menjauhi titik pengamatan. Akibatnya, sudut antara momen dipol dengan titik pengamatan adalah $\theta = 180^o$. Potensial yang dihasilkan dipol adalah

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\mu}{r^2}\cos\theta = (9\times 10^9)\frac{(8\times 10^{-30})}{(9\times 10^{-10})^2}\cos 180^o = -0,09 \text{ V}$$

Kembali ke persamaan (2.12). Kita dapat menulis persamaan tersebut dalam bentuk

$$r^2 = \left(\frac{p}{4\pi\varepsilon_0 V} \right) \cos\theta \qquad (2.9)$$

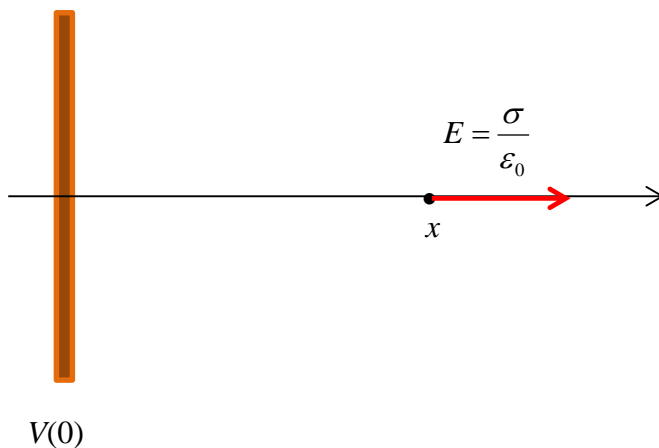
Kita dapat mencari nilai r pada berbagai nilai θ untuk satu nilai potensial (nilai potensial konstan). Dari nilai θ dan nilai r yang diperoleh maka kita dapat mencari koordinat $x = r\cos\theta$ dan $y = r\sin\theta$. Kemudian kita buat kurva *y* sebagai fungsi *x*. Pada kurva tersebut nilai potensial konstan. Kurva tersebut dinamakan kurva ekipotensial. Kurva tersebut dapat digambar dengan mudah menggunakan excel.

Gambar 2.10 adalah contoh kurva ekipotensial pada berbagai nilai $4\pi\varepsilon_0 V / p$ (tertulis pada urva). Makin besar V maka kurva makin kecil. Artinya kurva dengan potensial yang besar lebih dekat ke momen dipol. Potrnsial tersbesar berada pada sumbu momen dipol dan terkecil pada sumbu tegak lurus modem dipol.

Gambar 2.10 Kurva ekipotensial yang dihasilkan momen dipol. Ekipotensial artinya potensial sama besar. Pada kurva yang sama besar potensial sama.

Tambahan: Kurva pada **Gambar 2.10** dapat digambar dengan mudah menggunakan Excel. Caranya sebagai berikut. Simpan nilai sembarang untuk $4\pi\varepsilon_0 V / p$, misalnya di Cell F1. Masukkan batas sudut minimum di Cell A1 dengan menulis =

–pi()/2. Simpan kursor di Cell A2 lalu tulis persamaan **=A1+pi()/400**. Copy Cell A2 hingga ke Cell A400. Jadi kita sudah dapat semua sudut dari -π/ sampai π/2. Kita selanjutnya akan menghitung *r*. Tempatkan kursor pada Cell B1. Lalu tulis persamaan **= SQRT(cos(A1)/$F$1)**. Ingat pada Cell F1 harus sudah terisi nilai. Lalu copy Cell B1 ke seluruh cell di bawahnya hingga B400. Jadi kita sudah mendapatkan pasangan θ dan *r*. Untuk menggambar kurva kita perlu nilai x dan y. Kita mencari nilai x pada kolom C dan nilai y pada kolom D. Tempatkan kursor pada Cell C1. Ketik persamaan **=B1*cos(A1)**. Tempatkan kursor pada Cell D1 lalu ketik persamaan **=B1*sin(A1)**. Kemudian copy Cell C1 dan D1 ke seluruh cell di bawahnya hingga cell ke 400. Akhirnya kita dapatkan pasangan nilai x dan y. Lalu pilih kolom C dan kolom D dan buatkan kurvanya.

2.6 Potensial listrik pelat tak berhingga

Pada Bab 1 kita telah menghitung kuat medan listrik yang dihasilan oleh pelat tak berhingga, yaitu $E = \sigma / 2\varepsilon_0$. Tampak bahwa kuat medan listrik kosntan di mana pun lokasinya dan pada jarak berapa pun dari pelat. Selanjutnya kita akan menghitung berapa potensial di sekitar pelat tak berhingga.

Gambar 2.11 Medan listrik yang dihasilkan pelat tak berhingga arahnya tegak lurus pelat karena sifat simetri. Setiap titik pada pelat memiliki sifat yang sama. Ke mana pun kita bergerak sepanjang pelat maka kita mendeteksi medan yang arahnya sama. Ini hanya mungkin terjadi jika arah medan tegak lurus pelat.

Persoalan ini dapat dilihat hanya dalam kasus satu dimensi. Kita akan mencari potensial pada titik sembarang yang berjarak x dari pelat

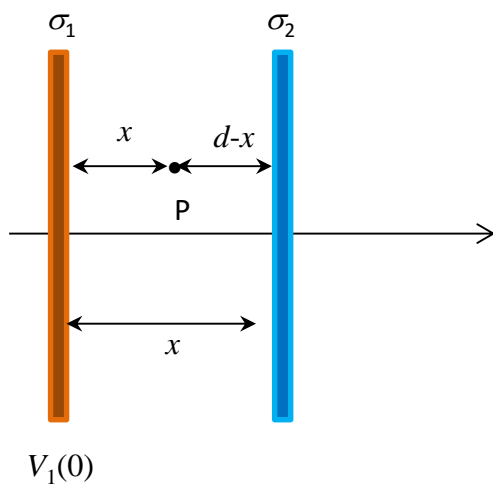
seperti diilustraskan pada Gambar 2.11. Potensial pelat kita anggap $V(0)$. Dengan menggunakan persamaan (2.5) maka kita dapatkan

$$V(x) = V(0) - \int_0^x E dx$$

$$= V(0) - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\int_0^x dx$$

$$= V(0) - \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0} \qquad (2.10)$$

Tampak bahwa potensial yang dihasilkan pelat tak berhingga berubah secara linier terhadap jarak dari pelat. Pada jarak tak berhingga, potensial menjadi tak berhingga (potisif atau negatif tergantung pada jenis muatan pelat).

Berikutnya kita akan mencari potensial listrik yang dihasilkan oleh dua pelat tak berhingga dalam posisi sejajar dan terpisah sejauh d. Masing-masing pelat memiliki kerapatan muatan σ_1 dan σ_2. Misalkan potensial pelat pertama $V_1(0)$ dijadikan referensi (**Gambar 2.12**). Kita mulai dengan mencari potensial di antara dua pelat pada jarak x dan pelat pertama, berarti pada jarak $d - x$ dari pelat kedua.

Gambar 2.12 Variabel-variabel untuk menentukan potensial listrik antara dua pelat tak berhingga.

Kuat medan listrik antara dua pelat adalah $E_i = (\sigma_1 - \sigma_2)/2\varepsilon_0$.

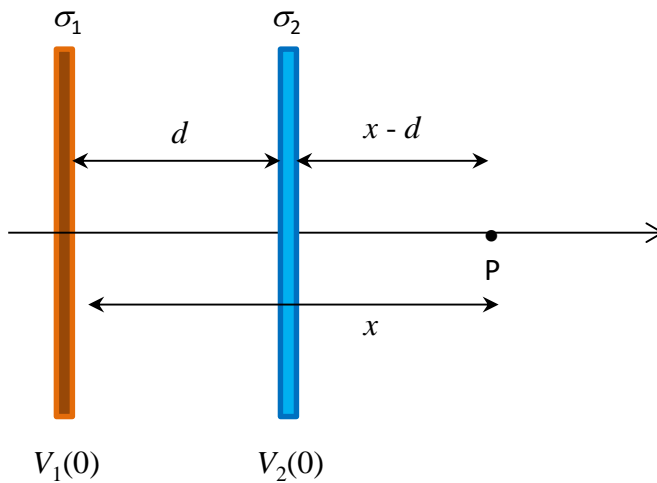
Dengan demikian, potensial pada berbagai titik di antara dua pelat menjadi

$$V(x) = V_1(0) - \int_0^x E_i dx$$

$$= V_1(0) - \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2\varepsilon_0} x \tag{2.11}$$

Pelat kedua berada pada posisi $x = d$ sehingga potensial pelat kedua menjadi

$$V_2 = V(d)$$

$$= V_1(0) - \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2\varepsilon_0} d$$

Gambar 2.13 Menentukan potensial listrik di sebelah kanan pelat kedua.

Berikutnya kita tentukan potensial di sebelah kanan pelat kedua seperti diilustrasikan pada **Gambar 2.13**. Kita ambil pelat kedua sebagai referensi. Kuat medan listrik pada daerah di sebelah kanan pelat kedua adalah $E_{kn} = (\sigma_1 + \sigma_2)/2\varepsilon_0$. Maka potensial listik pada koordinat x di ruang sebelah kanan pelat kedua adalah

$$V(x) = V_2 - \int_d^x E_{kn} dx$$

$$= V_2 - \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2\varepsilon_0}(d - x)$$

Atau dapat juga dinyatakan dalam potensial $V_1(0)$ sebagai berikut

$$V(x) = V_1(0) - \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2\varepsilon_0} d - \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2\varepsilon_0}(d - x)$$

Kasus menarik adalah jika dua pelat memiliki muatan yang sama besar tetapi berbeda tanda, atau $\sigma_2 = - \sigma_1$. Ada kasus ini maka potensial di antara dua pelat menjadi

$$V(x) = V_1(0) - \frac{\sigma_1 - (-\sigma_1)}{2\varepsilon_0} x$$

$$= V_1(0) - \frac{\sigma_1}{\varepsilon_0} x$$

Potensial di sebelah kanan pelat kedua adalah

$$V(x) = V_1(0) - \frac{\sigma_1 - (-\sigma_1)}{2\varepsilon_0} d - \frac{\sigma_1 + (-\sigma_1)}{2\varepsilon_0}(d - x)$$

$$= V_1(0) - \frac{\sigma_1}{\varepsilon_0} d$$

Berarti pada ruang di sebelah kana pelat kedua potensial listrik berharga konstan. Mengapa demikian? Jika dua pelat memiliki muatan yang sama dan berlawanan tanda maka kuat medan listrik di luar pelat nol. Kuat medal listrik nol menyebabkan potensial berharga konstan.

2.7 Potensial Listrik sekitar kawat Lurus

Ada yang menguntungkan dalam menghitung potebnsial lirutik dibandingkan dengan menghitung medan listrik. Para perhitungan potensial listrik kita tidak perlu memperhatikan arah. Penjumlahn atau integral dilakukan secara skalar. Berbeda dengan perhitungan medan listrik. Kita harus memperhatikan arah secara seksama sehingga sering menghadapi sejumlah kesulitan atau langkah-langkah yang ditempuh cukup panjang.

Sebagai ilustrasi untuk memperlihatkan mudahnya menghitung potensial listrik, mari kita hitung potensial yang dihasilkan oleh silinder logam yang panjangnya tak berhingga. Silinder tersebut memiliki jari-jari *a* dan dipasang pada potensial V_0. Dengan menggunakan hukum Gauss mudah kita buktikan bahwa kuat medan listrik di luar silinder memenuhi

$$E(r) = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{r}$$

Sedangkan kuat medan listrik di dalam silinder nol.

Mari kita hitung potensial di luar silinder pada jarak r dari sumbu silinder. Kita gunakan permukaan silinder sebagai posisi referensi di mana $V(R) = V_0$. Potensial pada sembarang posisi di luar silnder memenuhi

$$V(r) = V(R) - \int_R^r E dr$$

$$= V(R) - \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\int_R^r \frac{dr}{R}$$

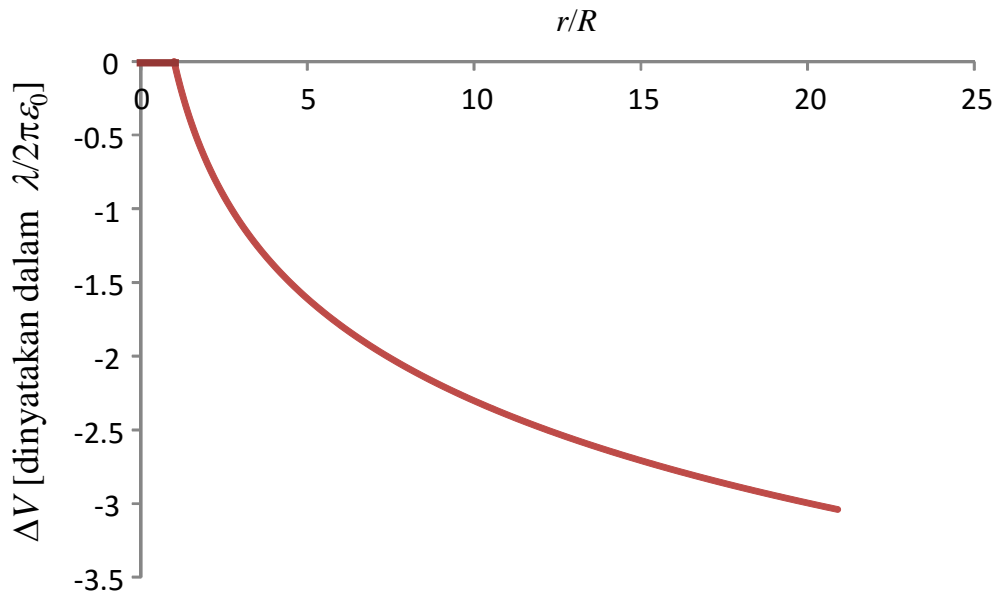
$$= V(R) - \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r}{R} \qquad (2.11)$$

Karena silinder terbuat dari konduor maka potensial di seluruh bagian konduktior sama. Jadi pada posisi $0 < r < R$ besar potensial sama dengan potensial di permukaan, yaitu V_0.

Dari persamaan (2.11) kita mendapatkan perbedaan potensial di suatu titik di luar silinder yang berjarak *r* dari pusat silinder dengan potensial pada permukaan silinder adalah

$$\Delta V(r) = V(r) - V(R)$$

$$= -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r}{R} \qquad (2.12)$$

Gambar 2.14 adalah plot beda potensial sebagai fungsi jarak dari sumbu kawat.

Gambar 2.14 Perbedaan potensial sebagai fungsi jarak dari sumbu kawat. Beda potensial dinyakatan dalam satuan $\lambda / 2\pi\varepsilon_0$ sedangkan jarak dari sumbu kawat dinyatakan dalam satuan *R*.

2.8 Mencari medan dari potensial

Kita sudah menyinggung di atas bahwa mencari potensial jauh lebih mudah daripada mencari medan listik. Mencai medan listrik melibatkan integral besaran vector sedangkan mencari potensial hanya melibatkan integral besaran skalar. Oleh karena itu menjadi pertanyaan, dapatkah kita menentukan medan dari besaran potensial dengan cara yang mudah? Karena kesulitan biasanya muncul dalam proses integral. Biarlah integral dilakukan pada potensial sehingga didapat solusi dengan mudah. Lalu kita mencari kuat medan dari potensial. Jawabnya, ternyata ada. Skemanya ditunjukkan pada **Gambar 2.15**.

Gambar 2.15 menyatakan bahwa medan listrik merupakan negative dari gradient dari potensial listrik, atau

$$\vec{E}(x,y,z) = -\hat{i}\frac{\partial V}{\partial x} - \hat{j}\frac{\partial V}{\partial y} - \hat{k}\frac{\partial V}{\partial z} \tag{2.13}$$

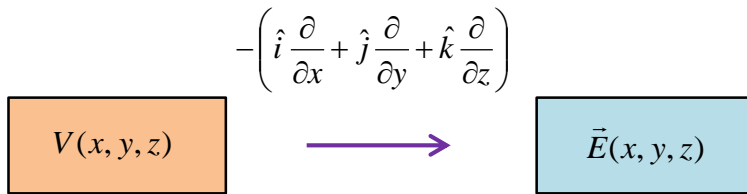
Hubungan ini menyatakan bahwa komponen-komponen medan listrik memenuhi

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}$$

$$E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}$$

$$E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

$$-\left(\hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)$$

$V(x, y, z)$ → $\vec{E}(x, y, z)$

Gambar 2.15 Langkah mencari kuat medan listrik jika potensial listrik diketahui. Kuat medan listrik sama dengan negative dari gradient potensial.

Sebagai contoh, mari kita aplikasikan persamaan ini untuk mencari medan listrik yang dihasilkan oleh momen dipol. Kita sudah menghitung dencan cara cukup mudah potensial yang dihasilkan oleh momen dipol sebagai berikut

$$V(r,\theta) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{p\cos\theta}{r^2}$$

Mengingat $\cos\theta = x/r$ dan $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ maka kita dapat menyatakan V dalam korodinat kartesian sebagai berikut

$$V(x, y, z) = \frac{p}{4\pi\varepsilon_o}\frac{x}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$$

Dari bentuk ini kita dapat mencari komponen-komponen medan listrik

$$E_x = -\frac{p}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\partial}{\partial x}\frac{x}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$$

$$= -\frac{p}{4\pi\varepsilon_o}\left[\frac{1}{(x^2+y^2)^{3/2}} - \frac{3}{2}\frac{x(2x)}{(x^2+y^2)^{5/2}}\right]$$

$$= -\frac{p}{4\pi\varepsilon_o}\left[\frac{(x^2+y^2)}{(x^2+y^2)^{5/2}} - \frac{3x^2}{(x^2+y^2)^{5/2}}\right]$$

$$= -\frac{p}{4\pi\varepsilon_o}\frac{(y^2-2x^2)}{(x^2+y^2)^{5/2}}$$

$$= -\frac{p}{4\pi\varepsilon_o}\frac{(y^2-2x^2)}{r^5}$$

$$= -\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{p}{r^3}\left[\left(\frac{y}{r}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{r}\right)^2\right]$$

$$= -\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{p}{r^3}\left[\sin^2\theta - 2\cos^2\theta\right]$$

$$E_y = -\frac{p}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\partial}{\partial y}\frac{x}{(x^2+y^2)^{3/2}}$$

$$= -\frac{p}{4\pi\varepsilon_o}\left[-\frac{3}{2}\frac{x(2y)}{(x^2+y^2)^{5/2}}\right]$$

$$= \frac{p}{4\pi\varepsilon_o}\left[\frac{3xy}{(x^2+y^2)^{5/2}}\right]$$

$$= \frac{p}{4\pi\varepsilon_o}\frac{3xy}{r^5}$$

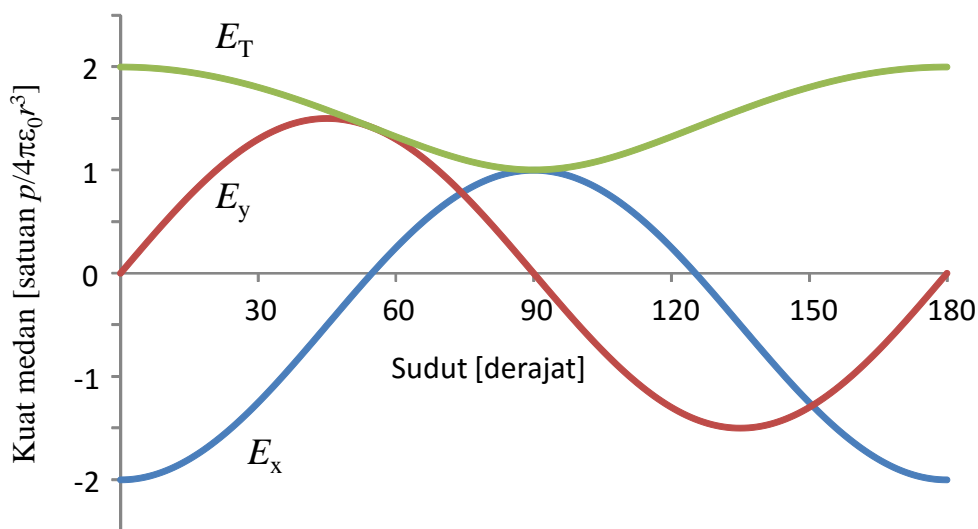
$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{3p}{r^3}\left[\left(\frac{x}{r}\right)\left(\frac{y}{r}\right)\right]$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{3p}{r^3}\sin\theta\cos\theta$$

$$E_z = -\frac{p}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\partial}{\partial z}\frac{x}{(x^2+y^2)^{3/2}} = 0$$

Besar kuat bedan pada berbagai sudut memenuhi

$$E_T = \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2}$$

Gambar 2.16 adalah contoh kurva kuar medan pada berbagai sudut. Kuat medan dinyakatan dalam satuan $p/4\pi\varepsilon_0 r^3$. Tampak bahwa kuat medan simetri terhadap sumbu yang melewati sudut 90°. Sumbu tersebut adalah sumbu *x*.

Gambar 2.16 Komponen kuat medan dan kuat besar kuat medan total yang dihasilkan momen dipol sebagai fungus sudut dari sumbu dipol. Kuat medan dinyakatan dalam satuan $p/4\pi\varepsilon_0 r^3$ dan sudut dinyakatan dalam satuan derajat.

Contoh 2.4

Potensial yang dihasilkan muatan titik memenuhi persamaan (2.6), yaitu

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$$

Tentukan medan listrik di mana-mana.

Jawab

Mengingat $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ maka kita dapat menyatakan V dalam koordinat Cartesian berikut ini

$$V(x,y,z) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

Dengan demikian komponen medan listrik dalam arah x, y, dan z adalah

$$E_x = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_o} \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}}$$

$$= -\frac{q}{4\pi\varepsilon_o} \left[-\frac{1}{2} \frac{2x}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \right]$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_o} \frac{x}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}$$

Dengan caar serupa kita dapatkan

$$E_y = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o} \frac{y}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$E_z = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o} \frac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}$$

Besar medan listrik adalah

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2}$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_o} \frac{1}{(x^2 + y^2 + z^2)}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{q}{r^2}$$

Hasil ini persis seperti yang telah kita peroleh sebelumnya.

2.9 Bahan dielektrik

Bahan dielektrik adalah bahan di mana atom-atom atau molekul-molekul penyusunnya dapat mengalami polarisasi jika dikenai medan listrik. Polarisasi artinya muatan positif dan negative mengalami sedikit pergeseran sehingga terbentuk momen-momen dipol. Tanpa penerapan medan listrik maka titik pusat muatan positif dan muatan negative berimpit sehingga tidak terbantuk momen dipol. Namun, begitu dikenai medan listrik maka partikel yang bermuatan positif sedikit ditarik searah medan dan partikel bermuatan negative sedikit ditarik dalam atah berlawanan medan. Besarnya momen dipol yang dihasilkan berbanding lurus dengan medan yang mengenai momen dipol tersebut, atau kita dapat menulis

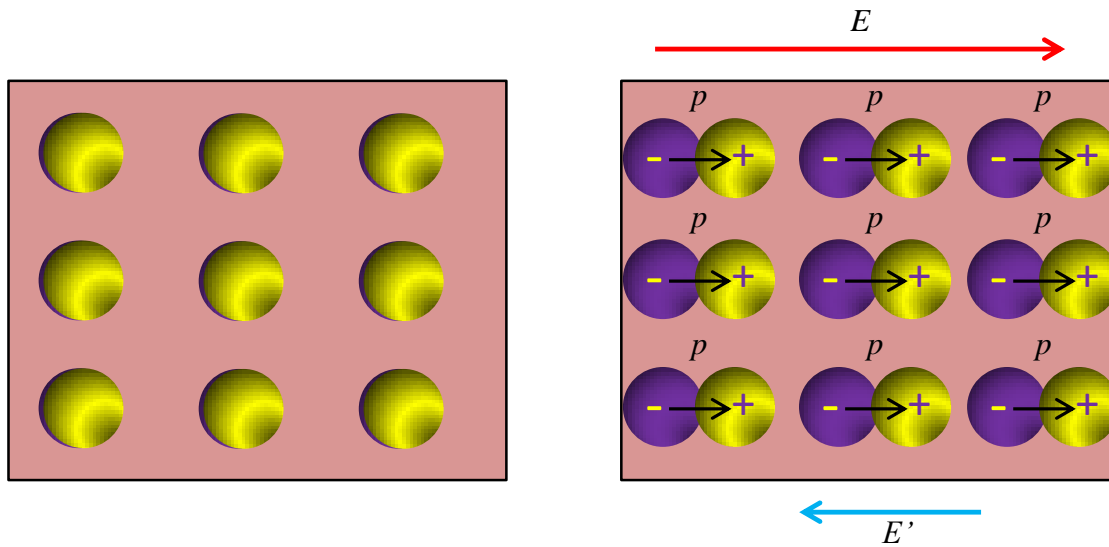
$$p = \alpha E \qquad (2.14)$$

di mana

p adalah momen dipol yang dihasilkan

E adalah medan luar yang diterapkan

α sebuah konstanta pembanding yang bergantung pada jenis bahan. Konstanta α sering disebut polarisabilitas. Konstanta ini mengukur seberapa mudah suatu material dipolarisasi dengan menggunakan medan listrik dari luar.

Gambar 2.17 adalah ilustrasi bagaimana menghasilkan polarisasi material. Ketika telah terbentuk momen dipol dalam material maka terbentuk medan listrik induksi, E', yang arahnya melawan medan listrik luar yang digunakan untuk menghasilkan polarisasi. Kehadiran medan listrik induksi melemahkan medan listrik luar tersebut di dalam material. Medan listrik efektif dalam material menjadi $E - E'$.

Gambar 2.17 (kiri) Kondisi atom-atom atau molekul-molekul penyusun material sebelum diberikan medan listrik luar. Muatan positif dan negative berimpit sehingga tidak terbentuk momen dipol. (kanan) Ketika diberikan medan listrik luar maka terbentuk momen-monel dipol di dalam material. Besar momen dipol yang dihasilkan sebanding dengan medan listrik luar yang diterapkan. Akibat munculnya momen-momen dipol tersebut maka tercipta medan listrik induksi yang arahnya berlawanan dengan medan listrik luar yang diterapkan.

Jika terdapat N buah momen dipol maka momen dipol total yang dihasilkan adalah

$$M = Np$$

$$= N\alpha E \tag{2.15}$$

Misalkan volum baha dielektron adalah V maka momen dipol total per satuan volum adalah

$$P = \frac{M}{V}$$

$$= \frac{N}{V}\alpha E$$

$$= n\alpha E \tag{2.16}$$

Besaran P dinamakan polarisasi dan $n = N/V$ adalah konsentrasi momen

dipol (jumlah momen dipol per satuan volum).

Polarisasi dalam bahan dielektrik menyebabkan terbentuknya medan listrik induksi dalam arah berlawanan dengan medan listrik luar yang diterapkan. Ingat, medan listrik luar menggeser muatan positif searah medan dan muatan negative dalam arah berlawanan medan. Pasangan muatan tersebut akhirnya menghasilkan medan listrik dalam arah berlawanan medan luar. Karena banyak sekali jumlah pasangan muatan yang dihasilkan maka medan arah berlawanan yang dihasilkan bahan dielektrik menjadi cukup besar. Besarnya medan arah berlawanan yang dihasilkan bahan dielektrik berbanding lurus dengan polarisasi, atau

$$E' = \gamma P \tag{2.17}$$

Dengan adanya medan listrik induksi arah berlawanan ini, maka kuat medan dalam bahan dielektrik menjadi lebih kecil daripada kuat medan yang diterapkan. Kuat medan dalam bahan dielektrik menjadi

$$E_d = E - E' \tag{2.18}$$

Kita sudah menghitung momen dipol sebanding dengan kuat medan listrik yang mengenai pasangan muatan. Dari momen dipol tersebut kita menghitung polarisasi. Ketika medan listrik luar mulai diterapkan pada material maka tiap molekul merasakan medan listrik yang sama dengan medan listrik luar sehingga terbentuk momen dipol. Namun, begitu momen dipol-momen dipol terbentuk maka medan listrik dalam bahan menjadi berkurang akibat dihasilkannya medan listrik induksi yang memiliki arah melawan medan listrik luar. Setelah terjadi penurunan medan tersebut maka tiap atom atau molekul marasakan medan yang lebih kecil juga sehingga dihasilkan nilai momen dipol baru yang lebih kecil. Momen dipol baru yang dihasilknya menjadi $p = \alpha E_d$. Ini berimplikasi polarisasi yang dihasilkan juga berubah menjadi $P = n\alpha E_d$. Polarisasi baru inilah yang stabil menghasilkan medan listrik induksi sebesar

$$E' = \gamma n \alpha E_d \tag{2.19}$$

Substitusi persamaan (2.19) ke dalam persamaan (2.18) maka diperoleh persamaan lengkap untuk kuat medan listrik dalam bahan dielektik sebagab berikut

$$E_d = E - \gamma n \alpha E_d$$

atau

$$(1+\gamma n\alpha)E_d = E$$

Kita definisikan konstanta dielektrik bahan sebagai berikut

$$\kappa = 1 + \gamma n\alpha \tag{2.20}$$

Dengan definisi ini maka persamaan sebelumnya dapat ditulis menjadi

$$E_d = \frac{E}{\kappa} \tag{2.21}$$

Parameter γ dan α mempunyai positif sehingga berdasarkan persamaan (2.33) kita simpulkan κ > 1. Jadi kita simpulkan bahwa dalam bahan dielektrik kuat medan listrik lebih kecil daripada medan luar yang diterapkan. Akibatnya, potensial listrik pun berkurang. Sebagai contoh, jika antara dua pelat sejajar dipasang bahan dielektrik, maka beda potensial antara dua pelat menjadi

$$\Delta V = \frac{\sigma d}{\kappa \varepsilon_o}$$

Begitu pula potensial lirtsik di sekitar muatan titik yang ditempatkan dalam medium dengan kosntanta dielektrik κ adalah

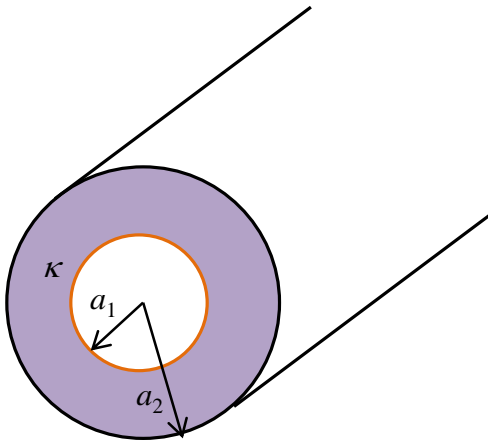
$$V = \frac{1}{4\pi\kappa\varepsilon_o}\frac{Q}{r}$$

Contoh 2.5

Dua buah kulit silinder dengan jari-jari a_1 dan a_2 dipasang konsentris. Slinder dalam mengandung kerapatan muaan per satuan panjang λ_1 dan silinder kedua mengandung kerpatan muatan per satuan panjang λ_2. Pada ruang antara dua silinder diisi penuh dengan bahan

dielektrik yang memiliki constant κ. Kita misalkan silinder pertama dihubungkan dengan sumber potensial V_0. Kita ingin menghitung kuat medan listrik dan potensial di semua posisi dari $r = 0$ sampai $r = \infty$.

Jawab

Persoalan kita diilustrasikan pada **Gambar 2.18**

Gambar 2.18 Gambar untuk Contoh 2.5

Dengan menggunakan hukum Gauss kita dapat membuktikan dengan mudah bahwa kuat medan listrik pada berbagai posisi. Jika belum dimasukkan bahan dielektrik antara silinder pertaam dan kedua maka kuat medan listrik pada berbagai posisi sebagai berikut

$E = 0$ pada $0 < r < a_1$

$$E(r) = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda_1}{r} \quad \text{pada } a_1 < r < a_2$$

$$E(r) = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda_1 + \lambda_2}{r} \quad \text{pada } r > a_2$$

Namun, setelah dimasukkan bahan dielektrik antara dua silinder maak kuat mendan listrik antara dua silinder berkurang menjadi

$$E(r) = \frac{1}{2\pi\kappa\varepsilon_0}\frac{\lambda_1}{r} \quad \text{pada } a_1 < r < a_2$$

Sekarang kita mencari persamaan potensial listrik. Pertaam kita cari potensial listrik pada lokasi antara dua silnider dan di sini ada bahan dielektrik. Potensial tersebut memenuhi

$$V(r) = V(a_1) - \int_{a_1}^{r} E dr$$

$$= V(a_1) - \frac{\lambda_1}{2\pi\kappa\varepsilon_0} \int_{a_1}^{r} \frac{dr}{r}$$

$$= V(a_1) - \frac{\lambda_1}{2\pi\kappa\varepsilon_0} \ln \frac{r}{a_1}$$

Potensial pada silinder kedua menjadi

$$V(a_2) = V(a_1) - \frac{\lambda_1}{2\pi\kappa\varepsilon_0} \ln \frac{a_2}{a_1}$$

Selanjtnya kita menghitung potensial di luar silinder kedua. Kita gunakan permukaan silinder kedua sebagai referensi sehingga

$$V(r) = V(a_2) - \int_{a_2}^{r} E dr$$

$$= V(a_2) - \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2\pi\varepsilon_0} \int_{a_2}^{r} \frac{dr}{r}$$

$$= V(a_2) - \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{r}{a_2}$$

$$= V(a_1) - \frac{\lambda_1}{2\pi\kappa\varepsilon_0} \ln \frac{a_2}{a_1} - \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{r}{a_2}$$

Selanjutnta kita tentukan potensial di dalam ruang silinder pertama. Karena medan listrik di sini nol maka potensial di seluruh ruang tersebut konstan dan sama dengan potensial di permukaan silinder pertama, yaitu

$V(a_1)$. Jadi, potensial di berbagai posisi adalah

$$V(r) = V(a_1) \text{ untuk, } 0 < r < a_1$$

$$V(r) = V(a_1) - \frac{\lambda_1}{2\pi\kappa\varepsilon_0}\ln\frac{r}{a_1}, \text{ untuk } a_1 < r < a_2$$

$$V(r) = V(a_1) - \frac{\lambda_1}{2\pi\kappa\varepsilon_0}\ln\frac{a_2}{a_1} - \frac{\lambda_1+\lambda_2}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r}{a_2}, \text{ untuk } r > a_2$$

Tabel 2.2 Konstanta dielektrik sejumlah material.

Material	Konstanta Dielektrik
vakum	1 (berdasarkan definisi)
udara	1,00058986 ± 0,00000050 (pada STP dan frekuensi pengukura 0,9 MHz)
Teflon	2,1
Polietilen	2,25
polipropilen	2,2-2,36
Karbon disulfida	2,6
kertas	3,85
Polimer elektroaktif	2-12
mika	3-6
Silicon dioksida	3,9
beton	4,5
kaca	3,7-10
intan	5,5 - 10
grafit	10-15
silikon	11,68
metanol	30
air	Sekitar 80 (sangat bergantung suhu)
Titanium dioksida	86-173
Strinsium titanat	301
Barium stronsium titanat	500
Timba zirkonat titanat	500-6000
Barium titanat	1200 - 10000
Kalsium tembaga titanat	< 250000

Konstanta dielektrik material bervariasi sangat jauh mulai dari mendekati satu hingga puluha ribu. Konstanta dieletrin sama dengan satu dimiliki oleh ruang hampa. Material memikiki konstanta dielektrik lebih dari satu. Tabel 2.2 adalah daftar konstnta dielektrin sejumlah material. Konstanta dielektrik yang berbeda memiliki jenis aplikasi yang berbeda

2.10 Teorema usaha energi

Dalam ruang dengan kuat medan listrik $\vec{E}$, sebuah muatan mengalami gaya listrik $\vec{F} = q\vec{E}$. Kerja yang dilakukan gaya listrik untuk memindahkan muatan dari posisi $\vec{r}_1$ ke posisi $\vec{r}_2$ adalah

$$W = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \bullet d\vec{r} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} (q\vec{E}) \bullet d\vec{r} = q\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{E} \bullet d\vec{r}$$

Berdasarkan teorema usaha energi, kerja yang dilakukan gaya luar sama dengan perubahan energi kinetik. Jadi, W dapat diganti dengan

$$W = K_2 - K_1$$

Berdasarkan definisi potensial listrik, integral yang berada di ruas kanan persamaan sebelumnya dapat diganti dengan

$$\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{E} \bullet d\vec{r} = -\left(-\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{E} \bullet d\vec{r} \right) = -(V_2 - V_1)$$

Dengan demikian, persamaan (2.36) dapat ditulis menjadi

$$K_2 - K_1 = q\{-(V_2 - V_1)\} = qV_1 - qV_2$$

Tetapi, qV adalah energi potensial listrik, U sehingga kita dapat menulis

$$K_2 - K_1 = U_1 - U_2$$

atau

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

Hubungan (2.17) merupakan ungkapan hukum kekekalan energi mekanik bagi partikel yang bergerak dalam ruang yang mengandung medan listrik. Hukum yang sama telah kita bahas di mekanika ketika benda bergerak dalam medan konservatif. Ini menunjukkan bahwa medan listrik juga merupakan medan konservatif.

Contoh 2.6

Sebuah elektron lepas dari katoda menuju anoda dengan laju awal nol. Beda potensial antara anoda dan katoda adalah 100 kV. Berapa laju elektron saat mencapan anoda? Muatan elektron adalah $-1,6 \times 10^{-19}$ C dan massanya $9,1 \times 10^{-19}$ kg.

Jawab

Dari soal kita dapatkan sejumlah informasi sebagai berikut. $V_1 = 0$ sehingga $U_1 = qV_1 = (1,6 \times 10^{-19}) \times 0 = 0$ J. $V_2 = 100$ kV $= 10^5$ V sehingga $U_2 = qV_2 = (-1,6 \times 10^{-19}) \times 10^5 = -1,6 \times 10^{-14}$ J. $K_1 = 0$ dan $K_2 = (1/2)\ mv^2 = (1/2) \times 9,1 \times 10^{-31} \times v^2 = 4,55 \times 10^{-31} \times v^2$. Dengan menggunakan hukum kekekalan energi mekanik maka

$$K_2 = K_1 + U_1 - U_2$$

$$4,55 \times 10^{-31} \times v^2 = 0 + 0 - (-1,6 \times 10^{-14})$$

sehingga

$$v^2 = \frac{1,6 \times 10^{-14}}{4,55 \times 10^{-31}} = 3,3 \times 10^{16}$$

atau

$$v = 1,8 \times 10^8 \text{ m/s}$$

2.11 Satuan elektronvolt

Salah satu satuan energi yang sering dipakai ketika membahas atom dan molekul adalah elektron volt yang disingkat eV. Satu elektron volt adalah energi yang dimiliki elektron ketika berada pada potensial satu volt. Jadi

$$\begin{aligned} 1 \text{ eV} &= \text{muatan elektron} \times \text{satu volt} \\ &= (1,6 \times 10^{-19} \text{ C}) \times 1 \text{ V} \\ &= 1,6 \times 10^{-19} \text{ J} \end{aligned}$$

Contoh 2.7

Energi yang diperlukan untuk melepaskan elektron dari atom hydrogen disebut energi ionisasi atom hydrogen. Besar energi tersebut adalah 13,6 eV. Berapa besar energi tersebut dalam satuan SI?

Jawab

13,6 eV = 13,6 $\times$ (1,6 $\times$ 10^{-19}) = 2,18 10^{-19} J

2.12. Kapasitor

Kamu tentu pernah memencet tombol keyboard komputer. Jika kamu pencet tombol A maka di monitor komputer muncul huruf A. Mengapa hal itu terjadi? Jawabannya adalah karena tombol keyboard berfungsi sebagai saklar dan sebagian sebagai kapasitor. Untuk keyboard jenis kapasitor, pemencetan tombol keyboard mengubah nilai kapasitansi tombol tersebut. Mikroprosessor dalam komputer mendeteksi perubahan nilai tersebut sehingga mengetahui tomboil mana yang sedang dipencet. Akhirnya, huruf yang bersesuaian dengan tombol tersebut ditampilkan di layar. **Gambar 2.19** adalah contoh kapasitor yang dijual di pasaran.

Gambar 2.19 Contoh kapasitor yang dijual di pasaran (SparkFun Learn)

Gambar 2.20 Contoh kapasitor yang terpasang pada rangkaian elektronik (Capacitor Lab)

Apa sebenarnya kapasitor itu? Kapasitor adalah piranti elektronik yang dapat menyimpan muatan listrik. Kemampuan kapasitor menyimpan muatan listrik diungkapkan oleh besaran yang namanya kapasitansi. Makin besar kapasitansi sebuah kapasitor, maka makin besar pula muatan yang dapat disimpan kapasitor tersebut. Ukuran kapasitor merepresentasikan kemampuan menyimpan muatan. Makin besar ukuran kapasitor maka makin banyak muatan yang dapat disimpan. **Gambar 2.20** contoh kapasitor yang terpasang pada rangkapan elektronik. Satu rangkaian elektronik dapat memuat puluhan atau lebih kapasitor.

Jika sebuah kapasitor yang mampu menyimpan muatan Q ketika dihubungkan dengan potensial V, maka kapasitansi kapasitor tersebut, C, didefinisikan sebagai

$$C = \frac{Q}{V} \tag{2.22}$$

Tampak bahwa satuan kapasitansi kapasitor adalah C/V. Satuan ini memiliki nama khusus, yaitu Farad yang disingkat F. Berbagai tipe

kapasitor yang ada beserta jangkauan kapasitansi dan tegangan kerjannya tampak pada Tabel 2.3

Tabel 2.3 Berbagai tipe kapasitor dan sifat-sifatnya

Tipe	Jangkauan kapasitansi	Tegangan maksimum	Komentar
mika	1 pF – 10 nF	100 – 600 V	Sangat berguna digunakan pada daerah frekuensi radio
keramik	10 pF – 1 μF	50 – 30 000 V	Kecil dan murah
polistiren	10 pF – 2,7 μF	100 – 600 V	Kualitas tinggi, digunakan pada filter yang teliti
polikarbonat	100 pF – 30 μF	50 – 800 V	Kualitas tinggi, ukuran kecil
tantalum	100 nF – 500 μF	6 – 100 V	Kapasitansi tinggi
Elektrolit (aluminium)	100 nF – 2 F	3 – 600 V	Filer catu daya untuk meratakan tegangan

2.13 Kapasitor pelat sejajar

Bentuk kapasitor yang paling sederhana adalah kapasitor pelat sejajar. Kapasitor ini terdiri dari dua pelat konduktor yang sejajar dan dipisahkan oleh sebuah lapisan isolator seperti diilustrasikan pada **Gambar 2.21**. Kita misalkan luas masing-masing pelat adalah *A* dan jarak antar pelat adalah *d*. Misalkan pula kerapatan muatan listrik yang diberikan pada masing-masing pelat adalah + σ dan -σ.

Dengan demikian muatan yang dikandung masing-masing pelat adalah +Q = +σA dan -Q = -σA. Dalam keadaan demikian, kita katakan kapasitor menyimpan muatan Q. Jadi kapasitor menyimpan muatan Q jika salah satu pelat memiliki muatan –Q dan pelat lainnya memiliki muatan +Q.

Kita sudah bahas dalam Bab 1 bahwa kuat medan listrik antar dua pelat sejajar yang dipisahkan oleh udara atau vakum adalah $E = \sigma / \varepsilon_o$. Dengan demikian, beda potensial antara dua pelat kapasitor adalah

$$V = E d$$

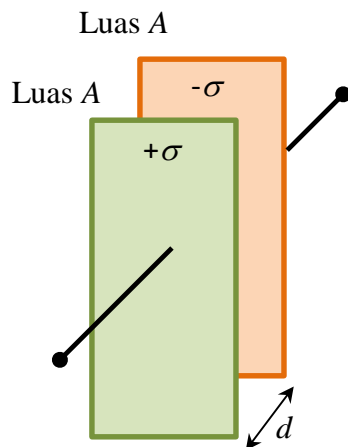
$$= \frac{\sigma}{\varepsilon_o} d$$

$$= \frac{(\sigma A)}{\varepsilon_o} \frac{d}{A}$$

$$= \frac{Q}{\varepsilon_o} \frac{d}{A}$$

Dengan menggunakan persamaan di atas dan definisi kapasitor maka kita dapatkan kapasitansi kapasitor pelat sejajar adalah

$$C = \frac{Q}{V}$$

$$= \varepsilon_o \frac{A}{d} \qquad (2.23)$$

Gambar 2.21 Skema kapasitor pelat sejajar. Bagian utamanya adalah dua pelat sejajar yang terpisah sangat dekat. Biasanya dua pelat dipisahkan dengan lapisan tipis osilator.

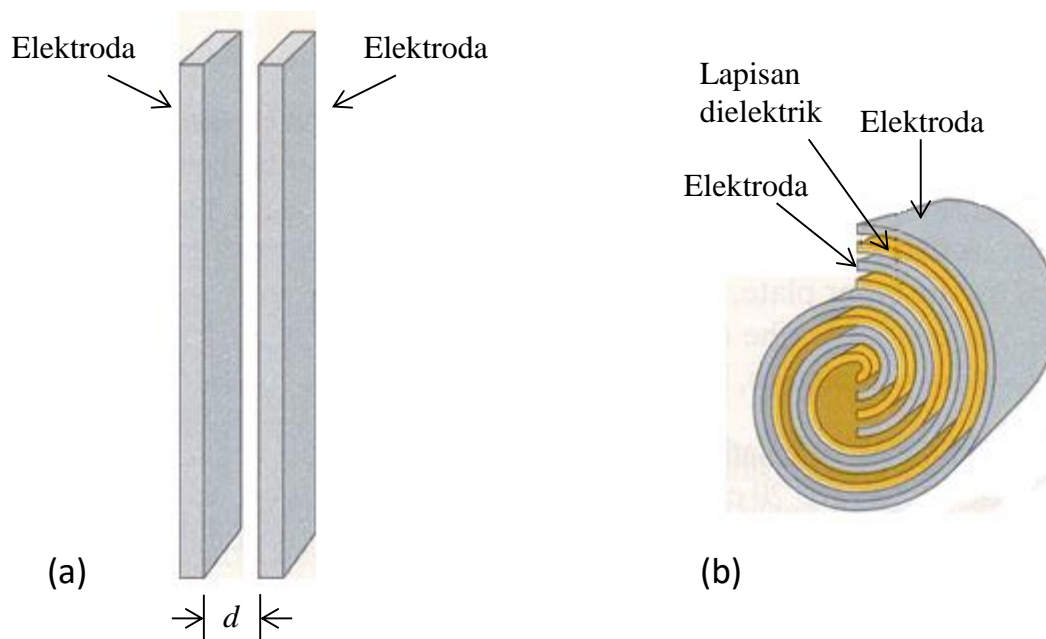
Terlihat dari persamaan (2.23) bahwa kapasitansi kaapsitor pelat sejajar hanya bergantung pada geometri kapasitor, ysitu lebar pelat dan jarak antar pelat. Kapasitansi kapasitor tidak bergantung pada jenis bahan elektroda.

2.14 Memperbesar kapasitansi kapasitor

Berdasarkan persamaan (2.23), ada sejumlah cara untuk memperbesar kapasitansi sebuah kapasitor. Beberapa di antaranya sebagai

berikut

Memperbesar luas pelat.

Salah satu cara memperbesar nilai kapasitansi adalah memperbesar pelat kapasitor. Secara teori, dengan memperbesar ukuran pelat sebesar-besarnya maka kapasitansi dapat diperbesar sebesar-besarnya. Namun, jika ukuran pelat diperbesar, maka ukuran kapasitor menjadi sangat besar. Adakah cara lain untuk memperbesar kapasitansi kapasitor tetapi tetap mempertahankan ukuran kapasitor tidak terlalu besar. Agar ukuran kapasitor tidak terlalu besar, maka ke dua pelat dibatasi dengan lapisan tipis isolator seperti kertas, kemudian keduanya digulung secara bersama, seperti diilustrasikan pada **Gambar 2.22**. Akhirnya kita mendapatkan bodi kapasitor berbentuk silinder yang mengandung pelat yang cukup luas,

Gambar 2.22 Kapasitor pelat sejajar biasanya digulung untuk memperbesar luas pelat.

Pendekatan terbaru untuk memperluas konduktor pada kapasitor adalah menggunakan elektroda berpori. Keberdaan pori-pori menyebabkan bidang kontak antara dielektrik dengan pelat makin besar. Bahan berpori memiliki luas permukaan lebih besar daripada bahan dengan permukaan halus. Luas permukaan bahan berpori bisa puluhan kali lipat luas permukaan bahan dengan permukaan halus. Superkapasitor adalah

kapasitor yang memiliki kapasitansi yang sangat besar dan salah stu cara membuatnya adalah menggunakan elektroda berpori.

Memperkecil jarak antar pelat

Kapasitansi kapasitor dapat diperbesar dengan memperkecil jarak antar pelat. Tetapi pendekatan ini memiliki batas. Jika jarak antar dua pelat sangat kecil maka kuat medan listrik antar dua pelat menjadi sangat besar (ingat hubungan $E = V/d$). Medan yang sangat besar dapat mengionisasi atom/molekul antar dua pelat sehingga bahan pembatas yang semula isolator dapat berubah menjadi konduktor. Ini berakibat mengalirnya muatan dari satu pelat ke pelat lain melalui lapisan pembatas tersebut. Dalam keadaan demikian kita katakana kapasitor bocor.

Sebagai ilustrasi untuk kapasitor dengan ketebalan lapisan dielektrik 100 nm. Dengan menggunakan tegangan 5 V yang merupakan tegangan yang umumnya dipakai untuk divais digital maka dihasilkan medan listrik dalam lapisan dielektrik sekitar 5 Volt/100 nm = 5×10^7 V/m. Nilai medan tersebut cukup besar tetapi masih aman karena berada di bawah ambang batas "avalenche breakdown" material. Jika ketebalan lapisan dielektrik direduksi hingga 20 nm sampai 30 nm maka penerapan tegangan sekitar 5 Volt menghasilkan medan listrik dalam dielektrik antara $1,7 \times 10^9$ sampai $2,5 \times 10^9$ V/m. Medan tersebut sangat besar sehingga meningkatkan peluang terjadinya "avalenche breakdown" material serta meningkatkan peluang terjadinya penerobosan electron (electron tunneling) melewati dielektrik. Ke dua fenomena tersebut merusak performance kapasitor yang dibuat.

Menggunakan bahan dielektrik

Pendekatan yang lebih umum dipakai dalam meningkatkan kapasitansi kapasitor adalah menggunakan bahan dielektrik dengan konstanta dielektrik tinggi sebagai lapisan pemisah dua pelat. Dengan penggunaan bahan dielektrik ini maka kapasitansi kapasitor menjadi

$$C = \kappa\varepsilon_o \frac{A}{d} \tag{2.24}$$

dengan κ adalah konstanta dielektrik bahan.

Material dengan konstnta dielektrik tinggi seperti hafnium oksida makin banyak digunakan dalam perancangan divasi elektonik. Material

diekeltrik berbasis hafnium memiliki konstanta dielektrik yang sangat tinggi dan dapat mengatasi sejumlah permasalahan yang dihadapi jika materil dibuat tipis untuk memperbesar kapasitansi. Tahun 2007 Intel mengembangkan prosessor dengan berbasis material dielektrik hafnium oksida ketebalan 45 nanometer. IBM dan NEC (Jepang) juha mengembangan divasis menggunakan material dielektrik berbasis hafnium.

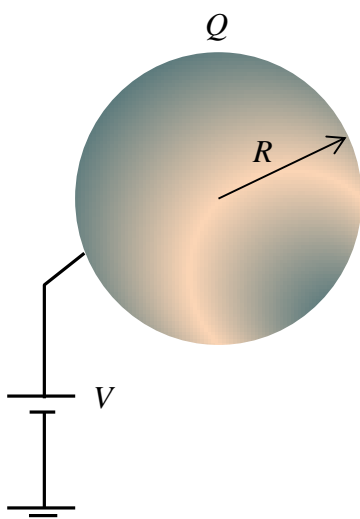
2.15 Kapasitor satu bola konduktor

Sebuah bola konduktor dapat juga berfungsi sebagai sebuah kapasitor. Lihat **Gambar 2.23** sebagai ilustrasi. Pada **Gambar 2.23** bola konduktor yang berjari-jari R memiliki potensial V relatif terhadap tanah. Telah dibahas di Bab 1 bahwa potensial di permukaan bola konduktor yang memiliki muatan Q adalah

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{R}$$

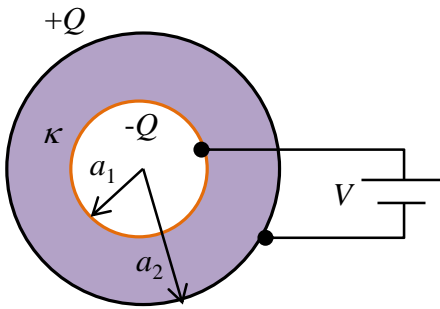
Berdasarkan definisi persamaan (2.22), kapasitansi bola konduktor menjadi

$$C = \frac{Q}{V}$$

$$= 4\pi\varepsilon_o R \qquad (2.25)$$

Gambar 2.23 Bola konduktor yang diberi potensial.

2.16 Kapasitansi dua bola konduktor konsentris

Sekarang kita perhatikan dua bola konduktor konsentris yang memiliki jari-jari a_1 dan a_2, dan dintara keduanya disisipkan bahan dielektrik, seperti diperlihatkan dalam **Gambar 2.24**. Ke dua bola dihubungkan dengan beda potensial V. Misalkan muatan masing-masing bola adalah $+Q$ dan $-Q$. Kuat medan listrik antara dua bola hanya ditentukan oleh muatan bola a_1. Mengingat antara dua bola disisipkan bahan dielektrik maka kuat medan listrik antara dua bola adalah

$$E = \frac{1}{4\pi\kappa\varepsilon_o}\frac{Q}{r^2}$$

Gambar 2.24 Dua bola konsentris dipasang pada suatu beda potensial

Dengan demikian, beda potensial antara dua bola memenuhi

$$V = \int_{R_1}^{R_2} E\,dr$$

$$= \frac{Q}{4\pi\kappa\varepsilon_o}\int_{a_1}^{a_2}\frac{dr}{r^2}$$

$$= \frac{Q}{4\pi\kappa\varepsilon_o}\left[-\frac{1}{r}\right]_{a_1}^{a_2}$$

$$= \frac{Q}{4\pi\kappa\varepsilon_o}\left(\frac{1}{a_1}-\frac{1}{a_2}\right)$$

Berdasarkan definisi kapasitansi, maka kapasitansi bola konsentrais adalah

$$C = \frac{Q}{V}$$

$$= \frac{4\pi\kappa\varepsilon_o}{(1/a_1 - 1/a_2)} \tag{2.26}$$

2.17 Kapasitor dua silinder konsentris

Terakhir kita tinjau kapasitor yang berupa dua silinder konsentris yang sangat panjang. Skema kapasitor tampak pada **Gambar 2.25**. Silinder dalam memiliki jari-jari a_1 dan silinder luar memiliki jari-jari a_2. Antara dua silinder diselipkan material dengan konstnta dielektrik κ. Kuat medan listrik antar dua silinder hanya ditentukan oleh muatan silinder dalam, yaitu

$$E = \frac{1}{2\pi\kappa\varepsilon_o}\frac{\lambda}{r}$$

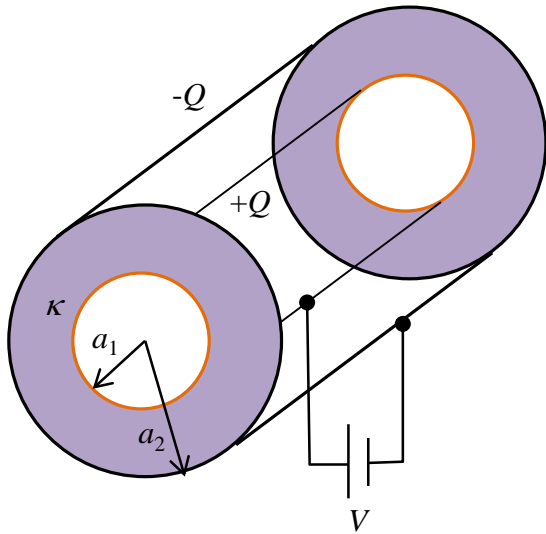
dengan λ adalah rapat muatan per satuan panjang silinder. Beda potensial antara dua silnder adalah

$$V = \int_{a_1}^{a_2} E\, dr$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi\kappa\varepsilon_o}\int_{a_1}^{a_2}\frac{dr}{r}$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi\kappa\varepsilon_o}\ln\left(\frac{a_2}{a_1}\right)$$

Rapat muatan silinder memenuhi $\lambda = Q/L$, dengan Q adalah muatan silinder dan L adalah panjang silinder. Substitusi hubungan ini ke dalam persamaan di atas maka kita dapat menulis

$$V = \frac{Q/L}{2\pi\iota\varepsilon_o}\ln\left(\frac{a_2}{a_1}\right)$$

Gambar 2.25 Dua silinder konsentris dipasang pada suatu beda potensial

Selanjutnya dengan menggunakan definisi kapasitansi diperoleh kapasitansi kapasitor silinder konsentris adalah

$$C = \frac{Q}{V}$$

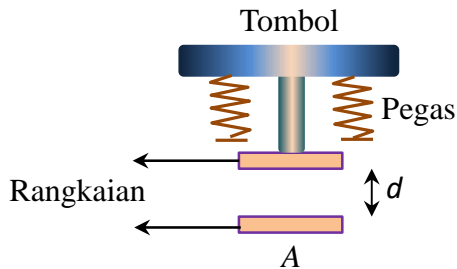
$$= \frac{2\pi\kappa\varepsilon_o L}{\ln(a_2/a_1)} \tag{2.27}$$

Tampak juga dari persamaan (2.27) bahwa kapasitansi hanya bergantung pada factor geometri silinder.

2.18 Kapasitor variabel

Kapasitor variable adalah kapasitor yang dapat diubah-ubah kapasitansinya. Simbol kapasitor variable tampak pada **Gambar 2.26.**

Gambar 2.26 Simbol kapasitor variabel

Contoh kapasitor variable adalah keyboard komputer. Sebagian keyboard computer masih menggunakan system kapasitor pada tombol-tombolnya, namun sebagian tidak. Skema tombol keyboard komputer yang berbasis pada kapasitor tampak pada **Gambar 2.27**.

Gambar 2.27 Skema tombol keyboard computer yang berbasis kapasitor. Penekanan tombol bermakna pengubahan jarak antar pelat sehingga mengubah nilai kapasitansi. Tiap tombol berfungsi sebagai sebuah kapasitor. Sisten kompoter mendeteksi kapasitor mana yang berubah nilainya sehingga diketahui tombol mana yang dipencet.

Ketika tombol tidak ditekan maka jarak antar dua pelat adalah d_0 sehingga kapasitansi kapasitor adalah

$$C_0 = \varepsilon_0 \frac{A}{d_0}$$

Tetapi, ketika tombol ditekan, jarak antar dua pelat menjadi lebih kecil $d = d_0 - \Delta d$, dengan Δd adalah pergeseran pelat. Dengan demikian kapasitansi kapasitor menjadi

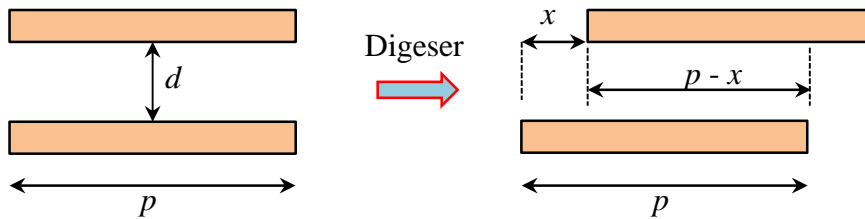
$$C = \varepsilon_0 \frac{A}{d_0 - \Delta d}$$

Maka perubahan nilai kapasitansi akibat pemencetan tombol adalah

$$\Delta C = C - C_0$$

$$= \varepsilon_0 \frac{A}{d_0 - \Delta d} - \varepsilon_0 \frac{A}{d_0}$$

$$= \varepsilon_o \frac{Ad_0 - A(d_0 - \Delta d)}{d_0(d_0 - \Delta d)}$$

$$= \varepsilon_o \frac{A\Delta d}{d_0(d_0 - \Delta d)} \qquad (2.28)$$

Gambar 2.28 Kapasitor variable dengan cara penggeseran dua pelat

Bentuk lain dari kapasitor variable adalah kapasitor geser seperti pada **Gambar 2.28**. Posisi relatif pelat digeser sehingga penampang pelat yang berimpitan berubah. Misalkan panjang pelat adalah *p* dan lebarnya *l*. Luas pelat adalah $A_0 = pl$. Kapasitansi kapasitor sebelum menggeser pelat adalah

$$C_0 = \kappa\varepsilon_0 \frac{A_o}{d}$$

$$= \kappa\varepsilon_0 \frac{pl}{d}$$

dengan κ adalah konstanta dielektrik antar dua pelat. Misalkan satu pelat digeser sejauh *x* maka panjang bagian pelat yang berimpit menjadi *p-x* sehingga luas pelat yang berimpit menjadi

$$A = (p-x)l$$

Kapasitansi kapasitor menjadi

$$C = \kappa\varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

$$= \kappa\varepsilon_0 \frac{(p-x)l}{d}$$

$$= \kappa\varepsilon_0 \frac{pl}{d} - \kappa\varepsilon_0 \frac{lx}{d}$$

Perubahan kapasitansi akibat penggeseran adalah

$$\Delta C = C - C_0$$

$$= \left(\kappa\varepsilon_0 \frac{pl}{d} - \kappa\varepsilon_0 \frac{lx}{d}\right) - \kappa\varepsilon_0 \frac{pl}{d}$$

$$= -\kappa\varepsilon_0 \frac{l}{d} x \qquad (2.29)$$

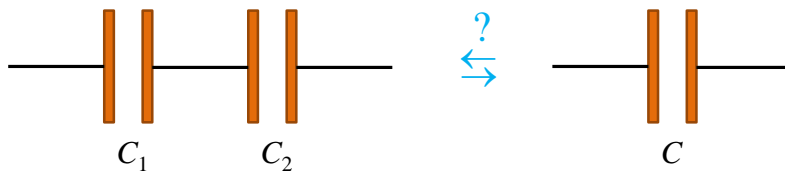
Tampak bahwa perubahan kapasitansi berbanding lurus dengan pergeseran dua pelat.

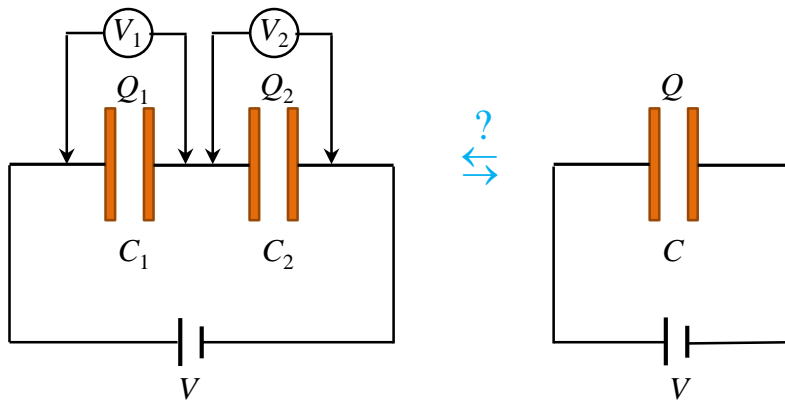
2.19 Rangkaian kapasitor

Kapasitansi kapasitor yang dijual di pasaran tidak selalu sama dengan apa yang kita inginkan. Bagaimana cara mendapatkan kapasitansi yang diinginkan sementara di pasar tidak ada? Caranya adalah dengan merangkai sejumlah kapasitor. Rangkaian sejumlah kapasitor menghasilkan kapasitansi total yang berbeda dengan kapasitansi kapasitor-kapasitor awal.

Secara umum rangkaian kapasitor dapat dikelompokkan atas dua bagian besar, yaitu rangkaian seri dan parallel. Rangkaian-rangkaian kapasitor yang lain dapat dipandang sebagai kombinasi rangkaian seri dan parallel. Kita akan membahas secara khusus rangkaian jkapasitor secara seri dan parallel.

Rangkaian Seri

Misalkan dua kapasitor C_1 dan C_2 dirangkaian secara seri seperti pada **Gambar 2.29**. Berapakah kapasitansi pengganti dua kapasitor tersebut?

Gambar 2.29 (a) Rangkaian seri kapasitor C_1 dan C_2 dan (b) adalah kapasitor pengganti (ekivalen)

Untuk mengetahui besar kapasitansi pengganti, mari kita hubungkan rangkaian kapasitor dengan sumber tegangan V seperti ditunjukkan pada **Gambar 2.30**.

Gambar 2.30 (a) Dua kapasitor seri dihubungkan ke sumber tegangan dan (b) kapasitor pengganti dihubungkan ke sumber tegangan yang sama besarnya

Pada rangkaian yang disusun secara seri, muatan yang dikandung masing-masing kapasitor sama besarnya, karena muatan negatif yang berada di pelat kanan kapasitor C_1 berasal dari electron yang ditarik dari pelat kiri kapasitor C_2. Akibatnya besar muatan positif pada pelat kiri kapasitor C_2 persis sama dengan besar muatan negative pada pelat kanan kapasitor C_1. Jadi

$$Q_1 = Q_2 = Q$$

Jumlah tegangan pada dua kapasitor sama dengan tegangan total. Jadi

$$V = V_1 + V_2$$

Tetapi hubungan antara tegangan, kapasitansi, dan muatan memenuhi

$$V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q}{C_1}$$

$$V_2 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{Q}{C_2}$$

Untuk kapasitor pengganti yang ada di sebelah kanan **Gambar 2.30** dipenuhi

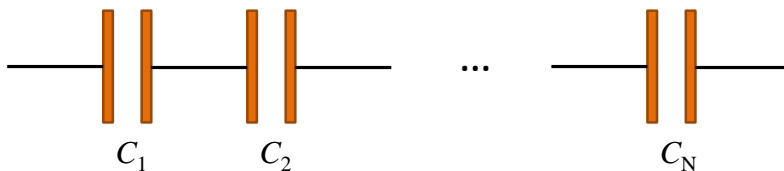
$$V = \frac{Q}{C}$$

Substitusi ungkapan potensial pada masing-masing kapasitor pada ruas kiri persamaan di atas maka kita peroleh hubungan berikut ini.

$$\frac{Q}{C} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}$$

Akhirnya, dari hubungan di atas diperoleh persamaan untuk kapasitansi pengganti sebagai berikut

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \tag{2.30}$$

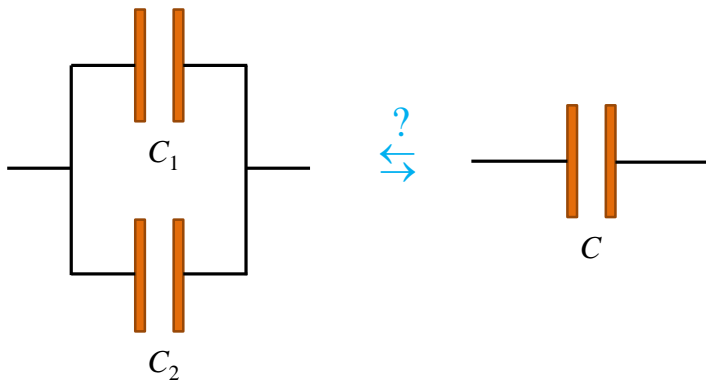
Persamaan (2.30) dapat dibuat lebih umum lagi. Jika terdapat N kapasitor yang disusun secara seri seri seperti diiluatrasikan pada Gambar 2.31 maka kapasitansi total, C, memenuhi

Gambar 2.31 Hubungan seri N buah kapasitor.

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \ldots + \frac{1}{C_N}$$

Penjumlahan di atas dapat disingkat menjadi

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{C_i} \tag{2.31}$$

Susunan Paralel

Susunan lain yang dapat diterapkan pada kapasitor adalah susunan parallel. **Gambar 2.32** adalah susunan parallel dua kapasitor C_1 dan C_2. Kita ingin mencari kapasitor pengganti dua kapasitor parallel di atas. Untuk itu mari kita hubungkan dengan sebuah sumber tegangan seperti pada **Gambar 2.33**.

Gambar 2.32 Susunan parallel dua kapasitor

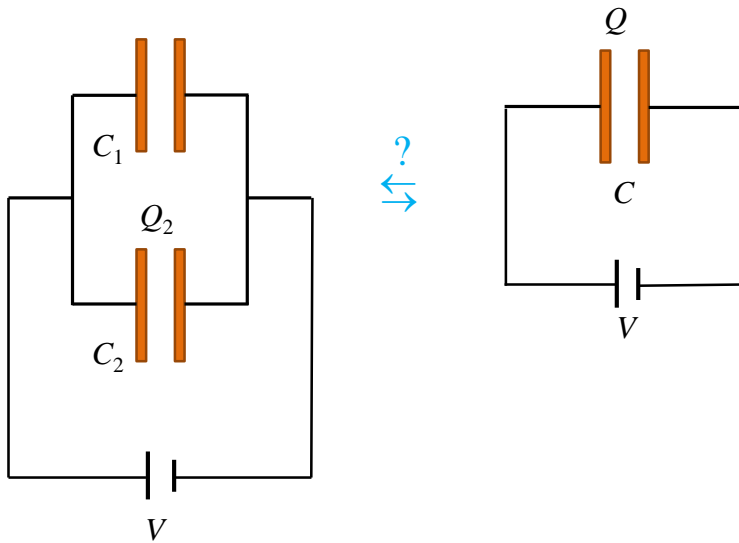
Ketika dihubungkan secara parallel maka tegangan antara dua ujung kapasitor C_1 dan C_2 sama besarnnya, yaitu V. Muatan total yang dikandung dua kapasitor sama dengan jumlah muatan masing-masing kapasitor, atau

$$Q = Q_1 + Q_2$$

Tetapi $Q_1 = C_1 V$, $Q_2 = C_2 V$, dan $Q = CV$. Dengan demikian persamaan (2.61) dapat ditulis menjadi

$$CV = C_1V + C_2V$$

yang memberikan ungkapan untuk kapasitansi pengganti susunan paralel

$$C = C_1 + C_2 \qquad (2.32)$$

Gambar 2.33 (a) Dua kapasitor paralel dihubungkan ke sumber tegangan dan (b) kapasitor pengganti dihubungkan ke sumber tegangan yang sama besarnya

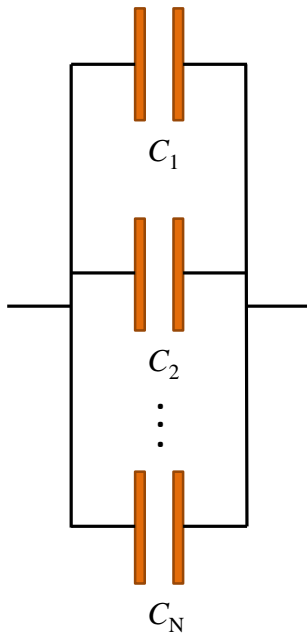
Secara umum, jika terdapat N buah kapasitor yang disusun secara parallel, seperti pada **Gambar 2.34**, maka kapasiotansi total memenuhi

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + ... + C_N$$

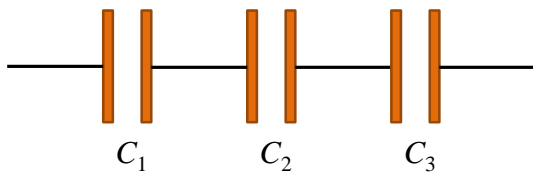
Penjumlahan di atas dapat disingkat menjadi

$$C = \sum_{i=1}^{N} C_i \qquad (2.33)$$

Contoh 2.7

Tiga buah kapasitor dengan kapasitansi sama, masing-masing 1 mF. Tulislah semua susunan yang mungkin bagi tiga kapasitor tersebut dan hitung kapasitansi pengganti masing-masing susunan tersebut.

Gambar 2.34 Susunan parallel N buah kapasitor

Jawab

Informasi yang diberikan soal: C_1 = C_2 = C_3 = 1 mF. Susunan-susunan yang mungkin ditunjukkan pada **Gambar 2.35 – 2.38**.

Gambar 2.35 Tiga kapasitor disusun seri

Berdasarkan **Gambar. 2.35**, tiga kapasitor disusun secara seri, sehingga kapasitor pengganti, C, memenuhi

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} = 3$$

atau

C = 1/3 mF

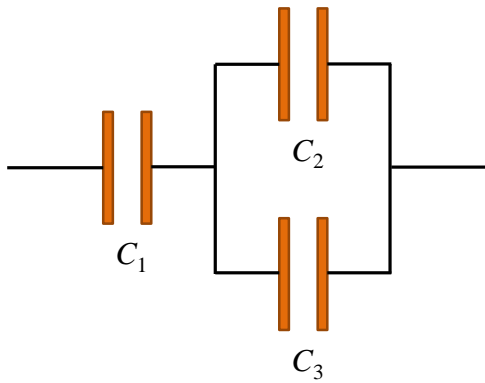
Berdasarkan **Gambar 2.36**, kapasitor C_2 dan C_3 diparalel kemudian diseri dengan C_1. Susunan parallel C_2 dan C_3 menghasilkan kapasitansi total

$C' = C_2 + C_3 = 1 + 1 = 2$ mF

Susunan seri C_1 dan C' menghasilkan kapasitansi total C yang memenuhi

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C'} = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

atau

$C = 2/3$ mF

Gambar 2.36 Dua kapasitor parallel dan diseri dengan kapasitor lainnya

Berdasarkan **Gambar 2.37** tiga kapasitor disusun secara parallel, sehingga kapasitansi total memenuhi

$C = C_1 + C_2 + C_3 = 1 + 1 + 1 = 3$ mF

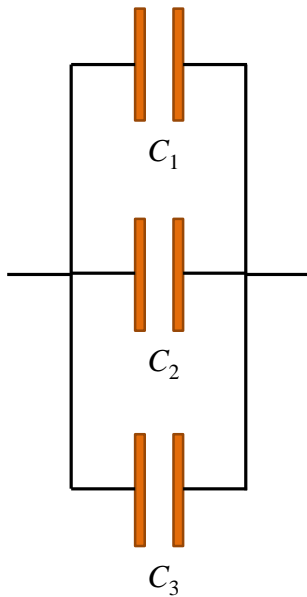
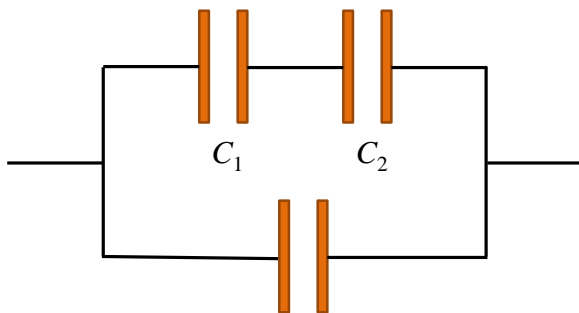
Berdasarkan **Gambar 2.38**, dua kapasitor disusun seri kemudian disusun parelel dengan kapasitor ke tiga. Kapasitansi total C_1 dan C_2 yang disusun seri memenuhi

$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{1} + \frac{1}{1} = 2$$

atau

$C' = 1/2$ mF

Selanjutnya C' dan C_3 disusun secara parallel sehingga menghasilkan kapasitansi total

$C = C' + C_3 = 1/2 + 1 = 3/2$ mF

Gambar 2.37 Tiga kapasitor disusun paralel

Gambar 2.38 Dua kapasitor seri kemudian diparalel dengan kapasitor ketiga

2.20 Energi yang yersimpan dalam kapasitor

Kapasitor yang bermuatan dapat memberikan arus listrik pada komponen-komponen lain dalam rangkaian. Pemberian arus listrik bermakna pemberian energi, serupa dengan baterei dan aki yang dapat memberikan arus listrik dalam rangkaian. Dengan demikian, kapasitor yang bermuatan menyimpan sejumlah energi. Pada bagian berikut ini kita akan menghitung energi yang disimpan sebuah kapasitor. Untuk mudahnya, kita mengambil contoh kapasitor pelat sejajar.

Misalkan suatu saat kapasitor mengandung muatan q (belum penuh). Beda potensial antar dua pelat kapasitor adalah v. Maka terpenuhi hubungan:

$$v = \frac{q}{C} \tag{2.34}$$

Jika muatan listrik sebesar dq ditambahkan lagi pada kapasitor maka kerja yang diberikan pada kapasitor adalah

$$dW = vdq = \frac{1}{C}qdq$$

Dengan demikian, kerja total yang diberikan pada kapasitor untuk mengisi muatan kapasitor dari keadaan kosong (q = 0) sampai bermuatan $q = Q$ adalah

$$W = \int_0^Q dW$$

$$= \int_0^Q \frac{1}{C} q\, dq$$

$$= \frac{1}{C}\int_0^Q q\, dq$$

$$= \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

Kerja total yang diperlukan untuk mengisi kapasitor dengan muatan Q sama akan berubah menjadi energi yang tersimpan dalam kapasitor. Jadi, kapasitor yang memiliki muatan Q menyimpan energi sebesar

$$U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} \tag{2.35}$$

Karena $Q = CV$ maka dapat pula ditulis

$$U = \frac{1}{2}\frac{(CV)^2}{C}$$

$$= \frac{1}{2}CV^2 \qquad (2.36)$$

Untuk kapasitor pelat sejajar maka berlaku hubungan $V = Ed$ dan $C = \kappa\varepsilon_o A/d$. Dengan demikian energy yang tersimpan dalam kapasitor memenuhi hubungan

$$U = \frac{1}{2}\left(\kappa\varepsilon_o \frac{A}{d}\right)(Ed)^2$$

$$= \frac{1}{2}\kappa\varepsilon_o E^2 (Ad)$$

$$= \frac{1}{2}\kappa\varepsilon_o E^2 Vol$$

dengan Vol adalah volum ruang antar dua pelat (volum kapasitor).

Selanjutnya kita definisikan rapat energi yang tersimpan dalam kapasitor (= energi per satuan volum), yaitu

$$u = \frac{U}{Vol}$$

$$= \frac{1}{2}\kappa\varepsilon_o E^2 \qquad (2.37)$$

Tampak dari persamaan (2.37) bahwa rapat energy yang tersimpan dalam kapasitor semata-mata hanya bergentung pada kuat medan listrik dan constant dielektrik bahan kapasitor. Rapat energy sama sekali tidak bergantung pada factor geometri yang dimiliki kapasitor. Apa pun bentuk kapasitor maak rapat energy yang dikandungnya selalu sama asal constant dielektri maupun kuat medan listrik sama.

Contoh 2.8

Dua buah kapasitor identik yang mula-mula belum bermuatan akan

dihubungkan dengan baterei 10 V. Bila hanya salah satu kapasitor yang dihubungan dengan baterei 10 V, energi yang tersimpan dalam kapasitor adalah U. Berapa energi yang akan tersimpan jika dua kapasitor tersebut dihubungkan secara seri dengan batarei.

Jawab

Jika hanya satu kapasitor yang digunakan maka energi yang disimpan dalam kapasitor adalah

$$U = \frac{1}{2} C V^2$$

Jika dua kapasitor disusun secara seri maka kapasitansi total memenuhi

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} = \frac{2}{C}$$

atau

$$C_T = \frac{C}{2}$$

Sehingga energi yang tersimpan dalam kapasitor seri menjadi

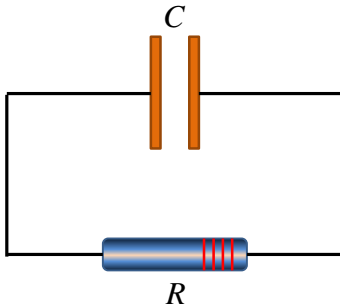
$$U' = \frac{1}{2} C_T V^2$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{C}{2}\right) V^2$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} C V^2\right) \quad = \frac{1}{2} U$$

2.21 Pengosongan kapasitor

Misalkan sebuah kapasitor yang berisi muatan dihubungkan secara seri dengan sebuah hambatan *R* seperti diilustrasikan pada **Gambar 2.39**. Maka muatan pada kapasitor akan mengalir melalui hambatan *R* sehingga lama-kelamaan muatan kapasitor makin kecil dan akhirnya habis. Peristiwa

ini disebut pengosongan kapasitor (discharge). Bagaimana kebergantungan muatan kapasitor terhadap waktu selama proses pengosongan? Mari kita bahas di bagian ini

Gambar 2.39 Sebuah kapasitor dihubung seri dengan sebuah tahanan

Kita anggap suatu saat, arus yang mengalir adalah *I*. Setelah selang waktu Δt terjadi perubahan muatan kapasitor kapasitor sebesar

$$\Delta q = -I\,\Delta t$$

Tanda minus menunjukkan bahwa muatan kapasitor berkurang (akibat pengosongan). Dengan menggunakan hukum Ohm $I = V/R$ dan hubungan antara muatan dan tegangan kapasitor $V = q/C$ maka dapat kita tulis

$$\Delta q = -\left(\frac{q}{RC}\right)\Delta t$$

Jika Δt diambil menuju nol ($\Delta t \to 0$) maka kita dapat mengganti $\Delta q \to dq$ dan $\Delta t \to dt$. Dengan demikian, persamaan di atas menjadi

$$dq = -\left(\frac{q}{RC}\right)dt$$

Misalkan pada saat t = 0 muatan kapasitor adalag Q_o dan saat t sembarang muatan kapasitor adalah *Q*. Kita integralkan waktu dati 0 sampai *t* dan integralkan muatan dari Q_o sampai *Q*.

$$\int_{Q_o}^{Q} \frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC}\int_{0}^{t} dt$$

$$\ln q\Big]_{Q_o}^{Q} = -\frac{1}{RC} t\Big]_0^t$$

$$\ln\frac{Q}{Q_o} = -\frac{1}{RC} t$$

atau

$$\frac{Q}{Q_o} = \exp\left[-\frac{t}{RC}\right]$$

atau

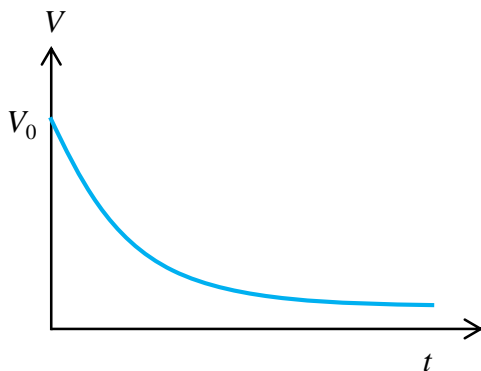
$$Q = Q_o \exp\left[-\frac{t}{RC}\right] \tag{2.38}$$

Dengan menggunakan hubungan $Q = VC$ maka tegangan antara dua ujung kapasitor berubah menurut hubungan

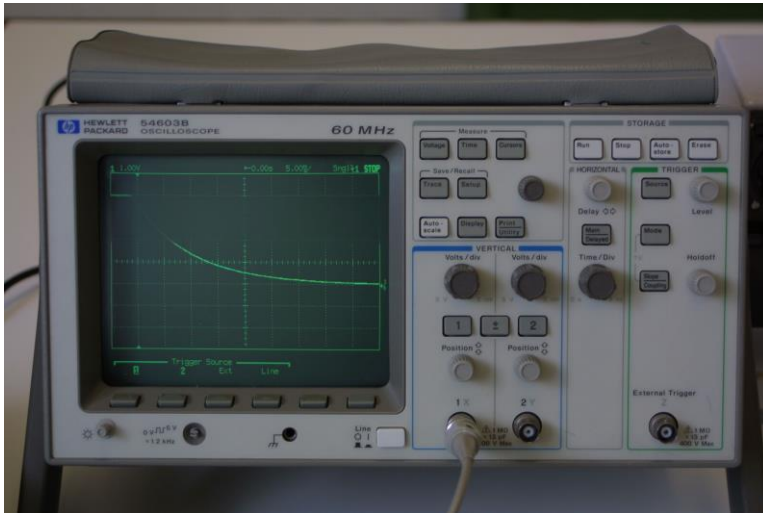
$$VC = V_o C \exp\left[-\frac{t}{RC}\right]$$

atau

$$V = V_o \exp\left[-\frac{t}{RC}\right] \tag{2.39}$$

Gambar 2.40 adalah grafik pengosongan kapasitor, yaitu kebergantungan tegangan kapasitor terhadap waktu.

Gambar 2.40 Grafik pengosongan kapasitor. Sumbu datar adalah waktu dan sumbu tegak adalah potensial antara dua ujung kapasitor.

Kurva pengosongan kapasitor berubag sangat cepat sehingga sulit

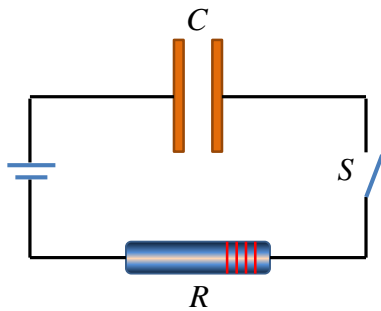
diamati dengan mata. Jika kita mengukur tegangan antara dua ujung kapasitor saat proses pengukuran menggunakan voltemeter digital maka angka yang ditunjukkan berubah secara cepat an dengan segera menjadi nol. Jika kita mengukur menggunakan voltmeter jarum (analog) maka jarum bergerak sangat cepat menuju nol. Dengan menggunakan dua alat tersebut maka bentuk kurva pengosongan tidak dapat dilihat secara detail.

Gambar 2.41 Contoh kurva pengosongan kapasitor yang diamati denga osiloskop (dict.space.4goo.net)

Untuk mengamati secara detail bentuk kurva pengosongahn kapasitor maka kita dapat menampilkan pola pulsa pada layar osiloskop. Perubahan tegangan sebagai fungsi waktu dapat diamati decara jelas. **Gambar 2.41** adalah contoh kurva pengosongan kapasitor yang diamati denga osiloskop. Tampa kurva turun secara trasien menuju nol. Sumbu datar adaalah sjumbu waktu di mana satu skala memiliki periode waktu tertenstu yang dapat diseting dengan menggunakan tombol-tombol pada osiloskop tersebut. Sumbu vertikal adalag sumbu tegangan di mana satu skala juga dapat diseting merepresentasikan tegangan berapa.

Yang menarik dari persamaan (2.39) adalah jika $t = RC$. Pada selang waktu ini maka $V = V_0 \exp(-1)$ = 0,368 V_0. Perkalian RC memiliki dimensi waktu dan besaran ini sering disebut waktu karakteristik pengosongan kapasitor. Pada selang waktu ini tegangan yang tersisa di kapasitor adalah 0,368 V_0 atau 36,8% dari tegangan mula-mula. Dengan perkataan lain, tegangan kapasitor telah hilang sebanyak 100% - 36,8% = 63,2%. Dengan demikian kita dapat mengatakan bahwa waktu karakteristik pengosongan kapasitor adalah waktu yang diperlukan sehingga tegangan pada kapasitor

berkurang sebesar 63,2%.

2.22 Pengisian kapasitor

Sebaliknya kita akan mengkaji proses pengisian kapasitor. Kapasitor, tahanan, dan sumber tegangan dirangkaikan seperti pada **Gambar 2.42**. Mula-mula kapasitor kosong dan saklar dalam keadaan tegangan. Tegangan antara dua kaki kapasitor nol. Pada saat t = 0 saklar ditutup sehingga arus listrik mengalir dan kapasitor mulai terisi. Dengan demikian tegangan antara dua ujung kapasitor makin meningkat. Bagaimana kebergantungan tegangan tersebut terhadap waktu? Mari kita analisis.

Gambar 2.42 Skema rangkaian pengisian kapasitor

Misalkan tegangan baterei yang dipasang adalah V_o. Ketika saklar ditutup maka rangkaian pada **Gambar 2.42** menjadi rangkaian tertutup sehingga hubungan antara tegangan baterei, tegangan kapasitor dan tegangan pada hambatan adalah

$$V_o = V_{res} + V_{kap} \tag{2.40}$$

Tetapi $V_{res} = IR$ dan $V_{kap} = q/C$ sehingga

$$V_o = IR + \frac{q}{C}$$

Lakukan diferensial terhadap waktu ruas kiri dan ruas kanan persamaan (2.40)

$$\frac{dV_o}{dt} = \frac{dI}{dt}R + \frac{1}{C}\frac{dq}{dt}$$

Mengingat V_o konstan maka $\frac{dV_o}{dt} = 0$ dan berdasarkan definisi, $\frac{dq}{dt} = I$. Dengan demikian, persamaan di atas dapat ditulis

$$0 = \frac{dI}{dt}R + \frac{1}{C}I$$

atau

$$\frac{dI}{I} = -\frac{1}{RC}dt$$

Pada saat $t = 0$ arus yang mengalir memiliki nilai maksimum, I_0. Kita lakukan integral di ruas kanan dari $t = 0$ sampai t sembarang dan di ruas kiri dari I_0 sampai I sembarang. Maka

$$\int_{I_o}^{I} \frac{dI}{I} = -\frac{1}{RC}\int_0^t dt$$

$$\ln I \Big]_{I_o}^{I} = -\frac{1}{RC}t$$

$$\ln\left(\frac{I}{I_o}\right) = -\frac{1}{RC}t$$

atau

$$I = I_o e^{-t/RC} \tag{2.41}$$

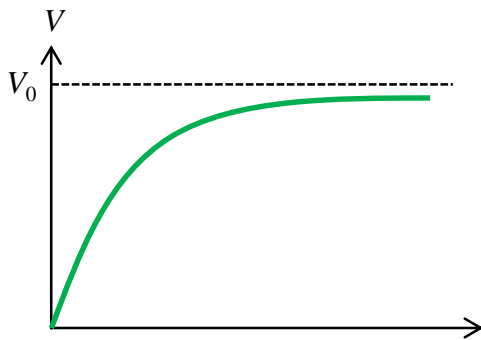
Berdasarkan persamaan (2.73), tegangan antara dua ujung kapasitor memenuhi

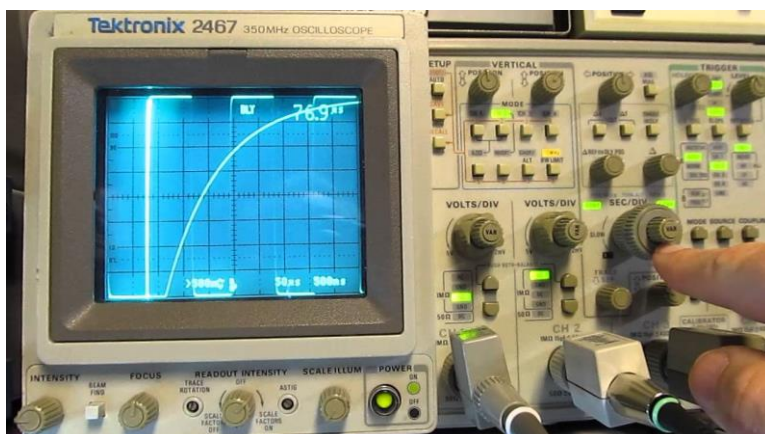
$$V_{kap} = V_o - V_{res}$$

$$= V_o - IR$$

$$= V_o - (I_o e^{-t/RC})R = V_o - (I_o R)e^{-t/RC} = V_o - V_o e^{-t/RC}$$

$$= V_o\left(1 - e^{-t/RC}\right) \qquad (2.42)$$

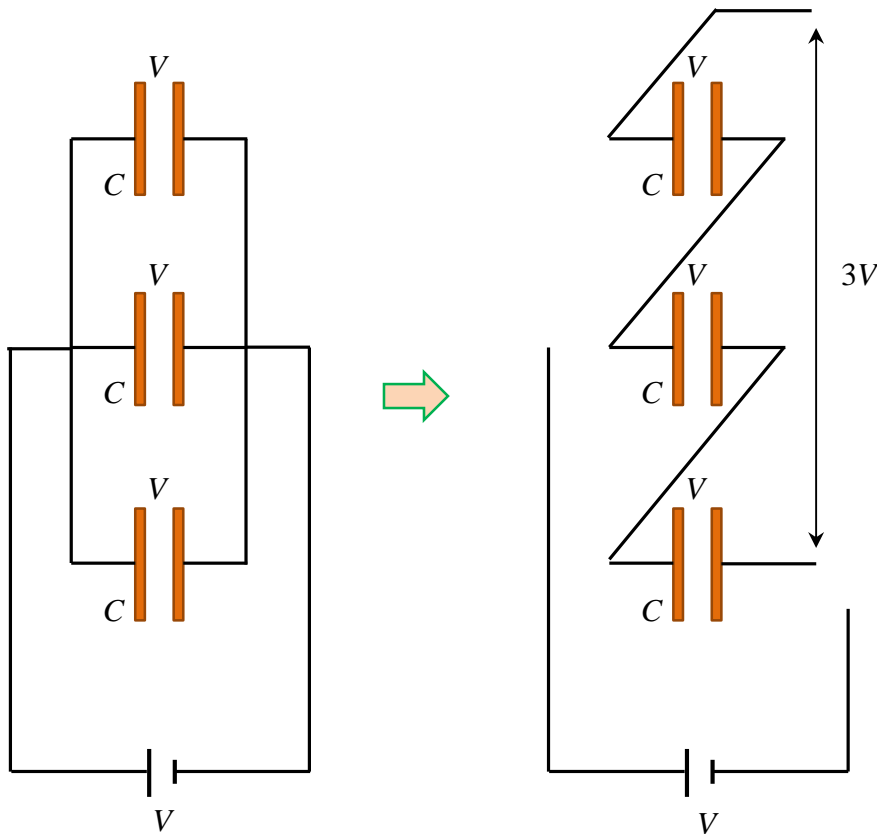
Gambar 2.43 adalah grafik pengisian kapasitor, yaitu kebergantungan tegangan kapasitor terhadap waktu.

Gambar 2.43 Grafik pengisian kapasitor. Sumbu datar adalah waktu dan sumbu tegak adalah tegangan antara dua ujung kapasitor. Teganagn V0 merupakan batas tertinggi tegangan yang terukur antara dua ujung kapasitor dan itu dicapai setelah selang waktu cukup lama (secara teori ketika waktu menuju tak berhingga).

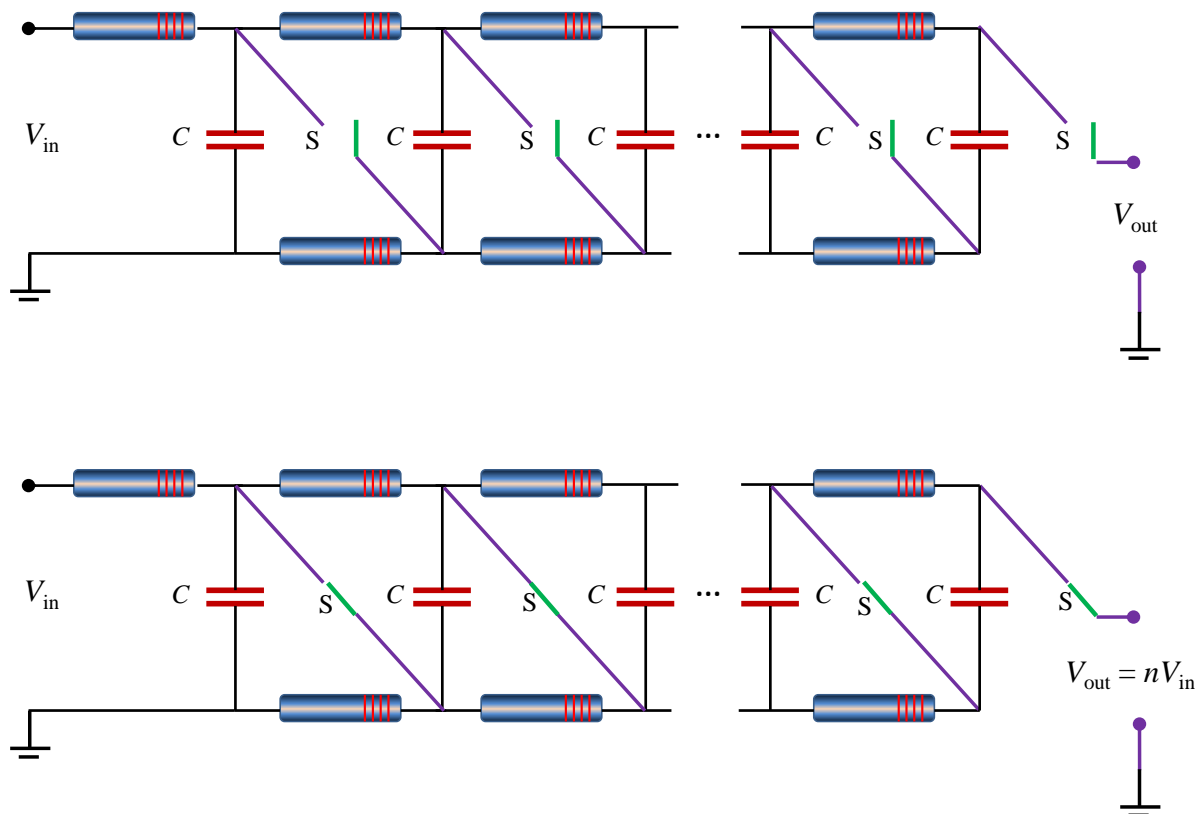
Gambar 2.44 adalah contoh kurva pengisian kapasitor yang diamati denga osiloskop. Tampak kurva naik secara trasien menuju nilai saturasi. Juga tampak bahwa kurva yang ditunjukkan oleh osiloskop persis sama dengan kurva yang diperoleh dari hasil perhitungan.

Gambar 2.44 Contoh kurva pengisian kapasitor yang diamati denga osiloskop (YouTube)

Juga menarik untuk melihat tegangan ketika t = RC, yaitu $V = V_0(1-e^{-1})$ = V_0 (1-0,368) = 0,632V0. Perkalian RC juga merupakan waktu karakteristik pengisian kapasitor. Wakry karakteristik tersebut adalah waktu untuk mengisi kapasitor sehingga tegangannya sama dengan 63,2% dari tegangan maksimum yang akan dicapai. Untuk rangkaian yang sama maka waktu karakteristik pengisian dan pengosongan kapasitor sama besarnya.

Tampak bahwa waktu karakteristik makin besar jika hambatan yang dipasang makin besar. Mengapa demikian? Karena makin besar hambatan yang dipasang maka makin kecil arus yang mengalir. Dengan demikian jumlah muatan yang diisikan ke dalam kapasitor atau yang ditarik keluar dari kapasitor per satuan waktu makin kecil. Akibatnya diperlukan waktu lebih lama untuk mengisi atau mengosongkan kapasitor yang berimplikasi pada makin panjangnya waktu karakteristik pengisian dan pengosongan kapasitor.

2.23 Topik Khusus I: Pembangkit Marx

Perahatikan rangkaian parallel tiga kapasitor sejenis seperti pada Gambar 2.45. Rangkaian tiga kapasitor tersebut dihubungkan dengan sumber tegangan V. Akibatnya tiap kapasitor menyimpan muatan $Q = CV$. Kemudian hubungan masing-masing kapasitor dengan sumber tegangan diputus. Tiap kapasitor tidak dihubungkan dengan rangkaian lainnya sehingga muatan tetap bertahan dalam kapasitor. Akibatnya tegangan kapasitor tetap V (asumsi tidak ada muatan yang bocor). Pada kondisi ini, tiap kapasitor dapat dipandang sebagai sebuah sumber tegangan dengan tegangan V. Jika kemudian tiga kapasitor dihibungkan secara seri maka seolah-olah kita menghubungkan secara seri tiga buah baterei di mana satu baterei memiliki potensial V. Akibatnnya potensial total yang dihasilkan menjadi $3V$. Jadi, tiga kapasitor yang semua dirangkaian secara paralel dan dihubungkan dengan sumber tegangan yang sama, lalu secara tiba-tiba hubungan dengan sumber tegangan diputus dan kapasitor dihubungkan secara seri maka kita akan dapatkan poetsnal baru yang nilainya beberapa kali potensial yang dihasilkan sumber semula. Inilah prinsip kerja Pembangkit Marx (*Marx generator*).

Gambar 2.45 (kiri) Kapasitor dihubungkan secara paralel pada sebuah sumber tegangan. (b) Hubungan parallel kapasitor diputus secara bersamaan dan secara bersaman pula dihubungan secara seri. Akibatnya dihasilkan tegangan yang sangat tinggi yang nilainya sama dengan jumlag regangan semua kapasitor saat dihubungkan secara parallel.

Pembangkit Marx adalah rangaian yang menghasilkan pulsa potensial listik sangat besar dari sumber potensial listrik yang kecil. Prinsipnya adalam memberi muatan kepada banyak kapasitor yang disusun secara paralel. Pemberian muatan tersebut dilakukan dengan menggunakan sumber tegangan yang kecil hingga kapasitor terisi penuh muatan sebesar $Q = CV$. Jika hubungan antara semua kapasitor dengan sumber tegangan tiba-tiba diputus maka tiap kapasitor mempertahankan muatannya sehingga satu kapasitor berperialku sebagai sebuah sumber tegangan dengan tegangan $V = Q/C$. Kemudian semua kapasitor secara seri dihubungkan secara serentak. Akibatnya kita mendapatkan sumber tegangan secara seri di mana tiap sumber memiliki tegangan V. Jika ternapat n kaapsitor maka tegangan yang kita dapatkan menjadi nV. Jadi, kita dapat memperbesar tegangan dengan menggunakan kapasitor benayak mungkin. **Gambar 2.46** adalah llustrasi pembangkit Marx

Gambar 2.46 Rangkaian pembangkit Marx. (atas) swith diatur sehingga semua kapasitor berada dalam hubungan seri. (bawah) switch dipindahkan secara bersamaan sehingga semua kaapsitor tersusun secara parallel.

Perhatikan **Gambar 2.46**. Gambar atas proses pengisian kapasitor. Semua saklar dibuka sehingga semua kaapsitor terhubung secara parallel. Gambar bawah adalah ketika semua saklar tiba-tiba ditutup. Akibatnya semua resistor menjadi tidak berfungsi dan semua kapasitor tersusun secara seri. Pada outrpu diperoleh tegangan yang sangat besar. Secara teori tegangan yang diperoleh di output adalah nV_{in}. Namun ini adalah kondisi ideal. Tegangan yang diperoleh lebih kecil dari itu, tetapi tetap jauh lebih bear daripada V_{in} jika n sangat besar.

Gambar 2.47 Pembangkit Marx yang digunakan untuk mengetes komponen transmisi tegangan tinggi yang berada di TU Dresden, Jerman (en.wikipedia.org)

Gambar 2.47 adalah contoh pembangkir Marx yang ada di TU Dresden, Jerman. Alat ini digunakan untuk mengetes peralatan yang akan dipasang pada saluran tegangan tinggi. Sebelum dipasang ke saluran tegangan tinggi maka kemampuan alat tersebut ditest dulu di laboratorium menggunakan sumber tegangan tinggi. Dan salah satu sumber tegangan tinggi yang digunakan untuk mengetes adalah pembangkit Marx.

2.24 Topik Khusus II: Nanokapasitor dan blokade Coulomb

Sekarang para peneliti sedang giat mengembangkan riset bidang nanoteknologi. Nanoteknologi merupakan teknologi masa depan yang diyakini akan membawa kesejahteraan lebih besar bagi umat manusia. Nanoteknologi akan menghasilkan kemajuan pesat di berbagai bidang: ICT, pengobatan, kedokteran, pertanian, lingkungan, material, transportasi, dan sebagainya. Nanoteknologi adalah teknologi yang memanfaatkan sifat-sifat material yang berukuran beberapa nanometer. Satu nanometer sama dengan seper satu miliar meter (1/1.000.000.000 meter). Nanoteknologi adalah teknologi yang memanfaatkan sifat material dalam rentang 1 nanometer hingga 100 nanometer. Satu nanometer setara dengan jejeran 10 atom dan 100 nanometer seara dengan jejeran 1000 atom. Karena jumlah atom yang menyusun materil tersebut sangat sedikit maka material memperlihatkan sifat-sifat yang berbeda dengan material ukuran besar.

Contoh divais yang sedang dikaji adalah kapasitor ukuran nanometer. Bagaimana bentuk kapasitor tersebut? Kapasitor tersebut adalag sebuah bola logam dengan jari-jari dalam orde nanometer. Kita sudah turunkan persamaan kapasitasnsi sebuah bola konduktor. Berapa nilai kapasitansi jika jari-jari bola tersebut 1 nanometer? Nilainya adalah

$$C = 4\pi \times (8,85 \times 10^{-12}) \times (10^{-9})$$

$$= 1,11 \times 10^{-19} \text{ F}$$

Ini adalah nilai yang sangat kecil. Tetapi apa manfaatnya? Mari kita selidiki.

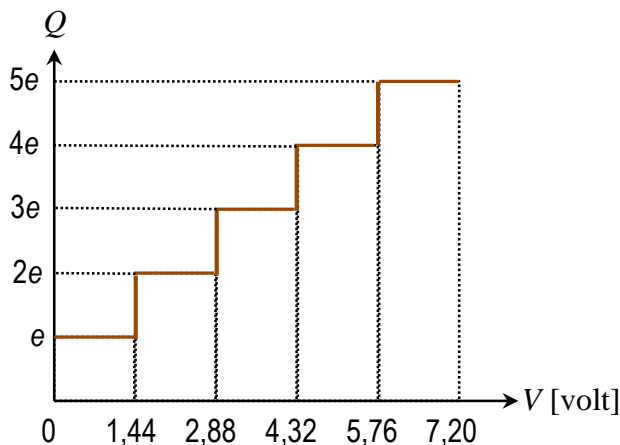
Misalkan mula-mula kapasitor tersebut netral. Jika satu electron dikirim ke kapasitor tersebut maka electron dengan mudah mengalir ke kapasitor. Muatan sebuah electron adalah $e = 1,602 \times 10^{-19}$ C. Dengan bertenggernya satu elektron pada kapasitor tersebut maka potensial yang dimiliki kapasitor menjadi

$$V_1 = \frac{-1,6 \times 10^{-19}}{1,11 \times 10^{-19}} = -1,44 \text{ V}$$

Jika electron kedua akan ditempatkan di kapasitor tersebut maka electron yang sudah ada di kapasitor akan menolaknya. Elektron kedua baru akan sanggup menempati kapsitor jika didorong dengan potensial

paling sedikit 1,44 V, yang digunakan untuk melawan potensial tolakan akibat kehadiran electron pertama. Jika potensial yang digunakan untuk mendorong electron kurang dari 1,44 V maka electron tidak sanggup menempati kapasitor. Setelah electron kedua berada pada kapasitor maka potensial kapasitor menjadi

$$V_2 = \frac{2\times(-1{,}6\times 10^{-19})}{1{,}11\times 10^{-19}} = -2{,}88 \text{ V}$$

Kemudian untuk membawa electron ketika maka diperlukan paling sedikit 2,88 V tegangan pendorong untuk mengatasi tolakan dua electron yang sudah ada pada kapasitor. Begitu seterusnya. Akhirnya kalau kita gambarkan kurva muatan kapasitor terhadap potensial maka diperoleh **Gambar 2.48**. Bentuk kurva seperti ini disebut *tangga Coulumb*. Sifat tolakan oleh elektron yang sudah ada pada kapasitor terhadap electron baru yang akan ditambahkan dinamakan *blockade Coulumb*.

Gambar 2.48 Muatan kapasitor sebagai fungsi tegangan pendorong. Tampak bahwa hubungan antara muatan dan tegangan tidak lagi linier seperti pada kapasitor ukuran besar, tetapi berbentuk tangga yang dikenal dengan tangga coulumb.

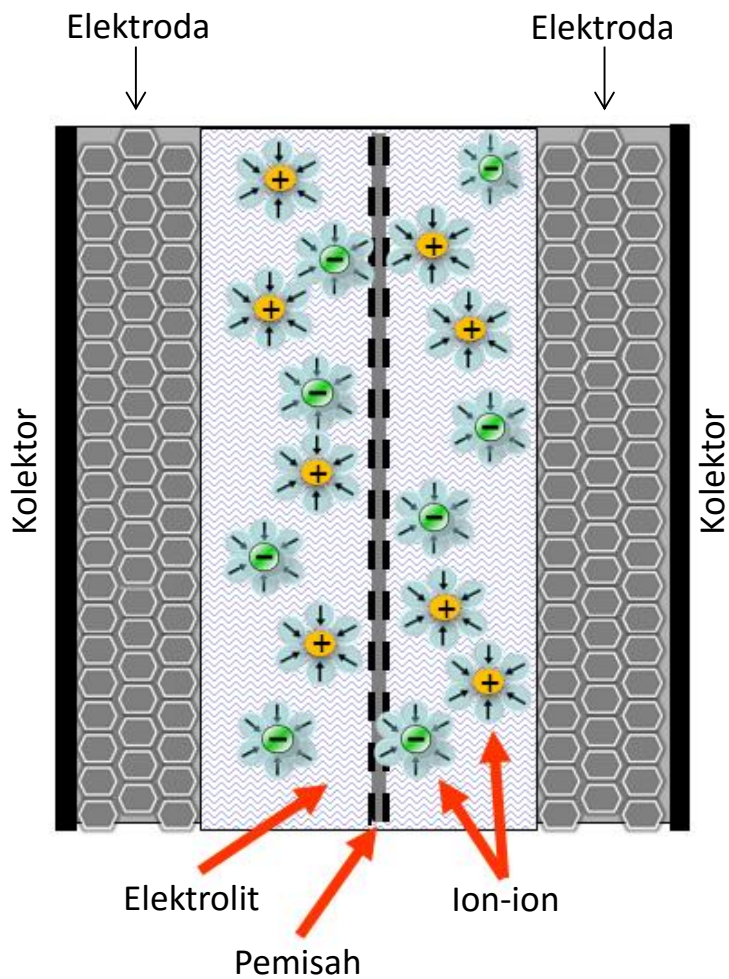
Apa yang menarik dari sifat ini? Yang menarik adalah, perbedaan muatan kapasitor satu elekton saja sudah menghasilkan perubahan potensial 1,44 Volt. Sungguh luar biasa. Kapasitor ini bisa membedakan aliran masuk satu atau dua electron. Kapasitor semacam ini sering juga disebut kapasitor electron tunggal. Keberadaan satu electron pada kapasitor dapat dideteksi dengan baik karena menghasilkan perubahan potensial 1,44

V. Kapasitor semacam ini dapat digunakan sebagai memori electron tunggal. Tidak perlu menyimpan banyak muatan sebagai representasi data. Cukup satu elektoron. Jika tidak ada electron pada kapitor maak potensial kapasitor nol dan identic dengan bit 0. Jika ada satu electron yang tersimpan di kapasitor maka potensial kapasitor 1,44 V dan identic dengan bit 1.

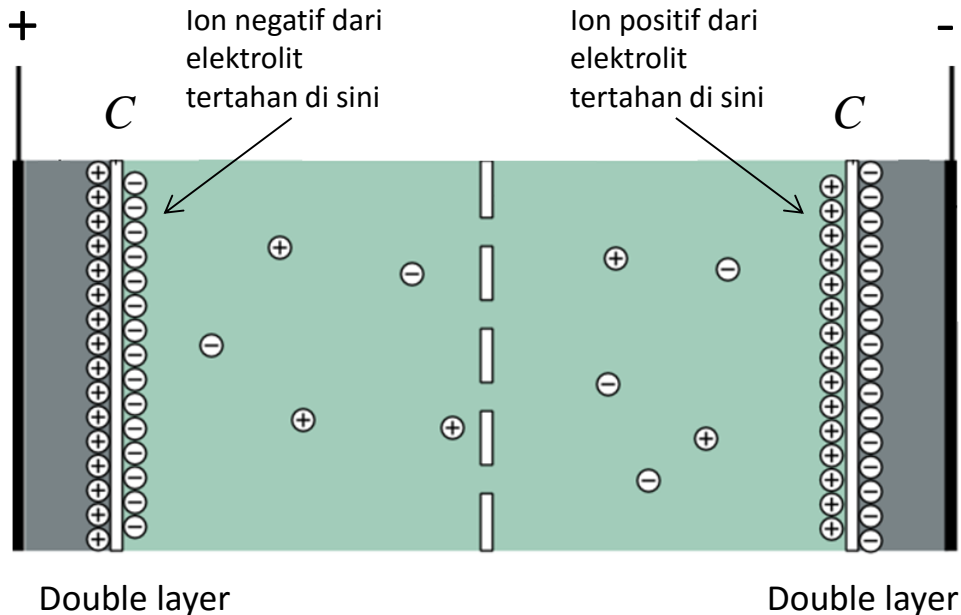
2.25 Topik Khusus III: Suparkapasitor

Superkapasitor adalah kapasitor dengan arsitektur yang berbeda dengan kapasitor konvensional. Pada kapasitor konvensional, muatan listrik disimpan dalam pelat konduktor yang telah ada dan tertentu. Kapasitansi yang diperoleh semata-mata ditentukan oleh geometri kapasitor, yaitu luas pelat dan jarak antar pelat. Secara teori, kapasitansi dapat diperbesar dengan memperbesar ukuran pelat atau mereduksi jarak antar pelat. Namun pembesaran ukuran pelat terlampau jauh menyebabkan ukuran kapasitor sangat besar. Sebaliknya, reduksi jarak antara pelat yang terlalu tipis dapat menyebabkan perubahan sifat material dielektrin menjadi konduktif sehingga kapasitor menjadi bocor. Adakah pendekatan lain untuk menghasilkan kapasitor yang besar. Jawabnya ada, yaitu superkapasitor. Superkapasitor dapat menghasilkan kapasitansi ratusan kali kapasitor konvensional untuk ukuran yang sama. Luar biasa bukan?

Kalau pada kapasitor konvensional, material antara dua elektroda adalah isolator (dielektrin) yang berfungsi menghidanri pertemuan muatan pada elektroda positif dan negative. Namun, pada superkapasitor, material pemisah dua elektroda adalah elektrolit. Kok bisa, padahal elektrolit adalah konduktor dalam wujud cair. Sehingga dapat dialiri arus listrik. Apakah tidak menyebabkan muatan di elektroda positif dan negative bergabung? Mari kita coba analisis.

Gambar 2.49 adalah skema superkapasitor ketika belum dihubungkan dengan tegangan luar. Komponen utama adalah dua elektroda, elektrolit, dan pemisah di tengah-tengah. Masing-masing elektroda dihubungkan dengan rangkaian luar melalui kolektor yang berupa pelat konduktor. Elektroda dibentuk dari material tertentu. Dalam keadaan tanpa tegangan listrik luar maka ion terdistribusi secara random dalam elektrolit dan di elektroda tidak terkumpul muatan. Dengan kata lain, kapasitor tidak menyimpan muatan.

Gambar 2.49 Arsitektur super kapasitor. Bagian utama adalah kolektor dan elektroda di dua sisi, elektrolit dan pemisah 9separator di tengah)

Apa yang terjadi ketika superkapasitor dihubungkan dengan tegangan luar? Fenomena yang terjadi tampak seperti pada **Gambar 2.50**. Misalkan kolektor kiri diberi tegangan positif dan kolektor kanan diberi tegangan negative. Ion positif pada elektrolit akan berkerak ke elektroda negative (kiri) dan ion negative akan bergerak ke elektroda positif (kanan). Ion tidak dapat mengalir dalam elektroda atau konduktor. Yang dapat mengalir dalam konduktor hanya electron. Jadi, ion positif maupun negative dari elektrolit akan berhenti di permukaan elektroda (hanya menyentuh permukaan elektroda). Ion pada permukaan elektroda tersebut akan menarik muatan berlawanan dari elektroda sehingga bergerak mendekat ke elektroda. Material elektroda untuk superkapasitor adalah material yang tidak memungkinkan kedua ion pada dua sisi elektroda bercampur. Yang terjadi hanya penumpukan muatan pada dua sisi permukaan elektroda.

Jarak kedua muatan tersebut sangat berdekatan. Muatan berbeda jenis yang terkumpul sangat berdekatan dinamakan double layer (lapisan ganda).

Gambar 2.50 Superkapasitor ketika dihubungkan dengan tegangan luar.

Kedua lapisan muatan yang berbeda tanda tersebut seolah-olah dipisahkan oleh isolator yang sangat tipis. Jadi tiap double layer berperan sebagai sebuah kapasitor. Karena jarak antara lapisan muatan sangat dekat (umumnya antara 3 - 8 angstrom) maka nilai kapasitansi yang dihasilkan sangat besar. Akhirnya, system yang ada berfungsi sebagai dua buah kapasittor yang disusun secara seri di mana kapasitansi masing-masing kapasitor sangat besar. Misalkan kapasitansi masing-masing double layer adalah C maka kapasitansi ekivalen sebuah kapasitor (karena tersusun secara seri) adalah C/2. Karena C sangat besar (akibat jaran antara lapisan muatan sangat besar) maka kapasitansi ekivalen superkapasitor juga sangat besar.

Karena kapasitansi yang sangat besar maka superkapasitor dapat menyimpan muatan yang sangat besar. Dengan demikian, superkapasitor dapat menggantikan fungsi batarei. Kelebihan superkapasitor dibandingkan dengan batarei adalah dapat diisi dan dikosongakn dalam waktu yang sangat cepat. Gambar 2.51 adalah contoh superkasitor. Nilai kapasitansinya adalah 3.000 farad!

Gambar 2.51 Contoh superkapasitor yang memiliki kapasitansi 3.000 farad (Discover Circuits)

Soal-soal

Jika dua titik berada pada potensial yang sama apakah ini berarti bahwa

a) tidak ada kerja yang diperlukan untuk membawa muatan dari satu titik ke titik yang lain.

b) Tidak ada gaya yang dikerjakan pada muatan saat dipindahkan?

Apakah ada titik antara dua muatan sejenis sehingga kuat medan listrik pada titik tersebut nol? Misalkan muatan tersebut adalah q1 dan q2, di manakah letak titik tersebut?

Misalkan sebuah elektron dipercepat dalam beda potensial V_0. Akan menjadi berapa kalikan laju akhir elektron jika potensial pemercepat dijadikan n kali?

Jika potensial di suatu titik nol, apakah medan listrik juga nol?

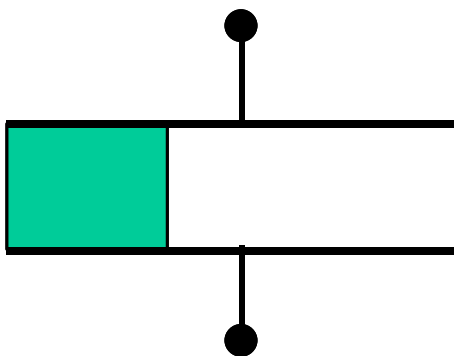
Berapa energi yang diperluka untuk memindahkan proton dari titik dengan potensial +100 V ke titik dengan potensial –50 V. Nyatakan jawabannmu

dalam joule dan elektronvolt

Berapa peningkatan energi kinetik yang akan dialami elektron ketika elektron melewati beda potensial 21.000 V pada tabung TV (nyatakan dalam joule dan elektronvolt)

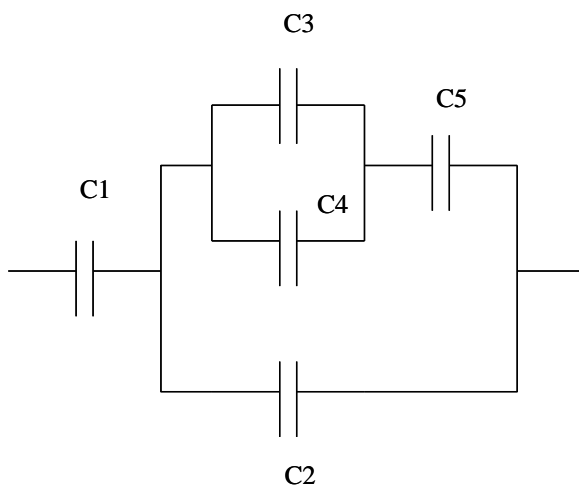
Sebuah bola dibuat dari logam penghantar, di dalamnya berongga. Jari-jari dalam dan jari-jari luar bola tersebut masing-masing 9,8 dan 10 cm. Bola tersebut diberi potensial sebesar 1200 Volt. Hitunglah potensial di titik-titik:
a. yang berjarak r = 12 cm dari pusat bola
b. yang berjarak r = 3 cm dari pusat bola

Bahan dengan konstanta dielektrik κ = 50 ditempatkan di antara dua pelat logam sejajar yang terpisah sejauh 0,1 mm. Luas masing-masing pelat adalah 5 cm^2. Tentukan kapasitansi kapasitor yang dihasilkan. Dan berapa kapasitansi jika bahan dielektrik dikeluarkan dari posisi antara dua pelat?

Hitunglah kapasitansi kapasitor dengan susunan seperti pada **Gambar 2.52**. Diketahui lebar pelat adalah 3 cm dan panjangnya 20 cm. Jarak antar pelat adalah 0,01 mm. Sepertiga bagian lebar pelat diisi dengan bahan dielektrik dengan konstanta dielektrik κ = 200 dan sisanya berisi udara. Berapa konstanta dielektrik kapasitor?

Gambar 2.52 Gambar untul Soal ***

Dua pelat sejajar dengan luas penampang masing-masing 0,05 m^2 dipisahkan sejauh 0,1 mm. Di antara dua pelat diselipkan dua bahan dielektrik dengan ketebalan sama masing-masing dengan konstanta dielektrik κ_1 = 100 dan κ_2 = 150. Tentukan kapasitansi yang dihasilkan.

Sebanyak n buah kapasitor disusun secara parallel. Kapasitor pertama memiliki kapasitansi C_o, kapasitor kedua memiliki kapasitansi $C_o/2$, kapasitor ketiga memiliki kapasitansn $C_o/4$, kapasitor keempat memiliki kapasitansi $C_o/8$, dan seterusnya. Berapa kapasitansi total? Berapa kapasitansi total jika $n \to \infty$?

Tentukan kapasitansi total dari rangkaian kapasitor paga **Gambar 2.53**

Gambar 2.53 Gambar untuk soal **

Nilai kapasitansi masing-masing kapasitor adalah C_1 = 1 nF, C_2 = 2 nF, C_2 = 4 nF, C_4 = 4 nF, dan C_5 = 8 nF.

Jika dimensi plat kapasitor dijadikan setengan dan jarak antar pelat juga dijadikan setengah juga, berapa nilai kapasitansi baru dibandingkan dengan kapasitansi lama?

Sebuah kapasitor diisi dengan baterei 6 V melalui sebuah hambatn 100 kΩ. (a) Berapa arus mula-mula? (b) Setelah berlangsung beberapa lama, arus yang mengalir adalah 30 μA, berapa beda potensial antara dua ujung hambatan dan antara dua ujung kapasitor?

Medan listrik sebesar 640 V/m ingin dibangkitkan antara dua pelat sejajar yang terpisah sejauh 11,0 mm. Berapa besar beda potensial yang harus diterapkan antara dua pelat?

Dua pelat sejajar dihubungkan dengan sumber tegangan 100 V dan

dipisahkan oleh udara. Berapa jarak terkecil dua pelat agar udara tidak melampaui medan brekdown sebesar 3×10^6 V/m?

Berapa laju elektron yang memiliki energi a) 750 eV dan b) 4,5 keV?

Sebuah partikel alfa (yaitu inti atom helium dengan Q = 2e dan m = $6,64 \times 10^{-27}$ kg) dipancarkan pada proses peluruhan radioaktif dengan energi kinetik 5,53 MeV. Berapa laju partikel tersebut?

Kerja yang dilakukan gaya luar untuk memindahkan partikel bermuatan –7,50 μC dari titik A ke titik B adalah $2,5 \times 10^{-3}$ J. Jika mula-mula muatan tersebut dalam keadaan diam dan akhirnya memiliki energi kinetik $4,82 \times 10^{-4}$ J ketika mencapai B, berapa beda potensial antara A dan B?

Berapa potensial listrik pada tempat yang berjarak 25,0 cm dari muatan titik 6,00 μC?

Gambarkan garis ekipotensial di sekitar dua titik muatan berlawanan tanda yang didekatkan. Besar mauatan positif dua kali muatan negatif.

Tiga muatan positif ditempatkan pada totok-titik sudut segi tiga sama sisi. Besar muatan tersebut semuanya sama yaitu 10 μC. Panjang sisi segitiga adalah 10 cm. (a) Tentukan kuat medan listrik dan potensial listrik di pusat segitiga. (b) Tentukan juga usaha yang diperlukan untuk membawa muatan -2μ dari posisi tak berhingga ke titik di tengah-tengah segitiga.

Muatan titik masing-masing q disebar secara merata sepanjang lengkungan yang berupa keliling lingkaran dengan jari-jari a cm. Jumlah muatan yang disebar adalah N. (a) Berapakah potesnaial listrik pada titik di sumbu lingkaran yang lokasinya berjarak b dari pusat lingkaran? (b) Berapa potensial tersebut jika N menuju tak berhingga.

Sebuah elektron yang mula-mula diam dipercepat antara dua elektroda yang dipasang pada beda potensial V. Jika jarak antara dua elektroda diubah tetapi tetap mempertahankan beda potensialnya, apakah laju elektron ketika sampai anoda berubah? Jelaskan.

Sebuah elektron yang mula-mula diam dipercepat antara dua elektroda

yang dipasang pada beda potensial V. (a) Tentukan laju elektron sebagai fungsi jarak dari katoda (elektroda tempat elektron mulai bergerak). (b) berapa panjang minimum gelombang sinar-X yang dihasilkan elektron ketika menumbuk anoda?

Hitunglah kapasitansi pasangan pelat yang ukurannya 0,1 m kali 0,1 m dan dipisahkan sejauh 5 mm oleh lapisan udara.

Dua pelat masing-masing menyimpan muatan + 2500 μC dan -2500 μC jika diberi beda potensial 900 V. Berapakah kapasitansi dua pelat tersebut?

Beda potensial antara dua kawat sejajar di udara adalah 120 V. Kedua kawat menyimpan muatan yang sama besar tetapi berlawanan tanda sebesar 96 pC. Berapakah kapasitansi dua kawat tersebut?

Kapasitor dengan kapasitansi 7500 pF mengandung muatan $16,5 \times 10^{-8}$ C. Berapa beda tegangan antara dua ujung kapasitor?

Berapa jumlah muatan yang mengalir dari baterei 12 V jika dihubungkan dengan kapasitor dengan kapasitansi 9,0 μF?

Temanmu ingin membuat kapsitor dengan kapasitansi 0,2 F. Berapa luas maisng-masing pelat jika kedua pelat tersebut jika terpisan sejauh 2,2 mm oleh udara?

Berapa kapasitansi kapasitor yang mengandung pelat lingkaran jang berjari-jari 5,0 cm dan dipisahkan sejauh 3,2 mm oleh mika? Konstanta dielektrik mika adalah 7.

Jika kapasitor pelat sejajar memiliki muatan 4,2 μC dan medan listrik sebesar 2,0 kV/m harus dihasilkan jika jarak antara dua pelat adalah 4,0 mm dan mediaum antara dua pelat adalah udara, berapakah luas masing-masing pelat?

Berapa kuat medan listrik antara dua pelat kapasitor 0,80 μF yang ruang antara dua pelat adalah udara setebal 2,0 mm dan masing-masing pelat mengandung muatan 72 μC?

Kuat medan listrik antara dua pelat kapasitor yang dipisahkan oleh bahan dielektrin dengan κ = 3,75 adalah 9,21 $\times$ 10^4 V/m. Ke dua pelat terpisah sejauh 1,95 mm dan masing-masing mengandung muatan 0,775 μC. Tentukan kapasitansi kapasitor ini dan luas masing-masing pelat

Kapasitor sebesar 7,7 μF dihubungkan dengan tegangan 125 V hingga muatan terisi penuh. Sumber tegangan kemudian dihilangkan dan kapasitor tersebut dihubungkan dengan kapasitor lain yang masih kosong dan diamati tegangan pada kapasitor pertama turun menjadi 15 V. berapakah kapasitansi kapasitor kedua?

Kapasitor 2,50 μF diberi muatan dengan tegangan 1000 V dan kapasitor 6,80 μF diberi muatan dengan tegangan 650 V. Ke dua kapasitor kemudian masing-masing diputus hubungannya dengan baterei dan kutub positif masing-masing kapasitor dihubungkan dan kutub negatif masing-masing juga dihubungkan.

Tegangan 550 V dikenakan pada kapasitor 7200 pF. Berapa jumlah energi yang tersimpan?

Bagaimana perubahan energi yang tersimpan dalam kapasitor jika
(a) beda potensial dijadikan dua kali
(b) muatan pada masing-masing pelat dijadikan dua kali
(c) jarak antar dua pelat dijadikan dua kali namun kapasitor tetap dihubungkan dengan baterei

Sebuah kapasitor pelat sejajar menyimpan muatan Q. Jika jarak antar dua pelat dijadikan setengah dan di antara dua pelat dimasukkan bahan dielektrik dengan konstanta κ sebagai pengganti udara, berapa kali energi yang tersimpan dalam kapasitor berubah? Bagaimana perbandingan medan listrik dalam kapasitor sebelum dan sesudah dimasukkan bahan dielektrik?

Kapasitor 2,7 μF dihubungkan dengan baterei 45,0 V. Kapasitor kemudian dilepaskan dari baterei dan kemudian dihubungkan dengan kapasitor 4,0 μF yang tidak bermuatan. Tentukan energi total yang tersimpan (a) sebelum kapasitor dihubungkan (b) setelah kapasitor dihubungkan.

Sebuah rantai ion mengandung ion dengan muatan yang sama besar tertapi

berselang-seling tanda. Ion bernomor ganjil memiliki muatan +q dan yang bernomor genap memiliki muatan –q. Jarak antar ion terdekat adalah a dan jumlah rotal ion adalah N.
Tentukan potensial yang dimiliki ion pertama nika N = 10, N = 100, N = 1000, dan N = 10000 (kalian dapat menghitung dengan excel)

Tentukan potensial ion pertama jika N $\rightarrow\infty$.

Dalam atom hydrogen electron mengitari inti pada linsantasan dengan jari-jari 0,53 angstrom. Hitung energy yang dibutuhkan untuk mengionisasi atom hydrogen (melepas electron dari atom hydrogen menjadi electron bebas).

Pada Kristal dengan struktur kubus sederhana ion-ion menempati sudut-sudut kubus. Misalkan satu sudut diisi satu ion maka total ion adalah delapan. Misalkan panjang sisi kubus adalah a dan muatan tiap ion adalah q. Hitung energy potensial yang dimiliki satu ion akibat pengarus tujuh ion lainnya.

Kalian bermaksud melakukan percobaan menahan satu tetes air dengan menggunakan medan listrik. Misalkan sebuah tetesan air memiliki jari-jari 0,1 mm dan diberi muatan q. Massa jenis air adalah 1000 kg/m3. Ketika diberikan medan listrik sebesar 100.000 V/m tetes air tersebut diam. Gaya gravitasi tepat diimbangi oleh gaya listrik. Berapakah muatan listrik yang dikandung tetesan air tersebut?

Sebuah kapasitor dibuat dengan menggulung elektroda yang berbentuk lembaran dalam bentuk spiral. Kedua elektroda dipisahkan oleh bahan dielektrik setebal d dengan konstanta dielektrik κ. Misaljan gulungan dimulai dari r = 0 sampai jari-jari terluar menjadi r = R. Pajang kapasitor adalah L. Perkirakan kapasitansi yang dihasilkan dengan asumsi bahwa gulungan yang dihasilkan adalah padat sempurna.

Tanah adalah bahan dielektrik. Konstanta dielektrik tanah sangat ditentukan oleh kandungan air yang meresap ke dalam tanah. Jika dalam tanah dimasukkan dua pelat konduktor sejajar dan sangat berdekatan maka terbentuk kapasitor di mana tanah menjadi bahan dielektrik kapasitor tersebut. Nilai kapasitansi sangat ditentukan oleh jumlah air yang meresap

pada tanah antara dua pelat. Dengan kata lain, dua pelat sejajar berdekatan tersebut dapat digunakan untuk memprediksi kandungan air dalam tanah. Atau dua perlat sejajar tersebut dapat menjadi sensor kandungan air tanah. Misalkal luas satu pelat adalah A dan jarak pisah antara dua pelat adalah d. Misalkan kebergantungan konstanta dielektrik tanah terhadap konsentrasi air yang meresap dalam tanah memenuhi $\kappa = a + bn$ dengan a dan b kontanta dan n adalah konsentrasi air dalam tanah. Tentukan persamaan hubungan antara kapasitansi yang diukur dengan kosentrasi air dalam tanah. Kapasitansi sering ditentukan berdasarkan frekuensi resonansi sinyal AC yang dilewatkan pada kapasitor. Frekuensi resonasi memenuhi $f_0 = k / \sqrt{C}$ dengan k adalah konstan. Turunkan rumus konsentrasi air tanah sebagai fungsi frekuensi resonansi.

Medan listrik yang sangat besar dapat mengionisasi atom-atom atau molekul-molekul. Elektron dapat lepas dari atom atau molekul dan meninggalkan ion positif. Jika aotm atau molekul yang terkandung dalam sel hidup diionisasi maka sel tersebut dapat mati. Dengan demikian potensial listrik yang besar dapat digunaka untuk membunuh sel-sel yang tidak dibutuhkan dalam makanan.

Bab 3
LISTRIK ARUS SEARAH

Pada bab terhadulu focus pembahasan kita adalah gejala yang dihasilkan oleh muatan listrik yang diam. Topik tersebut dinamakan elektrostatika. Pada bab ini kita akan belajar tentang besaran-besaran yang terkait dengan muatan yang bergerak. Dan pada bab-bab selanjutnya kita akan mempelajari fenomena yang ditimbulkan oleh muatan yang bergerak. Kita akan mulai dengan mempelajari arus searah dan rangkaian arus searah. Arus bolak-balik dan rangkaian arus bolak-balik akan dipelajari di Bab 7 setelah kita mempelajari induksi elektromagnetik. Ini disebabkan adanya keterkaitan antara arus bolak-balik dengan induksi elektromagnetik.

3.1 Arus listrik

Kita mulai dengan definisi umum tentang arus listrik. Arus listrik didefinisikan aliran muatan listrik. Arus listrik mengukur berapa banyak muatan listrik yang mengalir per satuan waktu. Jika dalam selang waktu Δt jumlah muatan listrik yang mengalir adalah ΔQ, maka besarnya arus listrik didefinisikan sebagai

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \tag{3.1}$$

Satuan muatan listrik adalah coulomb dan disingkat C dan satuan arus listrik adalah ampere, yang disingkat A. Dengan demikian 1 ampere = 1 colulomb/detik.

Muatan listrik ada yang bertanda positif dan ada yang bertanda

negatif. Arah arus listrik didefinisikan searah dengan arah aliran muatan positif. Pada logam-logam sebenarnya yang mengalir adalah electron-elektron yang memiliki muatan negative. Muatan positif berupa atom-atom yang ditinggalkan electron tidak dapat mengalir karena terikat kuat membangun logam tersebut. Mengingat definisi arus listrik searah dengan aliran muatan positif maka arah arus listrik dalam logam berlawanan dengan arah aliran electron. Jadi, ketika kita mengambar arah arus dalam kawat dari kanan ke kiri sebenarnya yng terjadi adalah aliran electron dari kiri ke kanan.

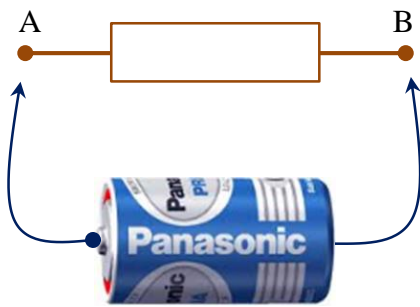
Muatan listrik dapat mengalir dari satu tempat ke tempat lain karena adanya beda potensial. Tempat yang memiliki potensial tinggi melepaskan muatan ke tempat yang memiliki potensial rendah. Besarnya arus yang mengalir berbanding lurus dengan beda potensial, *V*, antara dua tempat, atau $I \propto V$. Kesebandingan di atas selanjutnya dapat ditulis

$$I = \frac{1}{R}V \tag{3.2}$$

dengan *R* didefinisikan hambatan listrik antara dua titik. Satuan hambatan listrik adalah Ohm dan disingkat Ω. Mengapa *R* disebut hambatan listrik? Karena *R* berperan menghambat mengalirnya muatan listrik. Makin besar *R* maka arus listrik makin sulit mengalir yang ditandai dengan arus yang makin kecil. Persamaan (3.2) dinamakan hukum Ohm. Simbol untuk hambatan listrik tampak pada **Gambar 3.1.**

Gambar 3.1 Simbol hambatan listrik

Contoh 3.1

Diilustrasikan pada **Gambar 3.2**, titik A memiliki potential lebih tinggi dari titik B. hambatan tersebut dihubungkan dengan baterei yang memiliki potensial 1,5 V. Jika hambatan listrik antara titik A dan B adalah 100 Ω, (a) berapa arus yang mengalir melalui hambatan dan ke mana arahnya? (b) berapa besar muatan yang berpindah selama 5 s?

Gambar 3.2 Gambar untuk Contoh 3.1

Jawab

(a) Arus yang mengalir

$$I = \frac{V}{R} = \frac{1{,}5}{100} = 0{,}015 \text{ A}$$

Karena titik A memiliki potensial lebih tinggi dari titik B maka arus listrik dalam hambatan mengalir dari A ke B. Ini berarti pula bahwa electron mengalir dari titik B ke titik A.

(b) Muatan yang berpindah selama selang waktu tersebut adalah

$$\Delta Q = I\,\Delta t = 0{,}015 \times 5 = 0{,}075 \text{ C}$$

3.2 Arus pada percabangan

Selanjtunya mari kita analisis arus yang melalui suatu percabangan. Misalkan di suatu titik percabangan dalam rangkaian listrik, muatan mengalir masuk pada sebagian cabang dan muatan mengalir keluar pada sebagian cabang yang lain. Muatan listrik bersifat kekal, yang artinya muatan listrik tidak dapat diciptakan atau dimusnahkan. Dengan demikian

Jumlah muatan yang masuk titik percabangan = jumlah muatan yang keluar titik percabangan

Ungakapan ini dapat dinyatakan dalam bentuk matematis sebagai berikut

$$\sum_{masuk} Q = \sum_{keluar} Q$$

atau

$$Q_{m,1} + Q_{m,2} + \ldots + Q_{m,N} = Q_{k,1} + Q_{k,2} + \ldots + Q_{k,M} \quad (3.3)$$

dengan

m adalah indeks untuk masuk,

k adalah indek untuk keluar,

N adalah jumlah cabang tempat arus masuk, dan

M adalah jumlah cabang tempat arus keluar.

Jumlah total cabang adalah $N+M$. Jika muatan yang keluar dan masuk tersebut dicatat dalam selang waktu Δt maka sisi kiri dan kanan persamaan (3.3) sama-sama dapat dibagi Δt dan kita peroleh

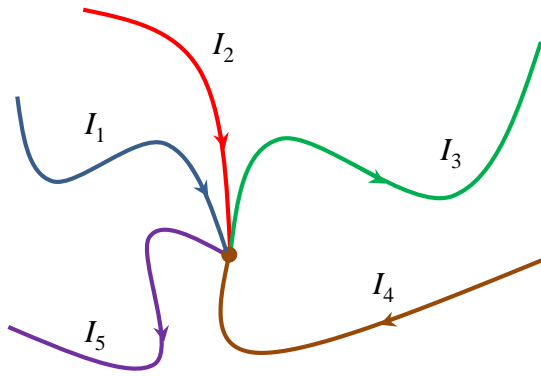
$$\frac{Q_{m,1} + Q_{m,2} + \ldots + Q_{m,N}}{\Delta t} = \frac{Q_{k,1} + Q_{k,2} + \ldots + Q_{k,M}}{\Delta t}$$

$$\frac{Q_{m,1}}{\Delta t} + \frac{Q_{m,2}}{\Delta t} + \ldots + \frac{Q_{m,N}}{\Delta t} = \frac{Q_{k,1}}{\Delta t} + \frac{Q_{k,2}}{\Delta t} + \ldots + \frac{Q_{k,M}}{\Delta t}$$

$$I_{m,1} + I_{m,2} + \ldots + I_{m,N} = I_{k,1} + I_{k,2} + \ldots + I_{k,M} \quad (3.4)$$

Persamaan (3.4) menyatakan bahwa jumlah total arus masuk ke suatu percabangan sama dengan jumlah total arus yang keluar di percabangan tersebut. Ungkapan ini dikenal dengan hokum kekekalan muatan listrik, dan dikenal pula dengan **hukum Kirchoff I**. Pada **Gambar 3.3** arus masuk adalah $I_1 + I_2 + I_4$ dan arus keluar adalah $I_3 + I_5$. Dengan hokum Kirchoff I kita dapatkan hubungan

$$I_1 + I_2 + I_4 = I_3 + I_5$$

Rumus ini pun menyataklan bahwa tidak ada muatan listrik yang terakumulasi di titik percabangan. Begitu ada muatan yang mengalir menuju ke percabangan maka pasti ada muatan yang mengalir keluar dari percabangan yang jumlahnya totalnya sama besar.

Gambar 3.3 Arus yang masuk dan keluar dari percabangan. Jumlah total arus yang masuk ke titik percabangan sama dengan jumlah total arus yang keluar titik percabangan tersebut.

3.3 Sumber potensial listrik

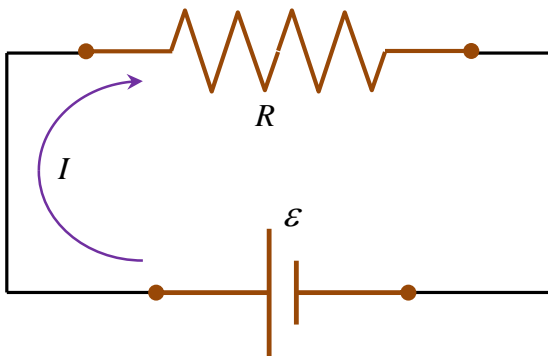
Perbedaan potensial listrik pada titik yang berbeda dalam suatu rangkaian terjadi jika dalam rangkaian dipasang sumber potential listrik yang dikenal juga dengan GGL (gaya gerak listrik) atau dalam bahasa Inggris disebut *electromotive force* (EMF). Contoh GGL adalah baterei, aki, dynamo, sel surya, dan lain-lain. GGL memiliki dua terminal atau kutub yang memiliki potensial yang berbeda. Jika kutub-kutub GGL dihubungkan ke rangkaian, maka arus listrik mengalir keluar dari kutub yang memiliki potensial lebih tinggi, menuju rangkaian, dan mengalir masuk ke kutub yang memiliki potential lebih rendah. Kutub GGL yang potensialnya lebih tinggi sering disebut **kutub positif** dan kutub yang potensialnya lebih rendah disebut **kutub negatif**. Simbol untuk GGL tampak dalam **Gambar 3.4**. Diperlihatkan juga posisi baterei yang sesuai dengan arah symbol tersebut.

Pada simbol GGL dalam **Gambar 3.4**, bagian yang bergaris lebih panjang adalah kutub positif, sedangkan yang bergaris lebih pendek adalah kutub negatif. Jika GGL dihunungkan dengan rangkaian listrik maka arus keluar dari kutub positif menuju rangkaian dan dari rangkaian masuk ke kutub negatuf. Dalam GGL sendiri arus mengalir dari kutub negatif ke kutub positif.

Sebagai contoh, perhatikan rangkaian pada **Gambar 3.5**. Sebuah GGL dihubungkan dengan sebuah hambatan. Jika beda potensial antara dua kutub GGL adalah ε maka beda potensial antara dua ujung hambatan adalag ε juga. Dengan menggunakan persamaan (3.2) maka arus yang mengalir dalam hambatan memenuhi

$$I = \frac{\varepsilon}{R} \tag{3.5}$$

Arus yang memngalir dalam hambatan persis sama dengan arus yang mengalir dalam rangkaian.

Gambar 3.4 Simbol ggl dan posisi baterei yang bersesuaian dengan symbol tersebut.

Gambar 3.5 Rangkaian yang mengandung ggl dan hambatan

3.4 Hambatan listrik

Semua material memiliki hambatan listrik. Besi, kayu, batu, karet, air, udara, dan lain-lain memiliki hambatan listrik. Namun, hambatan listrik yang dimiliki batu, kayu kering, karet, dan lain-lain sangat besar sehingga begitu diberi beda potensial antar dua ujungnya, hampir tidak ada

arus yang mengalir. Benda yang tidak dapat dialiri arus listrik dinamakan **isolator**. Sebaliknya, logam memiliki hambatan yang sangat kecil. Dengan memberi beda potensial yang kecil saja antar dua ujungnya, arus yang mengalir cukup besar. Material yang mudah dialiri arus listrik dinamakan **konduktor**.

Hambatan listrik yang dimiliki bahan memiliki sifat-sifat sebagai berikut:

i) Makin besar jika bahan makin panjang ($R \propto L$)

ii) Makin kecil jika ukuran penampang bahan makin besar ($R \propto 1/A$).

Hubungan antara hambatan listrik yang dimiliki bahan dengan ukuran bahan memenuhi

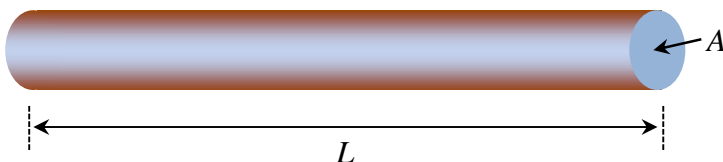
$$R = \rho \frac{L}{A} \tag{3.6}$$

dengan

R hambatan yang dimiliki bahan

L panjang bahan, A luas penampang bahan

ρ disebut hambatan jenis bahan.

Gambar 3.6 memerlihatkan parameter-parameter tersebut. Hambatan jenis beberapa bahan tampak pada Tabel 3.1

Gambar 3.6 Parameter-parameter kawat yang menentukan hambatan listrik yang dimiliki kawat tersebut.

Contoh 3.2

Misalkan kamu ingin menghubungkan tape stereo dengan speaker yang lokasinya cukup jauh. a) Jika masing-masing kawat panjangnya 20 meter dan kawat tersebut terbuat dari tembaga, berapakah diameter kawat agar hambatannya 0,1 Ω? b) Jika besar arus yang mengalir ke masing-masing speaker 2A, berapakah penurunan tegangan listrik sepanjang kawat?

Tabel 3.1 Hambatan jenis beberapa bahan pada suhu 20 ^oC.

Jenis bahan	Hambatan jenis, ρ (Ω m)	Koefisien suhu, α (^oC)$^{-1}$
karbon	$1,0 \times 10^{-8}$	-0,0002
Perak	$1,59 \times 10^{-8}$	0,0061
Tembaga	$1,68 \times 10^{-8}$	0,0068
Emas	$2,44 \times 10^{-8}$	0,0034
Aluminum	$2,65 \times 10^{-8}$	0,00429
Tungsten	$5,6 \times 10^{-8}$	0,0045
seng	$5,90 \times 10^{-8}$	0,0037
nikel	$6,99 \times 10^{-8}$	0,006
Besi	$9,71 \times 10^{-8}$	0,00651
Platina	$10,6 \times 10^{-8}$	0,003927
timah	$10,9 \times 10^{-8}$	0,0045
timbal	$22,0 \times 10^{-8}$	0,0039
tianium	$42,0 \times 10^{-8}$	0,0038
mangan	$48,2 \times 10^{-8}$	0,000002
Air raksa	98×10^{-8}	0,0009
Nikrom	100×10^{-8}	0,0004
Gelas	10^9 - 10^{12}	
Karet keras	10^{13} - 10^{15}	

Jawab

Tampak dari Tabel 3.1 bahwa hambatan jenis tembaga adalah $\rho = 1,68 \times 10^{-8}$ Ω m.

(a) Luas penampang kawat yang diperlukan

$$A = \frac{\rho L}{R} = \frac{1,68 \times 10^{-8} . 20}{0,1} = 3,4 \times 10^{-6} \text{ m}^2.$$

Jika d adalah diameter kawat maka $A = \pi d^2 / 4$ sehingga

$$d = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \times 3.4 \times 10^{-6}}{3.16}} = 2,1 \times 10^{-3} \text{ m} = 2,1 \text{ mm}$$

(b) Berdasarkan hokum Ohm, penurunan tegangan listrik sepanjang kawat adalah

$V = I\,R = 2 \times 0{,}1$

$= 0{,}1$ V

3.5 Kebergantungan hambatan pada suhu

Hambatan suatu material berubah dengan terjadinya perubahan suhu. Umumnya, makin tinggi suhu maka makin besar hambatan benda. Untuk kebanyakan bahan logam, kebergantungan hambatan pada suhu memenuhi persamaan

$$R = R_0\left[1 + \alpha(T - T_0)\right] \tag{3.7}$$

dengan T suhu, T_0 suhu acuan, R nilai hambatan pada suhu T, R_0 ilai hambatan pada suhu acuan T_0, dan α koefisien suhu dari hambatan $(^{o}C)^{-1}$. Tabel 3.1 memperlihatkan nilai koefisien suhu untuk hambatan beberapa jenis material.

Pada kebanyakan zat cair seperti elektrolit, kebergantungan hambatan pada suhu memenuhi persamaan Arrhenius sebagai berikut

$$R(T) = R_\infty e^{\beta/T} \tag{3.8}$$

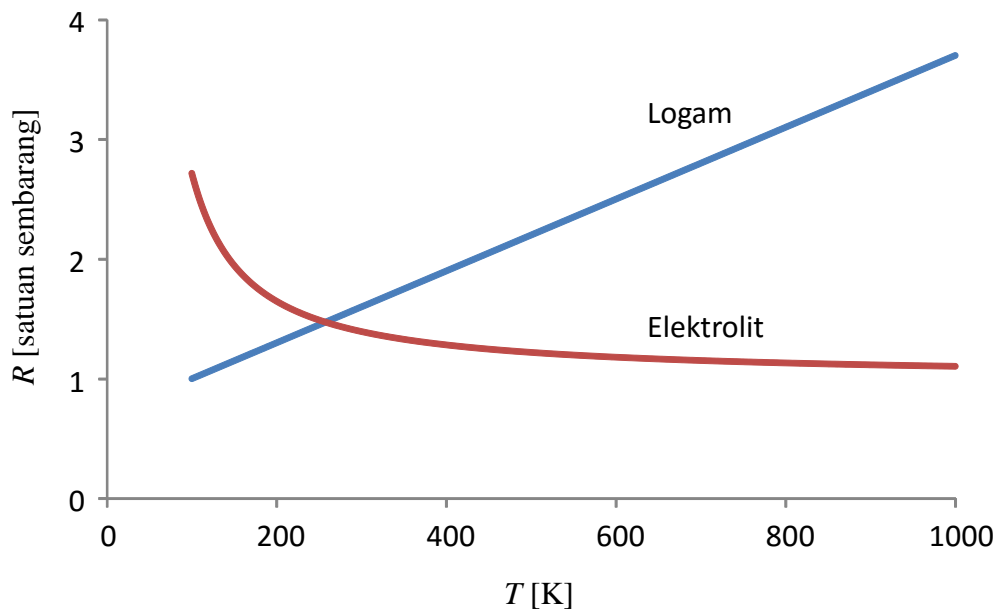
di mana

β adalah konstanta

R_∞ adalah nilai hambatan pada suhu menuju tak berhingga.

Gambar 3.7 adalah ilustrasi perubahan hambatan listrik logam dan elektrolit ketika suhu diubah. Secara umum hambatan logam makin besar jika suhu makin besar. Sebaliknya, hambatan elektrolit makin kecil ketika suhu makin besar.

Contoh 3.3

Sepotong kawat platina digunakan untuk menentukan hambatan suatu larutan. Misalkan pada suhu 20 ^{o}C hambatan kawat tersebut 164,2 Ω. Kawat tersebut kemudian dicelupkan ke dalam larutan dan tahannya meningkat menjadi 187,4 Ω. Berapa suhu larutan tersebut?

Gambar 3.7 Ilustrasi perubahan hambatan logam dan elektrolit terhadap perubahan suhu. Hambatan logam makin besar jika suhu makin besar. Sebaliknya, hambatan elektrolit makin kecil ketika suhu makin besar.

Jawab

Berdasarkan Tabel 3.1, α = 0,003927 (^{o}C)$^{-1}$. Berdasarkan persamaan (3.6) kita dapat menulis

$$\frac{R}{R_0} = 1 + \alpha (T - T_o)$$

$$\frac{187,4}{164,2} = 1 + 0,003927\,(T - 20)$$

$$1,14 = 1 + 0,003927\,(T - 20)$$

$$0,003927\,(T - 20) = 0,14$$

$$T - 20 = 0,14/0,003927 = 35,7$$

atau

$$T = 35,7 + 20 = 55,7\ ^o\mathrm{C}.$$

3.6 Kebergantunag hambatan pada tegangan

Pada sejumlah piranti elektonika, hambatan tidak hanya bergantung pada dimensi bahan maupun suhu, tetapi juga bergantung pada

tegangan listrik yang ada dalam bahan. Untuk membuktikan sifat tersebut kita kembali ke hokum Ohm yang dapat ditulis

$$\frac{1}{R}=\frac{I}{V}$$

Persamaan ini sebenarnya benar jika arus merupakan fungsi linier dari potensial, atau arus berbanding lurus dengan potensial. Namun, pada kebanyakan bahan semikonduktor seperti dioda dan transistor, arus tidak berbanding lurus dengan potensial. Kadang arus merupakan fungsi kuadratik, fungsi kubik, atau fungsi lain dari potensial. Jika arus merupakan fungsi kuadratik potensial maka kita dapat menulis

$$I=aV+bV^2 \tag{3.9}$$

dengan a dan b adalah konstanta. Jika fungsi arus seperti ini maka hambatan tidak dapat ditulis dalam bentuk hokum Ohm standar tapi harus ditulis dalam bentuk diferensial berikut ini

$$\frac{1}{R}=\frac{dI}{dV} \tag{3.10}$$

Dengan memasukkan I dalam persamaan (3.10) maka kita peroleh

$$\frac{1}{R}=a+2bV$$

atau hambatan menjadi

$$R=\frac{1}{a+2bV}$$

Tampak bahwa hambatan bergantung pada potensial. Makin besar potensial maka hambatan makin kecil. Jika potensial sangat kecil sehingga $a >> 2bV$ maka hambatan mendekati konstan yaitu $R = 1/a$.

Pada dioda atau transistor, kebergantungan arus pada potensial memenuhi bentuk umum

$$I = a\left(e^{\alpha V} - 1\right)$$

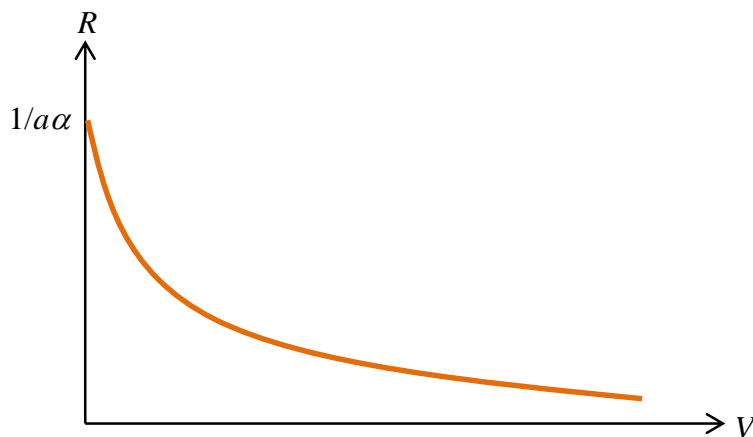
dengan a dan α adalah parameter yang secara umum bergantung suhu. Dengan persamaan ini maka hambatan memenuhi

$$\frac{1}{R} = \frac{dI}{dV}$$

$$= a\alpha e^{\alpha V}$$

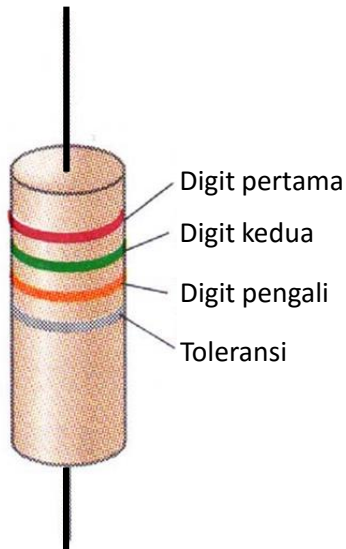
atau

$$R = \frac{1}{a\alpha} e^{-\alpha V} \qquad (3.11)$$

Tampak bahwa hambatan sangat bergantung pada potnsial dan turun sangat cepat dengan bertambahnya potensial. Pada potensial yang sangat besar, hambatan mendekati nol. Pada potensial yang sangat kecil hambatan mendekati $1/a\alpha$. **Gambar 3.8** adalah plot hambatan terhadap potensial

Gambar 3.8 Kebergantungan hambatan terhadap potensial seperti diberikan oleh persamaan (3.11). Hambatan turun secara monoton dengan naiknya potensial.

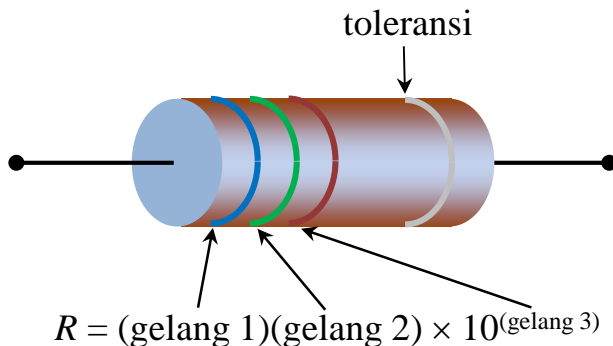
3.7 Hambatan komersial

Di pasar kita mejumpai hambatan listrik pada berbagai nilai hambatan. Hambatan-hambatan tersebut digunakan dalam perancangan rangkaian elektronika. Nilai hambatan bervariasi mulai dari di bawah 1 Ω hingga di atas 10^7 Ω (10 MΩ). Nilai yang dimiliki hambatan tersebut tidak

tertera pada komponen. Nilai hambatan dinyatakan dalam kode-kode warna yang melingkar pada komponen seperti diilustrasikan pada **Gambar 3.9**. Jumlah kode umumnya 3 buah. Tetapi untuk hambatan yang lebih teliti, jumlah kode warna ada empat buah.

Gambar 3.9 Kode warna pada hambatan

Tabel 3.2 Angka yang berkaitan dengan kode-kode warna hambatan.

Warna	Nilai	Toleransi (%)
Hitam	0	
Coklat	1	
Merah	2	
Oranye	3	
Kuning	4	
Hijau	5	
Biru	6	
Ungu	7	
Abu-abu	8	
Putih	9	
Emas	-1	5%
Perak	-2	10%
Tidak berwarna		20%

Nilai hambatan ditentukan oleh tiga kode warna pertama. Kode warna keempat disebut toleransi yang menentukan ketelitian nilai hambatan. Angka yang berkaitan dengan kode-kode warna tampak pada Tabel 3.2. Cara membaca nilai hambatan suatu hambatan berdasarkan kode warna diilusrtasikan pada **Gambar 3.10**.

Gambar 3.10 Cara menentukan nilai hambatan berdasarkan kode warna

Hambatan = (nilai gelang pertama)(nilai gelang kedua) × **$10^{(\text{nilai gelang ketiga})}$**

Contoh 3.4

Sebuah hambatan memiliki tiga gelang. Gelang pertama berwarna orange, gelang kedua hijau, dan gelang ketiga merah. Berapa nilai hambatannya? Berapakah toleransinya?

Jawab

Berdasarkan Tabel 3.2, angka-angka yang berkaitan dengan gelang warna adalah

Gelang pertama: orange = 3

Gelang kedua: hijau = 5

Gelang ketiga: merah = 2

Dengan demikian nilai hambatan adalah

$$R = 35 \times 10^2\ \Omega = 3500\ \Omega = 3,5\ \text{k}\Omega.$$

Karena hambatan tidak memiliki gelang keempat, atau gelang keempat tidak berwarna, maka toleransi hambatan tersebut adalah 20%. Dengan demikian, nilai hambatan sebenarnya berada dalam rengang 3,5 kΩ - 20% sampai 3,5

kΩ + 20% atau 2,8 kΩ sampai 4,2 kΩ.

Contoh 3.5

Sebuah hambatan memiliki empat gelang. Gelang pertama berwarna coklat, gelang kedua kuning, gelang ketiga hitam, dan gelang keempat berwarna emas. Berapa nilai hambatannya? Berapakah toleransinya?

Jawab

Nilai-nilai gelang warna adalah

Gelang pertama : cokelat = 1

Gelang kedua : kuning = 4

Gelang ketiga : hitam = 0

Gelang keempat : emas = 5%

Dengan demikian nilai hambatan yang dimiliki adalah

$$R = 14 \times 10^0 \ \Omega = 14 \ \Omega$$

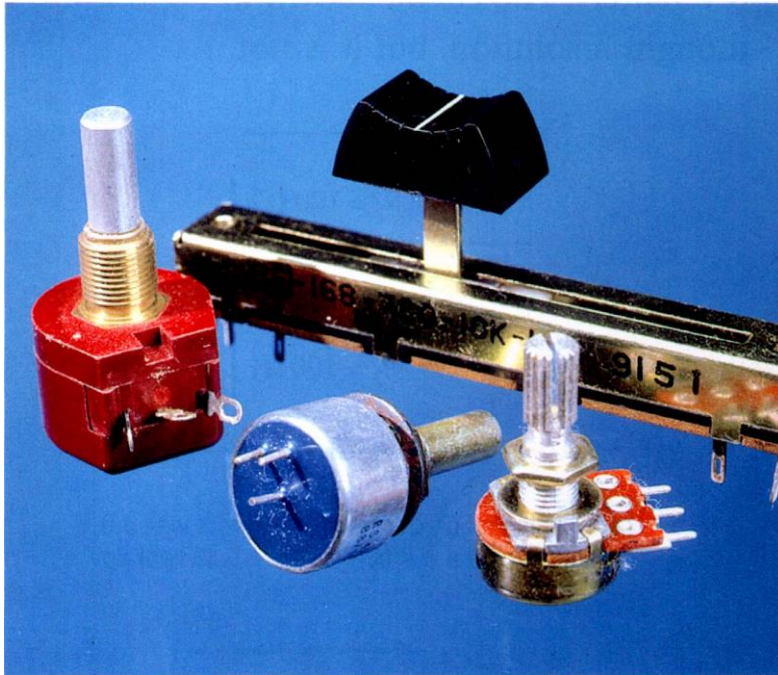
Karena gelang keempat emas maka toleransinya 5%. Dengan demikian, nilai hambatan sebenarnya berada dalam rengang 14 Ω - 5% sampai 14 Ω + 5% atau 13,3 Ω sampai 14,7 Ω.

3.8 Potensiometer

Potensiometer adalah hambatan listrik yang nilai hambatannya dapat diubah-ubah. Pengubahan hambatan dilakukan dengan memutar atau menggeser knob. Contoh potensiometer diperlihatkan pada **Gambar 3.11**, sedangkan simbol potensiometer tampak pada **Gambar 3.12**.

Potensiometer kebanyakan memiliki tiga kaki. Dua kaki yang posisinya paling jauh memiliki hambatan yang tetap. Kaki tengah dapat digeser-geser yang menghasilkan perubahan nilai hambatan. Penggeseran tersebuh menyebabkan hambatan antara kaki tengah dengan kaki ujung berubah: salah satu memilii hambatan makin besar dan yang lainnya memiliki hampatan makin kecil. Dengan demikian, saat menggunakan potensiometer untuk mendapatkan hambatan yang berubah-ubah nilai kita memiliki kaki tengah dan satu kaku ujung yang mana saja.

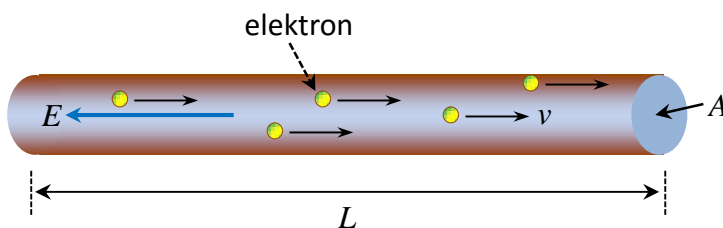
Tidak semua nilai hambatan dapat dijumpai pada hambatan yang dijual di pasar. Untuk mendapatkan nilai hambatan yang tidak tersebut, kita dapat menggunakan potensiometer. Potensiometer tersebut dapat

digunakan sendiri dengan menggeser knob sehingga diperoleh nilai hambatan yang diinginkan. Dapat pula diseri atau diparalel dengan hambatan lain dan mengatur knob sehingga diperoleh hambatan total sesuai dengan yang diinginkan.

Gambar 3.11 Contoh potensiometer. Hambatan potensiometer dapat diubah-ubah dengan memutar atau menggeser knob. Aada potensial yang sangat teliti dan kurang teliti. Potensimeter kurang teliti umumnya memiliki jangkauan putaran penuh hanya satu kali keliling. Potensiameter yang teliti memiliki jangkauan putaran penuh beberapa kali keliling.

Gambar 3.12 Simbol potensiometer

3.9 Konduktivitas listrik

Gambar 3.13 adalah ilustrasi sebuah kabel konduktor. Dalam kabel tedapat elektron-elektron yang bergerak bebas. Jika tidak ada beda potensial antara dua ujung kabel maka peluang elektron bergerak ke kiri dan ke kanan sama sehingga arus total yang mengalir dalam kabel nol. Jika

diberikan beda potensial antara dua ujung kabel maka muncul medan listrik dalam kabel. Medan listrik menarik elektron-elektron bergerak dalam arah yang berlawanan dengan arah medan. Akibatnya elektron memiliki percepatan dalam arah yang berlawanan dengan arah medan. Percepatan tersebut menyebabkan kecepatan elektron dalam arah berlawanan dengan medan bertambah. Tetapi karena dalam konduktor terdapat atom-atom yang posisi rata-ratanya tetap tetapi selalu bergetar maka terjadi tumbukan antara elektron yang sedang dipercepat dengan atom-arom tersebut. Tumbukan tersebut melahirkan gaya hambat pada elektron dalam arah yang berlawanan dengan arah gerak. Mekanisme ini menyebabkan electron hanya sanggup mecapai kecepatan maksimum tertentu yang disebut kecepatan terminal. Fenomena ini mirip dengan gerakan bola yang jatuh dalam zat cair. Akibat gaya gravitasi, bola memiliki percepatan sehingga kecepatannya bertambah. Tatapi pada akhirnya bola bergerak dengan kecepatan terminal akibat adanya gaya gesekan fluida yang mengimbangi gaya gravitasi.

Gambar 3.13 Ilustrasi kabel konduktor yang dialiri arus listrik

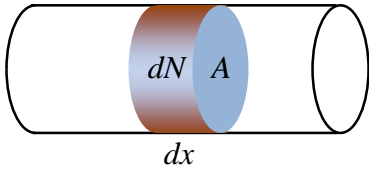
Dari hasil pengukuran didapatkan bahwa kecepatan terminal elektron dalam konduktor berbanding lurus dengan kuat medan di dalam bahan, atau

$$v = \mu E \tag{3.12}$$

dengan μ adalah sebuah konstanta yang dikenal dengan mobilitas elektron.

Sekarang kita akan mencari rumusan formal untuk mengukur mudah tidaknya sebuah benda dialiri arus listrik. Perhatikan elemen kecil kawat sepanjang dx seperti diilustrasikan pada **Gambar 3.14**. Misalkan luas penampang kawat adalah A. Misalkan pula kerapatan elektron (jumlah

elektron per satuan volum) adalah n. Volum elemen kawat sepanjang dx adalah $dV = Adx$. Jumlah elektron dalam elemen volum tersebut adalah

$$dN = ndV$$
$$= nAdx$$

Gambar 3.14 Elemen kecil kawat yang dialiri arus listrik.

Karena satu elektron memiliki muatan e maka jumlah muatan elektron dalam elemen volum tersebut adalah

$$dQ = edN$$

$$= neAdx$$

Arus yang mengalir dalam kawat adalah

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{neAdx}{dt}$$

$$= neA\frac{dx}{dt}$$

$$= neAv$$

$$= neA\mu E \quad (3.13)$$

Kerapatan arus dalam kawat (arus per satuan luas penampang), J, adalah

$$J = \frac{I}{A}$$

$$= ne\mu E$$

$$= \sigma E \tag{3.14}$$

dengan

$$\sigma = ne\mu \tag{3.15}$$

Besaran σ pada persamaan (3.15) dikenal dengan konduktivitas listrik. Konduktivitas listrik mengukur kemampuan bahan mengantarkan arus listrik. Makin besar kondukticitas maka makin mudah bahan tersebut mengantarkan listrik. Konduktor memiliki konduktivitas tinggi sedangkan isulator memiliki konduktivitas rendah. Satuan konduktivitas listrik adalah siemens per meter (S/m).

3.10 Hubungan konduktivitas dan resistivitas

Kita sudah bahas bahwa makin besar konduktivitasnya dan makin kecil resistivitasnya maka makin mudah suatu bahan mengantarkan listrik. Jadi, ada hubungan langsung antara konduktivitas dan resistivitas. Bagaimana hubungan tersebut? Mari kita cari.

Dari persamaan (3.13) kita dapat menulis

$$I = neA\mu \frac{EL}{L}$$

dengan L adalah panjang kawat. Dengan anggapan bahwa kuat medan listrik dalam kawat konstan maka EL adalah beda potensial antara dua ujung kawat. Jadi kita dapat menulis

$$I = neA\mu \frac{V}{L} \tag{3.16}$$

Dengan menggunakan hukum Ohm, $I = V/R$ maka kita simpulkan

$$R = \frac{1}{ne\mu} \frac{L}{A} \tag{3.17}$$

Dengan membandingkan persamaan (3.6) dan (3.17) kita peroleh

$$\rho = \frac{1}{ne\mu}$$

$$= \frac{1}{\sigma} \qquad (3.18)$$

Kita simpulkan bahwa konduktivitas adalah kebalikan dari resistivitas.

Tabel 3.3 adalah daftar hambatan listrik sejumlah material. Dengan mengacu pada data dalam table tersebut dan menggunakan persamaan (3.18) maka konduktivitas listrik bahan dapat ditentukan dengan mudah. Konduktivitas listrik bahan memiliki rentang yang sangat lebar, mulai dari 10^{-14} S/cm hingga 10^{8} S/cm. Bahan dengan kondutivitas di atas 10^{3} S/cm masuh dalam kelompok konduktor, sedangkan yang memiliki konduktivitas di bawah 10^{-3} S/cm masuk dalam kelompok isolator.

3.11 Rangkaian hambatan listrik

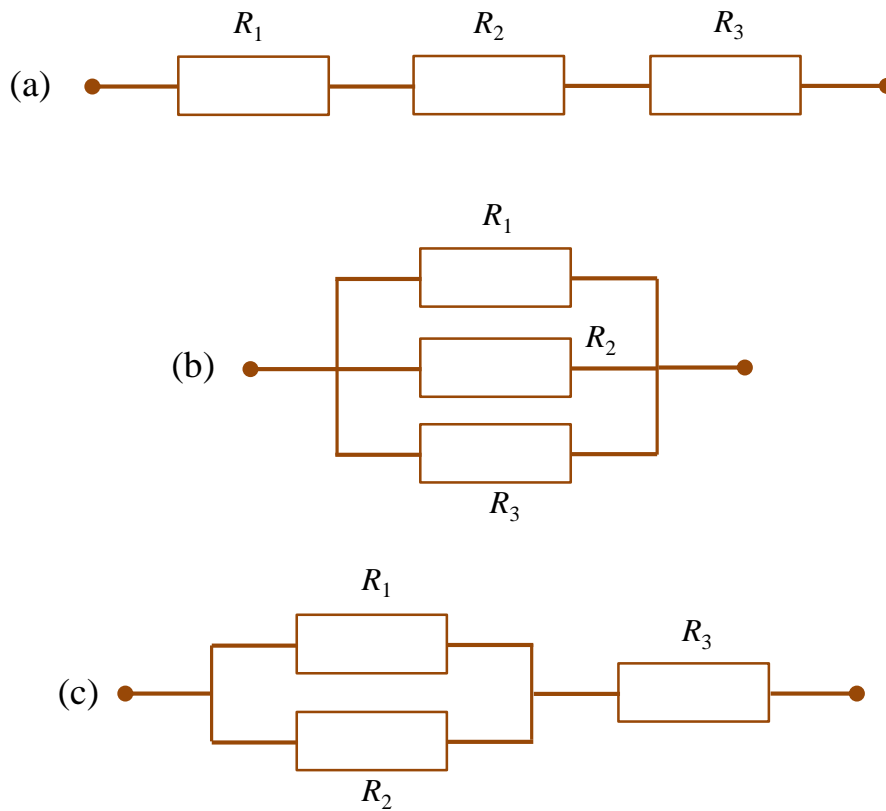
Dalam rangkaian listrik umumnya kita menggunakan sejumlah hambatan. Hambatan tersebut kadang terpasang secara seri, seperti pada **Gambar 3.15**(a), secara paralel (**Gambar 3.15**(b)) atau campuran seri dan parallel seperti pada **Gambar 3.15**(c). Pertanyaannya, apabila sejumlah hambatan dipasang semacam itu, berapakah hambatan total yang dihasilkannya?

Hambatan seri

Mari kita tinjau hambatan yang disusun secara seri. Contohnya adalah hambaran R_1, R_2, dan R_3 pada **Gambar 3.16**. Terminal-terminal ujung hambatan tersebut diberi beda potensial V_{ad} sehingga mengalir arus I. Jika hambatan total adalag R maka terpenuhi

$$V_{ad} = I R \qquad (3.19)$$

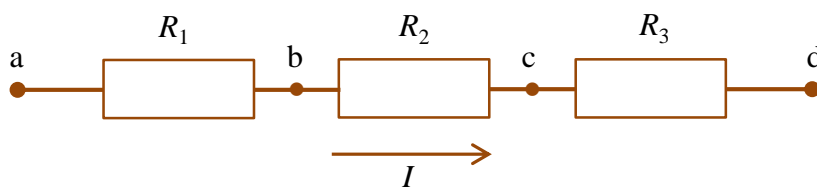
Jika beda potensial antar ujung masing-masing hambatan adalah V_{ab}, V_{bc}, dan V_{cd} maka terpenuhi

$$V_{ad} = V_{ab} + V_{bc} + V_{cd}$$

Gambar 3.15 (a) Hambatan yang disusun secara seri, (b) hambatan yang disusun secara parallel, dan (c) hambatan yang disusun campur seri dan parallel.

Karena arus yang mengalir pada semua hambatan sama maka

$V_{ab} = I R_1$

$V_{bc} = I R_2$

$V_{cd} = I R_3$

Gambar 3.16 Menentukan hambatan pengganti untuk sejumlah hambatan yang disusun secara seri.

Substitusi ungkapan potensial masing-masing hambatan ke dalam persamaan (3.19) maka

$$I R = I R_1 + I R_2 + I R_3$$

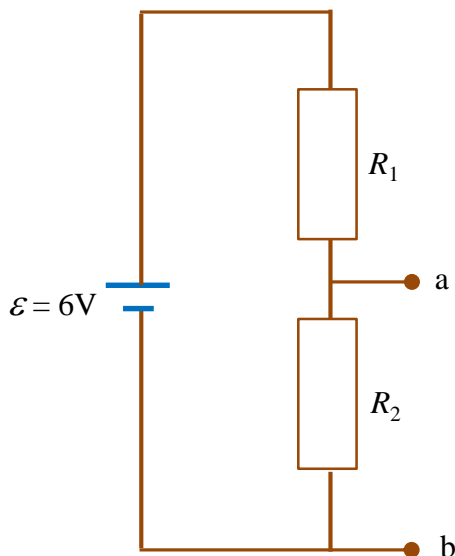
Buang I pada kedua ruas diperoleh

$$R = R_1 + R_2 + R_3 \qquad (3.20)$$

Contoh 3.6

Misalkan kita memiliki sumber tegangan 6 V. Tetapi kita memiliki alat elektronik yang membutuhkan tegangan hanya 4 V. Tegangan 6 V dapat terlalu besar dan dapat merusak alat tersebut. Bagaimana caranya agar alat tetap bisa dioperasikan dengan menggunakan sumber tegangan 6 V tanpa merusakknya?

Jawab

Caranya adalah kita harus bisa mendapatkan tegangan 4 V dari tegangan 6 V. Setelah itu, tegangan 4 V yang diperoleh kita sambungkan ke alat. Untuk maksud tersebut kita menggunakan dua buah hambatan, yang dikenal sebagai pembagi tegangan. Rangkaian yang kita gunakan tampak pada **Gambar 3.17**

Gambar 3.17 Rangkaian pembagi tegangan

Arus yang mengalir pada hambatan R_1 dan R_2 sama besar, yaitu

$$I = \varepsilon/(R_1 + R_2)$$

Tegangan antara titik a dan b adalah

$$V_{ab} = I\,R_2 = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2} \times R_2$$

$$= \frac{R_2}{R_1 + R_2} \times \varepsilon$$

Agar diperoleh tegangan 4 V dari sumber tegangan 6 V maka V_{ab} = 4 V sehingga persamaan di atas menjadi

$$4 = R_2/(R_1+R_2) \times 6$$

atau

$$(R_1 + R_2)/R_2 = 6/4$$

yang menghasilkan

$$R_1 = 6R_2/4 - R_2 = R_2/2$$

Jadi, kita perlu memasang dua buah hambatan dengan hambatan R1 setengah kali hambatan R_2. Contohnya, R_1 = 10 Ω dan R_2 = 20 Ω.

Hambatan Paralel

Berikutnya kita bahas hambatan-hambatan yang disusun secara parallel seperti diilustrasikan pada **Gambar 3.18**. Arus total yang mengalir adalah *I*. Ketika memasuki hambatan-hambatan, arus tersebut terbagi atas tiga jalur sehingga berdasarkan hokum Kirchoff I terpenuhi

$$I = I_1 + I_2 + I_3 \qquad (3.21)$$

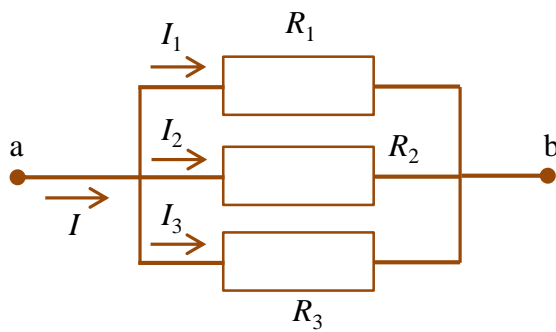
Beda potensial antar ujung-ujung hambatan semuanya sama, yaitu V_{ab}. Jika hambatan total adalah *R* maka

$$I = \frac{V_{ab}}{R}$$

Karena beda potensial antar ujung hambatan R_1, R_2, dan R_3 juga V_{ab} maka

$$I_1 = \frac{V_{ab}}{R_1}$$

$$I_2 = \frac{V_{ab}}{R_2}$$

$$I_3 = \frac{V_{ab}}{R_3}$$

Gambar 3.18 Menentukan hambatan pengganti untuk sejumlah hambatan yang disusun secara parallel.

Substitusi semua ungkapan arus ke dalam persamaan (3.21) diperoleh

$$\frac{V_{ab}}{R} = \frac{V_{ab}}{R_1} + \frac{V_{ab}}{R_2} + \frac{V_{ab}}{R_3}$$

Hilangkan V_{ab} pada kedua ruas maka kita peroleh hambatan total yang memenuhi

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \tag{3.22}$$

Contoh 3.7

(a) Tentukan hambatan pengganti dari empat hambatan yang disusun secara parallel, R_1 = 1 kΩ, R_2 = 4 kΩ, R_3 = 8 kΩ, dan R_4 = 5 kΩ.

(b) Jika benda tengan yang dipasang antar ujung-ujung hambatan adalah 50 V, tentukan arus yang mengalir pada masing-masing hambatan.

Jawab

(a) Hambatan pengganti memenuhi

(b)

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}$$

$$= \frac{1}{1} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{5} = \frac{40}{40} + \frac{10}{40} + \frac{5}{40} + \frac{8}{40} = \frac{63}{40}$$

atau

R = 40/63 = 0,635 kΩ = 635 Ω

(b) Arus yang mengalir pada masing-masing hambatan

Hambatan R_1: $I_1 = V/R_1$ = 50/1000 = 0,05 A

Hambatan R_2: $I_2 = V/R_2$ = 50/5000 = 0,0125 A

Hambatan R_3: $I_3 = V/R_3$ = 50/8000 = 0,00625 A

Hambatan R_4: $I_4 = V/R_4$ = 50/5000 = 0,01 A

Mengapa Kita Perlu Belajar Persamaan Rangkaian Resistor?

Coba perhatikan rangkaian elektronika yang sudah disolder di atas PCB. Mungkin akan kalian temukan sejumlah resistor yang disolder berdekatan. Bisa saja, pada awalnya, pembuat rangkaian tidak bermaksud menggunakan banyak resistor di situ. Itu "keterpaksaan" saja karena nilai hambatan yang ia butuhkan tidak dijual di pasar. Pabrik tidak membuat semua nilai hambatan. Kalau ini dilakukan maka jumlah resistor akan menjadi tak berhingga (semua nilai hambatan dari 0 sampai tak berhingga adalah tak berhingga bukan?). Pabrik hanya membuat resistor dengan hambatan tertentu saja.

Masalah muncul ketika kita butuh hambatan yang tidak dibuat pabrik. Apa yang harus dilakukan? Tidak ada jalan lain kecuali membeli resistor yang ada di pasar lalu merangkai sedemikian rupa sehingga menghasilkan hambatan yang diinginkan. Nah, di sinilah perlunya memahami persamaan hambatan untuk rangkaian resistor. Bentuk dasarnya adalah persamaan susunan seri dan parallel atau kombinasi keduanya.

Kembali ke rangkaian di atas, bisa saja perancang menggunakan

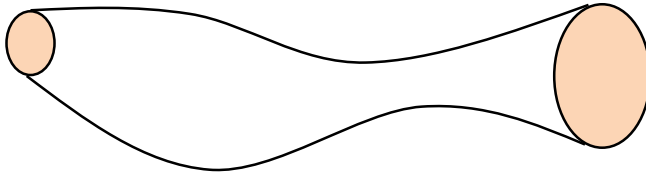
jejeran resistor karena dia tidak mendapatkan di pasar nilai hambatan yang dia inginkan. Apa boleh buat.

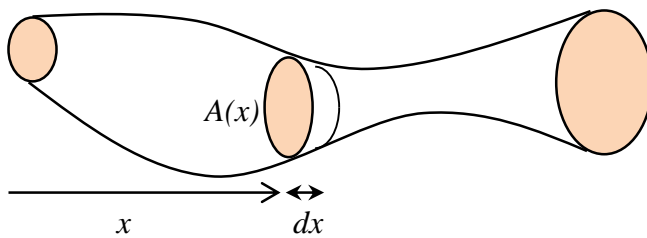
Kemudian, dalam pembuatan alat ukur yang sangat presisi para ahli instrumentasi memerlukan komponen yang nilainya presisi juga. Namun tidak ada resistor yang presisi. Kebanyakan resistor dijual dengan toleransi 5%. Artinya jika ditulis hambatannya 10.000 ohm maka hambatan sebenarnya berada di antara 9.500 ohm sampai 10.500 ohm. Berapa tepatnya, wallahu alam. Resistor yang lebih mahal memiliki toleransi 1%. Artinya, nilai hambatan di atas berada antara nilai 9.900 ohm sampai 10.100 ohm.

Bagaimana kalau kita butuh hambatan yang tepat 10.000 ohm, sedangkan tidak ada pabrik yang membuatnya? Maka yang dilakukan adalah kembali memanfaatkan persamaan rangkaian resistor. Salah satu cara adalah menghubungkan secara seri sebuah resistor yang lebih kecil dari 10.000 ohm dengan sebuah potensiometer. Setelah dihubung, nilai potensiometer dinaikkan pelan-pelan sambil dilakukan pengukuran secara teliti sehingga diperoleh nilai hambatan tepat 10.000 ohm. Biasanya potensiometer yang digunakan adalah potensiometer kecil yang sering disebut trimmer. Kalau kalian lihat ada trimmer dalam rangkaian, bisa jadi komponen tersebut berfungsi untuk meng-eksak-kan nilai hambatan.

Jadi, tidak ada alasan untuk menghindar atau bosan dengan persamaan rangkaian tresistor yang kelihatan sederhana itu. Itu adalah rangkaian dasar elektronika modern. Bahkan rangkaian elektronika yang paling rumit sekalipun, dapat dipandang sebagai resistor yang terhubung seri, parallel, atau kombinasi.

3.12 Hambatan batang dengan penampang tidak konstan

Kita sudah membahas metode menghitung hambatan batang dengan panjang tertentu dan luas penampang tertentu. Rumusnya sangat sederhana, yaitu diberikan oleh persamaan (3.6) Pertanyaan berikutnya adalah bagaimana kalau penampang batang tidak konstan, tetapi berubah-ubah menutur posisi? **Gambar 3.19** adalah ilustrasi batang dengan penampang tidak kontan. Bagaimana menghitung hambatan batang tersebut?

Gambar 3.19 Contoh batang dengan penapmang tidak konstan. Hambatan jenis batang adalah ρ. Bagaimana menentukan hambatan antara dua ujung batang?

Untuk menentukan hambatan antara dua ujung batang kita gunakan metode integral. Kita bagi batang atas potongan-potongan pendek. Tiap potongan dapat dianggap memiliki luas penampang konstan (karena ukuran potongan yang sangat pendek). Sebagai ilustrasi lhat **Gambar 3.20**. Batang sendiri dapat dipandang sebagai susunan seri hambatan potongan-potongan tersebut.

Gambar 3.20 Batang dibagi atas potongan-potongan yang sangat pendek. Tiap potongan dapat dipandang sebagai sebuat batang pendek dengan luas penampang konstan. Batang sendiri dipandang sebagai susunan serial dari potongan-potongan tersebut.

Misalkan sumbu batang ditempatkan sejajar sumbu *x*. Misalkan pula ujung kiri batang berada pada koordinat $x = 0$. Dan misalkan luas penampang batang memenuhi fungsi $A(x)$. Lihat potongan sepanjang dx yang berjarak x dari ujung kiri batang. Panjang potongan dersebut adalag dx dan luas penampangnya adalkah $A(x)$. Dengan demikian, hambatan potongan tersebut adalah

$$dR = \rho \frac{dx}{A(x)}$$

Karena batang dapat dipandang sebagai susunan seri potongan-potongan tersebut maka hambatan batang dama dengan jumlah hambatan semua

potongan. Karena jumlah potongan ada tak berhingga maka penjumlahan dilakukan dengan integral. Dengan demikian hambatan batang adalah

$$R = \int_0^L \rho \frac{dx}{A(x)} \tag{3.23}$$

Contoh 3.8

Misalkan batang sepanjang L memiliki luar panampang yang bergantung apad x berdasakan fungsi $A(x) = a + bx$, dengan a dan b adalah konstanta. Ujung kiri batang berada pada koordinat x = 0 dan ujung kanan berada pada koordinat x = L. Berapakah hambatan batang jika hambatan jenisnya adalah ρ?

Jawab

Kita menggunakan persamaan (3.23)

$$R = \int_0^L \rho \frac{dx}{A(x)}$$

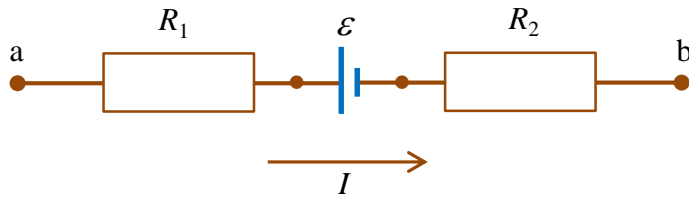
$$= \int_0^L \rho \frac{dx}{a + bx}$$

$$= \rho \int_0^L \frac{dx}{a + bx}$$

$$= \frac{\rho}{b} \ln(a + bx)\Big|_0^L$$

$$= \frac{\rho}{b} \ln\left(\frac{a + bL}{a}\right)$$

3.13 Rangkaian yang mengandung hambatan dan sumber tegangan

Dalam rangkaian listrik, kadang kita jumpai sejumlah hambatan dan sejumlah sumber tegangan seperti pada **Gambar 3.21**. Bagaimana menentukan arus yang mengalir

Gambar 3.21 Contoh rangkaian yang mengandung hambatan dan sumber tegangan

Rumus yang menghubungan besar arus yang mengalir dan besarnya hambatan serta tegangan adalah

$$V_{ab} = \sum_a^b IR - \sum_a^b \varepsilon \tag{3.24}$$

di mana

V_{ab} adalah beda potensial antara ujung-ujung rangkaian,

$\sum_a^b IR$ adalah jumlah perkalian arus dan hambatan sepanjang rangkaian antara titik a dan b, dan

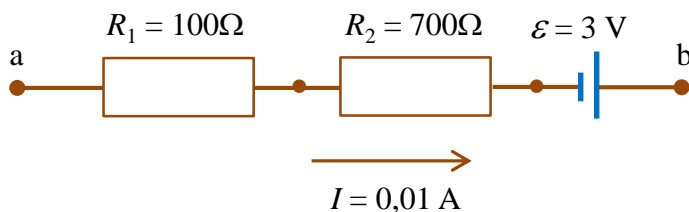
$\sum_a^b \varepsilon$ adalah jumlah tegangan yang dipasang sepanjang rangkaian antara titik a dan b.

Persamaan (3.24) diterapkan dengan perjanjian:

i) I diberi harga positif jika mengalir dari a ke b

ii) ε diberi harga positif jika kutub negatif sumber tegangan menghadap titik a dan kutub positif menghadap titik b.

Contoh 3.9

Perhatikan rangkaian pada **Gambar 3.22**. Berapakan tegangan listrik antara titik a dan b?

Gambar 3.22 Gambar untuk Contoh 3.9

Jawab

Arus I yang mengalir pada R_1 dan R_2 sama besar dan dalam rangkaian hanya terdapat satu sumber tegangan. Maka persamaan (3.27) dapat ditulis

$$V_{ab} = I\,R_1 + I\,R_2 - \varepsilon$$

Berdasarkan perjanjian:

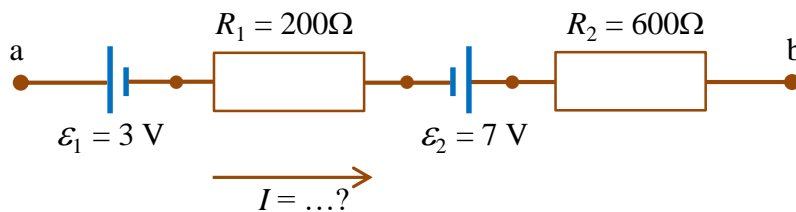
I mengalir dari a ke b sehingga diberi harga positif: $I = 0{,}01$ A

Kutub negatif ε menghadap titik a sehingga nilai ε diberi harga positif: $\varepsilon = +\,3$V.

Jadi

$$V_{ab} = 0{,}01 \times 100 + 0{,}01 \times 700 - 3 = 1 + 7 - 3 = 5 \text{ V.}$$

Contoh 3.10

Berdasarkan **Gambar 3.23**, jika $V_{ab} = 5$ V, tentukan besar arus yang mengalir.

Gambar 3.23 Gambar untuk Contoh 3.10

Jawab

$$V_{ab} = \sum I\,R - \sum \varepsilon$$

$$V_{ab} = (I\,R_1 + I\,R_2) - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)$$

Berdasarkan perjanjian:

Kutub positif ε_1 menghadap titik a sehingga diberi harga negatif: $\varepsilon_1 = -\,3$ V

Kutub negatif ε_2 menghadap titik a sehingga diberi nilai positif: $\varepsilon_2 = +\,7$V

Jadi

$$5 = I \times 200 + I \times 600 - (-3 + 7)$$

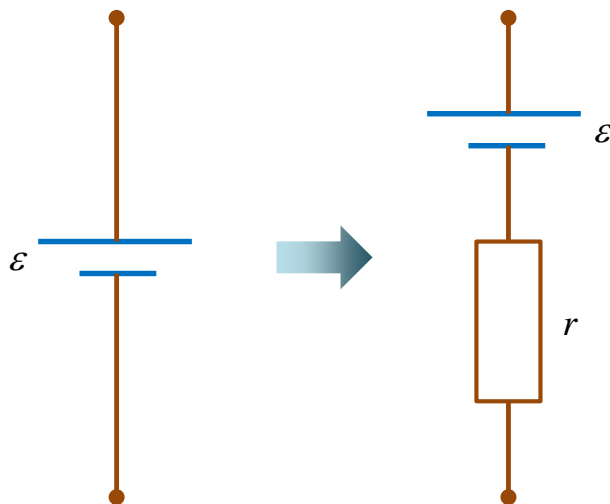
$$5 = 800\,I - 4$$

atau

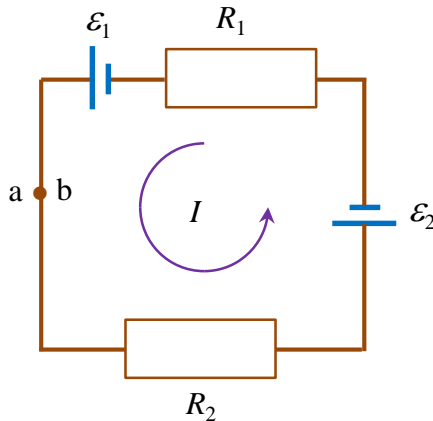
$$I = 9/800 = 0{,}01125 \text{ A}.$$

3.14 Hambatan dalam sumber tegangan

Sumber tegangan seperti baterei dan aki sebenarnya juga memiliki hambatan. Ketika dipasang pada rangkaian maka hambatan di dalam rangkaian bukan hanya hambatan hambatan-hambatan yang dipasang, tetapi juga hambatan yang dimiliki sumber tegangan. Hambatan yang dimiliki sumber tegangan disebut **hambatan internal**. Sumber tegangan yang ideal adalah sumber tegangan yang hambatan dalamnya nol. Tetapi tidak ada sumber tegangan yang ideal. Sumber tegangan yang baik adalah sumber tegangan yang memiliki hambatan dalam sangat kecil.

Untuk menentukan arus yang mengalir dalam rangkaian ketika dipasang sumber tegangan, maka sumber tegangan tersebut dapat digantikan dengan sebuah sumber tegangan ideal yang diseri dengan sebuah hambatan r seperti diilustrasikan pada **Gambar 3.24**. Hambatan r inilah yang disebut tahahan internal sumber tegangan.

Gambar 3.24 Sebuah sumber tegangan sembarang (a) dapat digantikan oleh sumber tegangan ideal yang diseri dengan sebuah hambatan dalam (b). Tidak ada sumber tegangan yang ideal. Semua sumber tegangan mengandung hambatan dalam dan besarnya nilai hambatan dalam bergantung pada sumber tegangan tersebut. Untuk baterei, hambatan dalam bisa meningkat dengan lama waktu pemakaian. Baterei baru memiliki hambatan dalam yang kecil sedangkan baterei lama memiliki hambatan dalam yang besar. Hal sebut disebabkan karena perubahan sifat elektrolit dan elektroda dalam baterei setelah digunakan dalam jangka waktu yang lama.

3.15 Loop

Apa yang terjadi jika titik a dan b pada **Gambar 3.21** dihubungkan? Kita akan mendapatkan V_{ab} = 0 dan rangkaian menjadi tertutup. Rangkaian yang tertutup tersebut disebut loop. Contoh loop adalah **Gambar 3.25.**

Gambar 3.25 Contoh loop sederhana yang disusun oleh dua sumber tegangan dan dua hambatan. Jumlah komponen dalam suatu loop dapat berapa saja dan arah kutub sumber tegangan bisa sembarang.

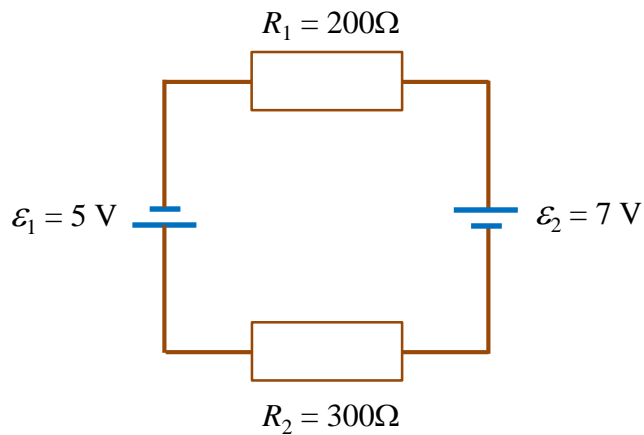
Karena V_{ab} = 0 maka khusus untuk loop, persamaan (3.24) menjadi

$$\sum I R - \sum \varepsilon = 0 \tag{3.25}$$

Contoh 3.11

Tentukan arus yang mengalir pada rangkaian **Gambar 3.26** jika sumber tegangan dianggap tidak memiliki hambatan dalam. Tentukan pula arus yang mengalir jika sumber tegangan memiliki hambatan dalam 50 Ω.

Jawab

Kita bisa menganggap arah arus sembarang dalam loop. Jika setelah dilakukan perhitungan diperoleh arus bernilai positif maka arah arus yang dipilih benar. Tetapi jika setelah dilakukan perhitungan diperoleh arus bernilai negatif maka arah arus yang dipilih berlawanan dengan arah sebenarnya, tetapi bersarnya arus benar (tinggal membalik arah saja tanpa melakukan perhitungan ulang).

Gambar 3.26 Gambar untuk Contoh 3.11

Untuk sumber tegangan yang tidak memiliki hambatan dalam.

Misalkan kita pilih arah arus seperi pada **Gambar 3.27**

Gambar 3.27 Jika sumber tegangan tidak memiliki hambatan dalam

$$\sum I\,R - \sum \varepsilon = 0$$

$$I\,R_1 + I\,R_2 - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) = 0$$

Arus masuk ke ε_1 dari kutub negatif, maka ε_1 diberi harga positif: ε_1 = + 5 V

Arus masuk ke ε_1 dari kutub positif, maka ε_2 diberi harga negatif: ε_2 = - 5 V

Dengan demikian

$$I \times 200 + I \times 300 - (5 - 7) = 0$$

$$500\, I + 2 = 0$$

atau

$$I = -2/500 = -\ 0{,}04 \text{ A}$$

Karena diperoleh arus berharga negatif, maka arah arus dalam rangkaian berlawanan dengan anak panah yang digambar. Jadi arus mengalir berlawanan dengan arah jarum jam dan besarnya 0,04 A.

Untuk sumber tegangan yang memiliki hambatan dalam.

Misalkan kita pilih arah arus seperi pada **Gambar 3.28**

Gambar 3.28 Sumber tegangan memiliki hambatan dalam. Hambatan dalam selalu disusun seri dengan sumber tegangan

$$\sum I R - \sum \varepsilon = 0$$

$$I R_1 + I R_2 + I r + I r - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) = 0$$

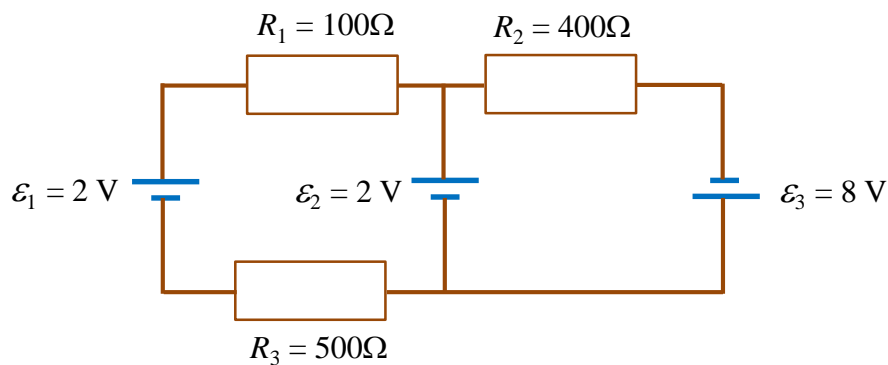
$$I \times 200 + I \times 300 + I \times 50 + I \times 50 - (5 - 7) = 0$$

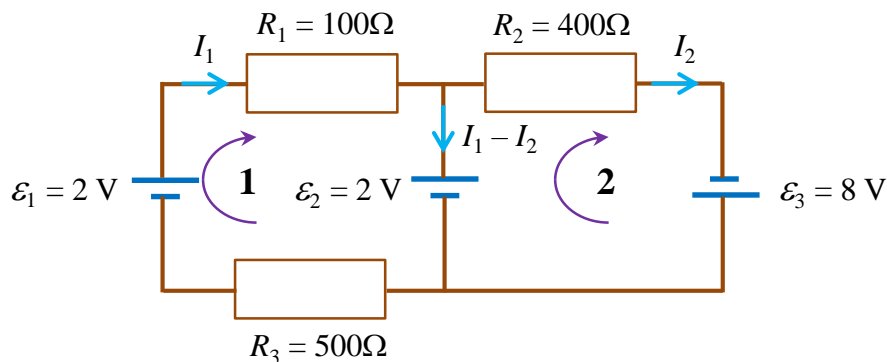
$$600\ \mathrm{I} + 2 = 0$$

atau

$$I = -2/600 = -\ 0{,}003 \text{ A}$$

3.16 Rangkaian lebih dari satu loop

Jumlah loop dalam rangkaian tidak hanya satu, tetapi bisa banyak sekali. Sekarang kita bahas rangkaian yang terdiri dari dua loop. Prinsip yang digunakan sama dengan saat memecahkan persoalan satu loop. Hanya di sini akan muncul dua persamaan, karena ada dua arus yang harus dicari, yaitu arus yang mengalir pada masing-masing loop. Contohnya, kita tinjau rangkaian pada **Gambar 3.29**.

Gambar 3.29 Contoh rangkaian dua loop

Arus yang mengalir pada tiap loop bisa dipilih sembarang. Jika nanti diperoleh nilai positif maka arah yang dipilih sudah benar. Tetapi jika diperoleh nilai negatif, maka arah arus sebenarnya berlawanan dengan arah yang dipilih, tetapi besarnya sama. Misalkan kita pilih arah arus seperti pada **Gambar 3.30**

Gambar 3.30 Arah arus yang dipilih untuk loop pada Gambar 3.29 (cataran e2 = 4)

Untuk loop 1 berlaku:

$$\sum I\,R - \sum \varepsilon = 0$$

$I_1\ R_1 + I_1\ R_3 - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) = 0$

Berdasarkan perjanjian untuk tanda sumber tegangan, maka dari **Gambar 3.30** kita peroleh ε_1 = + 2V dan ε_2 = - 4 V. Dengan demikian,

$I_1 \times 100 + I_1 \times 500 - (2 - 4) = 0$

$600\ I_1 + 2 = 0$

$I_1 = -2/600 = 0{,}003$ A

Untuk loop 2 berlaku:

$$\sum I\,R - \sum \varepsilon = 0$$

$I_2\ R_2 - (\varepsilon_2 + \varepsilon_3) = 0$

Berdasarkan perjanjian untuk tanda sumber tegangan maka dari **Gambar 3.30** kita peroleh ε_2 = + 4V dan ε_3 = + 8 V. Dengan demikian

$400\ I_2 - (4 + 8) = 0$

$400\ I_2 - 12 = 0$

$I_2 = 12/400 = 0{,}03$ A

Berdasarkan hasil di atas, arus yang mengalir pada loop kiri adalah 0,003 A dengan arah berlawanan dengan yang dilukiskan pada **Gambar 3.30**. Arus yang mengalir pada loop 2 adalah 0,03 A sesuai dengan arah yang dilukiskan pada **Gambar 3.30**.

Secara umum, rangkaian elektrok pada barang kebutuhan manusia seperti TV, tape recorder, radio, dan sebagainya terdiri dari banyak sekali loop. Loop yang ada biasanya sangat rumit dan besar arus serta tegangan pada bagian-bagiannya sulit diselesaikan secara sederhana seperti di atas. Loop yang dipelajari di Fisika Dasar umumnya sangat sederhana, sekedar untuk memberi pemahaman pada mahasiswa bagaimana metode penyelesain persoalan arus listrik pada rangkaian. Metode tersebut tetap berlaku untuk loop bentuk apa pun, hanya langkah penyelesaian yang lebih panjang dan rumit. Tetapi, dengan adanya kompouter yang makin canggih,

kerumitan tersebut bukan masalah besar.

Persamaan umum banyak loop (dapat diloncat). Jika mika memiliki N buah loop maka ada N buah arus yang harus kita hitung. Dengan menerapkan persamaan Kirchoff berkali-kali maka kita dapatkan bentuk persamaan linier berikut ini

$$\begin{aligned}
&a_{11}I_1 + a_{12}I_2 + ... + a_{1N}I_N = E_1 \\
&a_{21}I_1 + a_{22}I_2 + ... + a_{2N}I_N = E_2 \\
&\ldots \\
&a_{N1}I_1 + a_{N2}I_2 + ... + a_{NN}I_N = E_N
\end{aligned} \qquad (3.26)$$

di mana

A_{ij} adalah mempunyai satuan hambatan yang dapat merupakan satu hambatan tunggal atau operasi sejumlah hambatan, atau bisa saja nol.

I_j adalah arus afa loop ke-j yang akan kita hitung

E_j memiliki satuan tegangan yang dapat merupakan satu sumber tegangan tunggal atau penjumlahan atau pengurangan sejumlah sumber tegangan, atau bisa saja nol.

Persamaan (3.26) dapai ditulis dalam bentuk matrix sebagai berikut

$$AI = E$$

Dengan

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2N} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{N1} & a_{N2} & \ldots & a_{NN} \end{pmatrix}$$

$$I = \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{pmatrix}$$

$$E = \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \vdots \\ E_N \end{pmatrix}$$

Solusi untuk arus dapat diperloeh dengan melakukan perkalian ruas kiri dan kanan menggunakan invers matriks A, yaitu

$$A^{-1}(AI) = A^{-1}E$$

atau

$$I = A^{-1}E \tag{3.27}$$

Inverse suatu matriks dapat diperoleh dengan mudah menggunakan Excel seperti yang akan dibahas dalam contoh berikut ini.

Contoh 3.12

Selesaikan persoalan yang dibahas untuk rangkaian dua loop di atas menggunakan metode matriks.

Jawab

Kita sudah mendapatkan persamaan arus untuk loop pertama dan kedua sebagai berikut

$$I_1\ R_1 + I_1\ R_3 - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) = 0$$

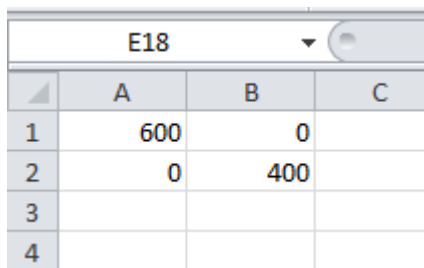
$$I_2\ R_2 - (\varepsilon_2 + \varepsilon_3) = 0$$

Yang dapat ditulis ulang menjadi

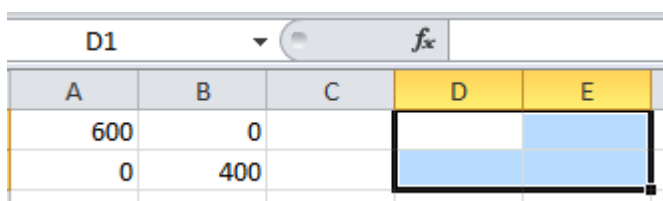
$$(R_1 + R_3)I_1 + 0 \times I_2 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$$

$$0 \times I_1 + R_2 I_2 = \varepsilon_2 + \varepsilon_3$$

Dari persamaan ini kita dapatkan

$$A = \begin{pmatrix} R_1 + R_3 & 0 \\ 0 & R_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 600 & 0 \\ 0 & 400 \end{pmatrix}$$

Dengan mengacu pada **Gambar 3.30** maka pada loop 1, ε_1 = 2 V dan ε_2 = -4

V, pada loop ε_2 = 4 V dan ε_3 = 8V. dengan demikian

$$E = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \\ \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-4 \\ 4+8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 12 \end{pmatrix}$$

Untuk mencari solusi untuk I maka kita perlu mencari dahulu inverse dari matriks A. Kita dapat menentukan dengan mudah menggunakan Excel. Caranya, ketik elemen-elemen matriks pada excel. Misalkan kita masukkan elemen-elemen tersebut pada elemen A1 sampai B2 seperti pada **Gambar 3.31.**

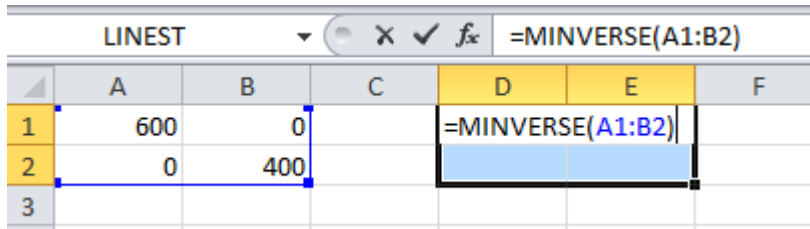
E18

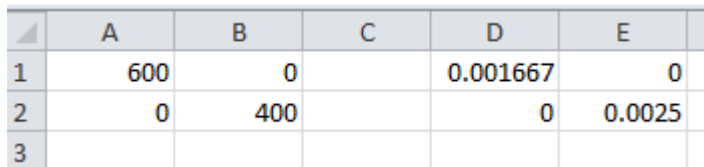
	A	B	C
1	600	0	
2	0	400	
3			
4			

Gambar 3.31 Elemen-elemen matriks A

Untuk mencari invers matrik A, kita highligh sel kosong yang ukurannya sama dengan ukuran matriks A, yaitu 2×2. Misalkan kita highlight sel D1 sampai D2 seperti pada **Gambar 3.32**. Sel kosong inilah yang akan digunakan untuk menempatkan elemen matriks inverse.

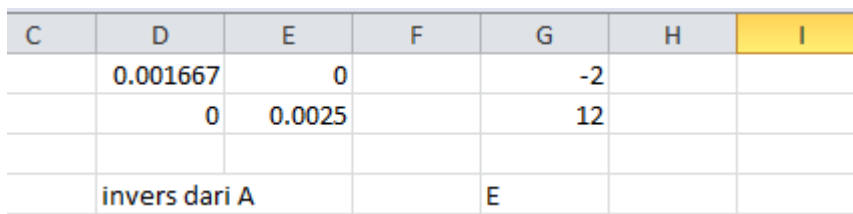
D1 *fx*

A	B	C	D	E
600	0			
0	400			

Gambar 3.32 Highligh sel kosong untuk menempatkan matriks invers

Setelah dihighlight maka ketik persamaan **=MINVESRE(A1:A2)** seperti ditujukkan pada **Gambar 3.33**. Kemudian silanjutkan dengan menekan secara serentak tombol **CTR+SHIFT+ENTER**. Akhirnya kita peroleh matriks inverse pada sel D1 sampai E2 seperti ditunjukkan pada **Gambar 3.34**. Jadi

kita peroleh

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 0{,}001667 & 0 \\ 0 & 0{,}0025 \end{pmatrix}$$

LINEST =MINVERSE(A1:B2)

	A	B	C	D	E	F
1	600	0		=MINVERSE(A1:B2)		
2	0	400				
3						

Gambar 3.33 Persamaan untuk menentukan matriks invers

	A	B	C	D	E
1	600	0		0.001667	0
2	0	400		0	0.0025
3					

Gambar 3.34 Matriks inverse dari A yang diperoleh terdapat di cell D1 sampai E2.

Setelah kita mendaptkan invers dari matrik A maka kita akan megalikan invers tersebut dengan E untuk mendapatkan I. Caranya adalah mengisi elemen-elemen E ke dalam Excel. Misalkan kita isi pada cell G1 dan G2 seperti pada **Gambar 3.35**

C	D	E	F	G	H	I
	0.001667	0		-2		
	0	0.0025		12		
	invers dari A			E		

Gambar 3.35 Cell D1 sampai E2 adalah invers dari matriks A dan cell G1 sampai G2 adalah elemen matriks E.

Kita selanjutnya melakukan operasi matiks menggunakan Excel. Karena hasil perkalian menghasilkan matriks kolom dengan jumlah dua baris maka kita highlight satu kolom dengan dua baris utuk menempatkan hasil perkalian. Misalkan kita akan tempatkan hasil perkalian pada cell H1 sampai H2 seperti diilustrasikan pada **Gambar 3.36.**

C	D	E	F	G	H	I
	0.001667	0		-2	=MMULT(D1:E2,G1:G2)	
	0	0.0025		12		
	invers dari A			E		

Gambar 3.36 Cell H1 dan H2 adalah tempat untuk melatakkan hasil perkalian matiks.

Setelah highlight maka ketik persamaan **=MMUTL(D1:E2,G1:G2)** yang dilanjutkan dengan menekan tombol **CTR+SHIFT+Enter** secara bersamaan sehingga diperoleh hasil paerkalian sepeti pada **Gambar 3.37**. Hari hasil ini kita simpulkan I_1 = -0,00333 A dan I_2 = 0,03 A, sama seperti yang diperoleh sebelumnya

C	D	E	F	G	H	I
	0.001667	0		-2	-0.00333	
	0	0.0025		12	0.03	
	invers dari A			E		

Gambar 3.37 Hasil perkalian invers matriks A dengan E tampak pada kolom H.

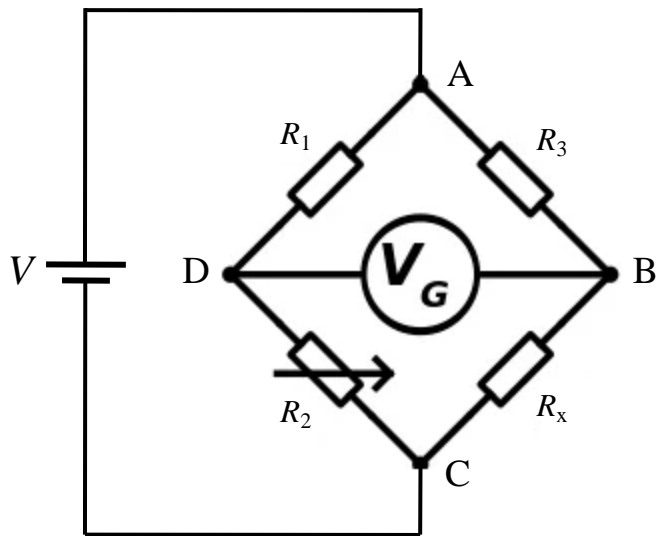
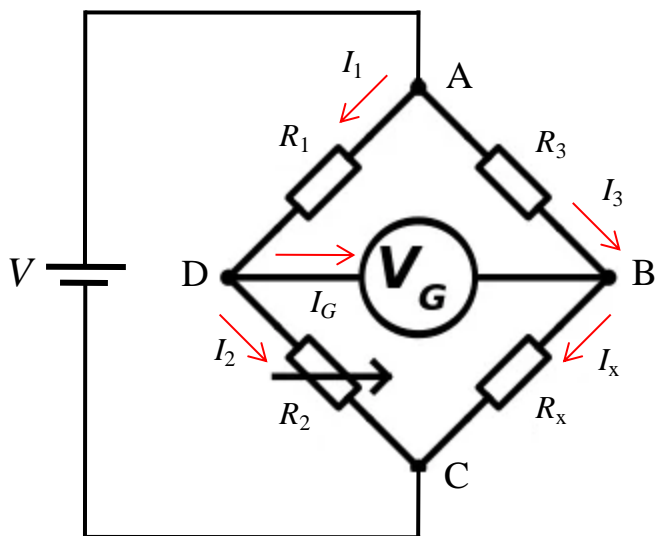
3.17 Jembatan Wheatstone

Salah satu roop yang cukup penting dalam fisika adalah rangkaian jembatan wheatstone. Rangkain ini sering digunakan sebagai sensor yang dapat mendeteksi arus yang cukup kecil. Rangkaian jembatan wheatstone diperlihatkan pada **Gambar 3.38**. Mari kita analisis sifat rangkaian ini. Untuk tujuan tersebut, kita misalkan aliran arus seperti pada **Gambar 3.39.**

Kita gunakan hokum Kirchoff I di titik B dan titik D untuk menentukan hubungan antar arus. Di titik B berlaku

$$I_3 = I_G + I_x$$

dan di titik D berlaku

$$I_1 = I_2 + I_G$$

Gambar 3.38 Rangkaian jembatan Wheatstone

Gambar 3.39 Asumsi aliran arus dalam rangkaian

Kemudian kita gunakan hokum Kirchoff II pada loop atas dan bawah. Pada loop atas berlaku

$$I_3 R_3 - I_G R_G - I_1 R_1 = 0$$

Dan pada loop bawah berlaku

$$I_x R_x - I_2 R_2 + I_G R_G = 0$$

Penggunaan jembatan Wheatstone biasa diatur sehingga arus yang mengalir melalui jembatan (arus yang mengalir dari titi D ke titik B) dibuat nol. Penola arus tersebut dilakukan dengan mengatur hambatan R2 yang biasanya merupakan potensiometer. Hambatan R2 diperbesar atau diperkecil sehingga arus yang mengalir pada jalur tersebut nol. Dalam kondisi setimbang tersebut maka dari hokum Kirchoff I kita peroleh I1 = I2 dan I3 = Ix. Dan dari hokum Kirchoff II kita peroleh $I_3 R_3 - I_1 R_1 = 0$ dan $I_x R_x - I_2 R_2 = 0$, atau

$$I_3 R_3 = I_1 R_1$$

Dan

$$I_x R_x = I_2 R_2$$

Jika dua persamaan tersebut dibagi maka diperoleh

$$\frac{I_x R_x}{I_3 R_3} = \frac{I_2 R_2}{I_1 R_1}$$

Karena I1 = I2 dan I3 = Ix maka kita dapatkan

$$R_x = \frac{R_2 R_3}{R_1} \tag{3.28}$$

Apa makna persamaan (3.28)? Maknanya adalah kita dapat meenntukan nilai hambatan R_x menggunakan jembatan Wheatstone dengan mengatur arus yang mengalir pada jalur tengah sama dengan nol. Hambatan Rx hanya ditentukan oleh nilai hambatan R_1, R_2, dan R_3.

Pertanyaan berikutnya adalah berapakah tegangan antara titik D dan B? Misalkan arus yang mengalir dari titik D ke titik B sangat kecil dan mkendekati nol maka kita tetap dapat melakukan aproksimasi $I_1 = I_2$ dan $I_3 = I_x$. Namun jika hambatan yang dimiliki VG sangat besar, maka meskipun arus yang mengalir dari titik D ke B sangat kecil, namun perkalian arus

dengan hambatan VG bisa cukup besar dan tidak dapat diabaikan. Untuk menentukan tegangan antara titik D dan B kita tulis ulang hokum Kirchoff II sebagai berikut. Pada loop bawah berlaku

$$I_x R_x - I_2 R_2 + V_G = 0$$

atau

$$V_G = I_2 R_2 - I_x R_x \tag{3.29}$$

Misalkan tegangan yang diterapkan adalah Vs (tegangan antara titik A dan C). dengan menggunakan hokum Kirchoff antara titik A dan C di jalur kiri kita peroleh

$$V_s = I_1 R_1 + I_2 R_2$$

$$= I_2 (R_1 + R_2)$$

atau

$$I_2 = \frac{V_s}{R_1 + R_2}$$

Dengan cara serupa, apabila kita terapkan hokum Kirchoof antara titik A dan C di jalur kanan kita peroleh

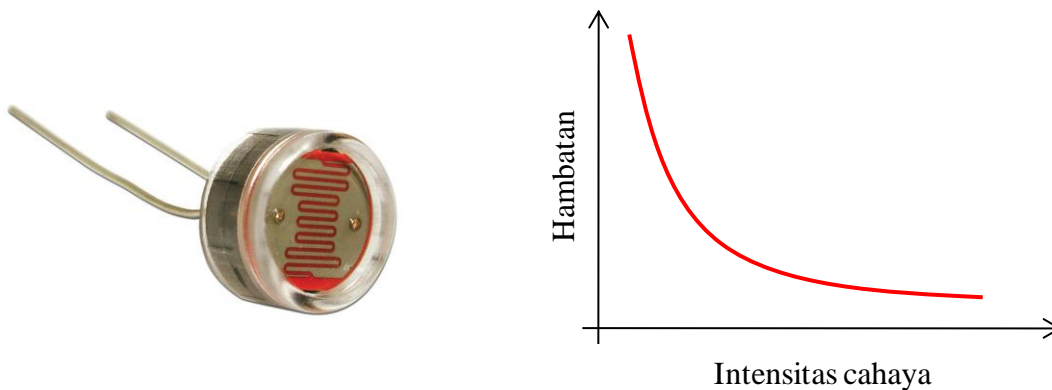
$$I_x = \frac{V_s}{R_3 + R_x}$$

Substitusi kedua ungkapan arus di atas ke dalam persamaan (3.29) maka diperoleh

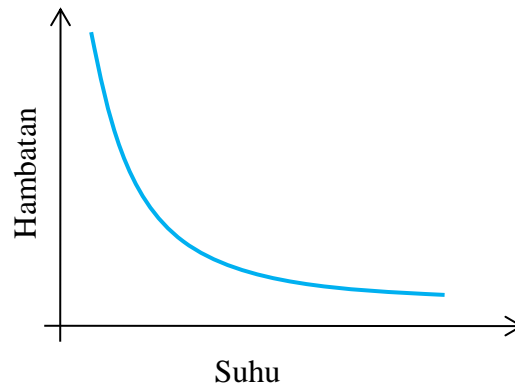
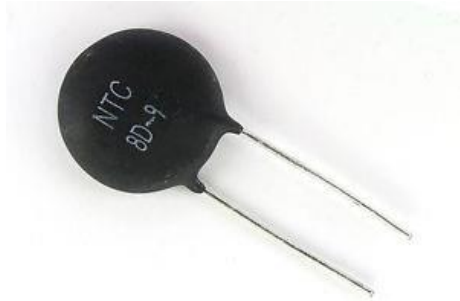
$$V_G = \frac{V_s}{R_1 + R_1} R_2 - \frac{V_s}{R_3 + R_x} R_x$$

$$= \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_x}{R_3 + R_x} \right) V_2 \tag{3.30}$$

Tampak dari persamaan (3.30) bahwa jika hambatan Rx berubah-ubah maka tegabngan V_G yang diukur berubah-ubah juga. Dengan demikian, jembatan Wheatstobe dapat digunakan sebagai sensor, besaran fisis yang menghasilkan perubahan hambatan jika besaran fisis tersebut berubah. Sensor tersebut dipasang pada posisi R_x.

Contoh besasar fisis yang dapat diukur dengan jembatan Wheatstone adalah intensitas cahaya. Sebagai sensor kita gunakan komponen LDR (*light dependent resistor*). Komponen ini adalah sebuah hambatan yang nilai hambatannya bergantung pada intensitas cahaya yang jatuh padanya. Maikin tinggi intensiotas cahaya yang jatuh maka hambataan yang dimiliki makin kecil. **Gambar 3.40** adalah contoh LDR serta contoh kurva hambatan sebagai fungsi intensitas cahaya. Komponen ini dipasang pada jembatan Whweatstone pada posisi R_x. Dengan berubahnya intensitas cahaya maka nilai Rx berubah sehingga mengubah nilai V_G. Berdasarkan nilai V_G tersebut maka nilai R_x diketahui dan dengan menggunakan kuerva hubungan antara intensitas dan hambatan maka intensitas cahaya dapat ditentukan. Rangkaian ini dapat langsung dihubungkan dengan computer sehingga pengukurabn dapat diloakukan secara otomatis dalam rentang waktu yang lama.

Gambar 3.40 (kiri) contoh LDR dan (kanan) contoh kurva hambatan sebagai fungsi intensitas cahaya

Aplikasi lain adalah untuk sensor suhu. Kita dapat menggunakan komponen yang namanya termistor. Komponen ini juga sebuah hambatan yang nilai hambatannya bergantung pada suhu. Nilai hambatan berkurang dengan bertamhanya suhu. **Gambar 3.41** adalah contoh termistor dan kurva hambatan sebagai fungsi suhu. Untuk mendeteksi suhu

menggunakan jembatan wheatstone maka kita tempatkan termistror pada posisi Rx.

Gambar 3.41 (kiri) contoh termistor dan (kanan) contoh kurva hambatan sebagai fungsi suhu

3.18 Daya listrik

Jika arus listrik mengalir pada sebuah hambatan maka hambatan tersebut akan menjadi panas. Ini menunjukkan bahwa pada hambatan tersebut terjadi proses perubahan energi dari energi listrik menjadi energi panas. Pertanyaannya, berapakah energi listrik yang diubah penjadi panas per detik? Atau berapakah daya listrik yang diubah menjadi panas per detik pada suatu hambatan?

Mari kita tinjau arus yang mengalir melewati sebuah hambatan selama selang waktu Δt. Jumlah muatan yang mengalir selama waktu ini adalah $\Delta q = I\Delta t$. Arus mengalir dari satu ujung hambatan ke ujung lain yang memiliki beda potensial *V*. Dengan demikian, ketika muatan bergerak dari satu ujung hambatan ke ujung lainnya, muatan tersebut mendapat tambahan energi sebesar $\Delta U = \Delta q V$

Tambahan energi ini seharusnya menyebabkan energi kinetik muatan saat mencapai ujung kedua dari hambatan makin besar. Atau saat mencapai ujung kedua hambatan, kecepatan muatan makin besar sehingga arus di ujung kedua muatan juga makin besar. Tetapi, dalam rangkaian besar arus di ujung awal maupun ujung akhir hambatan sama. Ini berarti tambahan energi yang didapat muatan dibuang dalam bentuk panas sehingga energi kinetik muatan tidak berubah. Jadi, jumlah energi yang diubah menjadi panas adalah

$$\Delta Q = \Delta q V$$

$$= I\Delta t V$$

Dengan demikian, daya yang dibuang pada hambatan adalah

$$P = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

$$= IV \quad (3.31)$$

Dengan menggunakan hukum Ohm $V = IR$ maka kita juga dapat menulis

$$P = I^2 R \quad (3.32)$$

Contoh 3.13

Lampu pijar 75 W, 220 V dihubungkan secara paralel dengan lampu pijar 40 W, 220 V. Berapakah hambatan total lampu? Berapa daya yang dihasilkan gabungan dua lampu jika dihubungkan dengan tegangan 110 V?

Jawab

Lampu pijar bekerja berdasarkan prinsip produksi panas pada kawat filamen. Kawak filament memiliki hambatan yang cukup besar sehingga ketika dialiri arus listrik maka terjadi disipaya daya dalam bentuk panas dalam jumlah besar. Suhu filament menjadi sangat tinggi (ribuan derajat celcius) sehingga filament berpijar. Penulisan 75 W, 220 V artinya jika dihubungkan dengan tegangan 220 V maka lampu menghasilkan daya 75 W. Ini berarti, hambatan yang dimiliki kawat filament memenuhi persamaan $R = V^2 / P$. Dengan demikian,

Hambatan lampu pertama $R_1 = V^2/P_1 = 220^2/75 = 645$ Ω.

Hambatan lampu kedua $R_2 = V^2/P_2 = 220^2/40 = 1\ 210$ Ω.

Karena kedua lampu dihubungkan secara parallel maka filament lampu membentuk susunan hambatan parallel. Hambatan total lampu, R memenjadi

$$1/R = 1/645 + 1/1\ 210 = 0{,}00155 + 0{,}000826 = 0{,}002376$$

atau

$$R = 1/0{,}002376 = 421\ \Omega$$

Karena lampu dihubungkan secara parallel maka tegangan antara dua

ujung lampu sama. Dengan menghubungkan pada tegangan 110 V maka daya total gabungan dua lampu menjadi

$$P = \frac{V^2}{R}$$

$$= \frac{110^2}{421} = 28,7 \text{ W}$$

Contoh 3.14

Suatu loop mengandung sebuah baterei dengan tegangan 1,5 V dan sebuah hambatan dengan hambatan 2 kΩ. Anggaplah baterei memiliki hambatan dalam nol. (a) Berapakah arus yang mengalir dalam loop? (b) berapa daya listrik yang hilang pada hambatan? (c) Berapa daya listrik yang hilang pada baterei?

Jawab

(a) Arus yang mengalir dalam loop

$$I = \varepsilon / R = 1,5/2000 = 0,00075 \text{ A}$$

(b) daya listrik yang hilang pada hambatan

$$P = I^2 R = (0,00075)^2 \times 2000 = 0,0011 \text{ W}$$

(c) Daya listrik yang hilang pada baterei

$$\text{P} = \varepsilon I = 1,5 \times 0,00075 = 0,0011 \text{ W}$$

Kalian perhatikan bahwa daya yang hilang pada baterei sama dengan daya listrik yang diubah menjadi energi panas pada hambatan.

Contoh 3.15

Dua hambatan, ketika dihubungkan secara seri ke tegangan 110 V menghasilkan daya seperempat dari yang dihasilkan ketika kedua hambatan tersebut dihubungkan secara paralel. Jika hambatan satu hambatan 2,2 kΩ, berapakah hambatan hambatan yang lainnya?

Jawab

Misalkan hambatan hambatan yang lain R maka:

i) Ketika dihubungkan seri, hambatan total adalah $R_s = R + 2200\ \Omega$. Daya yang dihasilkan $P_s = V^2/R_s$

ii) Ketika dihunungkan secara paralel maka hambatan total R_p memenuhi $1/R_p = 1/R + 1/2200 = (2200 + R)/2200R$ atau $R_p = 2200\ R/(2200 + R)$. Daya yang dihasilkan $P_p = V^2/R_p$

Berdasarkan informasi soal $P_s = 1/4\ P_p$ sehingga $V^2/R_s = (1/4)\ V^2/R_p$, atau $1/R_s = 1/4R_p$ atau

$$R_s = 4\ R_p$$

$$R + 2200 = 4 \times 2200\ R/(R + 2200)$$

$$(R + 2200)^2 = 8800\ R$$

$$R^2 + 4400R + 4.840.000 = 8800\ R$$

$$R^2 - 4400\ R + 4.840.000 = 0$$

$$(R - 2200)^2 = 0$$

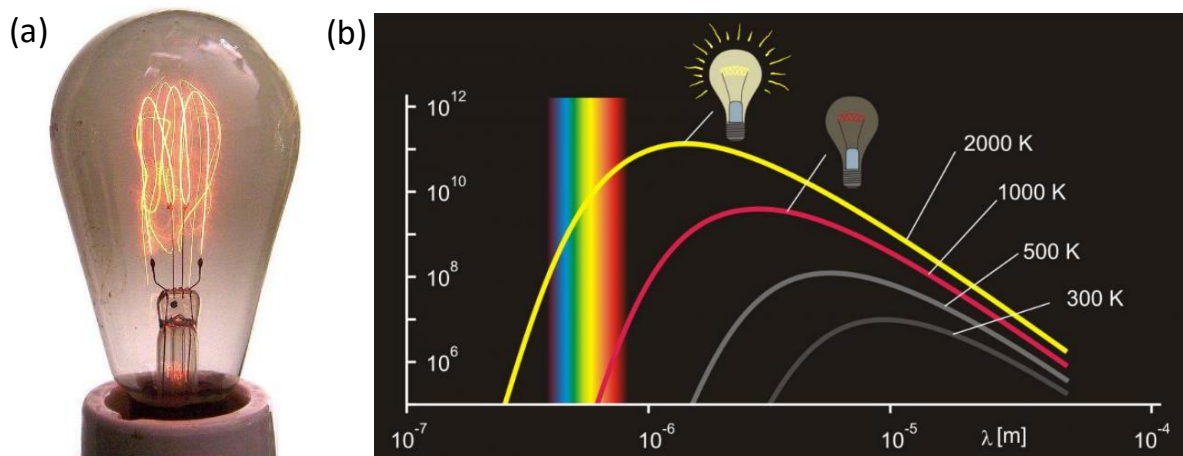
atau

$$R = 2200\ \Omega$$

Jadi hambatan lain memiliki hambatan 2200 Ω juga.

***Bagaimana prinsip kerja lampu pijar*.** Kalau kita beli lampu pijar maka kita akan melihat filament tipis di dalamnya. Ada yang digulung da nada yang dilewatkan berikut saja pada beberapa untai penyagga. Bagaimana prinspip kerja lampu pijar? Filamen lampu pijar adalah kawat yang memiliki hambatan cukup tinggi. Ketika digunungka dengan tegangan listrik, seperti tegangan listrik PLN, maka terjadi disipasi daya yang besar pada filament tersebut sehingga suhu filament meningkat tajam. Ketika suhu sudah mencapai di atas 1000 ^{o}C maka filament mulai berpendar memancarkan cahaya (**Gambar 3.42**). Warna cahaya yang dipancarkan bergantung pada suhu yang dimiliki. Agar lampu pijar menghasilkan warna kuning seperti maka suhu filament harus

sekitar 2000 °C. Ini adalah suhu yang sangat tinggi yang dapat membuat kebanyakan material meleleh. Pada suhu ini pun atom-atom gas akan terurai menjadi ion positif dan negative (electron lepas dari atom) sehingga gas berubah menjadi konduktor. Untuk menghindari terbentuknya gas yang bersifat konduktif maka ruang dalam lampu pijar divakumkan. Namun, filament lampu pijar terbuat dari material yang bisda bertahan pada suhu tersebut.

Pertanyaan kita adalah, berapakah hambatan filament dalam lampu pijar? Kita dapat menghitung dengan mudah dengan mengacu pada data tegangan dan daya yang dimiliki lampu. Misalkan pada lampu pijar tertulis tegangan 220 Volt dan data 50 Watt. Maka hambatan filament lampu pijar adalah $R = V^2/P = 220^2/50 = 968\ \Omega$.

Gambar 3.42 (a) Contoh lampu pijar yang sedang menyala. Tampak filament berwarna kekuningan. (b) kurva intensitas cahaya yang dipancarkan lampu pijar dikaitkan dengan suhu filament (Science in School)

Saat ini lampu pijar mulai jarang digunakan karena tidak efisien. Sebagian energy listrik yang diberikan pada filament tidak semuanya berubah menjadi cahaya. Sebagian energy tersebut berubah menjadi panas. Kalau kita pegang lampu pijar yang telah menyala beberapa saat maka kita merasakan suhu lampu yang sangat tinggi. Teknologi sudah berkembang sangat pesat sejak Thomas Alfa Edison menemukan lampu pijar. Lampu hemat energy yang digunakan saat ini berbasis *light emitting diode* (LED). Energi listrik yang dialirkan ke LED sebagian besar berubah menjadi cahaya dan hanya sedikit yang menjadi panas. Dengan demikian

LED sangat efisien. Di samping itu, LED dapat dijalankan dengan sumber tegangan listrik yang sangat kecil namun tetap menghasilkan cahaya yang terang. Hanya dengan menggunakan baterei maka kita dapat menghasilkan cahaya LED yang sangat terang. Dan kerena sangat hemat maka satu baterei dapat menyalakan lampu LED beberapa jam.

Mengapa Kabel Listrik Berserabut?. Tampak dari persamaan (3.32) bahwa untuk memperkecil disipasi daya pada kabel maka hambatan listrik kabel harus diperkecil. Dengan mengacu pada persamaan (3.17) maka salah satu cara untuk mengurangi hambatan kabel adalah menggunakan material dengan hambatan jenis kecil seperti tembaga atau aluminium. Tetapi hambatan jenis material di alam sudah tertentu dan tidak dapat diubah kecuali melakukan rekayasa material. Rekayasa tersebut dapat berupa membuat material campuran atau material baru yang memiliki hambatan lebih kecil dari material yang ada di alam. Pendekatan yang lebih mudah adalah menggunakan kabel dengan luas penampang lebih besar. Makin besar luar penampang maka hambatan makin kecil. Namun cara ini akan mengalami kendala di lapangan. Kalau luas penampang besar maka kebel menjadi lebih kaku, bahkan sulit dibengkokkan. Kesulitan tersebut menyebabkan kabel sulit disambung atau dililit, padahal dalam sejumlah penerapan kabel, proses persambungan dan lilitan adalah kegiatan yang selalu muncul? Lalu bagaimana solusinya? Caranya adalah membuat kabel bentuk serabut, seperti diiliustrasikan pada **Gambar 3.43** Kabel secara keseluruhan terdiri dari serabut dengan luas penampang kecil. Karena jumlah serabut banyak maka luas penampang total seluruh serabut menjadi bear sehingga hambatan kabel menjadi kecil. Namun, karena kabel merupakan kumpulan serabut maka kabel masih mudah untuk digulung atau dililit.

Transmisi melalui jaringan SUTET. Jaringan SUTET (saluran udara tegangan ekstra tinggi) umunya digunakan untuk menyalurkan energi dengan daya besar. SUTET umumnya dipasang dari pembangkit tenaga listrik ke lokasi pemukiman. Kalau kalian melewati jalan tol Purbaleunyi maka akan mengamati sejumlah SUTET di atas jalan tol. Di sekitar tol Purbaleunyi terdapat dua PLTA besar, yaitu Jatiluhur dan Cirata yang berada di sungai Citarum. Dua PLTA tersebut berada di Kabupaten Purwakarta, Jawa Barat .

PLTA lain yang juga berada di sungai Citarum adalah PLTA Saguling yang berlokasi di Kabupaten Bandung Barat, Jawa Barat. Tegangan listrik pada SUTET dapat mencapai 250.000 volt. Pertanyaannya adalah, mengapa listrik tersebut ditransmisikan melakui tegangan yang tinggi, bukan melalui arus yang tinggi?

Gambar 3.43 Contoh kabel listrik berserabut agar memudahkan pelengkungan atau pelilitan (www.wykop.pl)

Pembangkit listrik menghasilkan daya listrik tersentu. Contohnya, PLTA Jatuluhur menghasilkan daya 187 MW, PLTA Saguling dan Cirata masing-masing menghasilkan daya 700 MW dan 1.008 MW. Jika energi listrik diktransmisikan pada tegangan V maka arus litrik yang mengalir adalah $I = P/V$. Tampak bahwa arus listrik yang ditransmisikan berbanding terbalik dengan tegangan transmisi. Dengan menggunakan tegangan transmisi ratusan kilovolt maka arus yang dihasilkan menjadi sangat kecil.

Jalur transmisi memiliki hambatan tertentu. Dengan mengingat persamaan (3.32) tampak bahwa daya yang terbuang dalam bentuk panas sepanjang jalur transmisi berbanding lurus dengan kuadrat arus transmisi. Akibatnya, dengan memperkecil arus transmisi akibat penggunakan tegangan ekstra tinggi maka daya yang terbuang sepanjang jaringan menjadi minimum. Dengan

perkataan lain, penggunakan tegangan transmisi tinggi akan meningkatkan efisiansi transmisi daya.

Furnace. Furnace adalah alat pemanas suhu tinggi. Susu yang dihasilkan furnace bisa di atas 1000 ^{o}C. Bagaimana menghasilkan suhu sebesar itu?

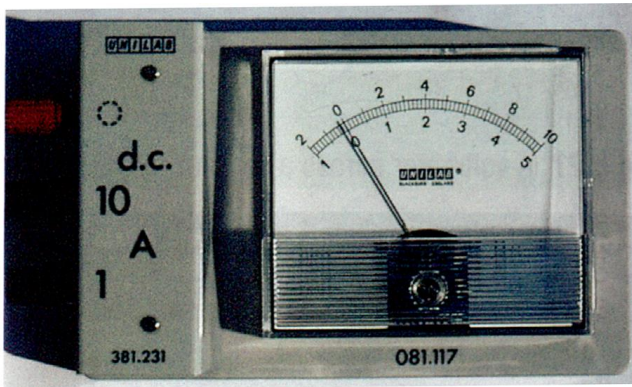
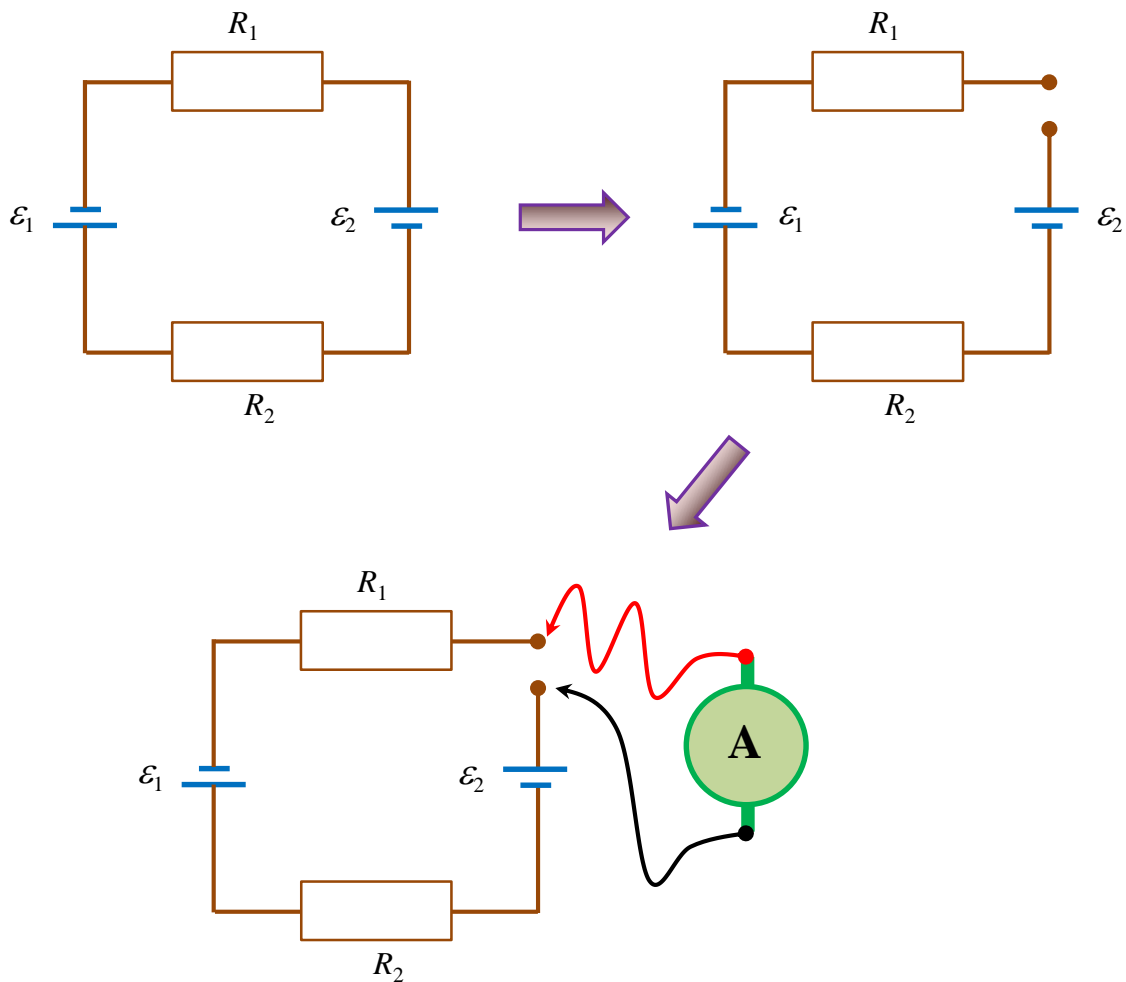
Prinsipnya adalah menggunakan material yang memiliki hambatan sangat besar. Material tersebut dialiri arus listrik yang sangat besar sehingga dihasilkan pana yang besar pula. Panas yang dihasilkan harus sedikit mungkin mengalir ke udara sekitar sehingga yang dipanasi hanya ruang dalam furnace. Oleh karena itu dinding futnace terbuat dari material yang sangat sulit dilewati panas dan biasanya sangat tebal. Energi yang dihasilkan hambatan semata-semata digunakan untuk memanaskan udara dalam ruang furnace.

Suhu hambatan penghasil panas lebih tinggi lagi daripada suhu ruang dalam furnace. Oleh karena itu, material yang dipanasi di samping memilki hambatan listrik besar juga harus memiliki ketahanan yang besar terhadap panas (tidak mudah rusak oleh pemanasan pada suhu tinggi). Apalagi pemanasan furnace dilakukan berlang-ulang sehingga hambatan penghasil panas berulang-ulang berada pada suhu rendah dan suhu sangai tinggi. Dalam kondisi seperti itu kebanyakan material akan cepat rusak. Maka hambatan elemen pemanas furnace harus berupa material khusus. Contoh material seperti itu adalah silicon carbide (SiC). Material ini dibentuk oleh atom silicon dan karbon memiliki ketahahan termal sangat tinggi. Hambatan jenis SiC adalah ****.

3.19 Pengukuran arus listrik

Berapa besar arus listrik yang mengalir dalam suatu rangkaian dapat diukur dengan alat yang namanya galvanometer atau amperemeter. **Gambar 3.44** adalah contoh amperemeter analog. Amperemeter analog menggunakan jarum sebagai penunjuk arus yang diukur.

Untuk mengukur arus yang mengalir pada rangkaian, pertama-tama rangkaian harus diputus. Dua ujung kabel yang diputus dihubungkan ke dua terminal amperemeter sehingga arus mengalir ke dalam amperemeter. Proses tersebut diilustrasikan pada **Gambar 3.45**. Besarnya arus yang mengalir akan ditunjukkan oleh layar peraga amperemeter. Layar peraga tersebut dapat berupa jarum (untuk

amperemeter analog) atau angka-angka (untuk amperemeter digital).

Gambar 3.44 Contoh amperemeter. Arus yang diukur ditunjukkan langsung oleh jarum.

Gambar 3.45 Tahap pengukuran arus dengan amperemeter. (a) rangkapan yang akan diukus arusnya. (b) rangkaian diputus dan (c) ujung rangkaian yang diputus dihubungkan ke terminal amperemeter.

Yang perlu diperhatikan

Beberapa hal yang harus diperhatikan saat mengukur arus dengan amperemeter di antaranya

a) Amperemeter miliki hambatan, walaupun sangat kecil. Ketika amperemeter dipasang untuk mengukur arus maka hambatan total rangkaian menjadi lebih besar sehingga arus yang mengalir sedikit berkurang. Jadi arus yang ditunjukkan oleh amperemeter sedikit lebih kecil daripada arus yang mengalir sebelum amperemeter dipasang. Namun:

i) Jika hambatan total dalam rangkaian cukup besar maka hambatan yang dimiliki amperemeter dapat dibaikan sehingga arus yang dibaca oleh amperemeter hampir sama dengan arus yang mengalir sebelum amperemeter dipasang.

ii) Jika hambatan total dalam rangkaian sangat kecil, maka pemasangan amperemeter dapat mengubah arus yang mengalir cukup signifikan. Arus yang dibaca amperemeter jauh lebih kecil daripada arus yang mengalir sebelum amperemeter dipasang.

b) Ada batas maksimum arus yang dapat diukur oleh amperemeter. Jika arus yang diukur melebihi batas maksimum tersebut, maka amperemeter dapat rusak dan terbakar. Untuk itu, sebelum melakukan pengukuran, kalian perkirakan dulu besarnya arus yang mengalir dalam rangkaian. Jika kalian yakin bahwa arus yang mengalir masih berada di bawah batas maksimum yang bisa diukur amperemet, kalian dapat mengukur.

Mengukur arus yang melebihi batas maksimum kemampuan amperemeter

Bagaimana mengukur arus yang nilainya melebihi kemapuan pengukuran amperemeter? Kita dapat memasang hambatan “shunt” yang dipasang secara parallel dengan salah satu hambatan dalam rangkaian. Peranan hambatan ini adalah untuk membagi arus sehingga sebagian mengalir di hambatan shunt dan sebagian mengalir di hambatan dalam rangkaian amperemeter. Nilai hambatan shunt harus cukup kecil sehingga arus yang mengalir pada amperemeter lebih kecil dari arus maksium yang dapat diukur amperemeter.

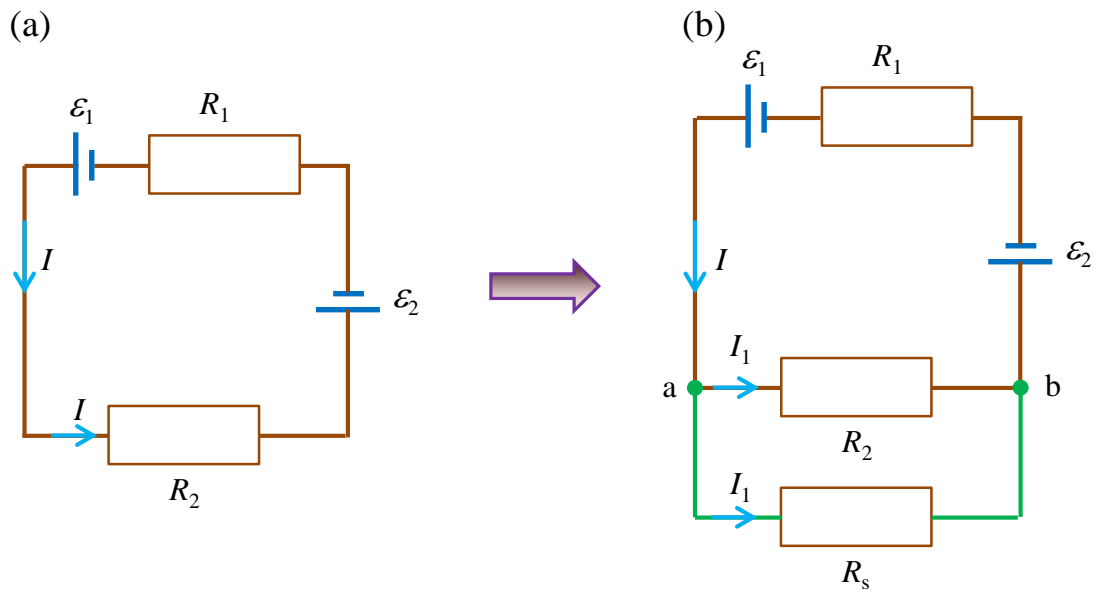
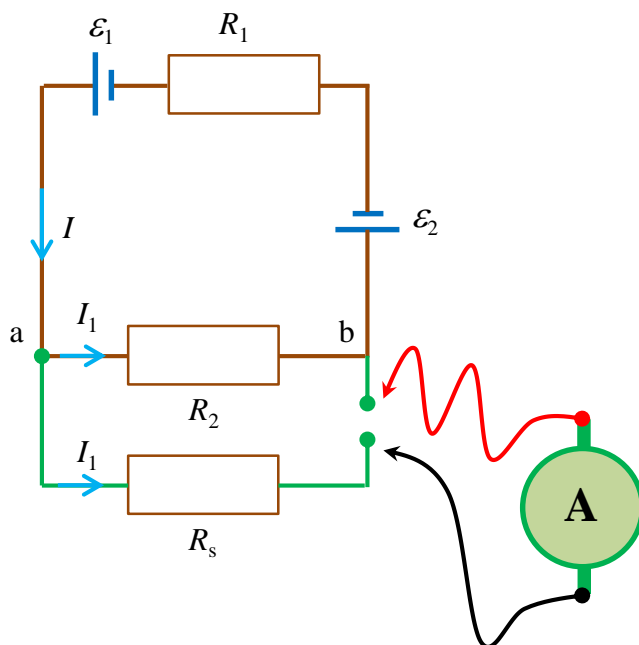
Tampak dari **Gambar 3.46** (b)

$$I = I_1 + I_2$$

$$I_1 = V_{ab}/R_2$$

$$I_2 = V_{ab}/R_s, \text{ atau} \qquad V_{ab} = I_2 R_s$$

Jadi

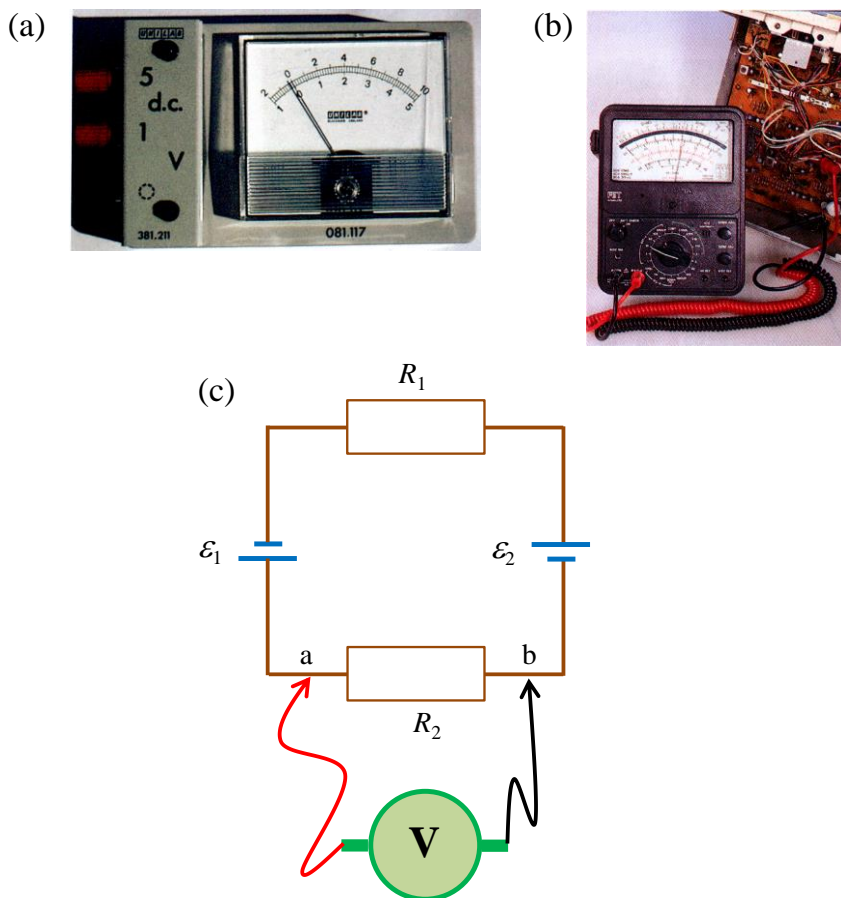
$$I_1 = I_2 R_s / R_2$$

Gambar 3.46 (a) Rangkaian mula-mula dan (b) rangkaian setelah dipasangkan hambatan shunt.

Gambar 3.47 Teknik pengukuran arus yang melebihi kemampuan ukur amperemeter

Dan arus total menjadi

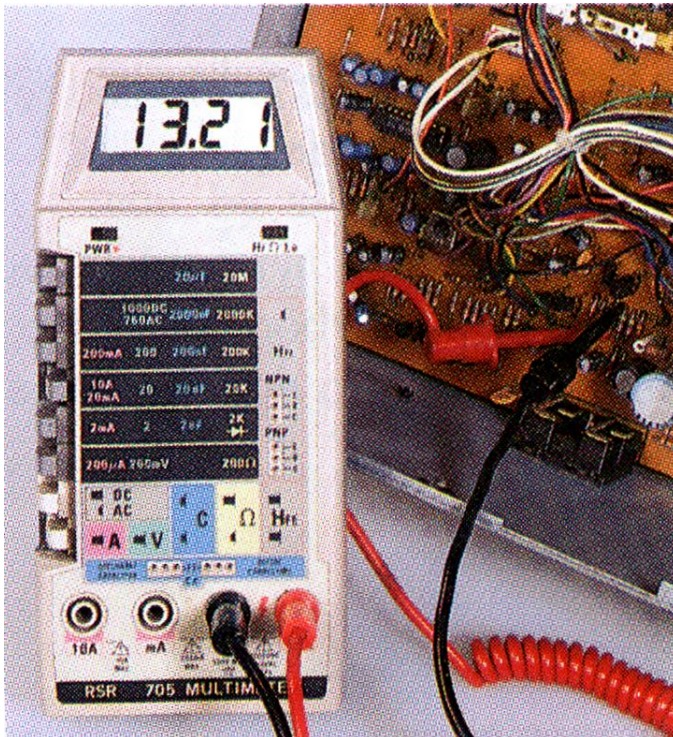
$I = I_2 R_s/R_2 + I_2 = (1 + R_s/R_2) I_2$

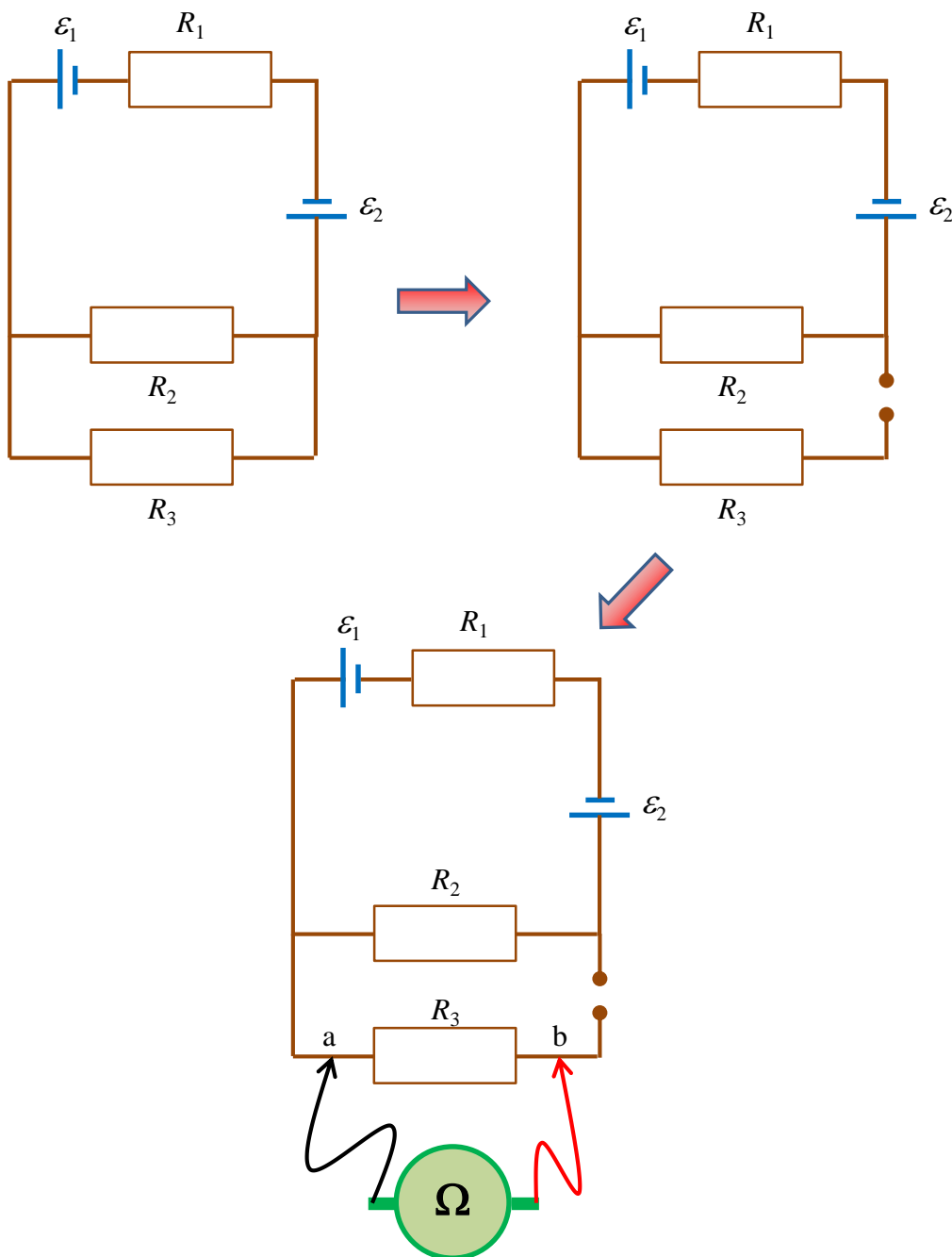
Jadi, dengan mengukur I_2 maka nilai arus yang mengalir pada rangkaian semula dapat ditentukan. Pemasangan amperemeter pada saat pengukuran menjadi seperti pada **Gambar 3.47**

Mengukur beda potensial dua titik

Beda potensial antara dua titik dalam rangkaian dapat diukur dengan alat yang namanya voltmeter. Pengukuran beda potensial tidak perlu memutus rangkaian yang ada. Cukup menyentuhkan dua terminal voltmeter dengan dua titik yang akan diukur beda potensialnya seperti diilustrasikan pada **Gambar 3.48**. Beda potensial langsung terbaca pada layar voltmeter. Layar tersebut dapat berupa jarum (untuk volmeter analog) atau angka-angka (volmeter digital).

Gambar 3.48 (a) contoh voltmeter, (b) volmeter sedang digunakan untuk mengukur beda potensial dua titik dalam rangkaian, (c) skema pemasangan voltmeter saat mengukur beda potensial antara dua titik (titik a dan b).

Mengukur Hambatan Listrik

Hambatan listrik suatu resistor atau antar dua titik dalam rangkaian dapat diukur secara langsung dengan alat yang namanya Ohmmeter. Pengukuran dilakukan dengan menyentuhkan dua terminal Ohmmeter dengan dua ujung hambatan atau dua titik dalam rangkaian yang akan diukur hambatannya seperti ditunjukkan pada **Gambar 3.49**.

Gambar 3.49 Mengukur hambatan listrik dalam rangkaian dengan multimeter digital

Tetapi harus diingat, saat mengukur hambatan, komponen atau dua titik dalam rangkaian yang akan diukur hambatannya harus diisolasi dari rangkaian lainnya. Jika akan mengukur nilai sebuah hambatan dalam rangkaian maka salah satu kaki hambatan tersebut harus dipotong dari rangkaian (**Gambar 3.50**). Hal yang sama dilakukan ketika mengukur hambatan antar dua titik dalam rangkaian. Salah satu titik diputus dari rangkaian induk baru dilakukan pengukuran.

Gambar 3.50 Tahapan pengukuran nilai hambatan suatu komponen dalam rangkaian dengan Ohmmeter. (a) rangkaian asal di mana nilai R_3 akan diukur, (b) salah satu kaki R_3 diputus hubungannya dengan rangkaian, (c) hambatan R_3 diukur dengan Ohmmeter.

3.20 Hambatan listrik lapisan Bumi

Bumi dibentuk oleh lapisan material yang berbeda-beda. Material tersebut memiliki hambatan listrik yang berbeda-beda pula. Mulai dari yang paling kecil seperti logam hingga yang paling besar seperti lempung. Nilai

umum hambatan tanah berkisar antara 10 sampai 10000 Ωm. Jika kita dapat mengukur hambatan jenis material yang ada di sekitar permukaan bumi hingga masuk ke kedalaman beberapa ribu meter maka kita akan mengetahui material penyusun lapisan permukaan bumi, berada pada kedalaman berapa, dan volumenya berapa. Inilah salah satu dasar ilmu ekplorasi geofisika. Sebelum memulai melakukan penggalian tambang (eksploitasi) maka pengukuran kandungan barang tambang tersebut (eksplorasi) wajib dilakukan untuk menghindari kegagalan pengeboran. Karena pengeboran memerlukan biaya yang sangat besar maka kegagalan pengeboran akan menghasilkan kerugian yang besar pula. Dengan demikian, informasi yang akurat tentang material penyusunan lapisan di bawah tanah wajib dimiliki. Dan salah satunya adalah pengukuran hambatan jenis material di dalam tanah.

Pengukuran hambatan material tanah dilakukan dengan memasukkan arus listrik yang sangat besar ke dalam tenah lalu mengukur potensial listrik yang dihasilkan di sekitar aliran arus tersebut. Potensial yang terukur merepresentasikan hambat jenis tanah. Makin besar potensial yang dihasilkan antara dua titik sekitar aliran arus maka makin besar hambatan yang dimiliki tanah (ingat, arus yang sama yang mengalir opada hambatan yang lebih besar akan menghasikan tegangan yang lebih besar). **Gambar 3.51** adalah contoh para ahli eksplorasi sedang melakukan pengukuran hambatan listrik lapisan bumi. Pertanyaannya adalahan bagaimana konstruksi pengukuran sehingga diperoleh informasi hambatan jenis tanah tersebut?

Saat ini, ada dua metode yang terkenal untuk mengukur hambat jenis tanah menggunakan arus dc seperti yang dijelaskan di atas. Metode pertama adalag metode Wenner dan metode kedua adalah metode Schlumberger. Susunan elektrodan masing-masing metode tersebut tampak pada **Gambar 3.52**. Tampak bahwa susunan elektroda pada kedua metode tersebut hampir sama. Elektroda penyuplai arus berada di sisi luar sedangkan elektroda pengukuran tegangan berada di sisi dalam. Perbedaan kedua metode tersebut hanya pada spasi antar elektroda. Pada metode Wenner, semua elektroda ditempatkan pada spasi yang sama, sedangkan pada metode Schlumberger, spasi antar elektroda ada yang berbeda, terutama jarak antar elektroda pengukur tegangan berbeda dengan jarak antara elektroda arus dan elektroda pengukur tegangan.

Gambar 3.51 Para ahli sedang melakukan pengukuran hambatan listrik lapisan bumi (archive.epa.gov)

Dengan menggunakan susunan seperti pada **Gambar 3.52**(a) atau (b) maka profil aliran arus yang dihasilkan dalam permukaan bumi tampak pada **Gambar 3.53**. Dengan adanya aliran arus maka terbentuk pula garis-garis ekipotensial (garis yang memiliki potensial yang sama). Volmeter mengukur beda potensial antara dua tempat yang memiliki garis ekipotensial yang berbeda.

Dengan susunan seperti pada **Gambar 3.52**(a) maka hambatan tanah yang diperoleh menggunakan metode Wenner memenuhi

$$\rho_B = \frac{4\pi a}{1 + \frac{2a}{\sqrt{a^2 + 4b^2}} - \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}} \left(\frac{V}{I} \right) \quad (3.33)$$

dengan

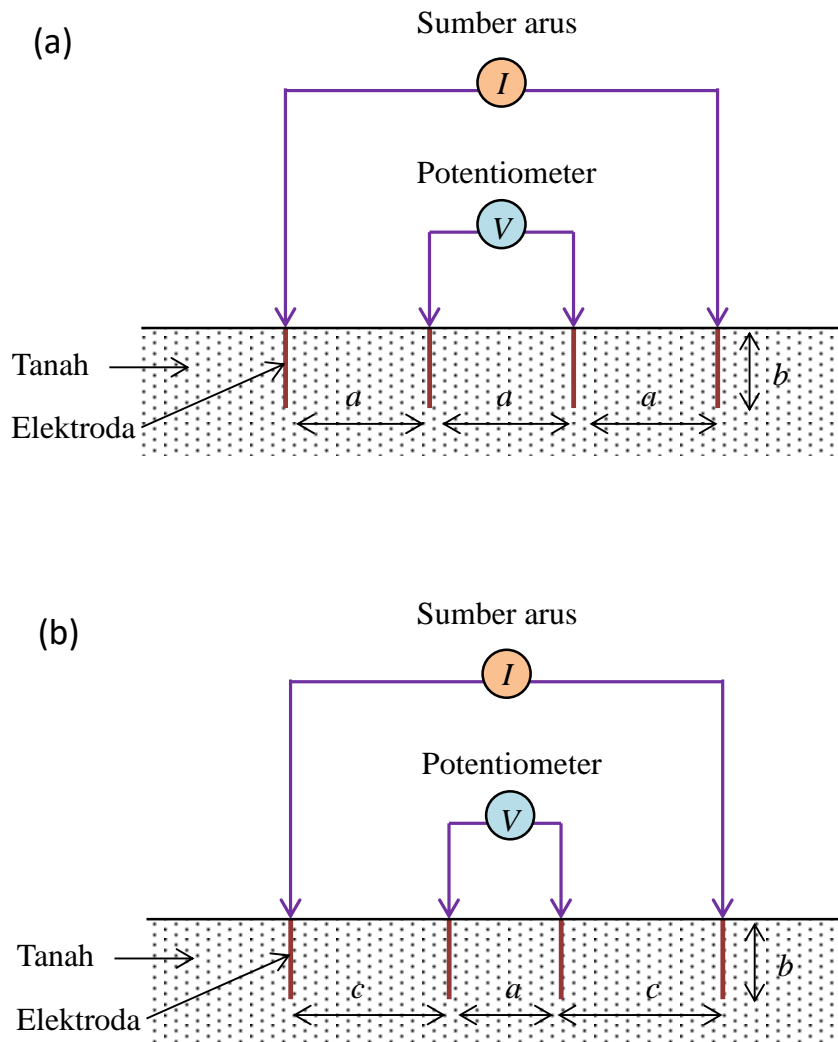
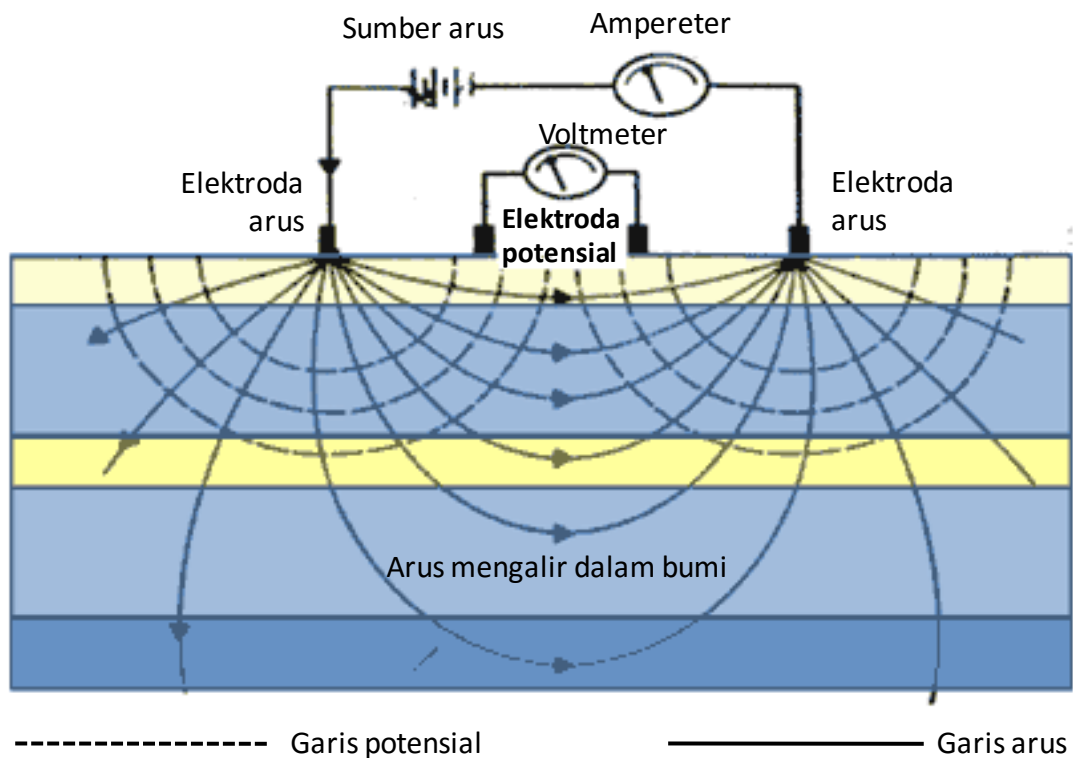
I : arus listrik yang diberikan

V : tegangan yang terukur

a: spasi antar elektroda

b: panjang elektroda yang tertanam ke dalam tanah.

Persamaan di atas telah diturunkan dengan operasi matematika yang cukup panjang dan tidak perlu diturunkan kembali di sini. Kasus praktis ketika panjang elektroda jauh lebih kecil daripada spasi antara elektroda, atau $b << a$ maka hambatan bumi yang ditentukan dengan metode Wenner diaprokasi menjadi

$$\rho_B = 2\pi a\left(\frac{V}{I}\right) \tag{3.34}$$

Gambar 3.52 Susunan elektroda pada: (a) metode Wenner and (b) metode Schlumberger.

Gambar 3.53 profil aliran arus yang dihasilkan dalam permukaan bumi serta garis ekipotensial (www.aquiferindia.org)

Dengan susunan seperti pada **Gambar 3.52**(b) maka hambatan tanah yang diperoleh menggunakan metode Schlumberger memenuhi

$$\rho_B = \pi \frac{c(c+a)}{a}\left(\frac{V}{I}\right) \tag{3.35}$$

dengan

I : arus listrik yang diberikan

V : tegangan yang terukur

a: spasi antar elektroda potensiometer

c: spasi elektroda arus dan elektroda potensiometer.

Pada persamaan di atas telah disumsikan bahwa panjang elektroda yang ditanam jauh lebih pendek daripada spasi antar elektroda. Jelas dari persamaan Schluberger bahwa jika spasi antar elektrosa semuanya sama maka $c = a$ sehingga persamaan Schlumberger menjadi persamaan Wenner.

3.21 Industri logam

Daya listrik yang besar sekarang banyak digunakan dalam idustri pengolahan logam. Daya listrik yang besar juga berimplikasi arus listrik yang besar. Arus listrik tersebut digunakan sebagai sumber panas untuk mencairkan logam atau digunakan dalam proses elektrolisis untuk mendapatkan logam murni dari campuran logam. Contoh proses elektrolisis dalam industry logam adalah industry pengubahan bauksit menjadi aluminium pada smelter aluminium dan produksi tembaga murni pada smelter tembaga.

Smelter Aluminium

Alumunium adalah material yang dibutuhkan dalam industri modern. Material ini ringan, berkekuatan tinggi, tahan terhadap korosi, mempunyai kondusktivitas listrik tinggi, dan mudah diproses ulang (recycle). Dengan menggunakan acuan mana pun, aluminium tetap menjadi material yang paling banyak membutuhkan listrik untuk produksi. Untuk memproduksi aluminium diperlukan daya listrik yang sangat besar. Untuk menghasilkan satu ton aluminium dari alumina diperlukan listrik sampai 16 MWh. Untuk menghasilkan aluminium 250.000 ton/tahun, PT Inalum memerlukan energi listrik sebesar 4 Juta MWh. Apabila diasumsikan smelter bekerja selama 24 jam dan jumlah hari operasional setahun adalah 300 hari maka daya listrik yang dibutuhkan sekitar 560 MW. Itulah sebabnya mengapa hampir semua listrik yang diproduksi PLTA Asahan II sebesar 600 MW dipakai oleh smelter Inalum. Hampir semua smelter aluminium di dunia menggunakan listrik dengan daya di atas 100 MW sehingga pembangkit listrik yang dibangun hampir semuanya disuplai ke smelter aluminium.

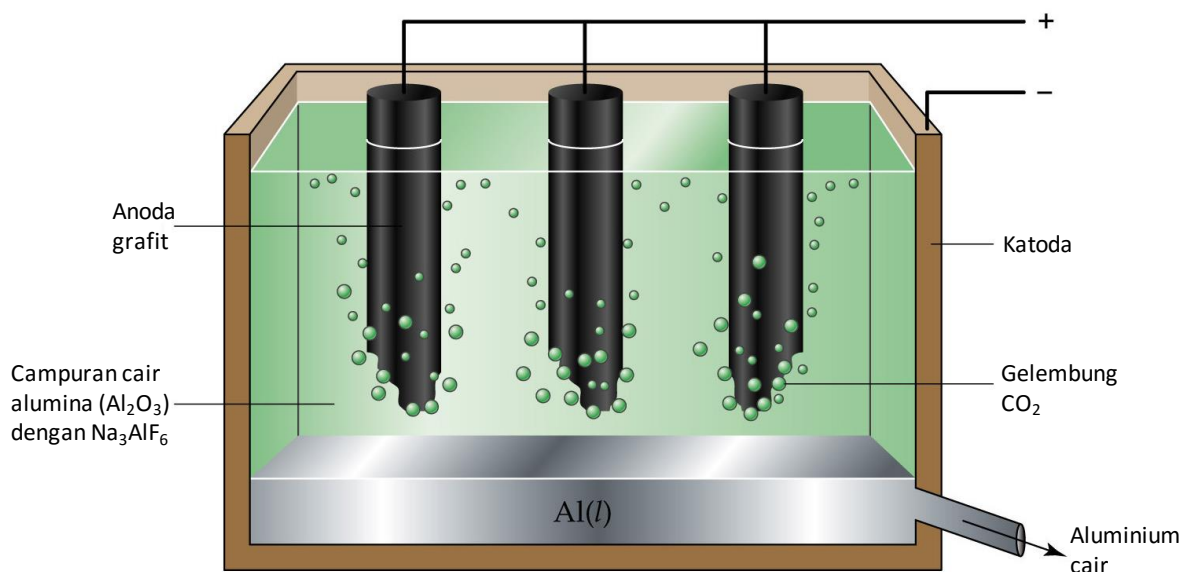
Di Mozambique, tidak sampai 10% penduduk memiliki akses listrik. Namun pada saat bersamaan, smelter Mozal menggunakan listrik sebanyak empat kali total listrik yang digunakan untuk semua kebutuhan lain di negara tersebut. Smelter Aluminium Valco di Tema, Ghana, mengkonsumsi 45% listrik yang dihasilkan pembangkit listrik Akosombo Dam.

Alumunium adalah material yang dibutuhkan dalam industri modern. Material ini ringan, berkekuatan tinggi, tahan terhadap korosi, mempunyai kondusktivitas listrik tinggi, dan mudah diproses ulang (recycle). Dengan menggunakan acuan mana pun, aluminium tetap menjadi material yang paling banyak membutuhkan listrik untuk produksi. Sebagai contoh, pada tahun 2001, sebanyak $45{,}7\times 10^{9}$ kWh energi listrik telah digunakan

untuk memproduksi aluminium di US. Listrik sebesar ini setara dengan 1,2% seluruh kebutuhan listrik di negara tersebut.

BHP Billiton membangun smelter aluminium dengan daya 2.000 MW di Congo Rio Tinto-Alcan (RTA) membangun smelter aluminium dengan daya 1.000 MW di Song Mbengue, Kamerun. Smelter Alscon di Nigeria yang rampung tahun 1997 telah menelah biaya US$ 2,5 miliar. Pembangunan Smelter Alucam di Kamerun yang melibatkan pembangunan PLTA Lom Pangar, jaringan transmisi, dan lain-lain menelan biaya US$ 1,6 miliar.

Membangun smelter sebenarnya bermakna membangun pembangkit tenaga listrik dengan daya besar. Pembangkit listrik dengan daya kurang dari 200 MW secara ekonomi kurang menguntungkan bagi pemnagunan smelter karena menyebabkan harga jual aluminum yang tinggi. Daya listrik 1000 MW dianggap sebagai daya minimum untuk membuat smelter yang sangat modern.

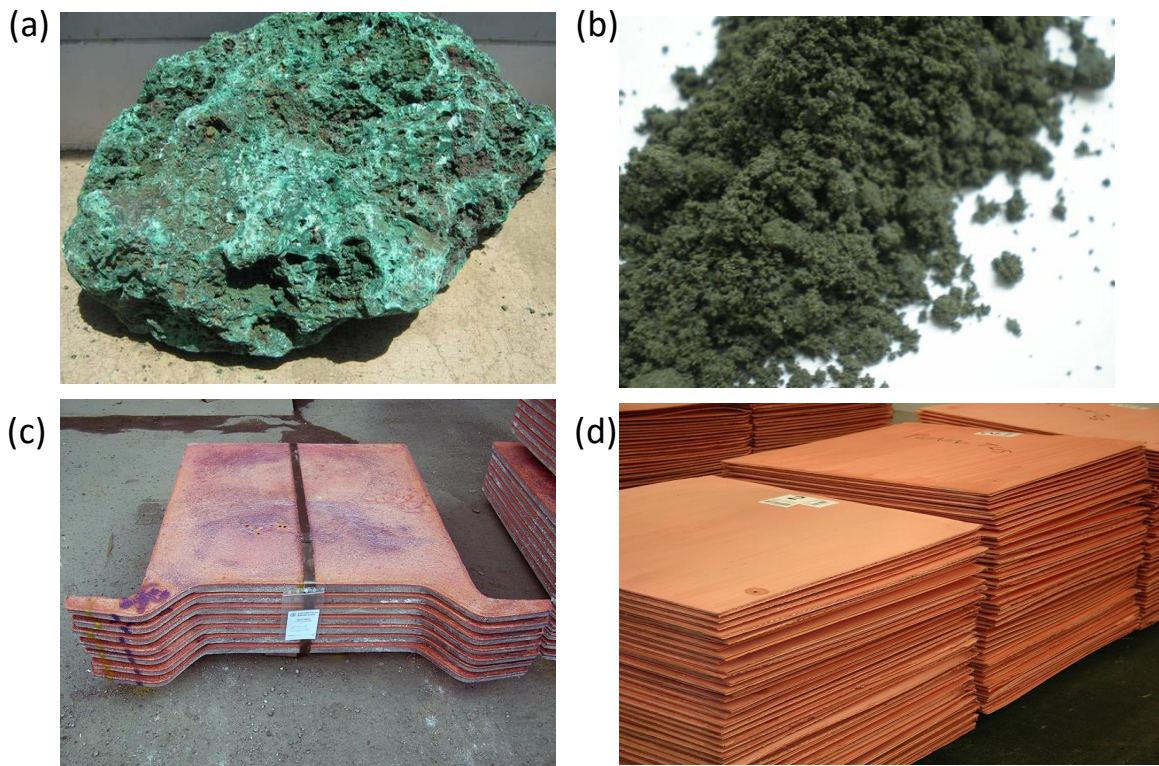
Aluminium primer diproduksi dengan cara elektrolisis alumina (Al2O3) yang dilarutkan dalam garam fluoride (AlF2). Proses ini ditemukan pada tahun 1886 oleh Charles Martin Hall (Amerika Serikat) dan Paul Louis Toussaint Heroult (Perancis). Dalam sel elektrolisis Hall-Heroult, alumina dan aluminium fluorida digunakan sebagai bahan baku material. Karbon pada anoda, bereaksi dengan oksigen dalam alumina membentuk karbon dioksida. Reaksi elektrolisis yang terjadi adalah $2Al_2O_3 + 3C \rightarrow 4Al + 3CO_2$. **Gambar 3.54** adalah ilustrasi proses Hall-Heroult.

Gambar 3.54 Ilustrasi proses Hall-Heroult (wps.prenhall.com)

Ada dua teknologi utama yang digunakan untuk menghasilkan anoda pada proses Hall-Heroult yaitu söderberg dan prebaked. Perbedaan utama antara dua jenis anoda tersebut adalah anoda Söderberg mengeras oleh panas yang dihasilkan dari proses elektrolitik saat dimasukan ke dalam cairan cryolite, sedangkan anoda prebakedsudah dikeraskan sebelum digunakan dalam sel elektrolitik. Sebagian besar smelter aluminium pada umumnya menggunakan anoda prebaked karena lebih efisien.

Bahan baku utama dari proses peleburan aluminium adalah alumina, aluminium fluorida (AlF2), karbon (sebagai anoda), dan energi listrik. Produk utamanya adalah logam aluminium, CO_2, dan beberapa limbah padat. Dalam model yang dilustrasikan pada **Gambar 3.54**, pada proses peleburan aluminium di dunia, untuk menghasilkan 1 ton logam aluminium, diperlukan sekitar 1,92 ton alumina, 0,435 ton pasta anoda, dan sekitar 15,289 MWh listrik.

Smelter Tembaga

Tembaga merupakan logam yang banyak digunakan di berbagai industri. Produk dari pabrik peleburan tembaga berupa produk hilir yaitu katoda tembaga. Katoda tembaga digunakan sebagai bahan baku dalam industri-antara untuk menghasilkan produk antara berupa tembaga batang (rod), tembaga pelat (plate) dan tembaga lembaran (sheet). Tembaga dan paduan tembaga semifinal selanjutnya diolah oleh industri hilir untuk digunakan dalam produk akhir seperti mobil, peralatan, elektronik, dan berbagai macam produk tembaga lain dalam rangka memenuhi kebutuhan masyarakat. Misalnya tembaga batang diolah menjadi kawat tembaga dan bahan hilir lainnya seperti kabel. Sementara tembaga pelat dan lembaran diproses menjadi foil tembaga di sektor hilir.

Rantai produksi tembaga dimulai dari penambangan bijih tembaga (ore) dan diolah menjadi konsentrat tembaga. Kosentrat tembaga adalah materil yang mengandung tembaga kira-kira 25%. PT Freeport Indonesia (PT FI) dan PT Newmont Nusa Tenggara (PT NNT) adalah perusahaan penghasil konsentrat tembaga. Setelah dihasilkan kontnrat maka proses selanjutnya adalah smelting. Smelting adalah proses peleburan konsentrat tembaga sehingga dihasilkan tembaga dengan kemurnian sekitar 99%. Konsentrat tembaga dipanaskan pada suhu sangat tinggi sehingga tembaga dalam konsentrat mencair dan mengalir. Alairan cairan tembaga tersebut ditampung dan itulah yang disebut anoda tembaga. **Gambar 3.55** adalah contoh bijih tembaga, konsentrat tembaga, anoda tembaga, dan katoda

tembaga.

Gambar 3.55 (a) bijih tembaga (alibaba.com), (b) konsentrat tembaga (alibaba.com), (c) anoda tembaga (kovohuty), dan (d) katoda tembaga (RecycleInMe).

Gambar 3.56 PT Smelting Gresik, satu-satunya pabrik tembaga di Indonesia (identitasdanstatus)

Anoda tembaga dimurnikan lebih lanjut menjadi tembaga dengan kemurnian sekitar 99,99%. Pemrnian dilaklukan secara elektrolisis. Anoda tembada ditempakan pada kutub positif dan pada kutub negated terbentuk deposit tembaga yang santa murni. Deposit inilah yang dinamakan katoda tembaga. Proses smelting untuk menghasilkan anoda tembaga dan proses elektrolisis untuk menghasilkan katoda tembaga membutuhkan listrik yang sangat besar. Tetapi jumlah listrik yang dihasilkan masih jauh di bawah listrik untuk memproduksi aluminium dalam jumlah massa yang sama.

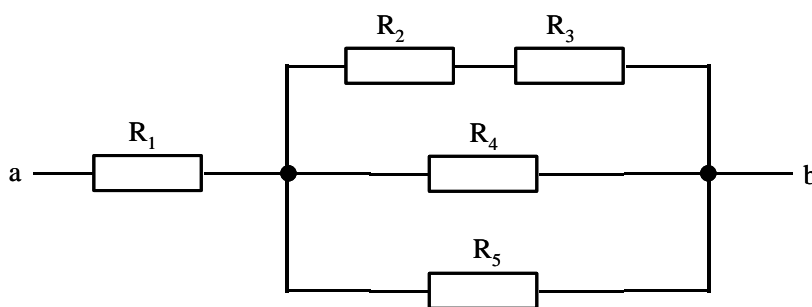
Satu-satunya industri pengolahan dan pemurnian tembaga yang ada di Indonesia saat ini adalah PT Smelting Gresik yang sudah mulai beroperasi sejak tahun 1999 (**Gambar 3.56**). PT Smelting mengolah konsentrat yang sebagian besar dihasilkan oleh PT Freeport dan sisanya dari PT NNT. Kapasitas produksi PT Smelting saat ini sudah mencapai 300.000 per tahun dengan rata-rata produksi per tahun sekitar 270.000 ton. Sekitar 60 persen produk tembaga katoda dari PT Smelting di jual di dalam negeri dan sisanya dijual di pasar Asia Tenggara.

Satu-satunya industri pengolahan dan pemurnian tembaga yang ada di Indonesia saat ini adalah PT Smelting Gresik yang sudah mulai beroperasi sejak tahun 1999. PT Smelting mengolah konsentrat yang sebagian besar dihasilkan oleh PT Freeport dan sisanya dari PT NNT. Kapasitas produksi PT Smelting saat ini sudah mencapai 300.000 per tahun dengan rata-rata produksi per tahun sekitar 270.000 ton. Sekitar 60 persen produk tembaga katoda dari PT Smelting di jual di dalam negeri dan sisanya dijual di pasar Asia Tenggara.

Tembaga katoda merupakan bahan baku untuk barang-barang dari tembaga dan sebagian besar digunakan untuk pembuatan kawat dan kabel listrik. Di dalam negeri sendiri, telah ada setidaknya 7 perusahaan yang memproduksi kawat dan kabel listrik dengan total produksi keseluruhan sekitar 168.000 ton per tahun. Selain tembaga katoda sebagai produk utama, juga terdapat produk sampingan yang juga memiliki nilai jual seperti asam sulfat, terak tembaga, gypsum, dan lumpur anoda. Asam sulfat digunakan pada industri petrokimia seperti pabrik pupuk. PT Smelting menjual asam sulfat 700.000 ton/tahun ke PT Petrokimia Gresik. Terak tembaga dan gypsum yang berguna untuk bahan baku semen dijual masing-masing 530.000 ton/tahun dan 20.000 ton/tahun ke PT Semen Gresik. Lumpur anoda mengandung logam-logam mulia emas, perak, dan logam-logam yang termasuk ke dalam kelompok logam PGM (Platinum

Group Metal) seperti platinum, palladium, rodium, iridium, osmium, dan ruthenium. Produksi lumpur anoda PT Smelting sekitar 1.000 ton per tahun yang kesemuanya dijual karena PT Smelting tidak bisa mengolah lumpur anoda tersebut .

Soal-soal

Tentukan hambatan pengganti untuk susunan hambatan pada **Gambar 3.57**. Nilai hambatan dalam rangkaian adalah R_1 = 500 Ω, R_2 = 200 Ω, R_3 = 300 Ω, R_4 = 400 Ω, dan R_5 = 200 Ω.

Gambar 3.57 Gambar untuk soal ***

2) Kembali ke soal nomor 1. Jika tegangan antara a dan b adalah 6 V, berapaka arus yang mengalir pada masing-masing hambatan?

Sebuah kawat diregangkan sehingga panjangnya bertambah 20% dari panjang semula. Berapa perubahan hambatan kawat tersebut?

Sebuah kios pengisian aki mengisi aki dengan mengalirkan arus 0,4 A selama 7 jam. Berapakah muatan yang dimasukkan ke dalam aki?

Arus sebesar 0,5 A mengalir pada kawat. Berapa jumlah elektron per detik yang mengalir dalam kwat tersebut? Besar muatan elektron adalah $1,6 \times 10^{-19}$ C.

Sebuah peralatan listrik menarik arus 5,5 A ketika dihubungkan ke tagangan 110 V. (a) Jika tegangan turun 10 persen, berapakah arus yang mengalir sekarang? (b) Jika hambatan berkurang 10 persen, berapa arus yang ditarik alat tersebut saat dihubungkan ke tegangan 110 V?

Baterei 12 V mendorong arus 0,5 A pada sebuah tahahan. (a) Berapakah

besar hambatan tersebut? (b) Berapa Joule kehilangan energi baterei selama satu menit.

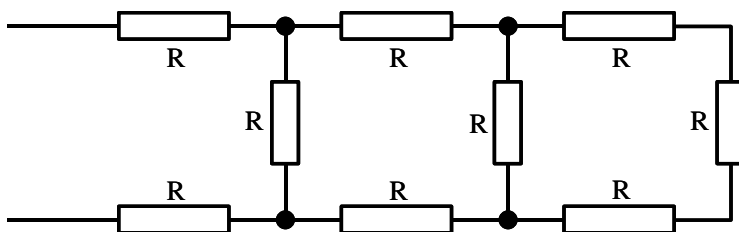
Sebuah kawat tembaga memiliki hambatan 10 Ω. Di manakah kawat tersebut harus dipotong agar hambatan salah satu potongan tujuh kali hambatan potongan yang lain? Hitung pula hambatan tiap potongan tersebut.

Berapakah suhu kawat tembaga harus dinaikkan (jika mula-mula suhunya 20 ^{o}C) agar hambatannya bertambah 20%

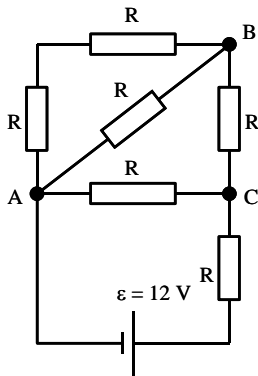
Kawat yang panjangnya 10 m terbuat dari 5 m tembaga dan 5 m aluminium yang memiliki diameter yang sama (1,0 mm). Beda potensial sebesar 80 V diberikan pada ujung-ujung gabungan kawat tersebut. (a) berapakah hambatan total kawat, (b) berapakah arus yang mengalir pada kawat? (c) berapakah beda potensial sepanjang kawat aluminium saja dan berapakah beda potensial sepanjang kawat tembaga saja?

Berapakah tegangan maksimum yang dapat diberikan pada hambatan 2,7 kΩ dan memiliki daya 0,25 W?

Berapa banyak bola lampu 100 W yang dapat dipasang secara parallel di rumah yang memiliki tegangan 220 V dan sekering 2,5 A?

Tentukan hambatan pengganti dari "tangga hambatan" pada **Gambar 3.58**. Hambatan tiap hambatan sama, yaitu 200 Ω.

Gambar 3.58 Gambar untuk soal **

(a) Pada **Gambar 3.59**, tentukan hambatan pengganti rangkaian hambatan jika nilai tiap hambatan adalag R = 2,8 kΩ. Anggap hambatan dalam baterei nol. (b) tentukan arus yang mengalir pada masing-masing hambatan. (c)

tentukan beda potensial antara titik A dan B?

Gambar 3.59 Gambar untuk soal 14

Berapakah arus dalam ampere jika 1000 ion Na^+ mengalir melalui membran sel selama 6,5 μs? Muatan satu ion Na^+ sama dengan muatan elektron, hanya tandanya positif.

Berapakah hambatan sebuah toaster jika diberikan tegangan 110 V muncul arus 2,8 A?

Baterei 9 V dihubungkan ke lampu yang memiliki hambatan 1,6 Ω. Berapa elektron yang meninggalkan baterei selama satu menit?

Sebuah hair dryer menarik arus 9 A ketika disambungkan ke tegangan 110 V. (a) Berapakah hambatan hair dryer? (b) Berapa muatan yang mengalir selama 15 menit?

Berapakah diamater kawat tungsten yang panjangnya 1 meter jika hambatannya 0,22 Ω?

Dapatkan kawat tembaga yang diamaternya 2,5 mm memiliki hambatan yang sama dengan kawat tungsten yang panjangnya sama dengan panjang kawat tembaga tersebut?

Sebuah kawat aluminium, ketika dihubungkan ke tegangan 10,0 V tepat menghasilkan arus 0,4212 A. Pada saat itu suhu kawat tepat 20 °C. Kemudian kawat tersebut ditempatkan pada lingkungan yang suhunya tidak diketahui. Dengan memberikan tegangan yang sama, arus yang

mengalir pada kawat menjadi 0,3618 A. Berapakah suhu lingkungan kawat tersebut?

Tentukan, pada suhu berapakah hambatan jenis tembaga menjadi sama dengan hambatan jenis tungsten pada suhu 20 ^oC?

Sebuah bolam lampu mengandung filamen yang memiliki hambatan 12 Ω kerika dalam kondisi dingin dan 140 ^oC pada keadaan panas. Perkirakan suhu filamen dalam bola lampu ketika saklar di "ON" kan (lampu menyala) jika koefisien suhu hambatannya adalah α = 0,0060 $(^oC)^{-1}$

Berapakah daya maksimum yang dikonsumsi oleh sebuah walkman jika arus maksimum yang ditarik oleh alat tersebut dari sumber tegangan 9 V adalah 350 mA?

(a) Berapakah hambatan dan arus yang mengalir pada bolam lampu 60 W jika dihubungkan ke sumber tegangan 120 V? (b) Ulangi pertanyaan di atas untuk bolam lampu 440 W.

Sebuah pembangkit listrik memberikan daya 520 kW ke sebuah pabrik melalui kabel yang hambatan totalnya 3 Ω. Berapa daya listrik yang terbuang jika tegangan yang diberikan 50.000 V? Dan berapa daya yang terbuang jika tegangan 20.000 V?

Delapan lampu sejenis dihubungkan secara seri pada tegangan listrik 220 V. (a) berapa beda tegangan yang dialami tiap lampu? (b) Jika arus yang mengalir 0,8 A, berapakah hambatan yang dimiliki masing-masing lampu dan daya yang dihasilkan oleh masing-masing lampu tersebut?

Delapan lampu serupa dihubungakan secara paralel pada tegangan 110 V. Jika arus yang mengalir pada tiap lampu adalah 240 mA, berapakah hambatan tiap lampu dan daya yang dihasilkan masing-masing lampu?

Empat buah lampu yang memiliki hambatan masing-masing 140 Ω dihubungkan secara seri. (b) berapakah hambatan total ke empat lampu tersebut? (b) berapakah hambatan total jika lampu disusun secara paralel?

Tiga buah lampu yang memiliki hambatan masing-masing 40 Ω dan tiga

buah lampu yang memiliki hambatan masing-masing 80 Ω dihunungkan secara seri. (a) Berpakah hambatan total enam lampu tersebut? (b) Berapakah hambatan total jika enam lampu tersebur disusun secara paralel?

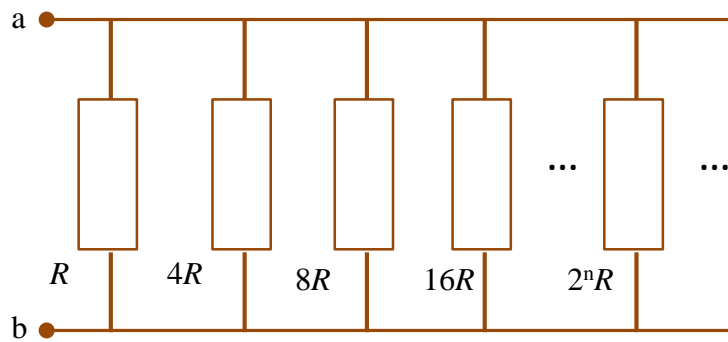
Dari satu buah hambatan 40 Ω dan satu buah hambatan 80 Ω, hambatan yang nilai berapakah yang mungkin diperoleh dari kombinasi kedua hambatan tersebut?

Misalkan kamu memiliki tiga buah hambatan, masing-masing 500 Ω, 900 Ω, dan 1,4 kΩ. Berapakah hambatan terbesar yang dapat kamu peroleh dengan mengkombinasikan tiga hambatan tersebut? Berapakah hambatan terkecil yang dapat kamu peroleh?

Tiga buah hambatan 240 Ω dapat dikombinasikan dalam empat cara yang berbeda. Hitunglah hambatan pada tiap-tiap kombinasi tersebut.

Hambatan 2,1 kΩ dan 2,8 kΩ dihubungkan secara paralel. Kombinasi tersebut kemudian dihubungkan secara seri dengan hambatan 1,8 kΩ. Jika daya maksimum yang sanggup ditahan masing-masing hambatan 0,25 W, berapakah tegangan maksimum yang bisa dipasang pada rangkaian tersebut?

Dua buah lampu yang memiliki daya yang sama dihubungan ke tegangan 220 V. Manakah yang lebih terang jika jika kedua lampu tersebut dipasang secara seri dibandingkan apabila kedua lampu tersebut dipasang secara paralel?

Sebanyanyak N buah hambatan sisusun secara parallel seperti ditunjukkan pada **Gambar 3.60**. Hambatan pertama memiliki nilai R dan hambatan ke-n memiliki nilai $2^n R$. a) Tentukan hambatan total antara titik A dan b. Berapakah hambatan total jika jumlah hambatan yang disusub menuju tak berhingga?

Gambar 3.60 Gambar untuk soal ***

Hambat jenis air adalah ρ. Sering kali orang memanaskan air dengan menggunakan dua sendok yang didekatkan. Dua buah sendok tersebut dipisahkan oleh isolator dengan ketebalan t. Dua sendok diceulpak dalam air dengan volum *V* kemudian dihubungkan dengan tegangan listrik PLN (ingat, ini cara yang berbahaya). Jika luas penampang sendok sama, yaitu A, berapa laju produksi panas dalam air? Jika kalor jenis air adalah c_v dan suhu mula-mula air adalah 30^o C, berapa waktu yang diperlukan untuk mendidihkan air tersebut? Anggap tidak ada kalor yang hilang ke udara.

Bab 4
KEMAGNETAN

Setelah cukup banyak membahas kelistrikan pada tiga bab terdahulu, pada bagian ini kita akan belajar fenomena lain yang sangat penting, yaitu kemagnetan. Fenomena ini sering kita amati dalam kehidupan sehari-hari. Contoh fenomena kemagnetan adalah pergerakan jarum kompas menuju arah utara selatan (lebih tepatnya mendekati arah utara selatan), tarikan atau tolakan dua batang magnet, suara dari loudspeaker, perputaran motor listrik, penempel kertas yang biasa dipasang di dinding kulkas atau lemari, dan sebagainya. Dan ternyata para ahli fisika telah menemukan hubungan yang sangat erat antara fenomena kelistrikan dan kemagnetan. Kelistrikan dapat dihasilkan oleh proses pada magnet, dan sebaliknya kemagnetan dapat dihasilkan oleh proses pada listrik. Oleh karena itu kelistrikan dan kemagnetan dapat dipandang sebagai satu fenomena saja yang sekarang dinamai electromagnet (elektro dan magnet).

4.1 Gaya antar kutub magnet permanen

Salah satu gejala kemagnetan yang dapat kalian amati dengan mudah adalah tertariknya paku atau potongan besi oleh batang magnet. Batang magnet semacam ini dikatagorikan sebagai magnet permanen. Disebut magnet permanen karena sifat kemagnetan tetap ada kecuali dikenai gangguan luar yang cukup besar seperti pemanasan pada suhu yang cukup tinggi atau pemukulan yang cukup keras. Batang tersebut tetap menjadi magnet selama tidak ada gangguan luar yang menghilangkan sifat magnetnya. Bahan yang memiliki sifat magnet permanen disebut bahan ferromagnetic.

Sebaliknya magnet tidak permanen adalah magnet yang hanya muncul ketika diberi pengaruh dari luar. Ketika pengaruh tersebut ditiadakan maka sifat magnetic juga hilang. Contohnya adalah paku yang dililiti kawat beberapa lilitan. Jika kawat dialiri arus listrik maka paku berubah menjadi magnet. Namun, jika arus listrik pada kawat dihentikan maka sifat kemagnetan paku hilang. Bahan dengan sifat magnetic sementara seperti ini disebut bahan paramagnetic.

Setiap magnet memiliki dua kutub yang berlawanan. Salah satu kutub dinamai kutub utara dan kutub lainnya dinamai kutub selatan. Dinamakan kutub utara karena kutub tersebut cenderung mengarah ke kutub utara geografi bumi. Sebaliknya, kutub selatan cenderung mengarah ke kutub selatan geografi bumi.

Dua magnet yang didekatkan akan melakukan gaya. Gaya tersebut cenderung mengorientasikan kutub-kutub dua magnet berada pada posisi berlawanan. Kutub utara satu magnet cenderung mendekati kutub selatan magnet lainnya. Mengapa demikian? Karena posisi seperti inilah yang menghasilkan energy interkasi paling kecil. Ingat bahwa semua proses di alam cenderung menuju kondisi setimbang dengan energy minimum. Makin dekat dua maget maka gaya yang dilakukan makin besar. Percobaan yang dilakukan terhadap sejumlah magnet didapoatkan sifat gaya antar kutub magnet, yaitu

i. Kutub sejenis melakukan gaya tolak-menolak (**Gambar 4.1**)
ii. Kutub tak sejenis melakukan gaya tarik-menarik
iii. Besarnya gaya tarik atau gaya tolak antar dua kutub berbanding lurus dengan kekuatan masing-masing kutub dan berbanding terbalik dengan kuadrat jarak antar dua kutub.

Sifat ini sangat serupa dengan gaya antar muatan listrik yang diungkapkan oleh hukuk Coulomb. Secara matematika, besar gaya antar kutub magnet dapat ditulis

$$F = k\frac{m_1 m_2}{r^2} \tag{4.1}$$

dengan

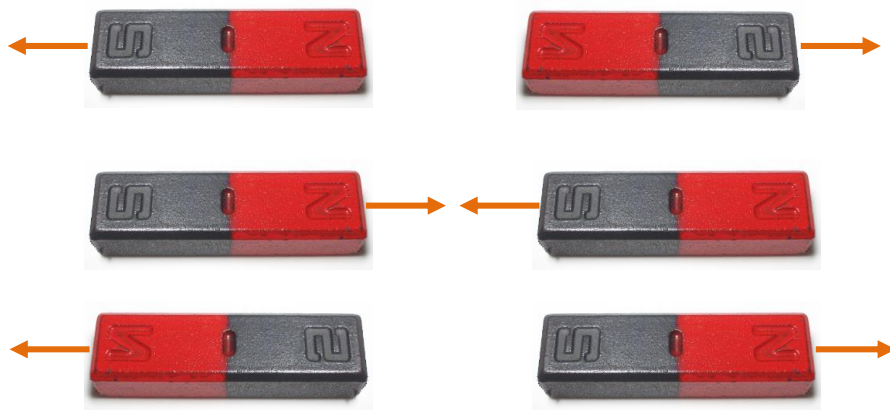
F gaya antar kutub

m_1 kekuatan kutub pertama (Ampere meter)

m_2 kekuatan kutub kedua

r jarak antara ke dua kutub

k konstanta yang besarnya 10^{-7} Weber/(Ampere meter).

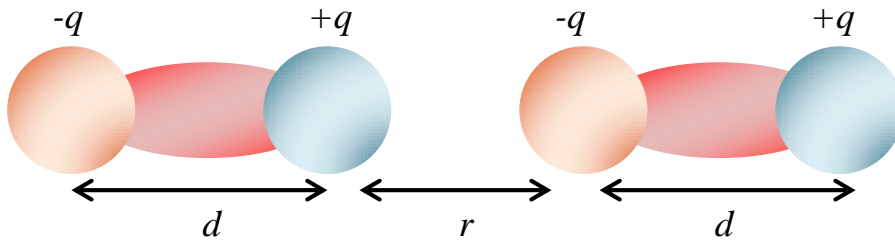
Namun, rumus ini bukanlah merupakan rumus yang terlalu eksak. Rumus tersebut cukup teliti kalau jarak antara dua kutub sangat berdekatan. Jika jarak antara dua kutub cukup jauh maka penyimpangan bisa terjadi. Penyebabnya adalah magnet selalu memiliki kutub utara dan selatan (selalu dalam bentuk dipol). Jika jarak antara dua kutub yang berhadapan sangat berjauhan maka pengaruh kutub di seberang batang mulai muncul dan mengganggu gaya antara dua kutub yang berhadapan. Hal ini berbeda dengan gaya antara dua muatan listrik yang dapat muncul dalam bentuk monopol (satu jenis muatan terpisah).

Gambar 4.1 Kutub magnet sejenis tolak-menolak dan kutub tak sejenis tarik-menarik. Besarnya gaya bergantung pada kekuatan kutub serta jarak antar kutub.

Gaya antara dua kutub magnet serupa dengan gaya antara dua dipol listrik. Perhatikan dua dipol listrik yang didekatkan seperti pada **Gambar 4.2.** Jarak antar muatan pada masing-masing dipol adalah d dan jarak muatan berdekatan pada dua dipol adalah r. Gaya antara dua dipole merupakan jumlah gaya yang dihasilkan semua muatan (empat muatan). Besar gaya yang dialami dipol sebelah kanan adalah

$$F = k\frac{-q^2}{r^2} + k\frac{q^2}{(r+d)^2} + k\frac{q^2}{(r+d)^2} - k\frac{q^2}{(r+2d)^2}$$

Jika jarak antara dua muatan berdekatan jauh lebih kecil daripada panjang dipol, atau $r << d$ maka suku kedua, ketiga, dan keempat memiliki nilai jauh lebih kecil dibandingkan dengan suku pertama sehingga dapat diabaikan. Akibatnya gaya antar dipole dapat diaproksimasi dengan

$$F \approx -k\frac{q^2}{r^2}$$

Bentuk gaya seperti inilah yang dialami dua kutub magnet yang sangat berdekatan.

Gambar 4.2 Dua dipol didekatkan. Gaya antara dua dipole merupakan jumlah gaya yang dihasilkan semua muatan (empat muatan).

Sebaliknya, jika jarak antar dipol jauh lebih besar daripada panjang dipol maka perubahan yang berbanding terbalik dengan r tidak lagi terjadi. Tetapi gaya antar dipole dapat diaproksimasi dengan

$$F \approx -6k\frac{q^2 d^2}{r^4}$$

Berarti gaya antar dipole berbanding terbalik dengan pangkat empat jarak antar dipol.

4.2 Mengapa kutub magnet cenderung mengambil arah utara-selatan?

Coba kalian tempatkan sebuah magnet batang yang cukup besar di atas meja dengan kutub-kutubnya berarah barat-timur. Kutub utara magnet mengarah ke barat dan kutub selatan magnet mengarah ke timur. Kemudian ikatkan sebuah magnet jarum dengan benang sehingga berada dalam posisi horizontal. Dekatkan magnet jarum di atas magnet batang. Amati bagaimana arah kutub magnet jarum? Kalian amati kutub utara magnet jarum menghadap ke timur dan kutub selatan magnet jarum mengarah ke barat. Mengapa?

Karena kutub utara magnet jarum ditarik oleh kutub selatan magnet

batang dan kutub selatan magnet jarum ditarik oleh kutub utara magnet batang. Karena massa magnet batang jauh lebih besar daripada massa magnet jarum maka jarum yang mengatur arah orientasinya mengikuti batang.

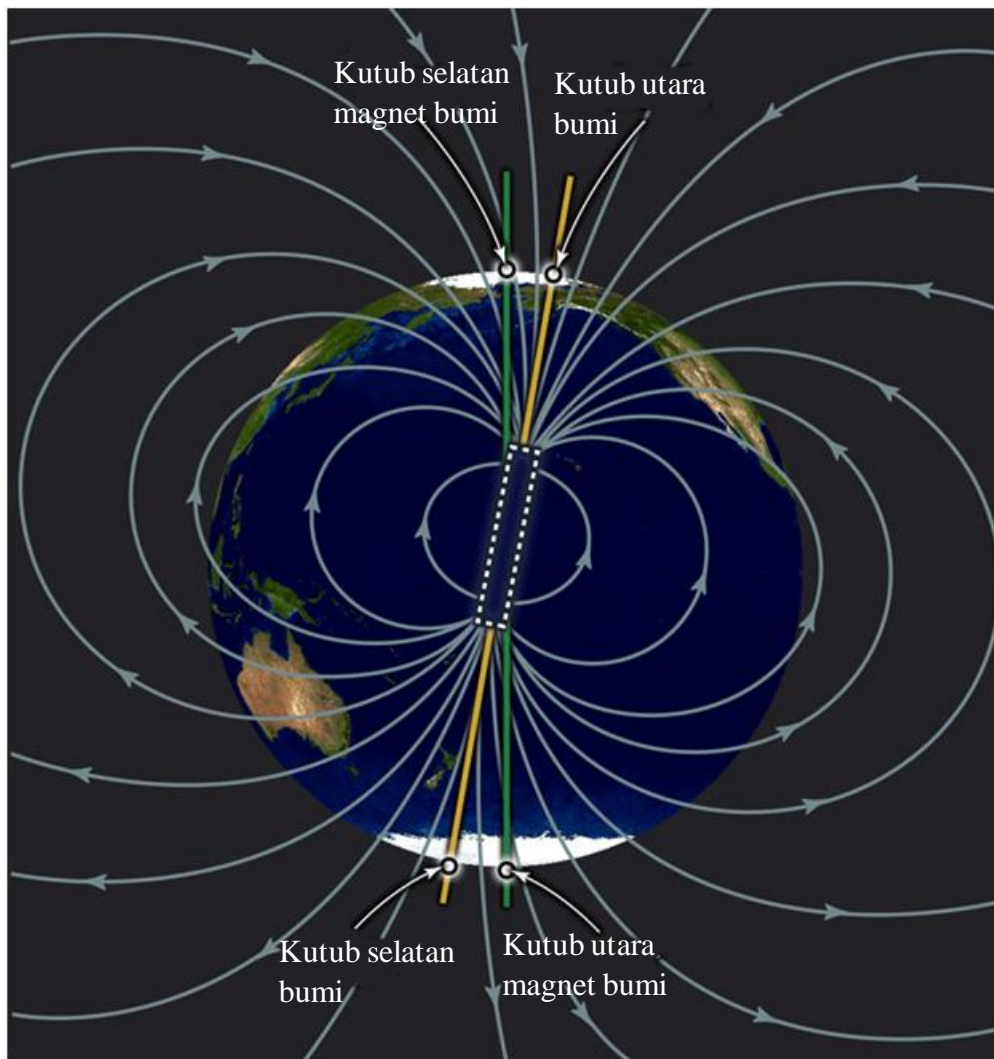
Pengamatan ini dapat menjelaskan mengapa megnet yang menggantung bebas selalu mengambil arah utara selatan. Ini akibat bumi kita sebenarnya sebuah magnet permanen dengan arah kutub sebagai berikut:

i) Kutub selatan magnet bumi berada di sekitar kutub utara geograi bumi

ii) Kutub utara magnet bumi berada di sekitar kutub selatan geografi bumi

Seperti diilustrasikan pada **Gambar 4.3** lokasi kutub magnet bumi tidak tepat berimpit dengan kutub geografi bumi sehingga jarum kompas tidak tepat mengarah ke kutub-kutub bumi. Massa bumi sangat besar sehingga magnet mana pun yang berada di permukaan bumi akan mengatur orientasinya mengikuti tarikan magnet bumi.

Saat ini kutub selatan magnet bumi berada pada koordinat 86,4^o LU dan 166,3^o BB sedangkan kutub utara berada pada koordinat 64,28^o LS dan 136,59^o BT. Dari nilai koordinat ini menjadi jelas bahwa garis penguhubung dua kutup megnet bumi tidak melewati pusat bumi. Ini berarti jarak antara dua kutub magnet bumi lebih pendek dari jari-jari bumi.

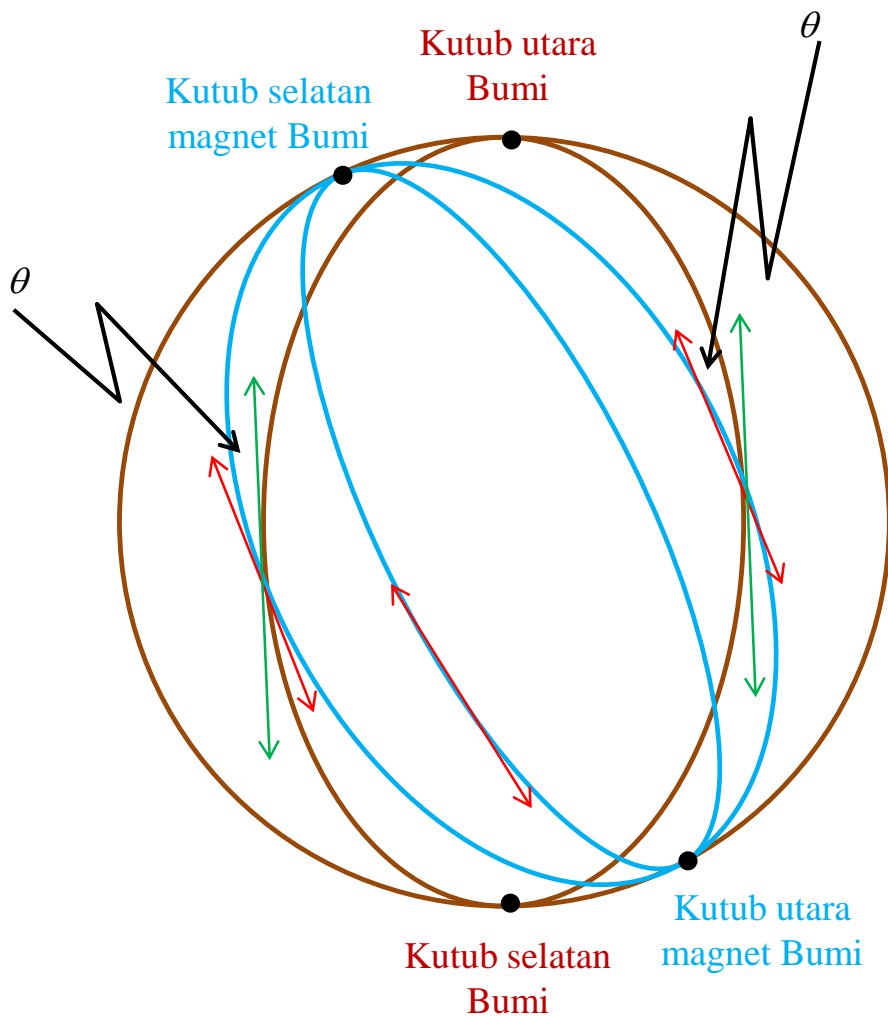
Karena perubahan yang selalu terjadi dalam mantel bumi yang menjadi sumber medan magnet bumi maka lokasi kutub magnet bumi tidak tetap. Lokasi kutub magnet bumi selalu bergeser setiap tahun. Tabel 1.1 adalah koordinat kutub-kutub bumi pada berbagai waktu. Sepanjang umurnya hingga saat ini, kutub magnet bumi telah mengalami pembalikan beberapa kali. Secara rata-rata diperlukan waktu 200.000 – 300.000 tahun untuk membalik arah kutub magnet bumi (utara menjadi selatan dan selatan menjadi utara). Dengan demikian satu siklus perubahan arah kutub bumi (kutub utara kembali menjadi kutub utara dan sebaliknya) diperkukan waktu antara 400.000 – 600.000 tahun.

Gambar 4.3 Bumi adalah magnet yang sangat besar. Kutub selatan magnet bumi berada di sekitar kutub utara geografi bumi dan kutub utara magnet bumi berada di sekitar kutub selatan geografi bumi.

Tabel 1.1 Lokasi koordinat kutub magnet bumi pada berbagai waktu

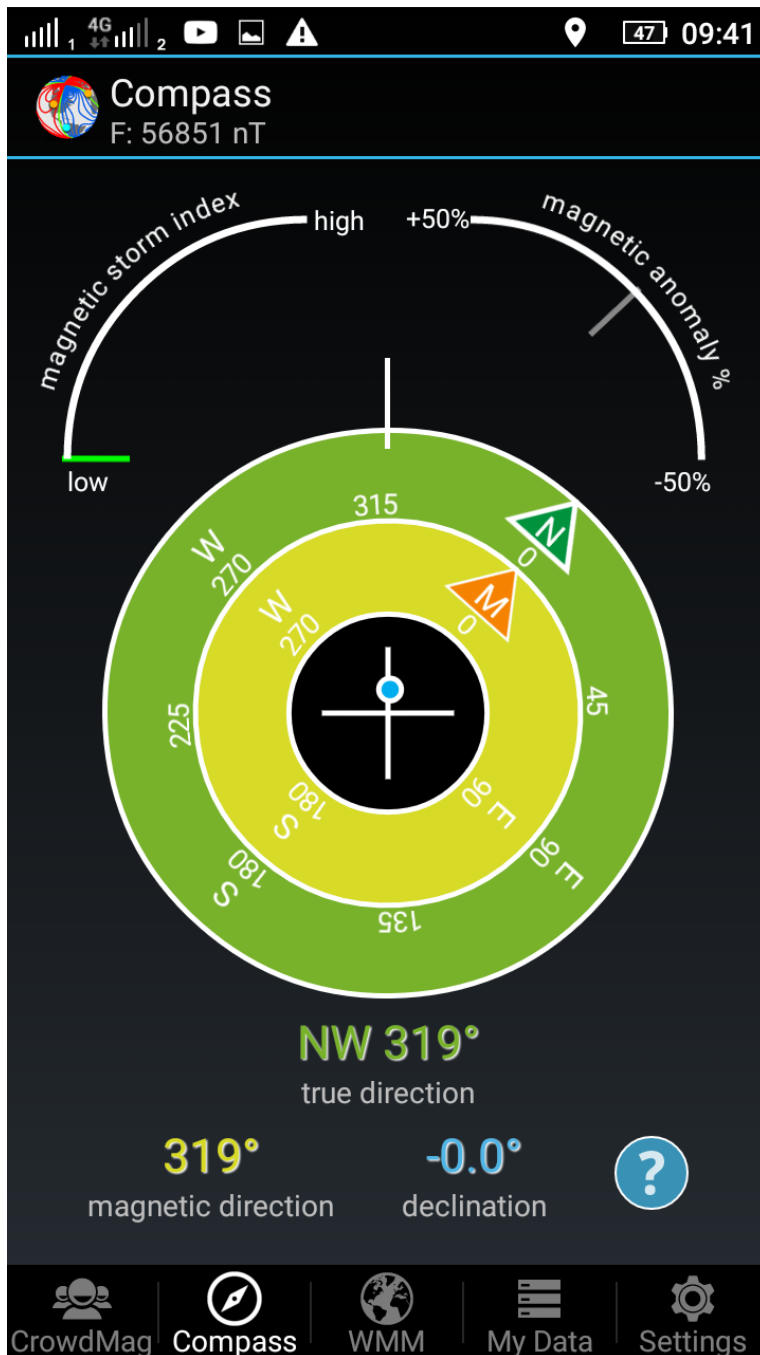
Tahun	Koordinat kutub selatan magnet bumi	Koordinat kutub utara magnet bumi
2004	82,3^o LU, 113,4^o BB	63,5^o LS, 138,0^o BT
2005	83,1^o LU, 117,8^o BB	64^{o}31'48"LS, 137^{o}51'36" BT
2015	86,4^o LU, 166,3^o BB	64,28^o LS, 136,59^o BT

4.3 Sudut deklinasi

Kutub selatan magnet bumi berada di bagian utara Canada, pada

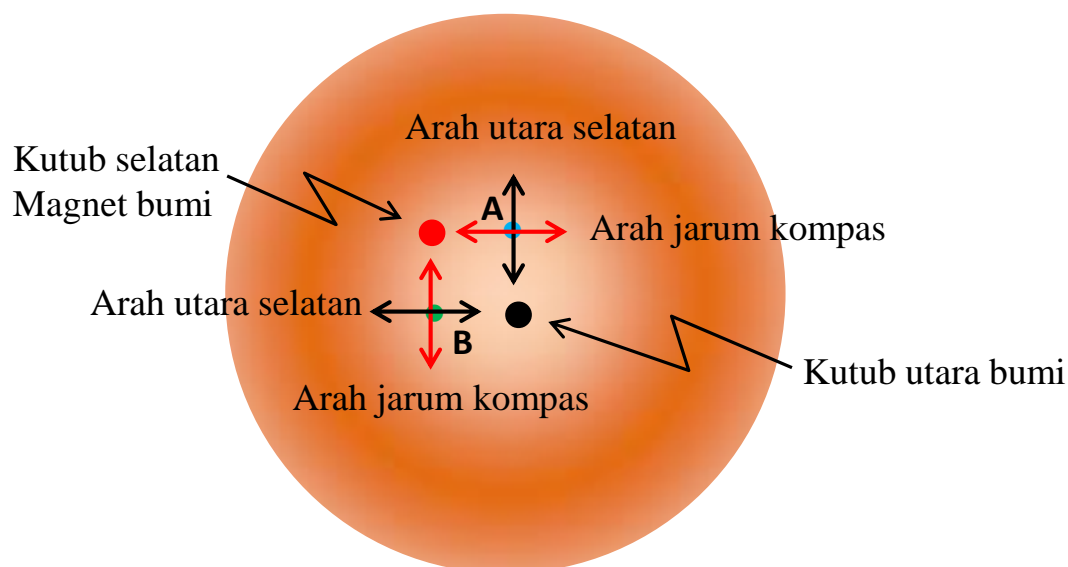
jarak sekitar 1300 km dari kutub utara geografi bumi. Akibatnya, jarum kompas tidak tepat menunjuk arah utara selatan. Beda antara sudut yang ditunjukkan oleh jarum kompas dengan arah kutub geografi bumi disebut **sudut deklinasi**. **Gambar 4.4** memperlihatkan sudut deklinasi bumi. Lingkaran cokelat adalah garis bujur bumi dan lingkaran bitu adalah arah medan magnet bumi. Sudut yang terbentuk pada perpotongan dua lingkaran itulah yang didefinisikan sebagai sudut deklinasi.

Gambar 4.4 Panah warna merah menunjukkan arah utara-selatan di suatu tempat. Panah warna hijau menunjukkan arah rarum kompas di tempat tersebut. Umuanya dua anak panah tersebut tidak searah. Sudut antara sumbu jarum kompas dan arah utara selatan (sudut antara dua anak panah), θ, disebut sudut deklinasi. Pada lokasi yang berbeda di permukaan bumi, sudut deklinasi umunya berbeda.

Untuk menentukan sudut deklinasi kalian tempatkan jarum kompas di atas poros yang memungkinan jarum tersebut dapat berputar bebas dalam

arah horisontal. Amati arah kutub selatan dan utara jarum kompas dan amati arah selatan-utara geografi di tempat tersebut. Sudut yang dibentuk oleh ke dua arah tersebut disebut sudut deklinasi.

Gambar 4.5 Hasil pengukuran sudut deklinasi dengan aplikasi CrowdMag di wilayah Arcamanik, Kota Bandung. Diperoleh arah medan magnet persis sama dengan arah utara selatan, yaitu 319^{o} sehingga sudut deklinasi di Arcamanik, bandung adalah 0^{o}.

Bagaimana kita mengukur sudut deklikasi di suatu tempat di permukaan bumi? Kita dapat menggunakan aplikasi CrowdMag atau aplikasi lain yang tersedia di Goole Play dengan menggunakan telepon pintar. **Gambar 4.5** adalah hasil pengukuran sudur deklinasi dengan aplikasi CrowdMag di wilayah Arcamanik, Kota Bandung. Tampak bahwa arah medan magnet persis sama dengan arah utara selatan, yaitu 319o. Sudut ini adalah sudut orientasi HP terhadap arah utara geografi bumi. Karena arah medan magnet dan arah utara persis sama maka sudut deklinasi nol.

Berapakah rentang nilai sudut deklinasi di permukaan bumi. Jika di suatu tempat di permukaan bumi kita melihat arah kutub geografi bumi dan kutub magnetic bumi berada pada satu garis berimpit maka sudut deklinasi sama dengan nol. Di manakah lokasi tersebut? Lokasinya sulit ditentukan secara teoretis (perhitungan) karena

a) Medan magnet bumi ridak homogen di berbagai tempat di permukaan bumi
b) Posisi kutub magnet bumi tidak diametrik.
c) Sudut deklinasi pada berbagai tempat harus secara eksak diperoleh dengan pengukuran. Dengan demikian, tempat yang memiliki deklinasi nol juga harus diukur langsung. Seperti diuraikan di atas, wilayah Arcamanik, Kota Bandung masuk dalam katagori wilayah tersebut.

Gambar 4.6 Lokasi di sekitar kutub utara bumi

Pada daerah di sekitar kutub, arah utara selatan dapat tegak lurus dengan arah jarum kompas. Sebagai ilustrasi **Gambar 4.6** memperlihatkan permukaan bumi diamati dari atas kutub utara. Pada lokasi A dan B arah

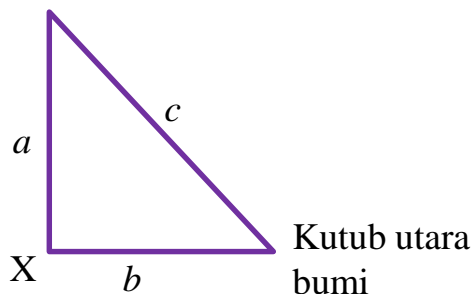
jarum kompas dan arah utara selatan saling tegak lurus. Jadi sudut deklinasi adalah -90^o dan +90^o. Di sekitar kutub selatan juga terdapat lokasi di mana arah jarus kkompas dan arah utara selatan saling tegak lurus.

Ada berapakah lokasi yang memiliki sudut deklinasi -90^o atau +90^o? Jawabannnya banyak. Bagaimana membuktikannya? Perhatikan **Gambar 4.7**. Misalkan jarak kutub utara bumi ke kutub selatan magnet bumi adalah *c*. Perhatikan lokasi X yang memiliki jarak *a* dari kutub selatan magnet bumi dan jarak *b* dari kutub utara bumi. Garis X-kutub selatan magnet bumi menunjukkan arah jarum kompas sedangkan garis X-kutub utara bumi menunjukkan arah utara selatan. Kedua garis tersebut tegak lurus jika terpenuhi persamaan Phitagoras

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Karena nilai *c* konstan maka untuk setiap nilai *a*, pasti ada dua nilai *b* yang memenuhi

$$b = \pm\sqrt{c^2 - a^2}$$

Terdapat tak berhingga cara memilik nilai *a* asal $a < c$. Dengan demikian terdapat tak berhingga nilai *b* yang diperoleh. Ini berarti terdapat tak behingga pasangan (*a*,*b*) yang menyebabkan arah jarum kompas tegak lurus dengan arah utara selatan.

Gambar 4.7 Ilustrasi lokasi di mana arah jarum kompas tegak lurus arah utara selatan. Lokasi tersebut disimbolkan dengan X.

Pertanyaan berikutnya, membetuk lintasan seperti apakah lokasi-lokasi dengan dengan deklinasi 90o? Untuk menjawabnya, marik kita letakkan kutub geografi bumi dan kutub magnetic bumi pada sumbu-xy. Kita letakkan kutup geografi bumi pada posat koordinat (0,0) sedangkan kutub magnetic bumi pada sumbu-y, yaitu koordinat (0,*c*) seperti ditunjukkan pada **Gambar 4.8**(a). Ini berarti jarak dua kutub tersebut adalah *c*. Perhatikan titik dengan koordinat (*x*,*y*). Jarak titik ter sebut ke kutub geografi dan kutub magnet bumi adalah

$$a = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$b = \sqrt{x^2 + (c-y)^2}$$

Garis *a* dan *b* saling tegak lurus jika terbentuk segitiga siku-siku sehingga memenuhi teorema phytagoras

$$a^2 + b^2 = c^2$$

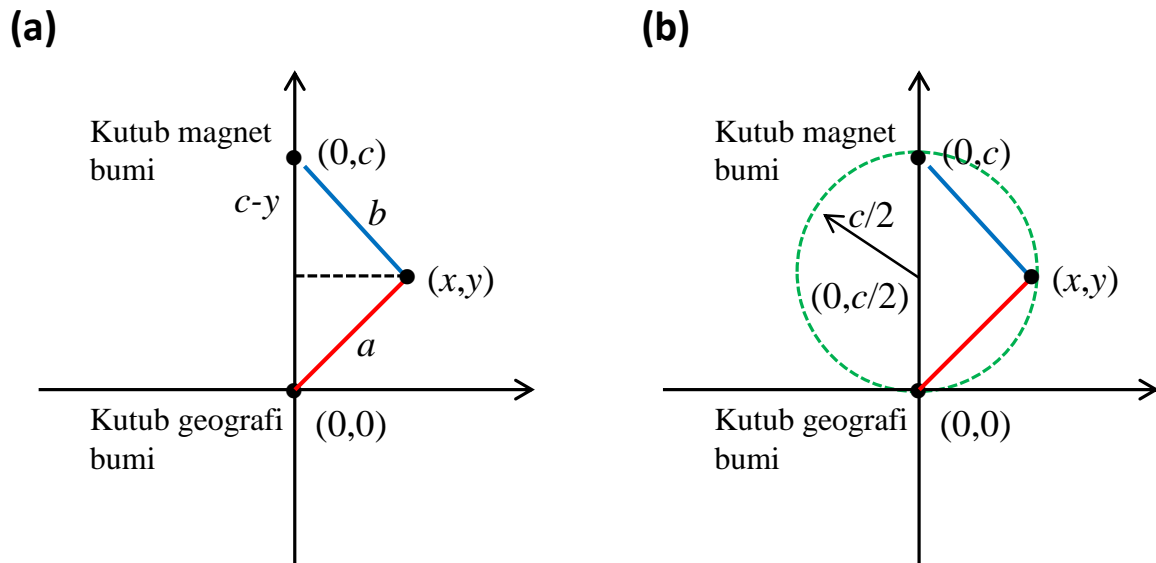
$$\left(x^2 + y^2\right) + \left(x^2 + (c-y)^2\right) = c^2$$

Jika disederhanakan maka kita akan dapatkan persamaan

$$x^2 + y^2 - cy = 0$$

Yang dapat ditulis ulang menjadi

$$x^2 + \left(y - \frac{c}{2}\right)^2 = \left(\frac{c}{2}\right)^2$$

Ini adalah persamaan lingkaran yang memiliki jari-jari $c/2$ dan berpusat pada koordinat $(0,c/2)$. Dengan demikian lokasi dengan sudut deklinasi tegak lurus berada pada lingkaran yang melewati kutub geografi dan kutub magnet bumi dan berpusat pada titik di tengah-tengah dua kutub tersebut seperti ditunjukkan pada **Gambar 4.8**(b).

Gambar 4.8(a) Sistem koordinat yang digunakan untuk menentukan lokasi yang memiliki sudut deklinasi tegak lurus, (b) lokasi pada lingkaran memiliki sudut deklinasi tegak lurus.

Sudut deklinasi pada berbagai tempat di permukaan bumi telah dipetakan. Peta tersebut dikoreksi setiap 5 tahun karena pergeseran lokasi kutub magnet bumi. Pergeseran lokasi kutub magnet bumi menyebabkan perubahan sudut deklinasi di suatu tempat. **Gambar 4.9** adalah peta sudut deklinasi tahun 2015. Kurva biru menyatakn sudut deklinasi negative, atau arah jarum mompas menyimpang ke kiri dibandingkan dengan arah garis bujur. Sebaliknya, kurva merah menyatakan sudut deklinasi positif, yang beradrti arah jarum kompas mempimang ke kanan dibandingkan dengan arah garis bujur bumi.

4.4 Sudut inklinasi

Sudut inklinasi disefiniskan sebagai sudut yang dibentuk oleh garis hubung kutub utara-selatan jarum kompas dengan garis horisontal pada tempat tersebut. Untuk menentukan sudut inlkinasi kalian tempatkan jarum kompas pada poros yang memungkinkan jarum berputar bebas dalam arah vertikal. Amati arah kutub selatan-utara jarum kompas terhadap arah garis horisontal. Sudut yang dibentuk oleh ke dua arah tersebut disebut sudut inklinasi. **Gambar 4.10** adalah ilustrasi sudut inklinasi.

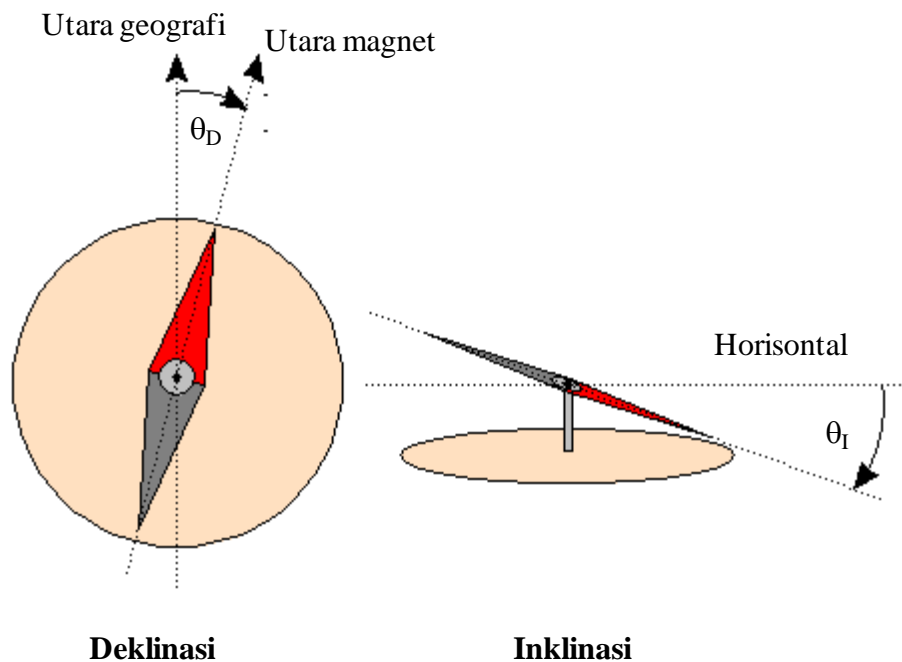
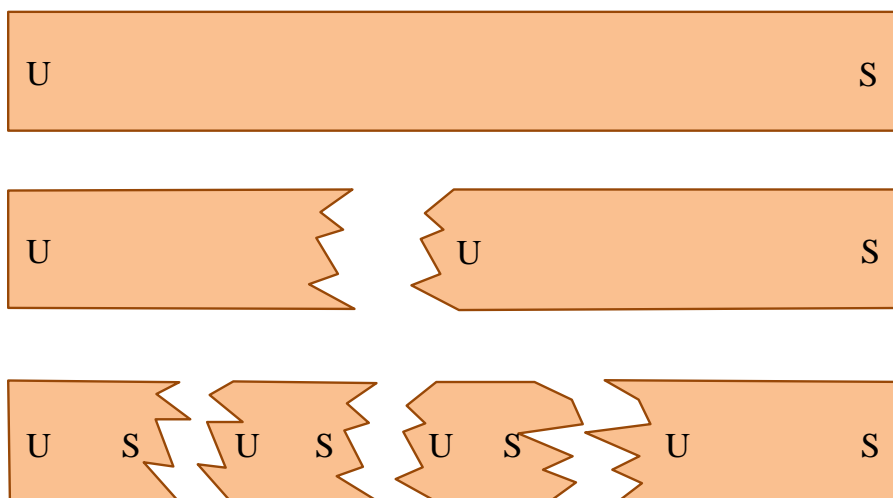
Gambar 4.9 Peta sudut deklinasi tahun 2015. Kurva biru menyatakn sudut deklinasi negative, atau arah jarum mompas menyimpang ke kiri dibandingkan dengan arah garis bujur. Sebaliknya, kurva merah menyatakan sudut deklinasi positif, yang beradrti arah jarum kompas mempimang ke kanan dibandingkan dengan arah garis bujur bumi (blog.geogarage.com)

Jika kutub utara jarum kompas berada di sebelah atas garis horisontal kita sebut tempat tersebut memiliki sudut inklinasi positif. Sebaliknya jika kutub utara jarum kompas berada dibawah garis horisontal kita sebut tempat tersebut memiliki inklinasi negatif. **Gambar 4.11** adalah ilustrasi sudut deklinasi dan inklinasi.

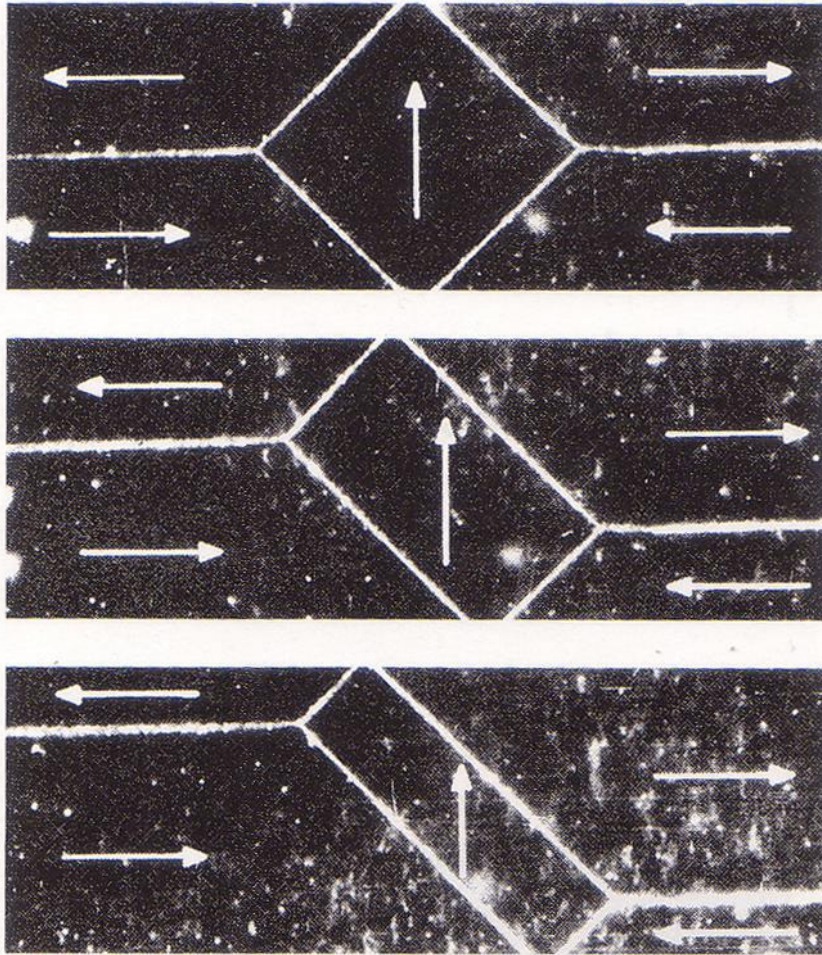
Tanpa terlalu sulit, kalian dapat menunjukkan bahwa di kutub selatan magnet bumi sudut inklinasi +90^o sedangkan di kutub utara magnet bumi sudut inklinasi -90^o. Pada tempat lain di permukaan bumi sudut inklinasi berada atara -90^o sampai +90^o. Karena kutub utara dan selatan magnet bumi tidak tepat beimpit dengan kutub utara dan selatan geografi bumi, maka pada daerah yang memiliki lintang yang berbeda, sudut inklinasi berbeda walaupun cukup kecil. Pada lintang tertentu selalu ada dua tempat yang memiliki sudut deklinasi yang sama (coba kalian pikirkan).

Gambar 4.10 Sudut antara sumbu jarum kompas dan arah horisontal disebut sudut inklinasi

4.5 Domain magnet

Ambil sebuah magnet batang yang agak panjang, lalu potong menjadi dua. Apa yang akan kamu dapatkan? Tiap potong juga merupakan magnet bukan? Masing-masing memiliki kutub utara dan selatan sendiri-sendiri. Jika potongan yang diperoleh dipotong lagi maka tiap potongan baru tetap merupakan magnet dengan kutub utara dan selatan masing-masing (lihat ilustrasi **Gambar 4.12**). Mengapa demikian?

Gambar 4.11 Ilustrasi sudut deklinasi dan inklinasi

Gambar 4.12 Jika magnet permanen dipotong maka tiap potongan tetap merupakan magnet.

Jawabannya adalah sebuah magnet permanen sebenarnya terdiri atas domain-domain magnet yang ukurannya sangat kecil. Tiap domain sudah merupakan magnet. **Gambar 4.13** adalah contoh foto mikroskop domain magnetic dari sebuah magnet permanen. Jika sebuah magnet dipotong maka masing-masing potongan mengandung sejumlah domain sehingga masing-masing memperlihatkan sifat kemagnetan. Jika hasil

potongan dipotong lagi maka masing-masing potongan baru masih mengandung sejumlah domain sehingga meperlihatkan sifat kemagnetan.

Gambar 4.13 Magnet permanen mengandung domain-domain magnet. Satu domain magnet merupakan magnet elementer (magnet terkecil) dalam benda tersebut. Ukuran domain magnet adalah dalam orde beberapa micrometer. Domain magnet akan hilang jika ukuran bahan kurang dari satu micrometer.

Sifat kemagnetan mungkin akan hilang jika ukuran potongan lebih kecil daripada ukuran domain dan ini biasanya dalam orde micrometer. Penyebabnya adalah domain magnet dibentuk oleh atom-atom yang membawa sifat magnetic yang saling berinteraksi dan membentuk satu kesatuan. Tarikan antar atom tersebut dapat menyebabkan orientasi atom-atom dapat mengambil arah orientasi yang sama. Atom-atom yang membentuk arah orientasi yang sama inilah yang dinamakan domain magnetic. Agar dapat terwujud arah orientasi yang sama, maka jumlah atom harus cukup banyak. Jika jumlah atom tidak cukup banyak maka interaksi antar atom tidak cukup kuat mengarahkan orientasi atom ke arah yang

sama dan domain magnetic tidak dapat terwujud. Dengan demikian, ada ukuram minimum suatu material magnetic agar dapat menghasilkan domain magnetic. Jika ukuran lebih kecil dari batas maksimum maka arah orientasi atom-atom menjadi acak dan kemagnitan tidak muncul.

Jika magnetic permanen yang telah disusn oleh domain-domain magnetic dipanaskan maka atom-atom di dalamnya akan bergetar lebih kencang. Akibatnya, ikatan antar atom yang telah membentuk arah orientasi yang sama bisa lepas dan atom-atom kembali mengambil arah orientasi sembarang. Akibatnya, sifat kemagnetan menjadi hilang. Dengan demikian, pemanasan dapat menghilangkan kemagnetan bahan.

Begitu pula jika magnetic permanen dipukul-pukul maka atom-atom di dalamnya mendapat tambahan energy yang umumnya berupa energy getar. Getaran atom menjadi lebih kencang sehingga ikatan antar atom yang telah membentuk arah orientasi yang sama bisa lepas dan atom-atom kembali mengambil arah orientasi sembarang. Akibatnya, sifat kemagnetan menjadi hilang. Dengan demikian, pemukulan berulang-ulang dapat menghilangkan kemagnetan bahan.

4.6 Garis gaya magnetik

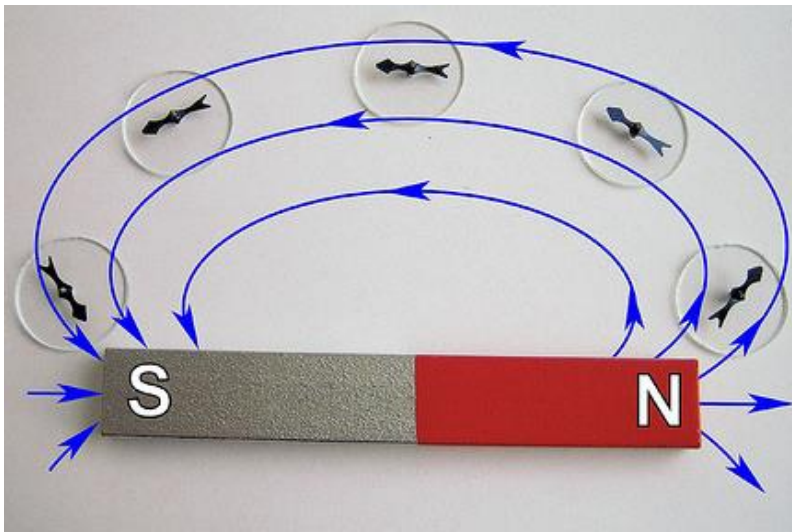
Kalian sudah belajar bahwa keberadaan gaya antar muatan listrik dapat dijelaskan dengan sederhana bila diperkenalkan konsep garis gaya listrik. Garis gaya listrik dilukiskan keluar dari muatan positif dan masuk pada muatan negatif. Untuk mendapatkan kemudahan yang sama, maka diperkenalkan juga konsep **garis gaya** pada magnet.

i) Garis gaya magnet dilukiskan keluar dari kutub utara dan masuk di kutub selatan.

ii) Kerapatan garis gaya per satuan luas di suatu titik menggambarkan kekuatan medan magnet di titik tersebut.

iii) Kerapatan garis gaya terbesar diamati di kutub magnet. Ini berarti medan magnet paling kuat di daerah kutub.

iv) Makin jauh dari kutub maka makin kecil kerapatan garis gaya. Ini berarti makin jauh dari kutub maka makin lemah medan magnet.

Gambar 4.14 adalah ilustrasi garis gaya magnet dan arah jarum kompas yang diletakkan dekat magnet tersebut.

Gambar 4.14 Lukisan garis gaya magnet. Garis gaya magnetic didefiniskan keluar dari kutup utara dan masuk di kutub selatan.

4.7 Tidak ada muatan magnetik

Pada muatan listrik kita mendapatkan bahwa garis gaya keluar dari muatan positif dan masuk pada muatan negatif. Kedua muatan dapat dipisahkan sejauh-jauhnya sehingga kita dapat memperoleh muatan positif yang teriosolasi atau muatan negatif yang terisolasi. Namun, tidak demikian dengan magnet. Kita tidak pernah menemukan kutub utara magnet saja (tanpa kutub selatan) atau kutub selatan magnet saja (tanpa kutub utara). Kutub utara dan kutub selatan magnet selalu muncul berpasangan.

Kutub utara yang terpisah atau kutub selatan yang terpisah disebut muatan magnet. Karena tidak pernah ditemukan kutub utara atau kutub selatan yang terpisah maka kita simpulkan **tidak ada muatan magnet**. Dalam bahasa teori fisika, muatan magnet dikenal dengan monopol magnet.

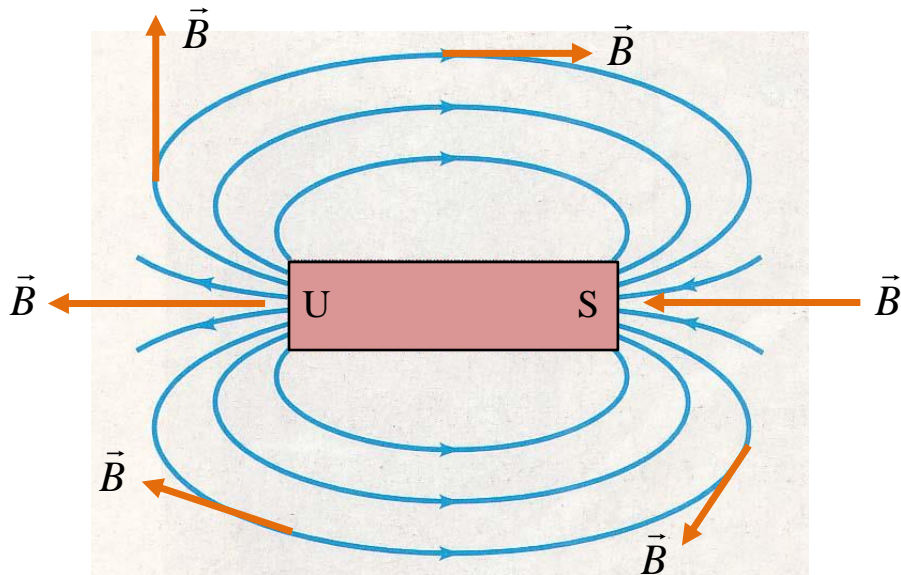
4.8 Medan magnet

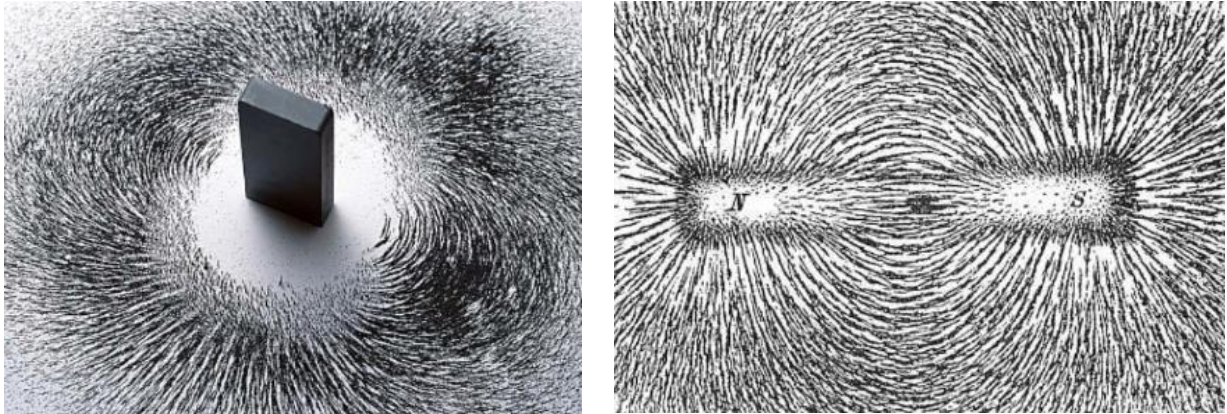
Seperti pada definisi medan listrik, kita juga mendefinisikan medan magnet. Di sekitar suatu magnet dihasilkan medan magnet dengan sifat sebagai berikut:

i) Arah medan magnet sama dengan arah garis gaya magnet

ii) Besar medan magnet sebanding dengan kerapatan garis gaya magnet

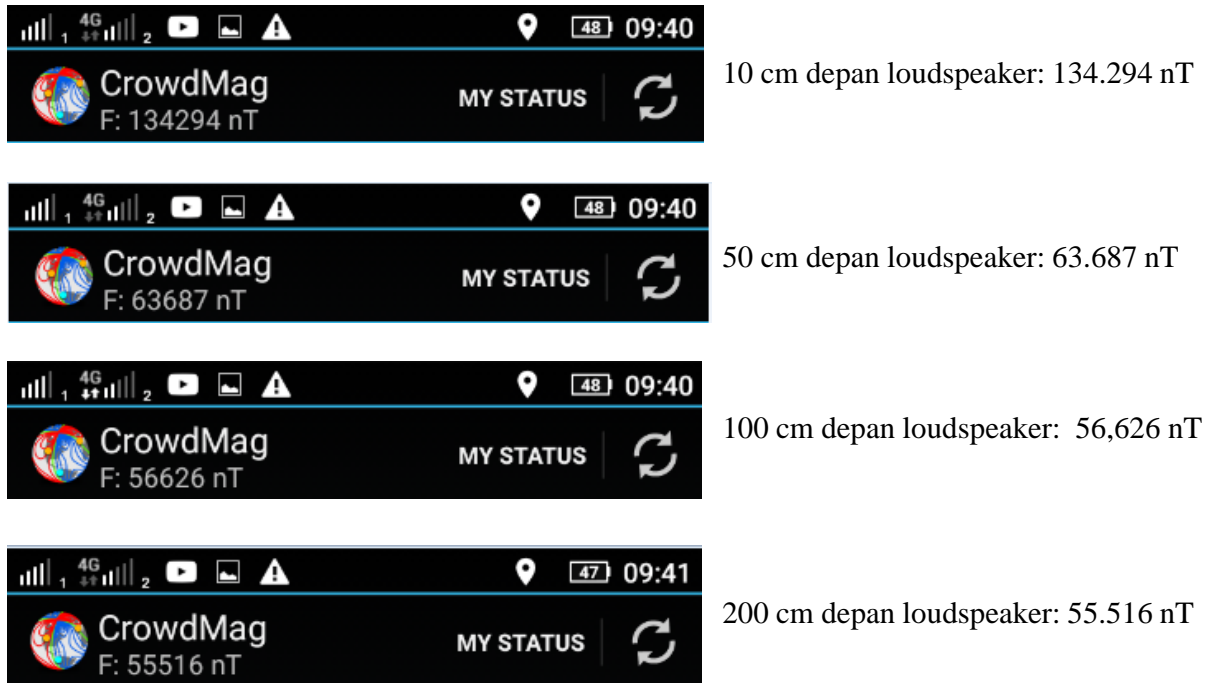
Seperti diilustrasikan pada **Gambar 4.15**, di sekitar kutub magnet kerapatan garis gaya magnet paling besar sehingga didapati medan magnet

yang paling besar. Arah garis gaya keluar dari kutub utara dan masuk ke kutub selatan. Dengan demikian, arah medan magnet keluar dari kutub utara dan masuk di kutub selatan. Kita simbolkan medan magnet dengan $\vec{B}$, yang merupakan sebuah besaran vector. Satuan medan magnet adalah Tesla yang disingkat T.

Gambar 4.15 Lukisan medan maget. Arah medan magnet di suatu titik sama dengan arah garis singgung garis gaya magnet di titik tersebut dan mengikuti orientasi garis gaya magnet di titik tersebut. Dengan demikian, di kutub utara magnet, arah medan tegak lurus kutub dank e arah luar. Di kutub selatan magnet, arah medan magnet tegak lurus kutub dan mengarah masuk menuju kutub.

Untuk menunjukkan keberaadaan bedan magnet, kakian ambil magnet permanen lalu tempatkan di sekitar tanah kering yang mengandung butir-butiran halus. Kalian goyang-goyangkan batang magnet tersebut maka akan muncul pola sekitar batang magnet. Butir-butir tanah yang halus mengelilingi magnet dalam pola garis-garis melengkung, seperti ditunjukkan pada **Gambar 4.16**. Garis melengkung tersebut merupakan garis gaya magnet. Tanah halus yang dipengaruhi oleh medan magnet mengandung material besi, umunya besi oksida seperti Fe_2O_3 atau Fe_3O_4. Karena mengandung besi maka material ini datak ditarik oleh magnet.

Gambar 4.16 Magnet batang mempengaruhi butir-butir tanah halus kering di sekitarnya sehingga butir-butir tanah membentuk pola tertentu. Pola yang dihasilkan merupakan representasi garis gaya magnet.

Bagaimana kita dapat mengukur kuat medan magnet? Cara yang paling mudah adalah menggunakan aplikasi android pada telepon pintar. Salah satu aplikasi yang dapat kalian unduh dratis dari Google Play adalah CrowdMag. Dengan aplikasi ini kita dapat menentukan kuat medan magnet pada lokasi telepon berada. **Gambar 4.17** adalah tampilan hadil pengukuran dengan CrowdMag besarnya medan magnetic bumi di wilayah Arcamanik, Bandung. Tampak bahwa kuat medan magnet bumi di wilayah Arcamanik, Kota Bandung sekitar 56.578 nT atau 56,6 μT.

Dengan aplikasi ini pun kita dapat mengukur kuat medan magnet pada berbagai jarak dari magnet. Saya melakukan pengukuran kuat medan magnet peda berbagai jarak dari loudspeaker. Kita ketahui bahwa loudspeaker mengandung magnet permanen. **Gambar 4.18** adalah contoh pengukuran yang dilakukan pada jarak 10 cm, 50 cm, 100 cm, dan 200 cm dari loudspeaker. Tampak bahwa kuat medan magneti yang diukur makin kecil dengan bertambahnya jarak dari loudspeaker. Pada jarak lebih dari 100 cm dari lodspeaker, besar medan magnet yang diukur kira-kira sama dengan medan magnet bumi. Ini berarti medan magnet loudspeaker hamper tidak lagi terdeteksi pada jarak tersebut.

Gambar 4.17 Tampilan pengukuran kuat medan magnet bumi menggunakan aplikasi CrowdMag yang diundah dari Google Play melalu telepon pintar. Lokasi pengukuran adalah di wilayah Arcamanik, Kota Bandung.

Gambar 4.18 hasil pengukuran kuat medan magnet di depan loudspeaker menggunakan aplikasi CrowdMag pada jarak 10 cm, 50 cm, 100 cm, dan 200 cm dari sebuah loudspeaker.

4.9 Gaya Lorentz

Magnet tidak hanya melakukan gaya pada magnet lain, tetapi juga dapat melakukan gaya pada arus listrik. Jika kawat yang dialiri arus listrik ditempatkan dalam medan magnet, maka kawat tersebut mendapat gaya dari magnet. Besar dan arah gaya yang dialami kawat yang dialiri arus listrik dalam medan magnet diberikan oleh hokum Lorentz

$$\vec{F} = I\,\vec{L} \times \vec{B} \qquad (4.2)$$

dengan

$\vec{F}$ gaya yang dilami kawat berarus listrik (N),
I besar arus listrik (A),
$\vec{B}$ adalah vektor medan magnet (T)
$\vec{L}$ vector panjang kawat yang dikenai medan magnet (m).

Besar vector $\vec{L}$ sama dengan bagian panjang kawat yang dikenai medan magnet saja sedangkan arahnya sama dengan arah arus dalam kawat. Karena perkalian silang dua vector menghasilkan vector baru yang tegak lurus dua vector tersebut maka arah gaya Lorentz tegak lurus vector

$\vec{L}$ dan vector $\vec{B}$. Dengan kata lain, jika kita membuat bidang datar di mana vector $\vec{L}$ dan vector $\vec{B}$ berada pada bidang tersebut maka vector gaya berarah tegak lurus bidang tersebut. Ilustrasnya tampak pada **Gambar 4.19**.

Besarnya gaya Lorentz yang dialami kawat berarus listrik dapat ditulis

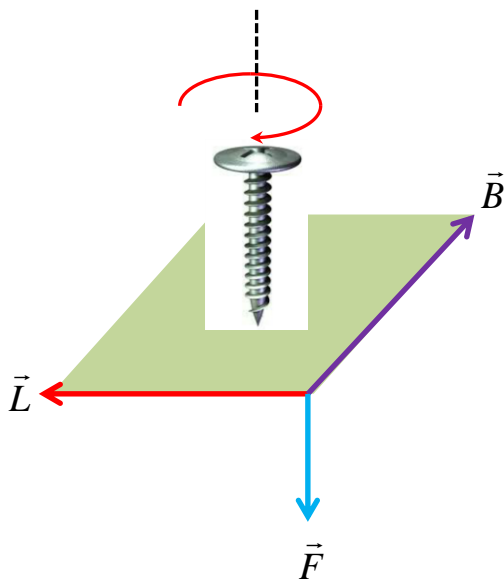
$$F = ILB\sin\theta \qquad (4.3)$$

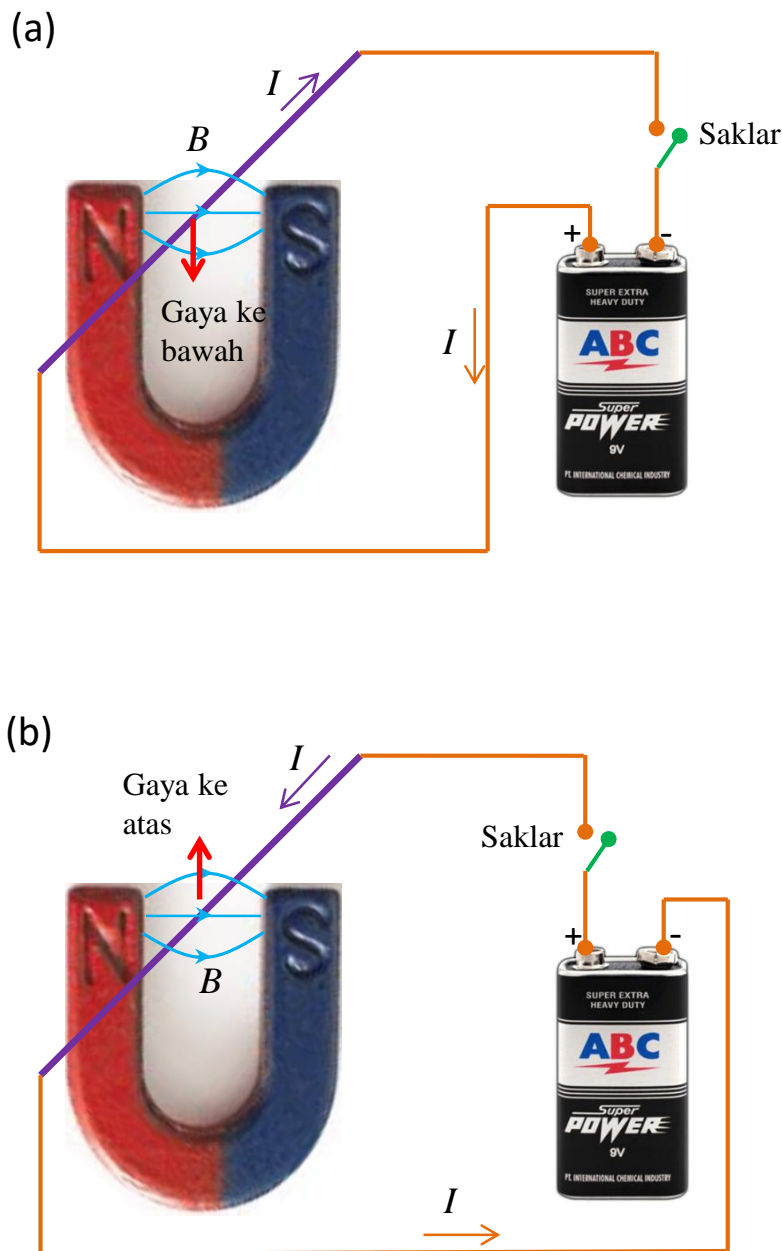
dengan θ adalah sudut antara vector $\vec{L}$ dan vector $\vec{B}$.

Untuk menentukan arah gaya Lorentz, kita gunakan aturan sekrup putar kanan. Caranya sebagai berikut.

i) Tempatkan vector panjang kawat dan vector medan magnet sehingga titik pangkalnya berimpit.

ii) Putar sekrup putar kanan dari arah vector panjang kawat ke arah vector medan magnet.

iii) Arah maju sekrup sama dengan arah gaya Lorentz pada kawat.

Gambar 4.19 Arah gaya Lorentz tegak lurus bidang yang dibentuk oleh vector $\vec{L}$ dan vector $\vec{B}$

Kita dapat mendemonstrasikan dengan mudah gaya Lorentz menggunakan sebuah magnet permanen bentuk U atau dua magnet permanen batang, sebuah baterei, dan kabel yang bisa diluruskan tetapi mudah dibengkokkan. Buat rangkaian seperti pada **Gambar 4.20**.

Gambar 4.20 Medan magnet melakukan gaya pada kawat yang dialiri arus listrik. Arah gaya ditentukan oleh arah medan dan arah arus listrik.

Jika saklat ditutup maka kabel di antara dua kaki magnet yang semula lurus menjadi bembengkok. Jika hubungan kabel ke kutub baterei ditukar maka arah belokan kabel terbalik. Belokan kabel disebabkan adanya gaya yang bekerja pada kabel ketika arus mengalir. Gaya itulah yang merupakan gaya Lorentz. Kalian dapat mengembangkan eskperimen dengan menggunakan sejumlah baterei. Makin banyak baterei yang digunakan

maka arus listrik yang mengalir makin besar sehingga gaya Lorentz masin besar. Akibatnya, kabel membelok makin besar. Jika kalian hanya memiliki satu baterei maka kalian dapat mengubah arus dengan memasang sebuah potensiometer dalam rangkian. Kalian coba lakukan sendiri bagaimana cara memasang potensiometer.

4.10 Definisi satu tesla

Jika arah arus dan arah medan magnet saling tegak lurus ($\theta = 90^o$, atau sin θ =1) maka gaya Lorentz pada kawat memenuhi

$$F = ILB$$

Jika kawat dialiri arus satu ampere dan panjang kawat yang dikenai medan magnet adalah satu meter, maka besarnya medan magnet sama dengan satu tesla jika gaya yang bekerja pada kawat adalah satu Newton.

Contoh 4.1

Kawat yang panjangnya 10 m ditempatkan dalam medan magnet yang kuat medannya 0,01 T. Bagian kawat yang dikenai medan magnet hanya sepanjuang 10 cm. Arah arus kawat terhadap medan magnet membenrutk sudut 30^o. Berapa besar gaya Lorentz yang bekerja pada kawat?

Jawab

$F = I\,L\,B \sin\,\theta$

$= 0{,}1 \times 0{,}1 \times 0{,}01$ T $\times \sin 30$o = $= 0{,}1 \times 0{,}1 \times 0{,}01 \times 1/2$

$= 5 \times 10^{-5}$ N

Nilai gaya ini sangat kecil sehingga pelu diukur dengan neraca yang sangat presisi. Gaya sebesar ini sama dengan berat sebuah partikel debu yang memiliki massa 5 mikro gram (5×10^{-6} g).

4.11 Gaya Lorentz pada muatan yang bergerak

Kalian sudah tahu bahwa muatan yang bergerak menghasilkan arus listrik bukan? Dengan demikian, muatan yang bergerak dalam medan magnet juga mengalami gaya Lorentz karena muatan tersebut menghasilkan arus listrik. Pada dasarnya, gaya Lorentz pada kawat yang dialiri arus sama

dengan superposisi (penjumlahan) gaya Lorentz pada semua muatan listrik yang sedang mengalir dalam kawat dan yang merasakan medan magnet. Jadi, yang lebih mendasar, gaya Lorentz adalah gaya yang dilakukan oleh medan magnet pada muatan listrik yang sedang bergerak.

Kita dapat menurunkan persamaan gaya Lorentz untuk muatan yang bergerak dari persamaan gaya Lorentz untuk arus pada kawat. Telah kita bahas, gaya Lorentz pada kawat yang dialiri arus listrik adalah $\vec{F} = I\,\vec{L} \times \vec{B}$. Jika bagian kawat yang dikenai medan magnet adalah $\Delta\vec{L}$ maka gaya Lorentz yang dihasilkan adalah

$$\vec{F} = I\Delta\vec{L} \times \vec{B}$$

Tetapi, kita tahu definisi arus listrik sama dengan muatan yang mengalir per satuan waktu, atau

$$I = \frac{q}{\Delta t}$$

dengan Δt adalah selang waktu dan q adalah muatan yang mengalir dalam selang waktu tersebut. Selanjutnya kita dapat menulis gaya Lorentz pada kawat berarus listrik sebagai berikut

$$\vec{F} = \left(\frac{q}{\Delta t}\right)\Delta\vec{L} \times \vec{B} = q\left(\frac{\Delta\vec{L}}{\Delta t}\right) \times \vec{B}$$

Tetapi, $\frac{\Delta\vec{L}}{\Delta t}$ adalah elemen panjang per satuan waktu yang merupakan definisi kecepatan dan tidak lain merupakan kecepatan muatan, atau

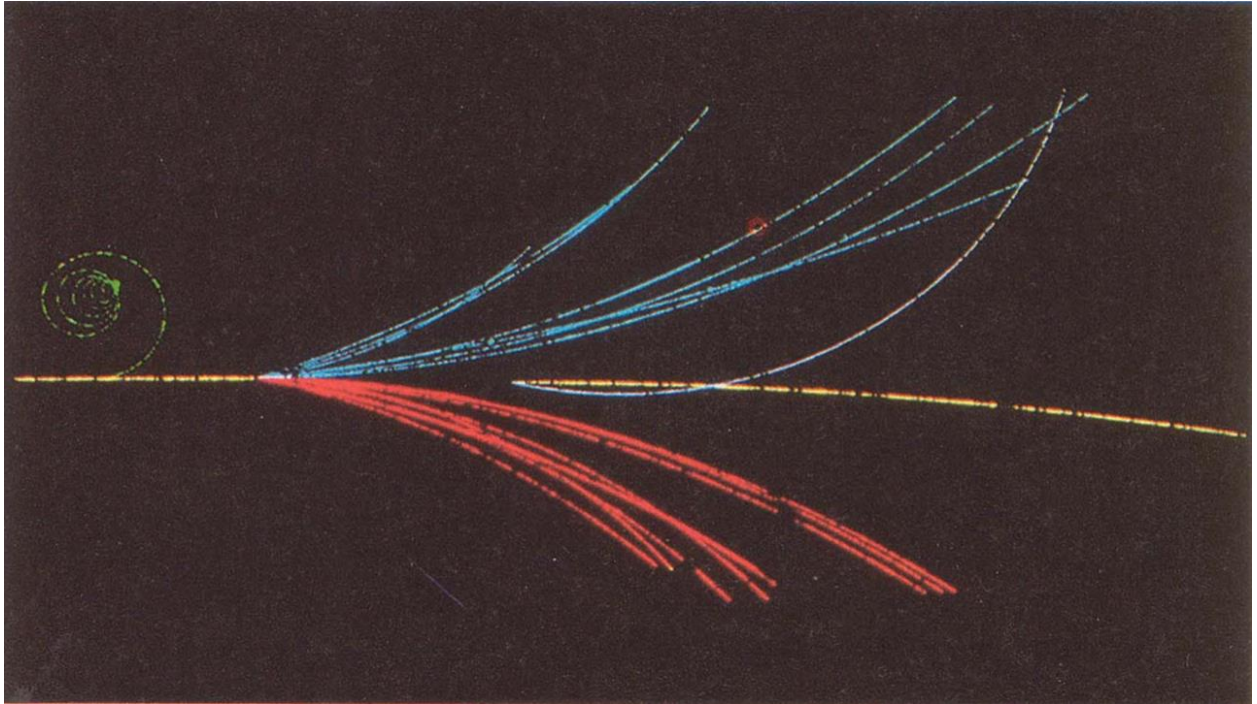
$$\frac{\Delta\vec{L}}{\Delta t} = \vec{v}$$

Akhirnya, kita peroleh ungkapan gaya Lorentz untuk muatan yang bergerak sebagai berikut

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \tag{4.4}$$

Besarnya gaya Lorentz menjadi

$$F = qvB\sin\theta \qquad (4.5)$$

dengan θ adalah sudut antara vector $\vec{v}$ dan vector $\vec{B}$.

Gambar 4.21 Lintasan muatan listrik yang bergerak dalam medan magnet mengalami pembelokan akibat gaya Lorentz. Muatan positif dan negatif membelok ke arah yang berlawanan. Jika medan magnet pada perobaan ini mengarah dari kertas ke wajah kalian,yang manakah lintasan partikel bermuatan positif dan yang manakah yang memuatan negative? Bisakah kalian jelaskan apa penyebab lintasan biru tidak berimpit dan lintasan merah tidak berimpit padahak jenis partikel yang membentuk lintasan merah dan jenis partikel yang memebtnuk lintsan biru adalah sama.

Juga tampak dari persamaan (4.4) bahwa arah gaya Loretz selalu tegak lurus vektor medan dan tegak lurus vector kecepatan, dan ditentukan oleh tanda muatan. Dengan arah seperti itu maka, jika ada muatan listrik yang bergerak dalam medan magnet maka muatan tersebut selalu membelok dalam arah tegak lurus arah gerak pada saat itu. Akibatnya, lintasan muatan menjadi melengkung, seperti diilustrasikan pada **Gambar 4.21**. Ada dua arah lengkungan yang mungkin terjadi dan semata-mata ditentukan oleh jenis muatan listrik. Muatan listrik yang berbeda tanda

akan menelngkung dalam arah yang berbeda.

Contoh 4.2

Sebuah partikel yang mempunyai massa 200 miligram dan membawa muatan 2×10^{-8} coulomb daitembakkan tegak lurus dan horizontal pada medan magnet serba sama yang horizontal dengan kecepatan 5×10^4 m/s. Jika partikel itu tidak mengalami perubahan arah, tentukan kuat medan magnet (ambil g = 10 m/s^2)

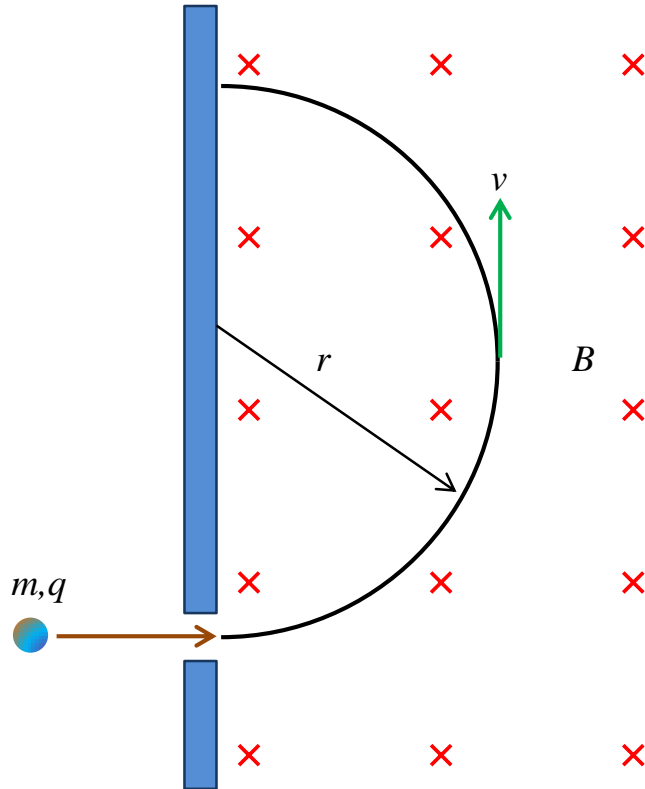
Jawab

Di sini ada dua gaya yang bekerja. Pertama adalah gaya gravitasi ke bawah. Kedua adalah Gaya Lorentz. Agar lintasan partikel tidak berubah maka besar gaya Lorentz sama dengan besar gaya gravitasi. Besar gaya gravitasi = $m\, g$. Karena lintasan partikel tegak lurus medan magnet, maka besar gaya Lorentz = $q\, v\, B \sin 90^o = q\, v\, B$. Karena kedua gaya sama maka $q\, v\, B = m\, g$ atau

$$B = \frac{mg}{qv} = \frac{(2\times 10^{-4})\times 10}{(2\times 10^{-8})\times(5\times 10^{4})} = 2 \text{ T}$$

4.12 Pembelokkan lintasan muatan dalam medan magnet

Seperti yang dibahas di atas, arah gaya Lorentz selalu tegak lurus B dan tegak lurus v. Arah gaya yang selalu tegak lurus arah gerak pada partikel bermuatan yang bergerak dalam medan magnet persis sama dengan gaya pada benda yang sedang bergerak melingkar beraturan. Pada benda yang bergerak melingkar, selalu bekerja gaya ke arah pusat lingkaran, sedangkan arah gerak selalu menyinggung lintasan (tegak lurus gaya). Dengan demikian, kita bisa mamastikan bahwa lintasan muatan yang masuk dalam medan magnet dalam arah tegak lurus membentuk lintasan lingkaran (**Gambar 4.22**). Karena lintasan berbentuk lingkaran maka pada muatan ada gaya sentripetal sebesar

$$F_s = m\frac{v^2}{r}$$

Gambar 4.22 Massa atom dapat ditentukan berdasarkan jari-jari lintasan dalam medan magnet. Tanda silang artinya medan magnet berarah ke belakang menembus kertas.

Sumber gaya sentripetal adalah gaya Lorentz yang dihasilkan oleh medan magnet yang besarnya *qvB*. Dengan menyamakan nilai ke dua gaya tersebut kita peroleh

$$qvB = m\frac{v^2}{r}$$

atau

$$m = \frac{qBr}{v} \tag{4.6}$$

Tampak dari persamaan (4.6) bahwa, jika laju dan muatan partikel diketahui maka dengan mengukur jari-jari lintasan, kita dapat menentukan massa partikel.

Contoh 4.3

Sebuah partikel yang memiliki satu muatan elementer memasuki daerah yang mengandung medan magnet 0,010 T dengan laju $2{,}0 \times 10^7$ m/s

arah tegak lurus medan magnet. Diamati bahwa partikel tersebut bergerak dalam lintasan lingkaran dengan jari-jari 11 mm Tentukan massa partikel tersebut.

Jawab
Massa partikel

$$m = \frac{qBr}{v}$$
$$= \frac{(1{,}602 \times 10^{-19}) \times (0{,}010) \times (0{,}011)}{(2 \times 10^{7})} = 9 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

4.13 Spektrometer massa

Spektrometer massa adalah alat yang dapat menentukan massa atom dengan teliti. Alat ini memanfaatkan prinsip gaya Lorentz. Atom yang akan diukur massanya mula-mula diionisasi sehingga bermuatan positif. Ion tersebut ditembakkan dalam medan magnet yang diketahui besarnya. Jika laju ion dapat ditentukan maka masa atom dapat dihitung berdasarkan pengukuran jari-jari lintasannya.

a) Selektron Kecepatan

Agar massa atom dapat dihitung maka laju ion harus diketahui terlebih dahulu. Bagaimana cara menentukan laju ion dengan mudah? Cara yang mudah adalah menggunakan selektor kecepatan. Selektor kecepatan memanfaatkan gaya listrik dan gaya magnet. Medan magnet dan medan listrik dibangkitkan dalam suatu ruang dalam arah yang saling tegak lurus.

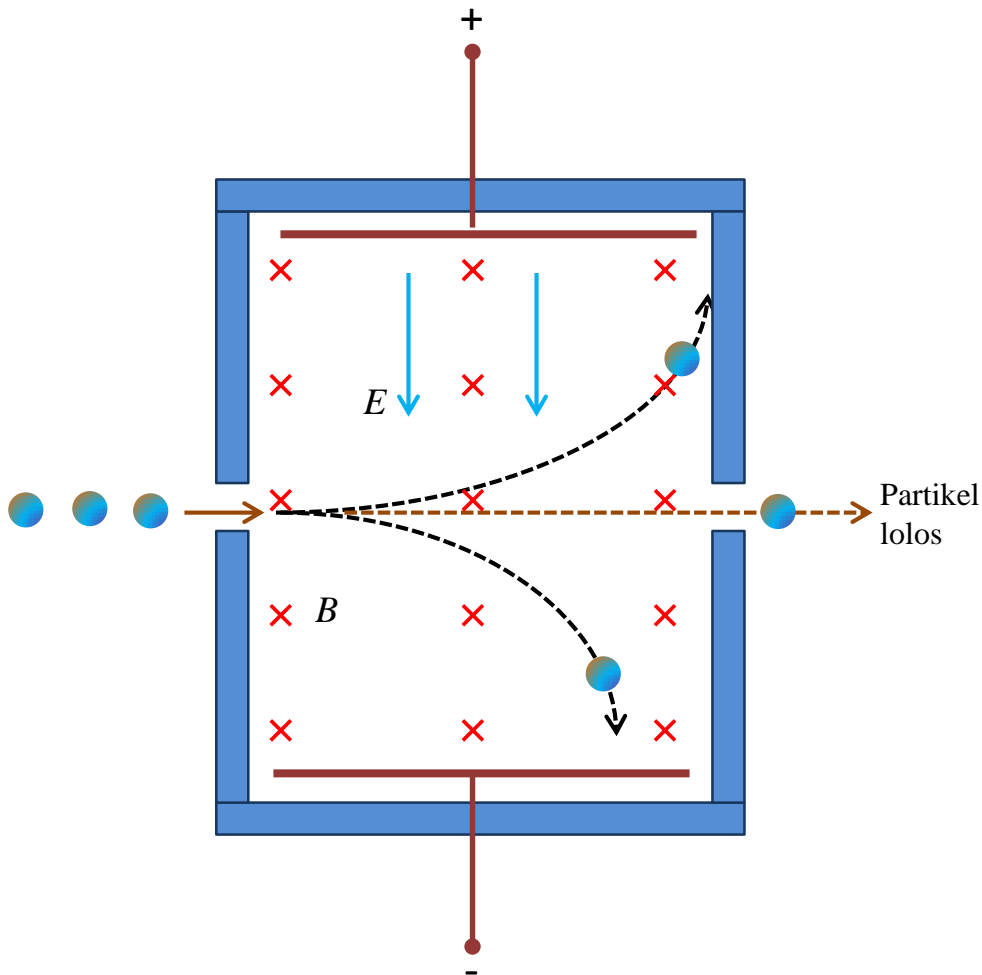
Gambar 4.23 adalah ilustrasi selektror kecepatan untuk partikel bermuatan listrik. Partikel bermuatan ditembakkan masuk ke dalam ruangan yang mengandung dua medan tersebut. Baik medan listrik maupun medan magnet masing-masing melakukan gaya pada partikel.

i. Gaya yang dilakukan medan listrik = $q\,E$
ii. Gaya yang dilakukan medan magnet = $q\,v\,B$

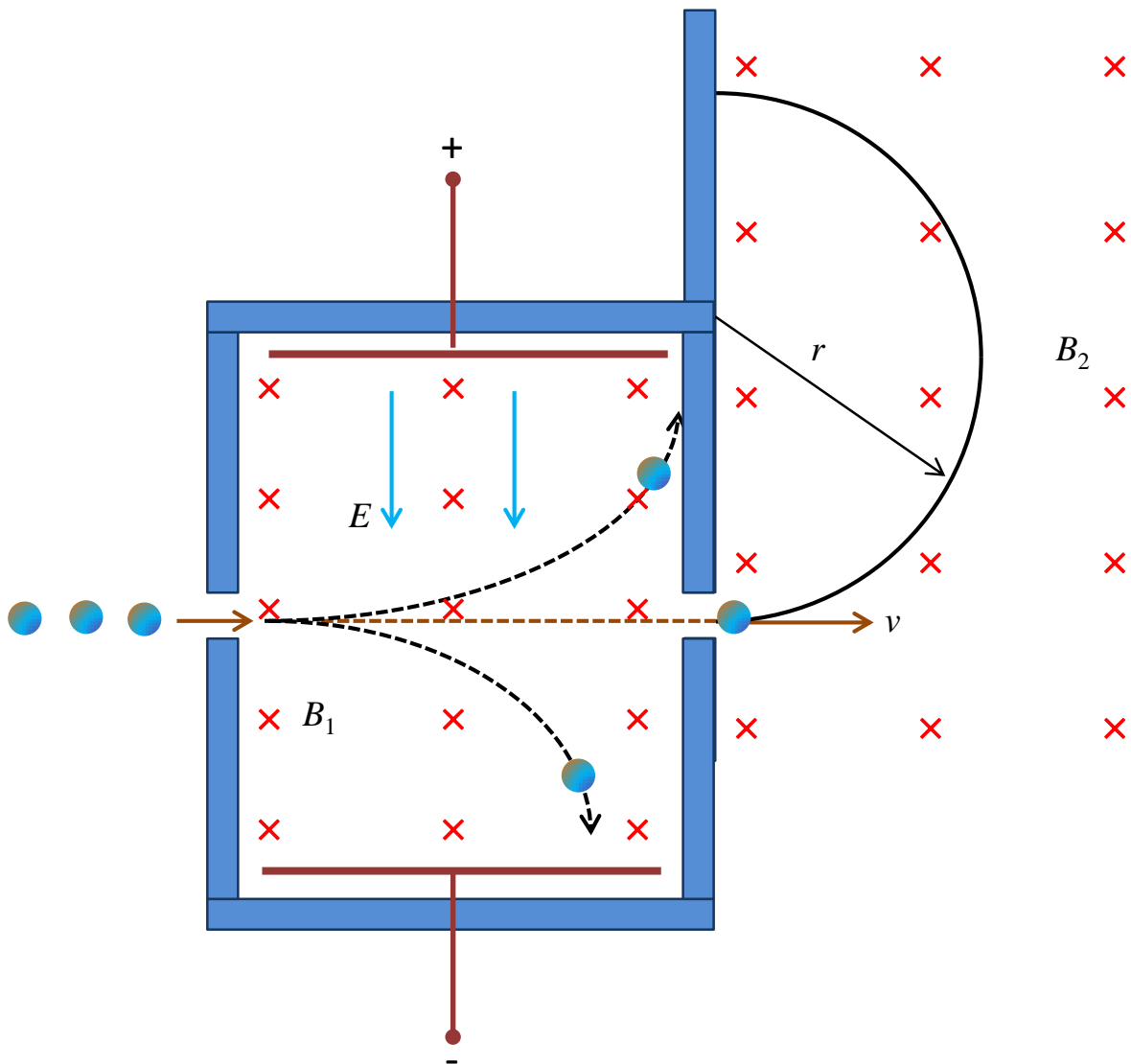
Besar medan listrik dan medan magnet diatur sedemikian rupa sehingga ke dua gaya tersebut persis sama besar dan berlawanan arah. Dalam keadaan demikian, partikel tidak mengalami pembelokkan. Jadi, agar lintasan partikel lurus maka harus terpenuhi

$$q\,E = q\,v\,B$$

atau

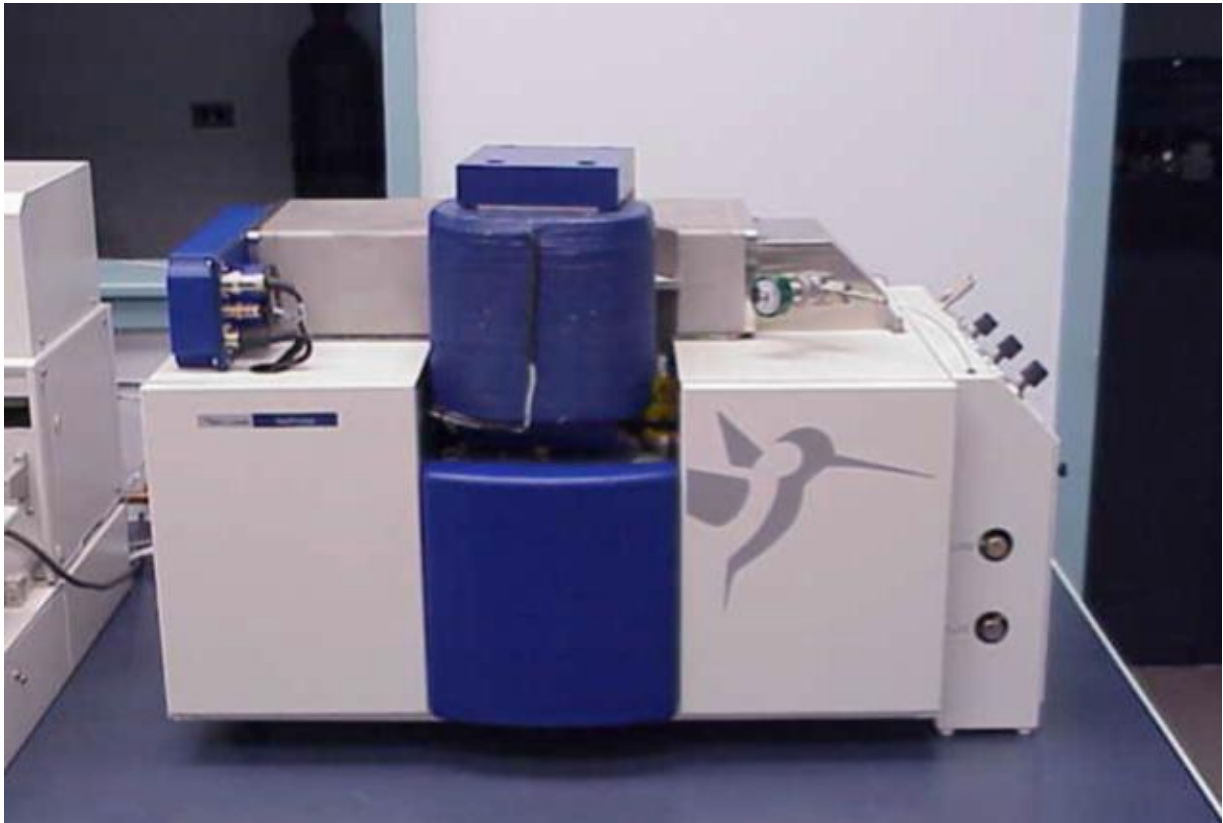
$$v = \frac{E}{B} \tag{4.7}$$

Gambar 4.23 Dalam selektor kecepatan, medan listrik dan medan magnet menarik partikel dalam arah berlawanan. Hanya partikel yang ditarik dalam arah berlawanan dengan gaya yang sama besar yang bergerak dalam garis lurus.

Berdasarkan persamaan (4.7) hanya partikel dengan laju $v = E/B$ yang memiliki lintasan yang lurus. Partikel dengan laju lebih besar atau lebih kecil dari $v = E/B$ mengalami pembelokkan. Jika di depan dan di belakang selektron kecepatan dipasan dua lubang dalam posisi lurus, dan partikel masuk di celah pertama maka hanya partikel dengan laju $v = E/B$ yang dapat losos pada celah kedua. Partikel dengan laju lebih besar atau lebih kecil tertahan oleh dinding dan tidak didapatkan di sebelah luar celah kedua. Dengan demikian, kita mendapatkan ion dengan kecepatan yang

sudah tertentu yang keluar dari celah kedua.

Gambar 4.24 Skema spektrometer massa lengkap yang terdiri dari slektor kecepatan dan daerah pembelokan.

b) Spektrometer Massa Lengkap

Spektrometer massa yang lengkap mengandung selektron kecepatan (yang mengandung medan listrik dan medan magnet yang berarah tegak lurus) dan ruang pembelokan yang mengandung medan magnet saja. Selektron kecepatan memilih partikel dengan laju tertentu saja yang memasuki ruang pembelokan. Di ruang pembelokan, jari-jari lintasan partikel diukur sehingga berdasarkan informsi laju yang dihasilkan oleh selektron kecepatan dan dengan mengukur jari-jari lintasan, maka massa atom dapat ditentukan dengan mudah. **Gambar 4.24** adalah xkema spectrometer massa

secara lengkap.

Gambar 4.25 Contoh spektrometer massa yang digunakan dalam laboratorium riset.

Berdasarkan **Gambar 4.24**, laju partikel yang lolos selector kecepatan memenuhi

$$v = \frac{E}{B_1} \qquad (4.8)$$

dengan E kuat medan listrik pada sekeltor kecepatan dan B_1 kuat medan magnet pada selektor kecepatan

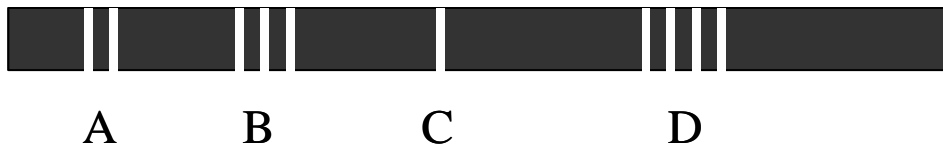
Atom membelok dalam ruang pembelokan sehingga massanya memenuhi

$$m = \frac{qB_2 r}{v} = \frac{qB_2 r}{E / B_1}$$

$$= \frac{qB_1 B_2}{E} r \qquad (4.9)$$

dengan B_2 kuat medan magnet pada ruang pembelokan, E jari-jari lintasan atom pada ruang pembelokan, dan q muatan atom. **Gambar 4.25** adalah contoh spectrometer massa yang digunakan dalam laboratorium riset.

4.14 Massa isotop

Spektrometer massa merupakan alat yang sangat teliti. Alat ini mampu mengukur massa atom hingga perbedaan satu proton atau satu neutron. Isotop adalah atom yang dalam intinya memiliki jumlah proton yang sama tetapi jumlah neutron berbeda. Jadi, isotop hanya berbeda dalam jumlah neutron tetapi jumlah proton maupun jumlah elektron sama. Apabila dilewatkan pada spektrometer massa maka isotop yang berbeda memiliki jari-jari lintasan yang sedikit berbeda. Apabila diamati dengan teliti hasil yang terekam pada film spektrometer mass, dipeoleh pola seperti pada **Gambar 4.26**.

Gambar 4.26 Garis-garis pada film hasil rekaman spektrometer massa. A, B, C, dan D menyatakan atom yang berbeda, sedangkan garis yang berbeda pada satu kelompok menyatakan isotope yang berbeda dari arom yang sama.

Garis-garis yang terpisah cukup jauh mewakili atom dari unsur yang berbeda. Garis-garis yang berkelompok merepresentasikan isotop-isotop dari suatu unsur. Berdasarkan **Gambar 4.26**:

Unsur A memiliki dua isotop
Unsur B memiliki tiga isotop
Unsur C tidak memiliki isotop
Unsur D memiliki empat isotop

Contoh 4.4

Atom karbon dengan massa atomik 12,0 smu ditemukan dalam bentuk campuran dengan usnur lain yang tidak diketahui. Ketika dikaji dengan spektrometer massa, atom karbom nemempuh litasan dengan jari-jari 22,4 cm sedangkan atom yang belum diketauhi menempuh lintasan dengan jari-jari

26,2 cm. Dapatkah kalian perkiranaan unsur apakah yang tidak dikenal tersebut? Anggap muatan atom karbon dan atom yang tidak dikenal sama.

Jawab

Massa atom dihitung dengan rumus

$$m = \frac{qB_1B_2}{E} r$$

Jika muatan atom yang melewati spektrometer sama, maka kita dapatkan

$$m \propto r$$

atau

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{r_2}{r_1}$$

Berdasarkan soal m_1 = 12,0 sma, r_1 = 22,4 cm, dan r_2 = 26,2 cm. Maka

$$m_2 = \frac{r_2}{r_1} m_1 = \frac{26{,}2}{22{,}4} \times 12{,}0 = 14{,}03 \text{ sma}$$

Berdasarkan tabel periodik, unsur dengan massa atomik 14,0 adalah nitrogen. Jadi unsur yang bercampur dengan oksigen adalah nitrtogen.

4.15 Siklotron

Siklotron adalah alat yang mempercepat partikel bermuatan dalam lintasan lingkaran. Siklotron yang pertama kali dibuat adalah siklotron elektron. Siklotron mempercepat muatan menggunakan medan listrik bolak-balik. Medan magnet juga dipasang untuk membelokkan arah gerak muatan sehingga dapat dipercepat kembali oleh medan listrik dalam arah sebaliknya. Skema siklotron tampak pada **Gambar 4.27**.

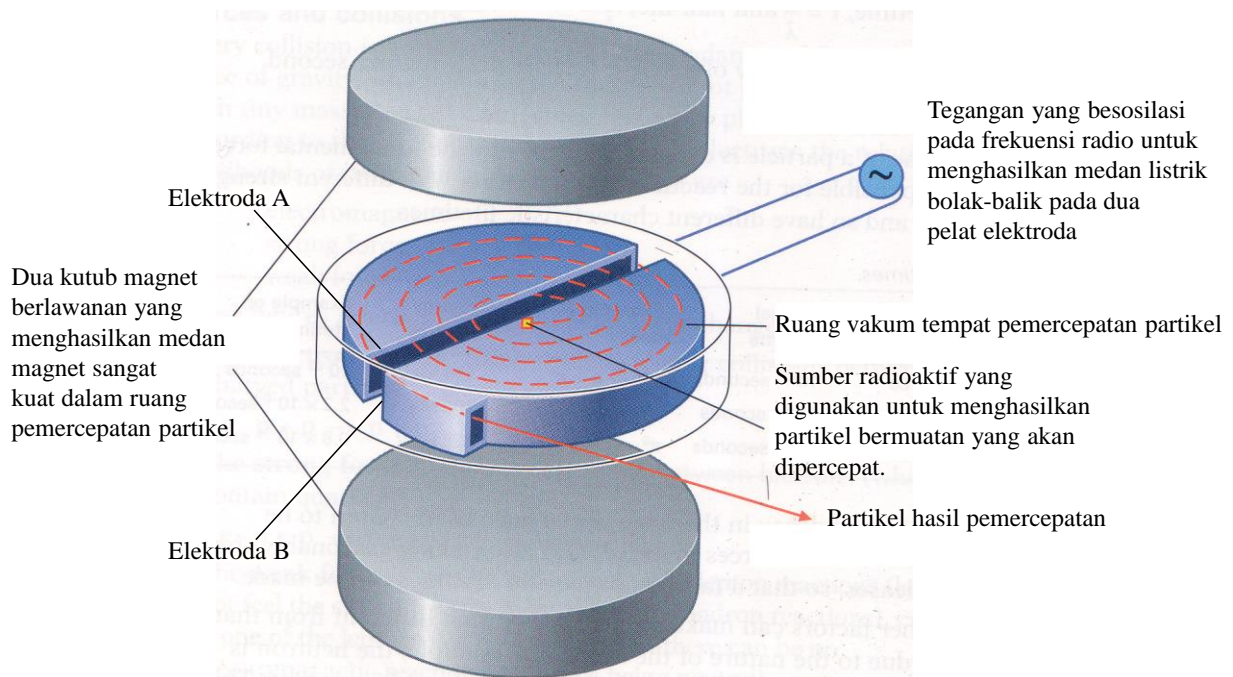
Untuk memahami prinsip kerja siknrotron, perhatikan **Gambar 4.27.** Medan listrik hanya berada antara pelat elektroda A dan B. Di luar elektroda terdapat medan magnet. Misalkan partikel yang akan dipercepat memiliki muatan positif dan partikel bermula dari elektroda A. Selama melewati daerah antara dua elektroda (antara A dan B) partikel dipercepat oleh medan listrik. Percepatan yang dialami partikel adalah

$$a = \frac{qE}{m} \tag{4.10}$$

dengan

q muatan partikel,

E kuat medan listrik,

m massa partikel

Gambar 4.27 Skema siklotron. Dalam ruang hampa partikel dipercepat. Medan listrik dan medan magnet dihasilkan bersamaan dalam ruang tersebut. Medan listrik berfungsi untuk mempercepat partikel sedangkan medan magnet digunakan untuk membelokkan lintasan partikel sehingga tetap berada dalam ruang tersebut.

Ketika meninggalkan ruang antar elektroda A dan B partikel hanya dikenai medan magnet sehingga dibelokkan membentuk lintasan lingkaran. Elektroda A dan B berongga sehingga dapat ditembus partikel. Akibatnya, partikel kembali mengenai elektroda. Ketika partikel kembali mencapai elektroda B, arah medan listrik sudah dibalik. Akibatnya, partikel dipercepat lagi. Kembali meninggalkan ruang antara elektroda A dan B, partikel dibelokkan oleh medan listrik di sebelah kiri dan mebentuk lintasan lingkaran sehinmgga kembali mencapai elektroda A. Begitu seterusnya. Pada akhirnya partikel memiliki laju yang sangat besar setelah mengalami percepatan yang terus menerus.

Frekuensi tegangan bolak-balik harus diatur sedemikian rupa sehingga ketika partikel kembali mencapai elektroda setelah dibelokkan oleh medan magnet, arah medan dalam ruang antara elektroda tetap membalik arah. Frekuensi tersebut dapat dihitung sebagai berikut.

Misalkan laju partikel ketika bergerak dalam medan magnet adalah v. Gaya Lorentz yang bekerja pada partikel adalah qvB. Gaya ini merupakan gaya sentripetal pada partikel (karena lintasan partikel berupa lingkaran). Gaya sentripetal dapat ditulis

$$F_s = m\frac{v^2}{r} = mv\frac{v}{r} = mv\omega$$

dengan ω adalah frekuensi sudut putaran partikel. Samakan gaya sentripetal dengan gaya Lorentz maka

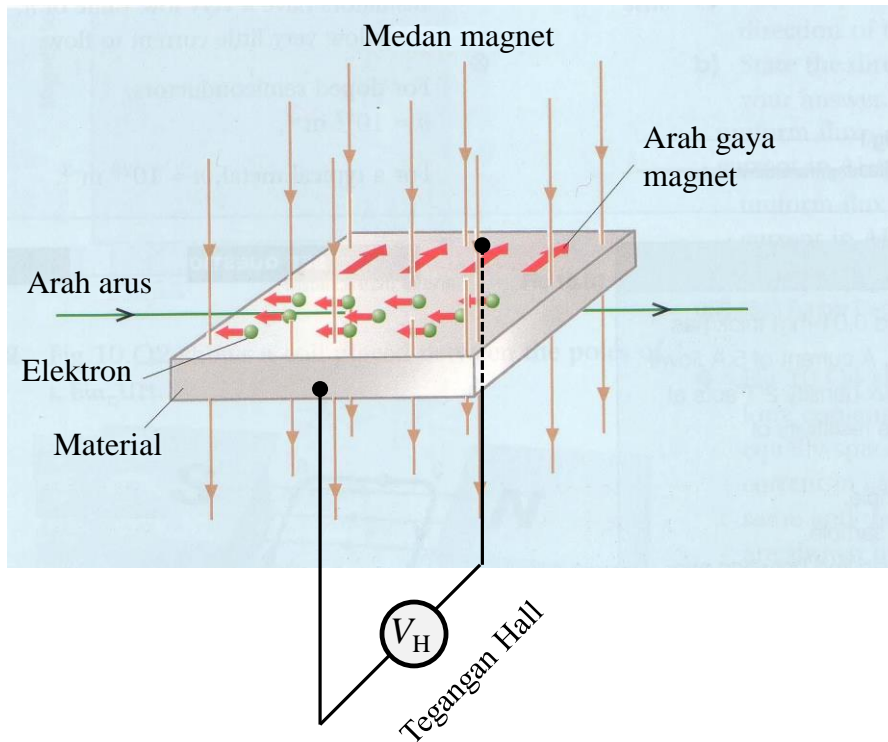
$$qvB = mv\omega$$

atau

$$\omega = \frac{qB}{m} \qquad (4.11)$$

Agar partikel mengalami percepatan yang tepat (seperti yang diuraikan di atas) maka frekuensi sudut tegangan antara dua elektroda harus sama dengan frekuensi sudut putaran partikel. Yang menarik dari persamaan ini adalah frekuensi bolak-balik partikel tetap sama meskipun jari-jari lintasan partikel makin besar.

4.16 Efek Hall

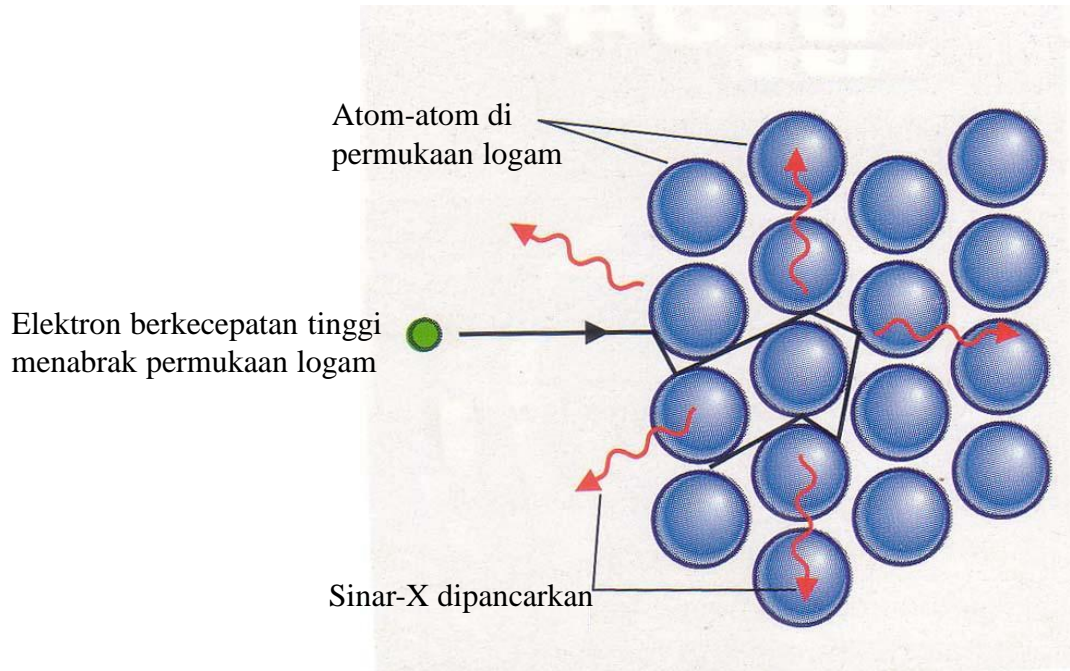
Fenomena gaya Lorentz diaplikasikan pula dalam menyelidiki material. Salah satu aplikasinya adalah menyelidiki sifat pembawa muatan listrik dalam material berdasarkan suatu fenomena yang bernama efek Hall. Efek Hall adalah peristiwa terbentuknya beda potensial antara dua sisi material yang dialiri arus listrik ketika material tersebut ditempatkan dalam medan magnet yang arahnya tegak lurus arah aliran muatan (arah arus).

Gambar 4.28 Elektron yang mengalir dalam bahan membelok ke sisi bahan jika bahan tersebut ditempatkan dalam medan magnet.

Akibat adanya medan magnet maka muatan positif dan negatif mengalami pembelokan dalam arah berlawanan. Sehingga pada satu sisi permukaan benda terjadi penumpukan muatan positif dan pada sisi yang berlawanan terjadi penumpukan muatan negatif. Dua sisi benda seolah-oleh bersifat sebagai dua pelat sejajar yang diberi muatan listrik sehingga timbul beda potensial antara dua sisi tersebut. Beda potensial tersebut disebut tegangan Hall. **Gambar 4.28** adalah ilustrasi pembelokan muatan listrik yang menghasilkan tegangan Hall.

Dari nilai tegangan Hall maka dapat ditentukan konsentrasi pembawa muatan dalam material. Efek Hall merupakan metode yang sangat sederhana untuk menentukan kerapatan pembawa muatan (muatan per satuan volum) dalam bahan semikonduktor.

4.17 *Bremstrahlung*

Teori elektrodinamika klasik menyimpulkan bahwa partikel bermuatan listrik yang memiliki percepatan atau perlambatan memancarkan gelombang elektromagnetik. Peristiwa ini disebut

bremstahlung. Misalkan elektron dipercepat dengan beda potensial beberapa puluh ribu volt. Jika elektron tersebut ditumbukkan pada permukaan logam maka kecepatannya berkurang secara drastis. Elektron mengalami perlambatan yang sangat besar, sehingga elektron memancarkan gelombang elektromagnetik (**Gambar 4.29**).

Gambar 4.29 Proses produksi sinar-X. electron berkecepatan tinggi menabrak atom-atom di permukaan logam. Akibatnya, electron yang sedang mengitari inti pada atom tersebut meloncat ke tingkat energy lebih tinggi di orbit luar. Ketika kembali jatuh ke orbit awal, maka electron memancarkan gelombang elektromagnetik (foton). Untuk logam dengan nomor atom besar maka selisih tingkat energy electron dalam atom berada dalam rending energy foton sinar-X. Dengan demikian gelombang elektromagnetik yang dipancarkan eletkron ketika pindah kembali ke tingkat energy semula merupakan sinar-X.

Gelombang elektromagnetik yang dipancarkan berada pada semua frekuensi. Frekuensi gelombang elektromagnetik yang dipancarkan dengan intensitas terbesar memenuhi hubungan

$$h\nu = eV \tag{4.12}$$

dengan

ν frekuensi gelombang elektromagnetik yang dipancarkan dengan intensitas terbesar

h konstnta Planck ($6{,}625 \times 10^{-34}$ J s)

e muatan electron,

V beda potensial yang mempercepat elektron

Jika beda potensial yang digunakan untuk mempercepat elektron adalah puluhan ribu volt maka frekuensi dengan intensitas maksimum berada di daerah sinar-X. Ini adalah cara menghasilkan sinar-X yang dipakai di kedokteran.

Jika percepatan partikel berubah secara peiodik dengan periode T maka gelombang elektromagnetik yang dipancarkan memiliki periode T juga. Contoh partikel yang memiliki percepatan periodik adalah partikel yang bergrak melingkar atau partikel yang berosilasi harmonik. Antene pemancar adalah contoh perangkat yang memproduksi gelombang elektromagnetik dengan periode tertentu akibat osilasi muatan listrik.

Contoh 4.5

Sebuah elektron di dalam tabung hampa dipercepat antara dua elektrode yang memiliki beda potesial 80 kV dan menabrak anoda. Berapa panjang gelombang elektron yang dihasilkan?

Jawab

Frekuensi gelombang yang dihasilkan

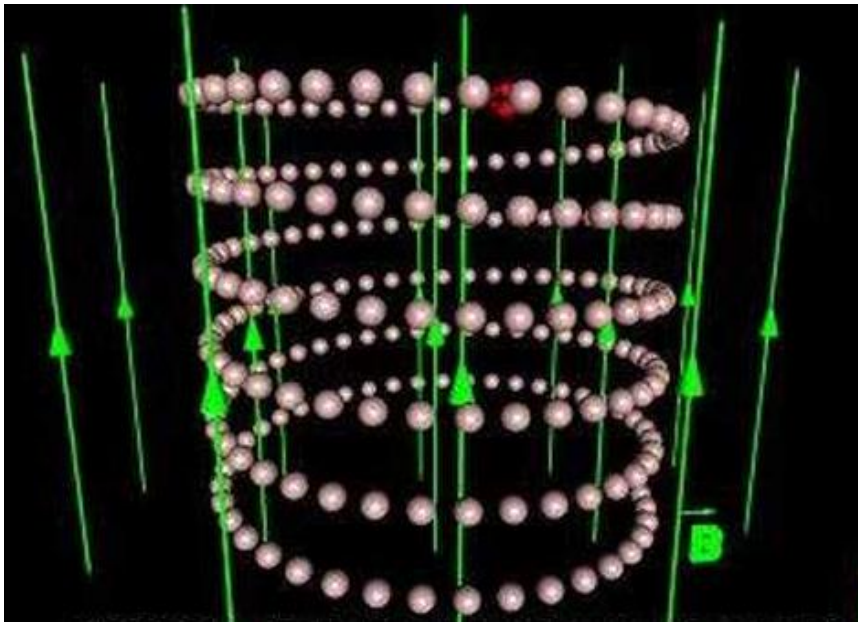
$$\nu = \frac{eV}{h} = \frac{(1{,}602\times 10^{-19})\times(8\times 10^{4})}{(6{,}625\times 10^{-34})} = 1{,}9\times 10^{19} \text{ Hz}$$

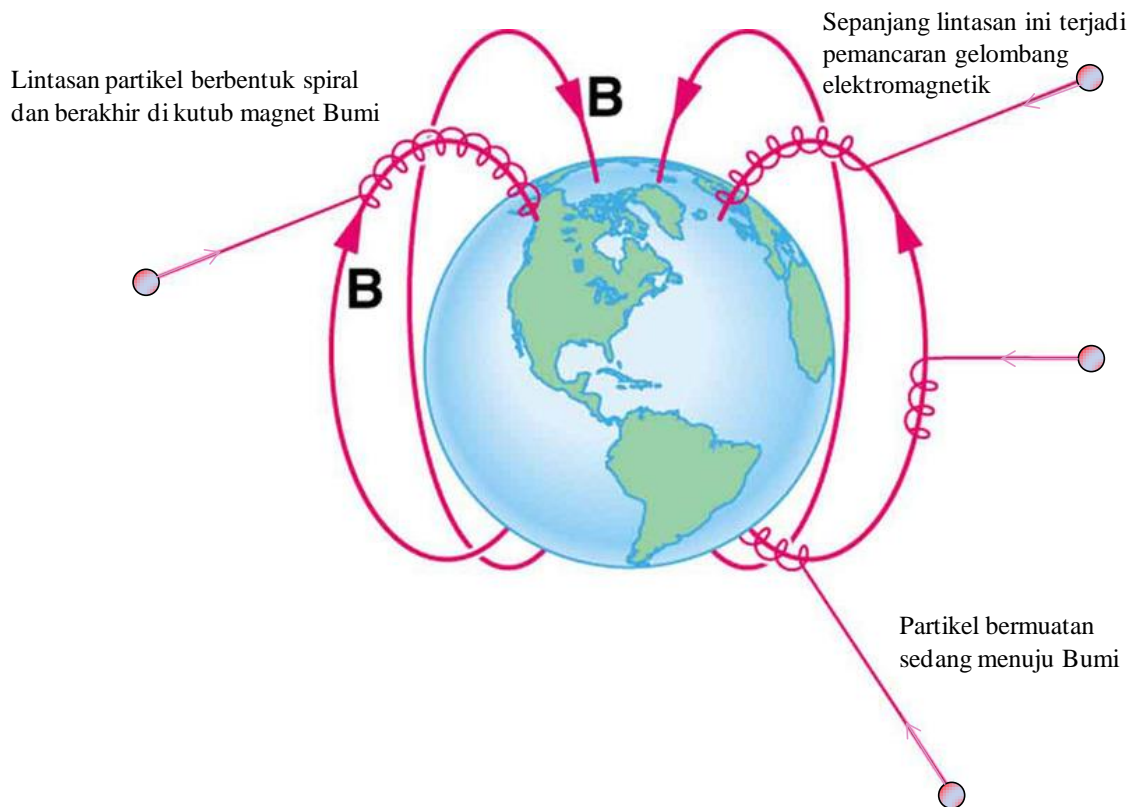
Panjang gelombang yang dihasilkan

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3\times 10^{8}}{1{,}9\times 10^{19}} = 1{,}6\times 10^{-11} \text{ m}$$

4.18 Aurora

Di samping dalam proses produksi sinar-X, peristiwa bremstahlung dapat diamati di sekitar kutub bumi dalam bentuk cahaya terang, yang dikenal dengan Aurora. Penyebab munculnya Aurora dapat dijelaskan secara singkat sebagai berikut.

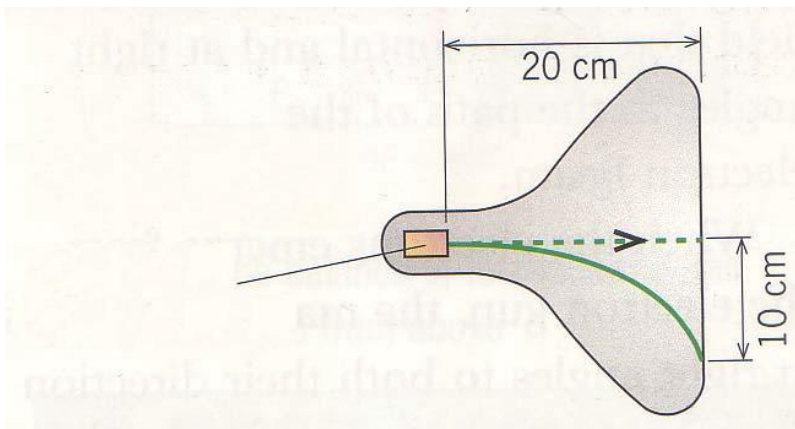
Misalkan sebuah muatan dengan kecepatan tertentu masuk ke dalam daerah yang mengandung medan magnet dengan sudut yang tidan tegak lurus medan magnet. Bentuk lintasan partikel berubah menjadi spiral seperti pada **Gambar 4.30**.

Gambar 4.30 Lintasan partikel yang masuk ke dalam medan magnet umumnya berbentuk spiral (youtube.com)

Bumi memiliki medan magnet dengan arah keluar dari kutub selatan (kutub utara bumi) dan masuk di kutub utara (kutub selatan bumi). Jika partikel bermuatan dari luar angkasa masuk ke bumi dengan sudut tertentu maka partikel tersebut bergerak dalam lintasan spiral menuju ke arah kutub magnet bumi (**Gambar 4.31**). Selama bergerak dalam lintasan spiral, partikel memiliki percepatan sehingga memancarkan gelombang elektromagnetik. Saat mendekati kutub magnetik bumi, konsentrasi partikel sangat besar sehingga intensitas gelombang elektromagnetik yang dipancarkan sangat tinggi dan dapat diamati dengan mata. Itu sebabnya mengapa aurora hanya diamati di sekitar kutub. **Gambar 4.32** adalah foto Aurora yang diambil pada tengah malam 10 April 2015 di Delta Junction, Alaska oleh NASA (NASA.gov).

Gambar 4.31 Lintasan partikel bermuatan ketika memasuki medan magnet bumi. Bentuk lintasan adalah spirak dan mengarah ke kutub bumi.

Gambar 4.32 Aurora borealis yang diamati di kutub utara. Foto diambil pada tengah malam 10 April 2015 di Delta Junction, Alaska oleh NASA (NASA.gov)

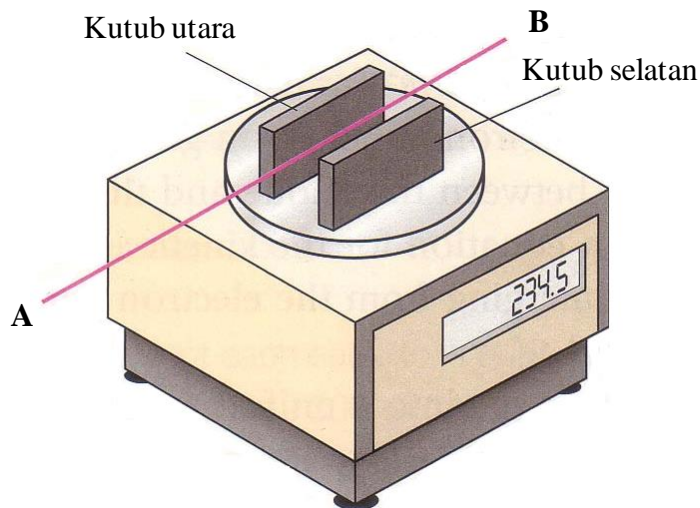
Soal-Soal

Partikel bermuatan q bergerak dengan laju tetap memasuki medan magnet dan medan listrik secara tegak lurus (medan listrik tegak lurus medan magnet). Apabila besar insuksi magnet 0,2T dan kuat medan listrik 6×10^4 V/m, tentukan laju partikel

Tabung televisi menggunakan medan magnet untuk membelokkan berkas elektron. Elektron ditembakkan dari senjata elektron dalam tabung dengan laju 2×10^7 m/s. Elektron-elektron tersebut kemudian bergerak menuju layar yang jaraknya 20 cm arah horisontal. Selama perjalanan, elektron dibelokkan dalam arah tegak lurus oleh medan magnet sejauh 10 cm (**Gambar 4.33**). Hitunglah kuat medan magnet yang terpasang dalam tabung.

Gambar 4.33 Gambar untuk soal ***

Gambar 4.34 memperlihatkan sebuah neraca yang digunakan untuk mengukur arus. Di antara kutub magnet terdapat kawat lurus AB yang dialiri arus. Polaritas magnet ditunjukkan pada gambar tersebut.

i) Agar dapat menentukan kuat medan magnet, ke mana arus diarahkan?

ii) Panjang bagian kawat yang bersentuhan dengan medan magnet adalah 6 cm. Jika kuat medan listrik yang dilalui kawat adalah 0,05T, hitunglah arus yang mengalir pada kawat agar massa yang diukur neraca bertambah sebesar 2,5 g.

Gambar 4.34 Gambar untuk soal ***

Partikel bermuatan q bergerak dengan laju tetap memasuki medan magnet dan medan listrik secara tegak lurus (medan listrik tegak lurus medan magnet). Apabila besar induksi magnet 0,2 T dan kuat medan listrik 6×10^4 V/m, tentukan laju gerak partikel (UMPTN 1997)

Sebuab tabung sinar-X menghasilkan sinar-X dengan panjang gelombang minimum λ. Tentukan beda potensial antara katode dan anode untuk menghasilkan sinar ini

Jarum kompas tidak selalu mengarah sejajar dengan permukaan bumi, tetapi satu ujung sedikit mengarah ke tahan dan ujung lainnya mengarah ke atas. Jelaskan

Dua batang besi selalu menarik satu sama lainnya, tidak peduli ujung manapun yang saling didekatkan. Apakah ke dua batang tersebut magnet? Jelaskan

Misalkan kamu memiliki tiga batang besi di mana dua matang merupakan magnet. Dapatkan kamu menenrukan dua batang yang merupakan magnet tanpa bantuan benda lain?

Bisakah kamu mengentikan elektron yang sedang bergerak dengan medan magnet? Dapatkan kamu menhentikan dengan medan listrik?

Bagaimana kamu dapat membedakan bahwa elektron yang sedang bergerak dalam suatu ruang dibelokkan oleh medan listrik atau medan magnet.

Dua ion memiliki massa yang sama tetapi salah satu ion terionisasi sekali dan ion yang lainnya terionisasi dua kali. Bagaimaan perbedaan jari-jari lintasan ion tersebut dalam spektrometer massa.

Sebuah proton bergerak dalam lintasan lingkaran dan tegak lurus medan magnet yang besarnya 1,15 T. Jari-jari lintasan adalah 8,40 mm. Hitunglah energi proton dalam eV

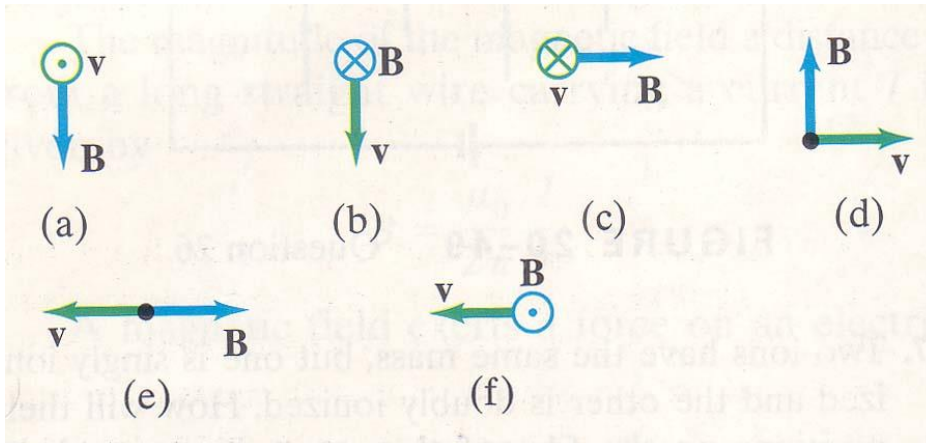
Partikel bermuatan q bergerak dalam linatsan lingkaran dengan jari-jari r dalam medan magnet serba sama B. Arah berak partikel dengan medan tegak lurus. Perlihatkan bahwa momentum partikel memenuhi $p = q\ b\ r$

Sebuah peluru yang memiliki massa 3,8 g bergerak dengan laju 180 m/s tegak lurus medan magnetik bumi yang besarnya $5{,}00 \times 10^{-5}$ T. Jika peluru tersebut memiliki muatan netto $8{,}10 \times 10^{-9}$ C, berapa pembelokan peluru setelah menempuh jarak 1,00 km?

Jika partikel bermuatan negatif masuk daerah yang mengandung medan magnetik serbasama yang arahnya tegak lurus kecepatan partikelm apakah energi kinetik partikel akan bertambah, berkurang, atau tetap? Jelaskan jawabanmu.

Mengapa kutub magnet selalu menarik batangan besi, yang manapun jenis kutub tersebut?

Jelaskan bentuk lintasan elektron yang diproyeksikan vertikal ke atas dengan laju $1{,}8 \times 10^{6}$ m/s ke dalam medan magnet serbasama yang arahnya ke belakang menjauhi pengamat

Carilah arah gaya yang bekerja pada muatan negatif pada tiap diagram pada **Gambar 4.35** dengan **v** adalah kecepatan muatan dan **B** adalah medan magnet.

Gambar 4.35 Gambar untuk soal ***

Partikel alfa dengan muatan q = +2e dan massa 6,6 × 10^{-27} kg dipancarkan dari sumber radioaktif dengan laju 1,6 × 10^{7} m/s. Berapa kuat medan magnet yang diperlukan untuk membelokkan lintasan partikel tersebut sehingga membentuk lintasan dengan jari-jari 0,25 m?

Sebuah elektron mendapatkan gaya terbesar jika bergerak dengan laju 1,8 × 10^{6} m/s di dalam medan magnet jika arah gerakannya ke selatan. Gaya yang dialami elektron mengarah ke atas dan besarnya 2,2 × 10^{-12} N. Berapa besar dan arah medan magnet? (Petunjuk: mendapatkan gaya terbesar artinya sudut antara kecepatan dan medan magnet adalah tegak lurus).

Sebuah partikel bermassa m dan muatan q bergerak tegak lurus medan magnet B. Perlihatkan bahwa energi kinetik sebanding dengan kuadrat jari-jari lintasan.

Untuk partikel bermassa m dan muatan q dan bergerak dalam medan magnet serba sama B dalam arah tegak lurus, perlihatkan bahwa momentum sudut memenuhi $L = qBr^2$

Gunakan ide tentang domain untuk menjelaskan fenomena berikut ini

a) Jika magnet dibagi dua maka tiap-tiap bagian tetap merupakan magnet

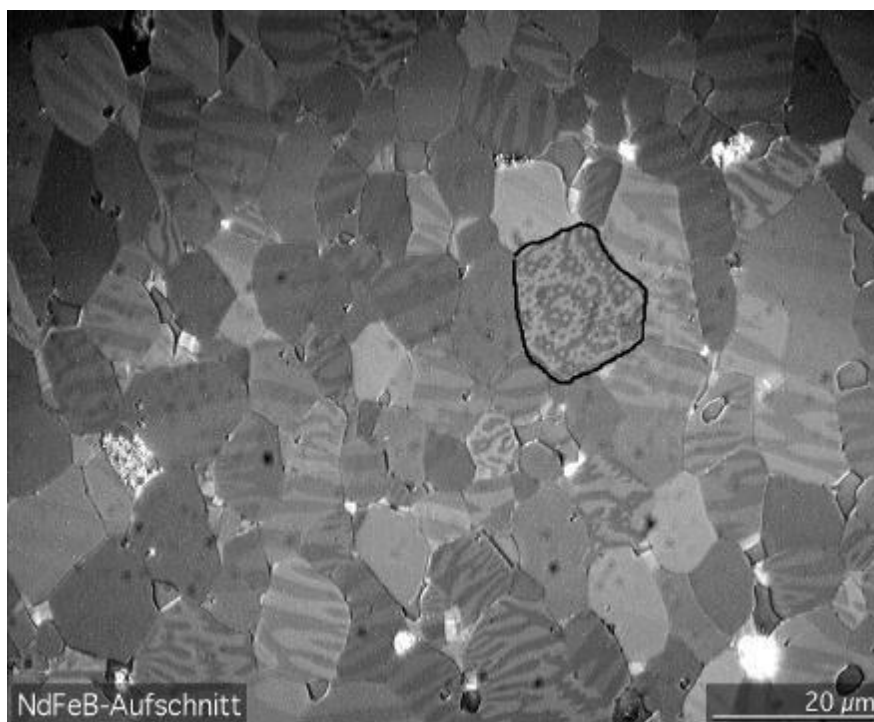
b) Pemanasan atau pemukulan dapat menghilangkan kemagnetan bahan

c) Kemagnetan lebih kuat di sekitar kutup dibandingkan dengan posisi yang jauh dari kutub

d) Ada batas kekuatan magnetik yang dihasilkan oleh batang besi jika

batang besi tersebut dimagnetisasi.
e) Sifat magnetik diinduksi pada batang besi jika batang besi tersebut ditempatkan di dekat magnet

Gambarkan diagram yang memperlihatkan mkedan magnet di sekitar
a) satu magnetik batang
b) dua magnetik batang dengan dua kutub yang berbeda didekatkan
c) dua magnetik batang dengan kutub-kutub utaranya didekatkan
d) bumi

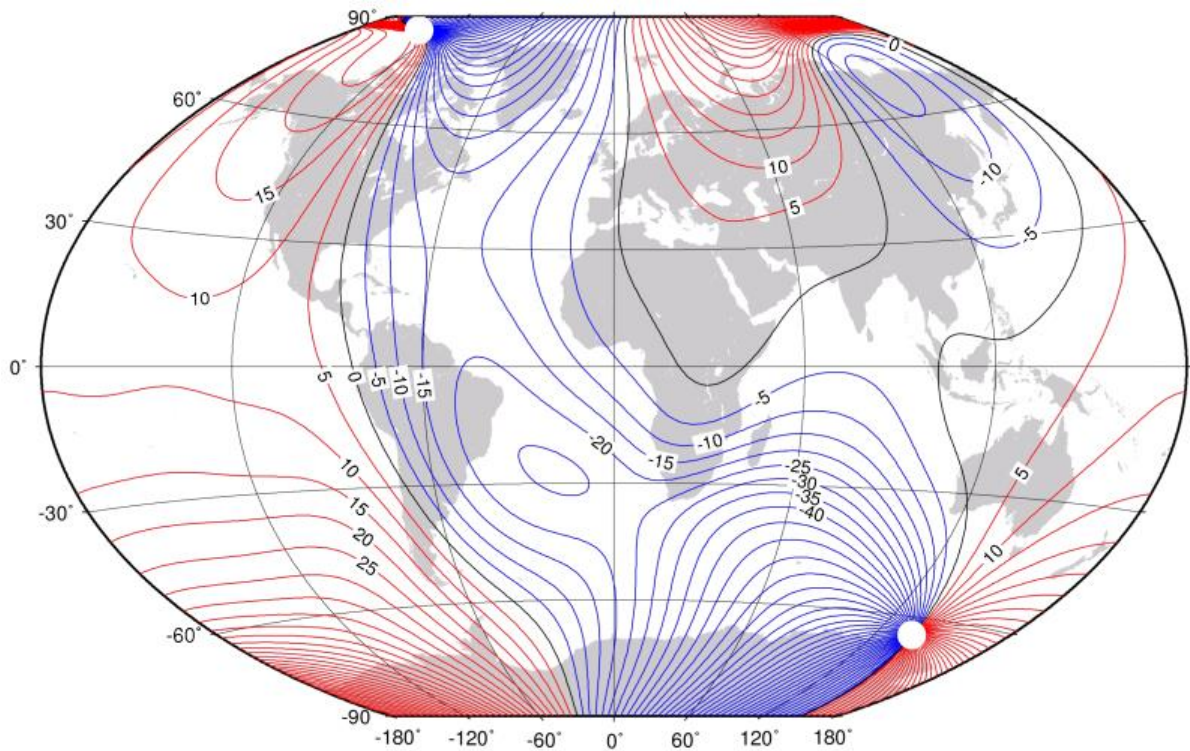
Gambar 4.36 adalah contoh foto mikroskop electron domain magnetik dari bagan NdFeB. Perkirakan ukuran doman tersebut (panjang atau lebar)

Gambar 4.36 Gambar untuk soal *** (Wikipedia.org)

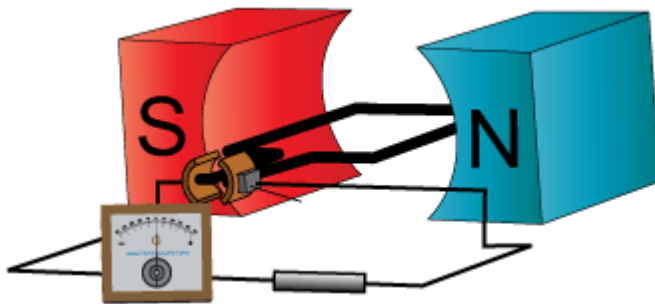
Berdasarkan peta Deklinasi pada **Gambar 4.37** (Compass Store), perkirakan sudut deklinasi di Bandung, Merauke, dan Inggris. Negara-negara manakah yang memiliki sudut deklinasi +25 o jarum kompas membelok ke timur) dan -25? (jarum kompas membelok ke barat)

Gambar 4.37 Gambar untuk soal ***

Berdasarkan **Gambar 4.38** vector manakah yang menyatakan arah arus, gaya, dan arah medan magnet?

Gambar 4.38 Gambar untuk soal ***

Dengan mengacu pada peta **Gambar 4.39**, perkirakan koordinat geografi kutub utara dan kutub selatan magnet bumi (Kaye and Laby Online)

Gambar 4.39 Gambar untuk soal ***

Berdasarkan **Gambar 4.40** Simpangan jarum terbsar terjadi saat kumparan dalam posisi tegak atau posisi datar? Jelaskan

Gambar 4.40 Gambar untuk soal **** (laplace.us.es)

Bab 5
MEDAN MAGNET INDUKSI

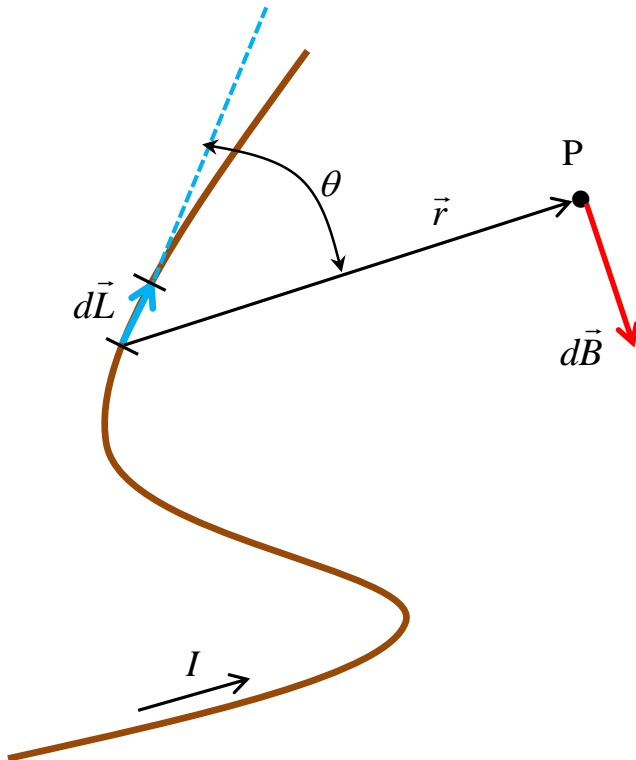
Kita sudah cukup banyak membahas tentang kemagnetan pada Bab 4. Namun kita lebih tekankan pada kemagnetan yang dihasilkan oleh magnet permanen. Pertanyaan berikutnya adalah apakah hanya magnet permanen yang dapat menghasilkan medan magnet? Adakah cara lain menghasilkan medan magnet?

Ternyata jawabannya ada yaitu dengan cara induksi. Medan magnet dapat dihasilkan juga oleh arus listrik. Kesimpulan ini dapat ditunjukkan dengan pengamatan sederhana berikut ini. Jika di sekitar kawat konduktor kalian dekatkan sebuah jarum kompas, kalian tidak mengamati efek apa-apa pada jarum tersebut. Tetapi, begitu kawat dialiri arus listrik, kalian mengamati pembelokan yang dilakukan jarum kompas. Pengamatan ini menunjukkan bahwa kehadiran arus listrik menyebabkan munculnya medan magnet, dan medan magnet inilah yang mempengaruhi jarum kompas

Gaya Lorentz yang dilakukan oleh medan magnet pada arus listrik dapat dipandang sebagai gaya antar dua buah magnet karena arus listrik menghasilkan medan magnet di sekitarnya. Pada bab ini kita akan bahas proses terbentuknya medan magnet di sekitar arus listrik. Dengan penekanan pada penggunaan hukum Biot Savart dan hokum Ampere untuk menentukan medan tersebut.

5.1 Hukum Biot Savart

Berapa besar medan magnet di sekitar arus listrik? Besarnya medan magnet di sekitar arus listrik dapat ditentukan dengan hukum Biot-Savart.

Misalkan kita memiliki sebuah kawat konduktor yang dialiri arus *I*. Ambil elemen kecil kawat tersebut yang memiliki panjang *dL*. Arah *dL* sama dengan arah arus. Elemen kawat tersebut dapat dinyatakan dalam notasi vector $d\vec{L}$. Misalkan kita ingin menentukan medan magnet pada posisi P dengan vector posisi $\vec{r}$ terhadap elemen kawat. Lihat ilustrasi pada **Gambar 5.1** agar lebih jelas.

Gambar 5.1 Elemen kawat yang dialiri arus listrik menghasilkan medan magnet di sekitarnya. Medan magnet total di suatu titik samam dengan jumlah medan magnet yang dihasilkan oleh semua elemen tersebut. Karena medan magnet adalah besaran vector maka penjumlahan dilakukan secara vector.

Kuat medan magnet di titik P yang dihasilkan oleh elemen $d\vec{L}$ saja diberikan oleh hukum Biot-Savart

$$d\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} I \frac{d\vec{L} \times \vec{r}}{r^3} \qquad (5.1)$$

dengan

μ_o disebut permeabilitas magnetic vakum = $4\pi \times 10^{-7}$ T m/A.

Dari bentuk ruas kanan menjadi jelas bahwa arah medan magnet yang

dihasilkan satu elemen tegak lurus bidang yang dibentuk elemen terebut dengan vector jarak dari elemen ke posisi pengamatan.

Persamaan (5.1) adalah medan yang dihasilkan oleh satu elemen saja. Medan total yang dihasilkan oleh semua elemen sepanjang kawat diperoleh dengan melakukan inetgral persamaan (5.1) menjadi

$$\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} I \int \frac{d\vec{L} \times \vec{r}}{r^3} \tag{5.2}$$

Kalau kita ingin hitung besarnya saja (nilai scalar) maka medan magnet yang dihasilkan seluruh bagian kawat maka persamaan (5.2) dapat ditulis dengan

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int \frac{dL \sin\theta}{r^2} \tag{5.3}$$

dengan

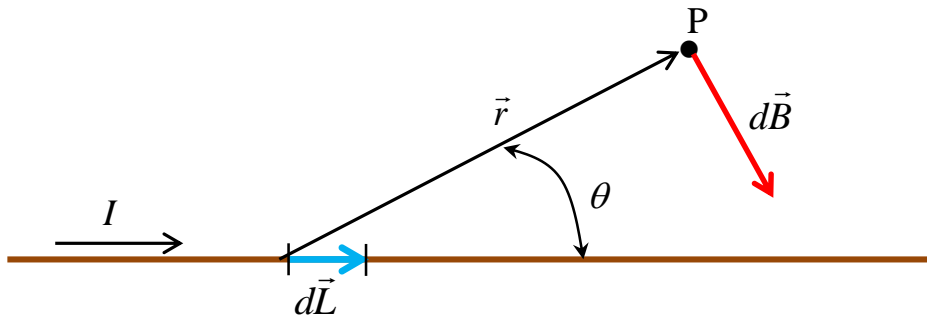
θ adalah sudut antara elemen dengan vector jarak yang mengarah ke posisi pengamatan.

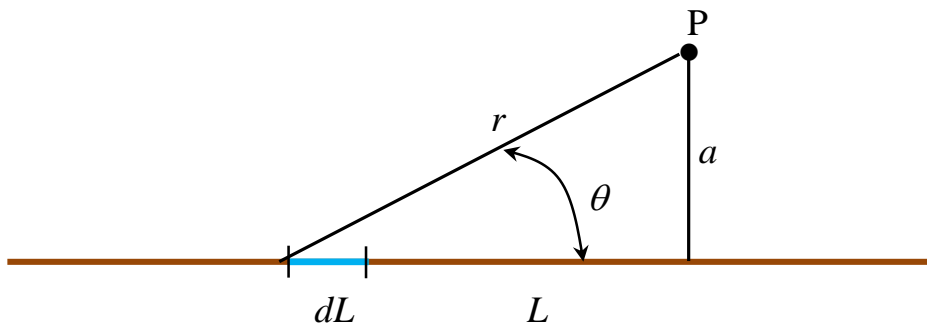
Ingat sudut tersebut tidak konstan tetapi bergantung pada orientasi elemen sepanjang kawat. Dengan kata lain sudut tersebut merupakan fungsi jarak sepanjang kawat.

Penyelesaian integral persamaan (5.3) sangat bergantung pada bentuk kawat. Untuk kawat yang bentuknya rumit, penyelesaian tidak dapat dilakukan dengan mudah. Kita harus menggunakan komputer untuk mencari medan magnet.

Pada bagian ini kita akan mencari medan magnet di sekitar kawat yang bentuknya sederhana. Dengan bentuk yang sederhana maka integral menjadi relatif mudah untuk dikerjakan.

5.1.1 Medan Magnet oleh Kawat Lurus Tak Berhingga

Mencari medan magnet yang dihasilkan kawat lurus tak berhingga cukup mudah akibat arah vector $d\vec{L}$ yang selalu tetap, yaitu mengikuti arah kawat sehingga orientasi elemen kawat selalu sama. Untuk kawat lurus panjang, Gambar 5.1 dapat dibuat ulang menjadi **Gambar 5.2**.

Gambar 5.2 Kuat medan magnet yang dihasilkan oleh elemen dari kawat lurus panjang

Untuk memudahkan perhitungan, kita dapat langsung menggunakan persaman bentuk scalar. Kita melakukan perhitungan besarnya medan dahulu. Setelah medan diperoleh baru menentukan arahnya. Pada ruas kanan persamaan (5.3), baik dL, r, maupun sin θ merupakan variable. Agar integral dapat dikerjakan maka ruas kanan hanya boleh mengandung satu variable. Oleh karena itu kita harus menyatakan dua variable lain ke dalam salah satu variable saja. Untuk maksud ini, mari kita lihat **Gambar 5.3**.

Gambar 5.3 Variabel-variebal integral pada persamaan (5.3). Jarak tegak lurus titik P ke kawat adalah a dan proyeksi vector $\vec{r}$ sepanjang kawat adalah L.

Jarak tegak lurus titik P ke kawat adalah a dan proyeksi vector $\vec{r}$ sepanjang kawat adalah L. Tampak dari **Gambar 5.3** bahwa

$$r = \sqrt{L^2 + a^2}$$

$$\sin\theta = \frac{a}{r}$$

Dengan demikian, persamaan Biot-Savart dapat ditulis menjadi

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int \frac{dL}{(L^2+a^2)} \times \frac{a}{\sqrt{L^2+a^2}}$$

$$= \frac{\mu_0 Ia}{4\pi}\int \frac{dL}{(L^2+a^2)^{3/2}}$$

Sekarang kita menentukan batas integral. Karena kawat memiliki panjang tak berhingga maka salah satu ujung berada pada posisi -∞ dan ujung lain berada pada posisi +∞. Dengan demikian batas integral adalag dari -∞ sampai +∞. Medan magnet yang dihasilkan menjadi

$$B = \frac{\mu_0 Ia}{4\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dL}{(L^2+a^2)^{3/2}}$$

Untuk menghitung integral di atas, mari kita gunakan Integral Calculator pada Wolfram Alpha. Kita dapatkan

$$B = \frac{\mu_0 Ia}{4\pi}\left[\frac{L}{a^2\sqrt{L^2+a^2}}\right]_{-\infty}^{+\infty}$$

$$= \frac{\mu_0 Ia}{4\pi}\left[\left(\frac{\infty}{a^2\sqrt{\infty^2+a^2}}\right) - \left(\frac{-\infty}{a^2\sqrt{(-\infty)^2+a^2}}\right)\right]$$

$$= \frac{\mu_0 Ia}{4\pi}\left[\left(\frac{\infty}{a^2\times\infty}\right) - \left(\frac{-\infty}{a^2\times\infty}\right)\right]$$

$$= \frac{\mu_0 Ia}{4\pi}\left[\frac{1}{a^2} - \left(-\frac{1}{a^2}\right)\right]$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \qquad (5.4)$$

Tampak bahwa besar medan magnet yang dihasilkan kawat lurus panjang di suatu titik sebanding dengan kuat arus dan berbanding terbalik dengan jarak terdekat titik tersebut ke kawat.

Ke manakah arah medan magnet yang dihasilkan arus listrik? Karena medan magnet sama dengan perkalian vector elemen kawat dan vector jarak ke titik pengamatan maka kalian dapat menentukan dengan aturan tangan kanan perkalian vektor. Jika kalian genggam empat jari tangan kanan dan ibu jari dibiarkan lurus (**Gambar 5.4a**) maka

i. Arah ibu jari bersesuaian dengan arah arus
ii. Arah jari-jari yang digenggam bersesuaian dengan arah medan magnet di sekitar arus tersebut

Cara lain menentukan arah medan magnet adalah berdasarkan arah masuk sekrup putar kanan. Arah masuk sekrup sesuai dengan arah arus sedangkan arah putar sekrup sesuai dengan arah medan magnet (**Gambar 5.4**b).

Menarik untuk menggambar profil komponen medan magnet yang dihasilkan oleh kawat lurus panjang pada berbagai posisi di sekitar kawat. Perhatikan **Gambar 5.5**. Sebuah kawat lurus panjang dialiri arus *I*. Kita tempatkan kawat pada pusat koordinat. Perhatikan titik dengan koordinat (x,y). Jarak titik tersebut ke kawat adalah

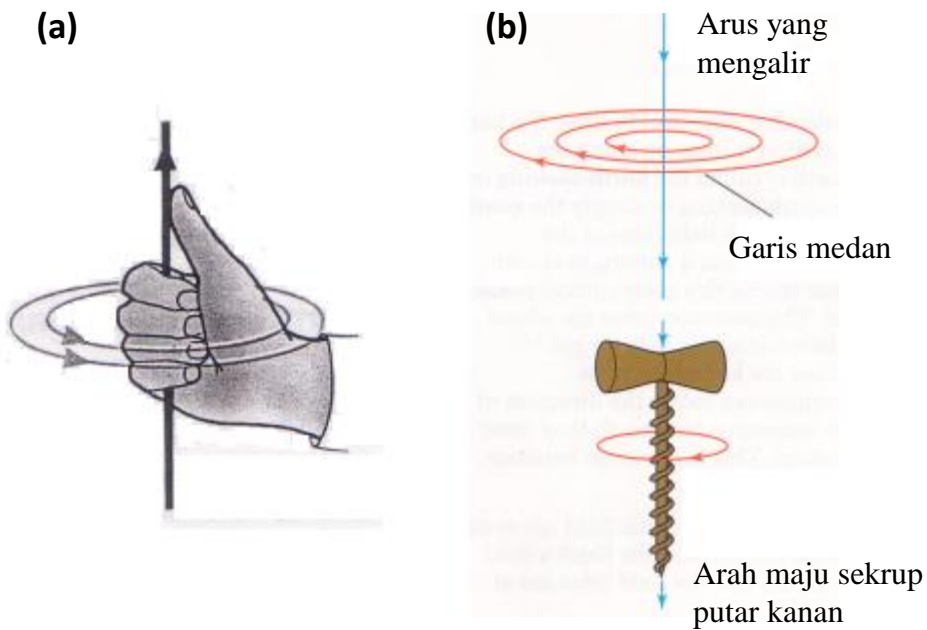
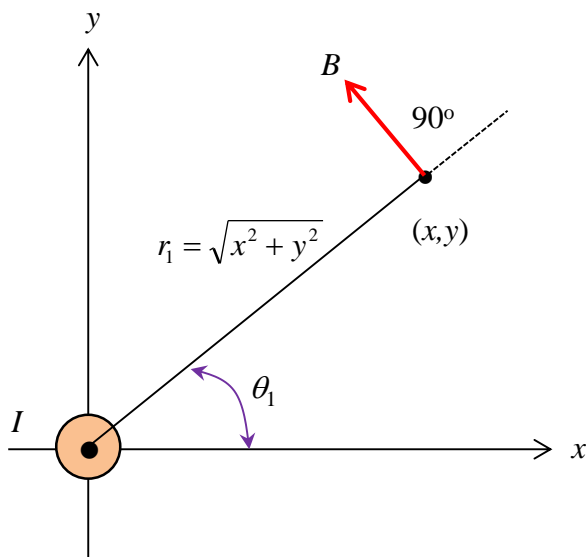
$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Contoh 5.1

Kabel jumper yang sering digunakan untuk menstater kendaraan sering dialiri arus 15 A. Berapa kuat medan magnet pada jarak 15 cm dari kabel tersebut?

Jawab

Kuat medan magnet adalah

$$B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I}{a} = 10^{-7}\frac{15}{0{,}15} = 10^{-6} \text{ T}$$

Gambar 5.4 Arah medan magnet di sekitar arus listrik dapat ditentukan dengan aturan tangan kanan atau sekrup putar kanan. Gambar (a) menunjukkan takan kanan memegang kawat. Arah ibu jari sama dengan arah aliran arus dan arah genggaman sama dengan arah garis medan magnet. Pada gambar (b) arah sekrup putar kanan disamakan dengan arah arus. Arah putaran sekrup sehingga sekrup bergerak maju sama dengan arah garis medan magnet.

Gambar 5.5 Kawat lurus panjang dipandang dari arah datangnya arus (arus mengalir dari belakang kertas kea rah depan). Juga digambarkan arah medan magnet pada koordinat (x,y)

Dengan demikian, besar medan magnet di titik (x,y) adalah

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r}$$

$$= \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

Dengan memerhatikan **Gambar 5.5** maka medan tersebut membentuk sudut θ_1 + 90^o terhadap arah horizontal. Maka komponen medan dalam arah x dan y adalah

$$B_x = B\cos(\theta_1 + 90^o)$$

$$= \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{\sqrt{x^2 + y^2}}\left[\cos\theta_1 \cos 90^o - \sin\theta_1 \sin 90^o\right]$$

$$= -\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{\sqrt{x^2 + y^2}}\sin\theta_1$$

Tetapi dari Gambar 5.5 jelas bahwa $\sin\theta_1 = y / r = y / \sqrt{x^2 + y^2}$ sehingga

$$B_x = -\frac{\mu_0 I}{2\pi}\frac{y}{(x^2 + y^2)} \quad (5.5)$$

Komponen medan dalam arah y adalah

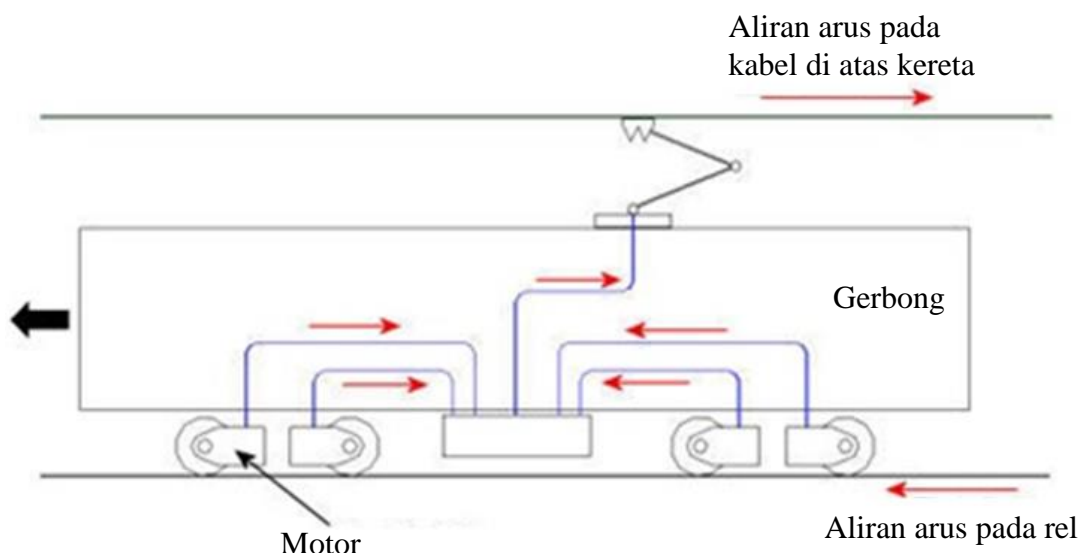
$$B_y = B\sin(\theta_1 + 90^o)$$

$$= \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{\sqrt{x^2 + y^2}}\left[\sin\theta_1 \cos 90^o + \cos\theta_1 \sin 90^o\right]$$

$$= \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{\sqrt{x^2 + y^2}}\cos\theta_1$$

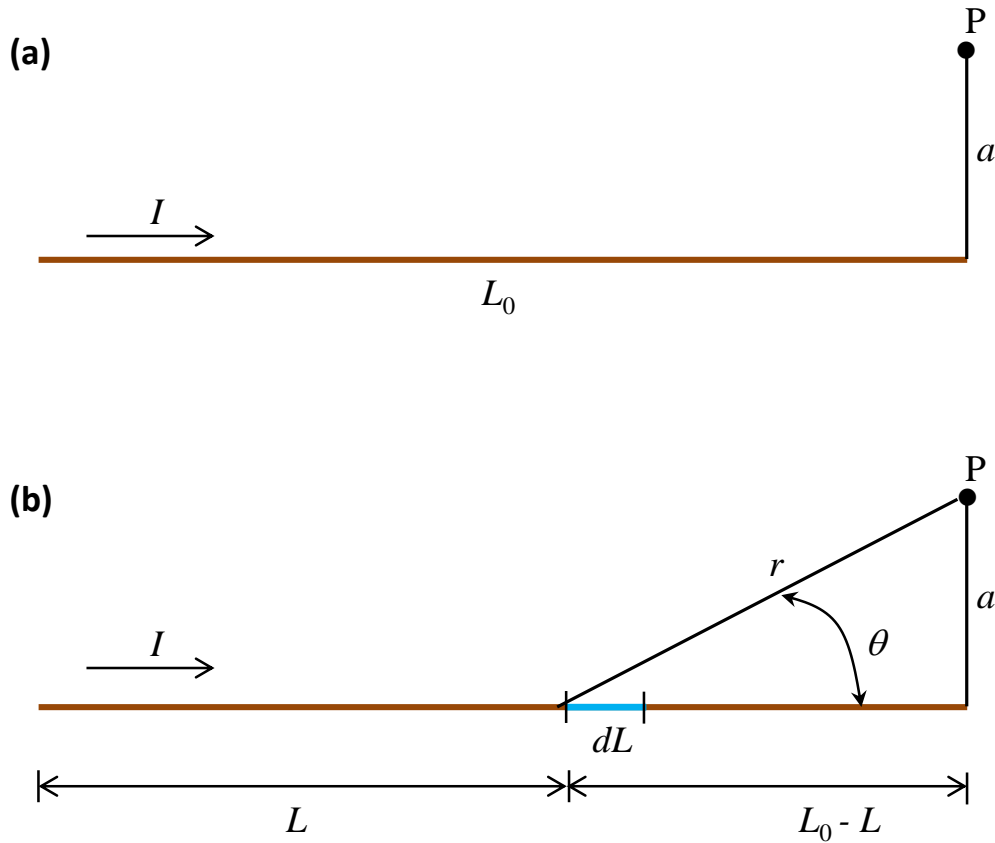
Tetapi dari Gambar 5.5 jelas bahwa $\cos\theta_1 = x / r = x / \sqrt{x^2 + y^2}$ sehingga

$$B_y = -\frac{\mu_0 I}{2\pi}\frac{x}{(x^2 + y^2)} \quad (5.6)$$

Berapa medan magnet yang dihasilkan oleh rel kereta listrik? **Gambar 5.6** adalah skema aliran arus pada kereta listrik. Arus listrik diambil dari kawat yang menggelantung di atas kereta, kemudian mengalir kea rah mesin kereta (motor listrik) dan menlair menuhu ke rel. Daya yang dimiliki kebanyakan motor kereta api listrik berada antara 4,5 MW sampai 5,2 MW (World Book Encyclopedia, 2000). Kereta api listrik yang bekerja pada jaringan AC 50 Hz seperti di Indonesia menggunakan tegangan sekitar 25 kV. Dengan demikian, arus yang ditarik dari kabel di atas kereta menuju motor dan menuju ke rel dihitung dengan persamaan I = P/V. Hasil yang diperoleh adalah antara 180 A – 208 A. Medan magnet yang dihasilkan di sekitar rel dihitung dengan persamaan Biot-Savart untuk kawat lurus tak berhingga. Pada ketinggain sekitar 25 cm di atas rel (kira-kira sama dengan ketinggian mesin mobil yang sedang melintasi rel, besar medan magnet sekitar 0,000144 T sampai 0,000166 T. Nilai ini sangat kecil dan tidak mungkin memberikan efek pada mesin kendaraan yang sedang melintasi rel. Medan sebesar ini kira-kira sama dengan medan magnet pada jarak sekitar 20 cm di depan loudspeaker kecil saat diputarkan musik.

Gambar 5.6 Skema aliran arus listrik pada kereta api listrik.

5.1.2 Medan magnet oleh kawat lurus berhingga

Sekarang kita akan membahas kasus yang sedikit rumit, yaitu menentukan medan magnet yang dihasilkan oleh arus listrik pada kawat

lurus yang panjangnya berhingga. Misalkan kita memiliki kawat yang panjangnya L_0. Kita akan menentukan kuat medan magnet pada titik yang berjarak a dari kawat dan dan sejajar dengan salah satu ujung kawat seperti diilustrasikan pada **Gambar 5.7**.

Gambar 5.7 (a) Menentukan medan magnet di titik P oleh kawat lurus yang panjangnya berhingga. Lokasi titik P tepat sejajar dengan salah satu ujung kawat. (b) variable-variabel yang digunakan untuk melakukan perhitungan.

Untuk menentukan kuat medan magnet di titik pengamatan menggunakan hukum Biot-Savart, kita tentukan variabel-variabel seperti pada **Gambar 5.7**. Serupa dengan pembahasan untuk kawat yang panjangnya tak berhingga, besar medan magnet yang dihasilkan vector $d\vec{L}$ saja, yaitu persamaan (5.3)

$$r = \sqrt{a^2 + (L_0 - L)^2}$$

$$\sin\theta = \frac{a}{r}$$

$$= \frac{a}{\sqrt{a^2 + (L_0 - L)^2}}$$

Dengan demikian

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int \frac{dL \sin\theta}{r^2}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} I \int \frac{a dL}{\left[a^2 + (L_0 - L)^2\right]^{3/2}}$$

Batas integral untuk L adalah dari $L = 0$ sampai $L = L_0$. Dengan demikian

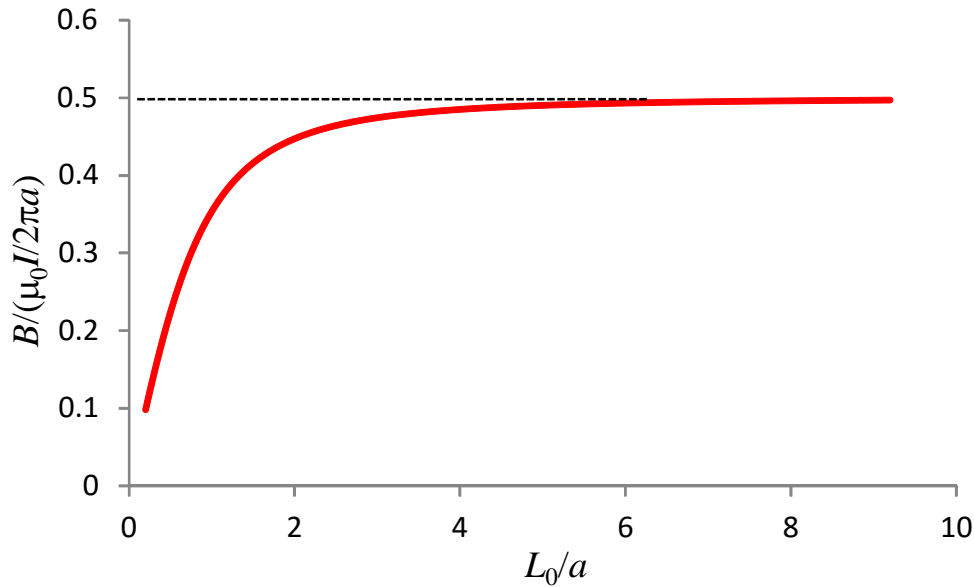
$$B = \frac{\mu_0 I a}{4\pi} \int_0^{L_0} \frac{dL}{\left[a^2 + (L_0 - L)^2\right]^{3/2}}$$

Dengan menggunakan Integral Calculator pada Wolfram Alpha maka kita peroleh

$$B = \frac{\mu_0 I a}{4\pi} \left[-\frac{(L_0 - L)}{a^2 \sqrt{a^2 + (L_0 - L)^2}} \right]_0^{L_0}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \frac{L_0}{\sqrt{a^2 + L_0^2}}$$

$$= \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{a} \frac{(L_0 / a)}{\sqrt{1 + (L_0 / a)^2}} \tag{5.7}$$

Gambar 5.8 adalah kuat medan magnet di titik P sebagai fungus L_0/a. Tampak kuat medan magnet naik secara monoton dengan bertambahnya panjang kawat dan mencapai saturasi jika kawat sangat panjang.

Gambar 5.8 Kuat medan magnet pada satu titik pada jarak a dari salah satu ujung kawat sebagai fungsi panjang kawat. Variabel horizontal dinyatakan dalam L_0/a.

Jika panjang kawat di satu sisi sangat besar, atau $L_o \to \infty$ maka $L_0/a \to \infty$ sehingga $(L_0/a)/\sqrt{1+(L_0/a)^2} \to (L_0/a)/\sqrt{(L_0/a)^2} \to 1$. Dengan demikian

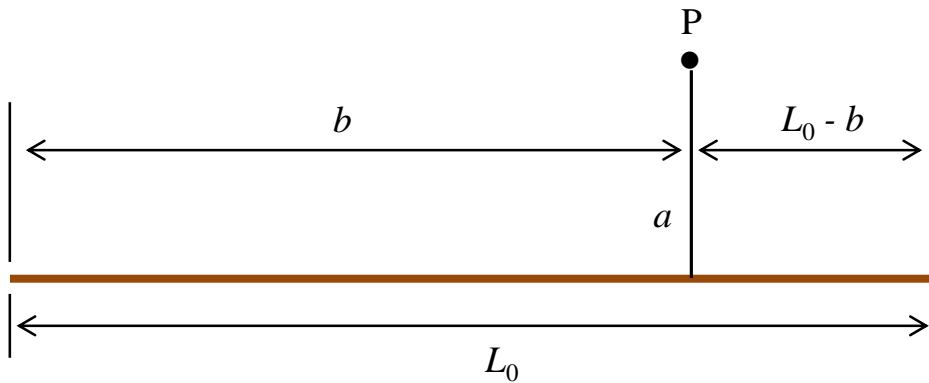
$$B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I}{a} \tag{5.8}$$

Persamaan ini juga berlaku kalau titik pengamatan jaraknya sangat dekat ke kawat. Jadi, walaupun panjang satu sisi kawat tidak menunju tak berhingga, namun jarak pengamatan sangat dekat dengan ujung kawat maka kita tetap dapat menghitung medan dengan persamaan (5.8). Besar medan ini persis sama dengan setengah dari kuat medan yang dihasilkan oleh kawat yang panjangnya tak berhingga di dua sisi (lihat persamaan (5.4)).

Sebaliknya jika kawat cukup pendek dibandingkan dengan jarak pengamatan, yaitu $a >> L_o$ maka $(L_0/a)/\sqrt{1+(L_0/a)^2} \to (L_0/a)/\sqrt{1+0} \to L_0/a$. Dengan demikian kuat medan listrik pada titik pengamatan menjadi

$$B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I}{a}\left(\frac{L_0}{a}\right)$$

$$= \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{IL_o}{a^2} \quad (5.9)$$

Selanjutnya kita bahas kasus yang lebih umum lagi di mana titik pengamatan berada di antara dua ujung kawat. Misalkan titik tersebut berjarak a dari kawat secara tegak lurus dan berjarak b dari salah satu ujung kawat. Kasus ini sebenarnya tidak terlalu sulit. Kita dapat memandang bahwa medan tersebut dihasilkan oleh dua potong kawat yang panjangnya b dan panjangnya $L_0 - b$, seperti pada **Gambar 5.9**, di mana titik pengamatan berada di ujung masing-masing potongan kawat tersebut.

Gambar 5.9 Menentukan kuat medan magnet pada posisi sembarang di sekitar kawat. Kuat medan di titik P dapat dipandang sebagai jumlah kuat medan yang dihasilkan oleh potongan kawat di sebelah kiri dan potongan di sebelah kanan titik pengamatan.

Kuat medan yang dihasilkan oleh potongan kawat kiri adalah

$$B_1 = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{a} \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Kuat medan yang dihasilkan oleh potongan kawat kanan adalah

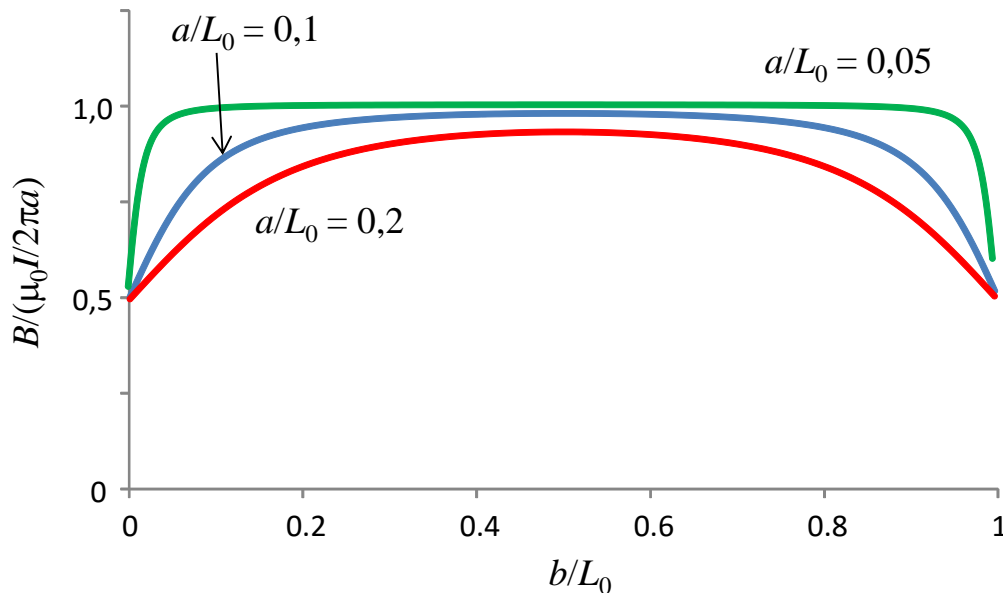
$$B_2 = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{a} \frac{L_o - b}{\sqrt{a^2 + (L_o - b)^2}}$$

Medan yang dihasilkan dua kawat memiliki arah yang sama sehingga kuat medan total di titik pengamatan adalah

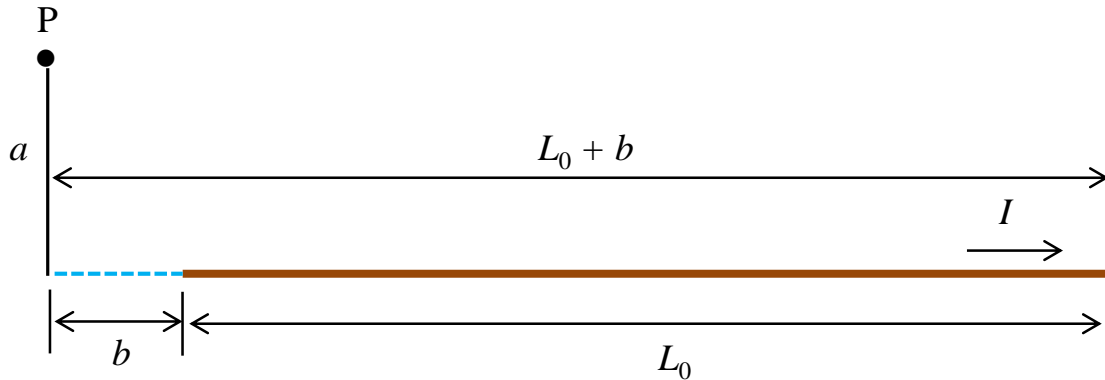
$$B = B_1 + B_2$$

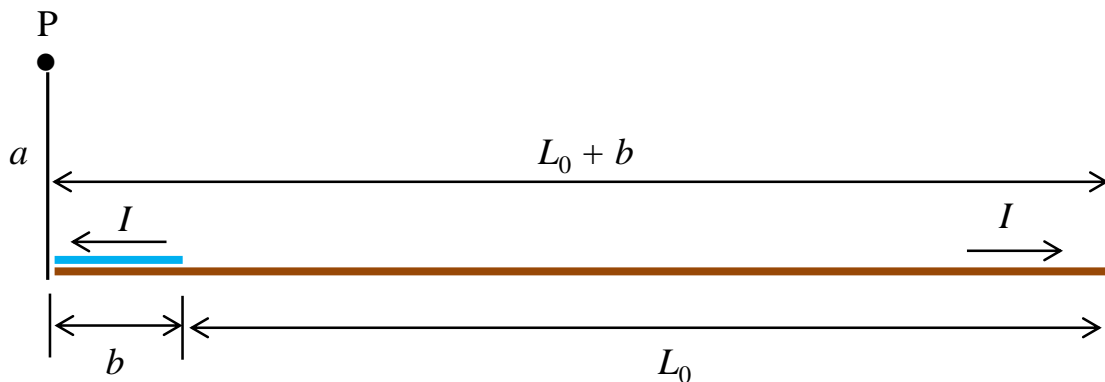
$$= \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I}{a}\left(\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} + \frac{L_o - b}{\sqrt{a^2+(L_o-b)^2}}\right)$$

$$= \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I}{a}\left(\frac{b/L_0}{\sqrt{(a/L_0)^2+(b/L_0)^2}} + \frac{1-(b/L_0)}{\sqrt{(a/L_0)^2+(1-b/L_0)^2}}\right) \quad (5.10)$$

Gambar 5.10 adalah kuat medan magnet sebagai fungsi b/L_0. Dalam perhitungan kita mencoba berbagai a/L_0, yaitu 0,05, 0,1 dan 0,2. Tampak bahwa jika menggunakan a/L_0 = 0,01 kuat medan magnet hamper sama di semua posisi sepanjang kawat, kecuali pada posisis dekat sekali dengan ujung. Ini disebabkan karena jarak titik pengamatan yang sangat dekat dengan kawat sehingga ketika kita bergerak sepanjang kawat kita merasakan medan magnet yang hamper sama. Ketika menggunakan a/L_0 yang besar, atau jarak pengamatan cukup jauh dari kawat maka terjadi variasi medan magnet yang cukup besar.

Gambar 5.10 Kuat medan magnet sebagai fungsi jarak dari salah satu ujung kawat. Kita melakukan perhitungan untuk berbagai nilai jarak dari kawat yang dinyatakan oleh variable a/L0. Gambar dari atas ke bawah telah dihitung menggunakan a/L0 = 0,05, 0,1, dan 0,2.

Medan magnet paling besar pada posisi di tengah-tengah kawat. Kemudian medan langsung mengecil begitu kita bergeser dari tengah-tengah kawat.

Selanjutnya kita mencari kuat medan magnet pada titik yang berada di luar areal kawat, misalnya pada jarak b di sebelah kiri kawat seperti diilustrasikan pada **Gambar 5.11**. Bagaimana memecahkan masalah ini?

Gambar 5.11 Menentukan kuat medan magnet pada jarak sembarang di luar kawat.

Kita pakai trik sederhana. Masalah ini dapat dipandang sebagai dua potong kawat berimpit. Satu potong kawat panjangnya $L_o + b$ dan dialiri arus ke kanan dan potong kawat lain panjangnya b dan dialiri arus ke kiri, seperti diilustrasi pada **Gambar 5.12**. Besar arus yang mengalir pada dua kawat sama. Ujung kiri dua potongan kawat diimpitkan.

Gambar 5.12 Kawat pengganti skema pada Gambar 5.11

Kuat medan magnet yang dihasilkan potongan kawat panjang

adalah

$$B_1 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I}{a}\frac{L_o + b}{\sqrt{a^2 + (L_o + b)^2}}$$

Kuat medan magnet yang dihasilkan potongan kawat pendek adalah

$$B_2 = -\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I}{a}\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Tanda minus menyatakan bahwa arah medan yang dihasilkan potongan kawat pendek berlawanan dengan arah medan yang dihasilkan potongan kawat panjang karena arah arus dalam dua potongan tersebut berbeda. Medan total di titik P adalah

$$B = B_1 + B_2$$

$$= \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I}{a}\left(\frac{L_o + b}{\sqrt{a^2 + (L_o + b)^2}} - \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right)$$

$$= \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I}{a}\left(\frac{1 + b/L_0}{\sqrt{(a/L_0)^2 + (1 + b/L_0)^2}} - \frac{b/L_0}{\sqrt{(a/L_0)^2 + (b/L_0)^2}}\right) \quad (5.11)$$

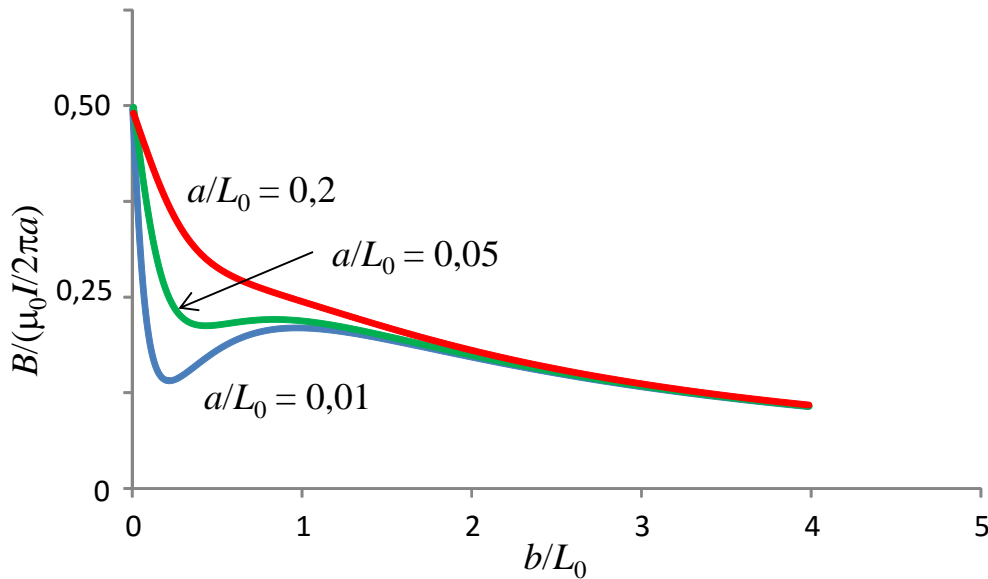
Gambar 5.13 adalah ilustrasi kuat mnedan magnet pada berbagai jarak dari dalah satu ujung kawat. Yang menarik dari kurva yang diperoleh adalah ketia a/L_0 sanga kecil. Mucul nilai minimum local jika b/L_0 kecil. Namun, jika a/L_0 besar maka tidak ada minimum minimum local yang muncul. Kurva menjadi monoton turun dan minimum jerhadi ketika $b/L_0 \to \infty$.

5.1.3 Medan Magnet oleh Cincin

Cincin adalah bentuk geometri lain yang memungkinkan kita menentukan medan magnet dengan cukup mudah menggunakan hukum Biot-Savart. Lebih khusus lagi jika kita ingin menghitung kuat medan magnet sepanjang sumbu cincin.

Misalkan sebuah cincin dengan jari-jari *a* dialiri arus *I*. Kita ingin

menentukan kuat medan magnet sepanjang sumbu cincin pada jarak *b* dari pusat cincin. Berdasarkan **Gambar 5.14**, besarnya medan magnet di titik P yang dihasilkan oleh elemen cincing sepanjang *dL* adalah

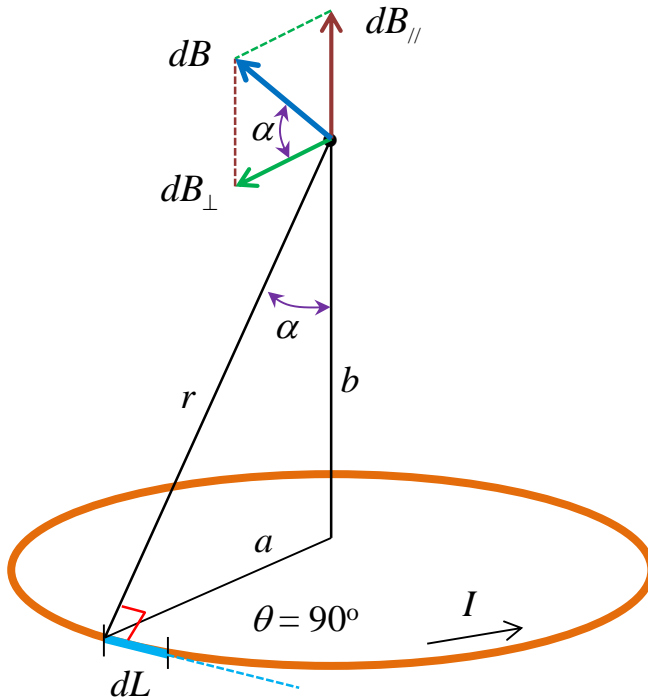
$$dB = \frac{\mu_o}{4\pi} I \frac{dL \sin\theta}{r^2}$$

Gambar 5.13 Kuat medan magnet sebagai fungsi jarak dari salah satu ujung kawat. Kita melakukan perhitungan untuk berbagai nilai jarak dari kawat yang dinyatakan oleh variable a/L0. Gambar dari atas ke bawah telah dihitung menggunakan a/L0 = 0,01, 0,05, dan 0,2.

Tampak pada **Gambar 5.14**, *dL* selalu tegak lurus *r* sehingga θ = 90^o atau sin θ = 1. Dengan demikian persamaan (5.3) menjadi lebih sederhana sebagai berikut,

$$dB = \frac{\mu_o}{4\pi} I \frac{dL}{r^2}$$

Tampak juga dari **Gambar 5.14**, *dB* dapat diuraikan atas dua komponen yang saling tegak lurus, yaitu komponen tegak lurus dan sejajatr sumbu. Besarnya nilai komponen-komponen tersebut adalah

$$dB_{\perp} = dB\cos\alpha$$

$$dB_{//} = dB\sin\alpha$$

Gambar 5.14 Medan magnet di sumbu cincin yang dihasilkan oleh elemen pada cincin. Arah elemen medan magnet membentuk sudut α terhadap horizontal. Elemen medan tersebut dapat diuraikan ataskomponen yang saling tegak lurus: searah dengan sumbu dan tegak lurus dengan sumbu.

Tiap elemen kawat memiliki pasangan di seberangnya (lokasi diametrik) di mana komponen medan yang tegak lurus sumbu memiliki besar sama tetapi arah tepat berlawanan. Dengan demikian ke dua komponen tersebut saling meniadakan. Oleh karena itu, untuk menentukan kuat medan total kita cukup melakukan integral pada komponen yang sejajar sumbu saja. Besar medan total menjadi

$$B = \int dB_{//} = \int dB \sin\alpha$$

$$= \int \frac{\mu_o}{4\pi} I \frac{dL}{r^2} \sin\alpha$$

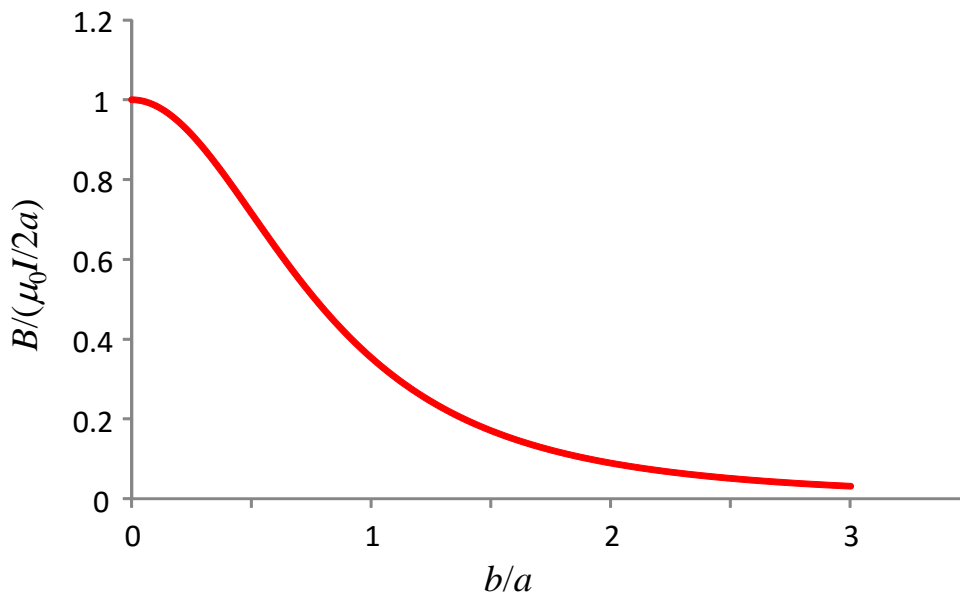
Semua parameter dalam integral konstan kecuali *dL*. Dengan demikian kita peroleh

$$B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I}{r^2}\sin\alpha \int dL$$

$$= \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I}{r^2}\sin\alpha\,(2\pi a)$$

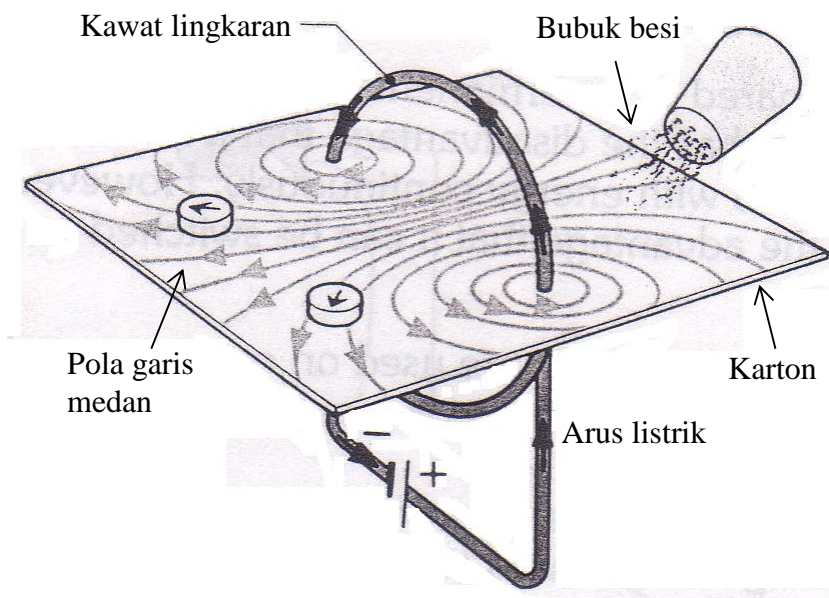
Dari **Gambar 5.14** tampak bahwa $r^2 = a^2 + b^2$ dan $\sin\alpha = a/r$. Akhirnya kita dapatkan

$$B = \frac{\mu_0 I}{2a}\frac{a^3}{(a^2+b^2)^{3/2}}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2a}\frac{1}{[1+(b/a)^2]^{3/2}} \quad (5.12)$$

Gambar 5.15 Plot perubahan kuat medan magnet sebagai fungsi jarak dari pusat lingkaran. Jarak dinyatakan dalam besaran b/a.

Gambar 5.15 adalah plot perubahan kuat medan magnet sebagai fungsi jarak dari pusat lingkaran. Jarak dinyatakan dalam besaran b/a. Tampak bahwa kuat medan magnet turun secara monoton dengan bertambahnya jarak dari pusat lingkaran, mula-mula rutun secara lambat lalu turun secara cepat. Untuk kasus khusus **titik di pusat lingkaran**, kita dapatkan b = 0 sehingga

$$B = \frac{\mu_o}{2} \frac{I}{a} \quad (5.13)$$

Arah medan magnet yang dihasilkan cincin dapat ditentukan juga dengan aturan tangan kanan. Kalian genggam kawat cincin tersebut dengan empat jari. Jika ibu jari searah dengan rus maka arah genggaman sesarah dengan medan magnet. Karena bentuk cincin yang melengkung maka superposisi medan yang dihasilkan elemen-elemen cincin menghasilkan medan total seperti pada **Gambar 5.16**

Gambar 5.16 Pola medan magnet di sekitar cincin yang dialiri arus listrik. Jika karton ditempatkan di tengah cincing di mana cincin menembus karon seperti pada gambar, kemudian di atas katron ditaburi bubuk besi, maka bubuk besi membentuk pola garis yang merepresentasikan garis gaya magnet.

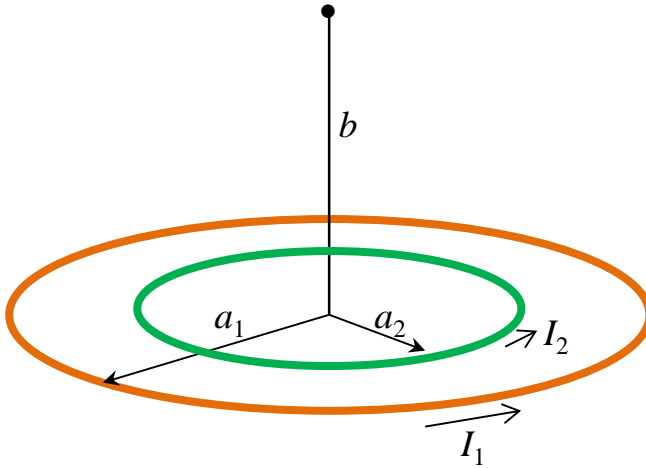
Contoh 5.2

Kita memiliki dua cincin konsentris dengan jari-jari a_1 dan a_2. Masing-masing cincin dialiri arus I_1 dan I_2 dalam arah yang sama. Berapa kuat medan magnet pad alokasi:

a) berjarak b dari pusat cincin sepanjang sumbu cincin

b) pada pusat cincin

Jawab

Gambar 5.17 adalah ilustrasi yang diberikan oleh soal di atas.

Gambar 5.17 Gambar untuk Contoh 5.2

a) Kuat medan magnet yang dihasilkan cincin berarus I_1 adalah

$$= \frac{\mu_0 I}{2a_1} \frac{1}{[1+(b/a_1)^2]^{3/2}}$$

Kuat medan magnet yang dihasilkan oleh cincin berarus I_2

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{2a_2} \frac{1}{[1+(b/a_2)^2]^{3/2}}$$

Karena arah arus sama maka kedua medan saling menguatkan. Dengan demikian, kuat medan magnet total

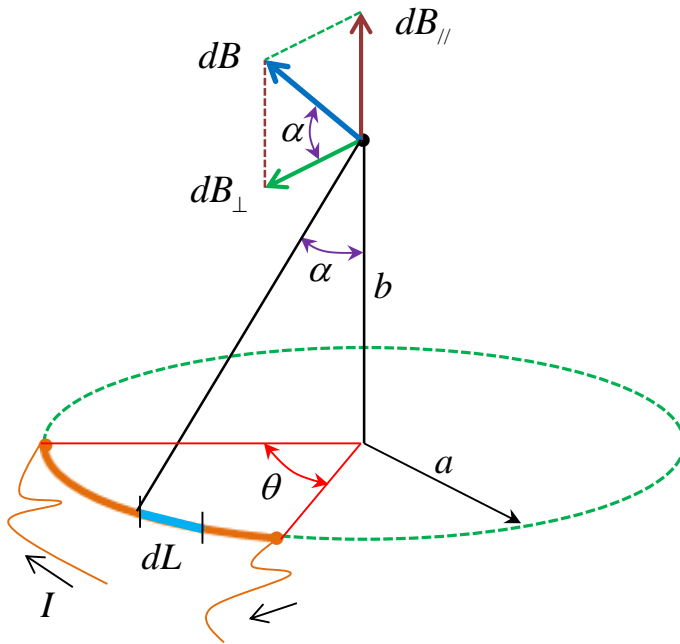
$$B = B_1 + B_2$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2a_1} \frac{1}{[1+(b/a_1)^2]^{3/2}} + \frac{\mu_0 I}{2a_2} \frac{1}{[1+(b/a_2)^2]^{3/2}}$$

b) Di pusat cincin terpenuhi b = 0 sehingga

$$B = \frac{\mu_o}{2}\frac{I_1}{a_1} + \frac{\mu_o}{2}\frac{I_2}{a_2}$$

5.1.4 Medan Magnet oleh Busur Lingkaran

Sekarang kita anggap cincin bukan lingkaran penuh, tetapi hanya berupa busur dengan sudut keliling θ. Kita ingin mencari berapa kuat medan di sepanjang sumbu cincin yang berjarak b dari pusat cincin. Lihat **Gambar 5.18**

Gambar 5.18 Menentukan medan magnet di sumbu busur lingkaran yang kurang dari setengah lingkaran

Untuk kasus ini kita memiliki dua komponen medan, yaitu yang searah sumbu dan yang tegak lurus sumbu. Komponen tegak lurus sumbu tidak nol karena ada beberapa lokasi yang tidak memiliki pasangan diametric. Medan tersebut diperoleh dengan mengintegralkan komponen medan arah sejajar dan tegak lurus sumbu. Kuat medan total searah sumbu adalah

$$dB_{//} = \int dB \sin\alpha$$

$$= \int \frac{\mu_o}{4\pi} I \frac{dL}{r^2} \sin\alpha$$

$$= \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{r^2} \sin\alpha \int dL$$

$$= \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{r^2} \sin\alpha \times (panjang busur)$$

$$= \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{r^2} \sin\alpha \times \left(\frac{\theta}{2\pi} \times 2\pi a \right)$$

$$= \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I\theta}{a} \left(\frac{a^2}{a^2 + b^2} \right) \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$= \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I\theta}{a} \frac{a^3}{(a^2 + b^2)^{3/2}}$$

$$= \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I\theta}{a} \frac{1}{(1 + (b/a)^2)^{3/2}} \quad (5.14)$$

Untuk menentukan kuat medan yang tegak lurus sumbu, ada dua kasus yang harus diperhatikan. Kasus pertama adalah jika panjang busur kurang dari setengah lingkaran ($\theta \leq \pi/2$). Dalam kasus ini, tiap elemen busur tidak memiliki pasangan diameteris yang menghasilkan komponen medan horisontal yang saling meniadakan. Semua elemen menguatkan medan total. Kuat medan arah tegak lurus sumbu adalah

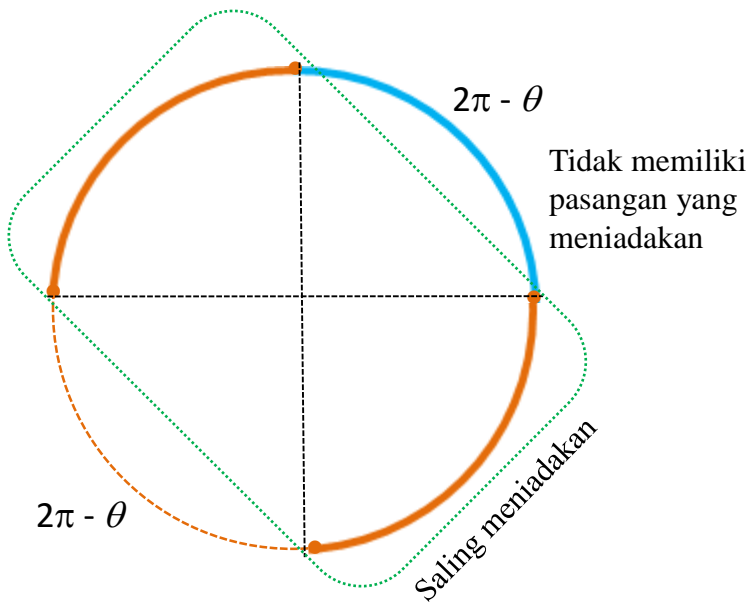
$$dB_\perp = \int dB \cos\alpha$$

$$= \int \frac{\mu_o}{4\pi} I \frac{dL}{r^2} \cos\alpha$$

$$= \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{r^2} \cos\alpha \int dL = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{r^2} \cos\alpha \times (panjang busur dengan \theta)$$

$$= \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{r^2} \cos\alpha \times \left(\frac{\theta}{2\pi} \times 2\pi a \right)$$

$$= \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\theta}{a}\left(\frac{a^2}{a^2+b^2}\right)\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$= \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\theta}{a}\frac{(b/a)}{(1+(b/a)^2)^{3/2}} \quad (5.15)$$

Gambar 5.19 Menentukan kuat medan oleh busur lingkaran yang lebih dari setengah lingkaran

Kasus kedua adalah jika panjang busur lebih dari setengah lingkaran. Untuk kasus ini ada pasangan diametris yang menghasilkan medan arah horisontal yang saling meniadakan. Lihat **Gambar 5.19.**

Panjang busur membentuk sudut θ. Tampak dari **Gambar 5.19**, dari busur yang ada, sebagian elemen mempunyai pasangan diametris yang menghasilkan komponen medan arah horisontal yang sama besar tetapi berlawanan arah. Hanya bagian busur lingkaran sepanjang 2π - θ yang tidak memiliki pasangan diametri sehingga memberi kontribusi pada medan magnet total arah horisontal. Dengan demikian, medan magnetik total arah horisontal adalah

$$dB_\perp = \int dB\cos\alpha$$

$$= \int \frac{\mu_o}{4\pi} I \frac{dL}{r^2} \cos\alpha$$

$$= \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{r^2} \cos\alpha \int dL = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{r^2} \cos\alpha \times (panjang busur dengan sudut 2\pi - \theta)$$

$$= \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{r^2} \cos\alpha \times \left(\frac{2\pi - \theta}{2\pi} \times 2\pi a \right)$$

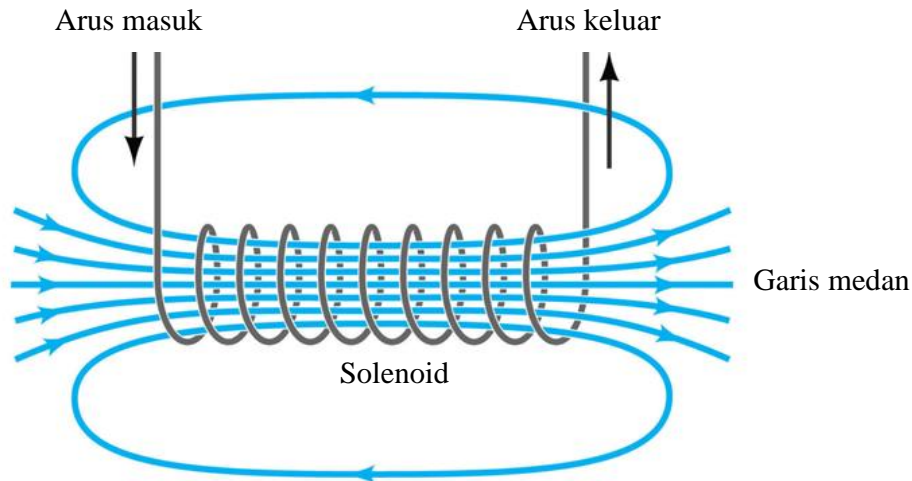
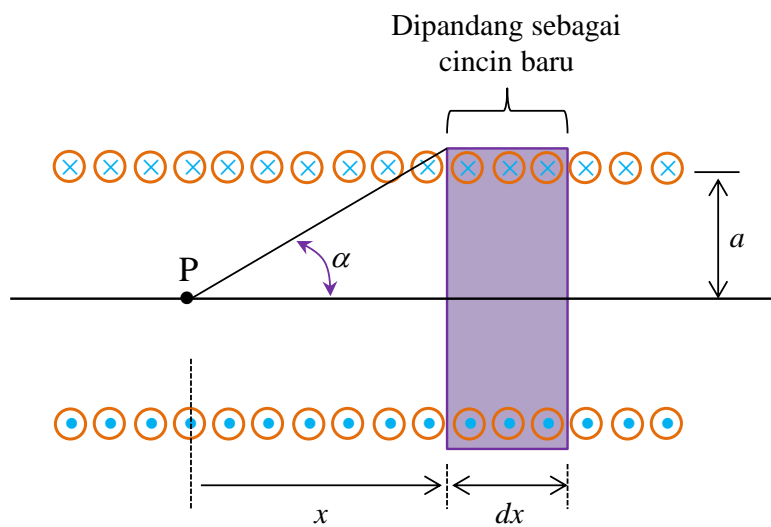
$$= \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I(2\pi - \theta)}{a} \left(\frac{a^2}{a^2 + b^2} \right) \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$= \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I(2\pi - \theta)}{a} \frac{(b/a)}{(1 + (b/a)^2)^{3/2}} \tag{5.16}$$

Tampak dari persamaan (5.16), jika terbentuk lingkaran penuh maka $\theta = 2\pi$ dan medan total arah horisontal nol.

5.1.5 Solenoid

Selanjutnya kita akan menghitung kuat medan magnet yang dihasilkan solenoid ideal. Solenoid adalah lilitan kawat yang berbentuk pegas. Panjang solenoid dianggap tak berhingga seperti diilustrasikan pada **Gambar 5.20**. Pertama kita akan mencari kuat medan magnet di pusat solenoid tersebut.

Jika kita perhatikan, solenoid dapat dipandang sebagai susunan cincin sejenis yang jumlahnya sangat banyak. Tiap cincin membawa arus *I*. Medan di dalam solenoid merupakan jumlah dari medan yang dihasilkan oleh cincin-cincin tersebut. Jika solenoid pada **Gambar 5.20** dibelah dua maka tampak penampang seperti pada **Gambar 5.21**.

Gambar 5.20 Contoh solenoid dan pola medan magnet yang dihasilkan. Solenoid dapat dipandang sebagai susunan kawat lingkaran

Gambar 5.21 Penampang solenoid jika dibelah dua. Lingkaran menyatakan penampang kawat solenoid. Tanda titik pada lingkaran menyatakan arah arus dari bel;akang ke depan (menuju wajah pembaca) dan tanda silang menyatakan arus yang mendarah dari depan ke belakang kertas.

Misalkan jumlah lilitan per satuan panjang adalah n. Kita lihat elemen solenoid sepanjang dx. Jumlah lilitan dalam elemen ini adalah

$$dN = ndx$$

Elemen tersebut dapat dipandang sebagai sebuah cincin dengan besar arus

$$dI = IdN = Indx$$

Karena elemen tersebut dapat dipandang sebagai sebuah cincin, maka medan magnet yang dihasilkan di titip P memenuhi persamaan (5.12), dengan mengganti I pada persamaan (5.12) dengan dI dan mengganti b pada persamaan (5.12) dengan variable x seperti pada **Gambar 5.21**. Kita akhirnya peroleh

$$dB = \frac{\mu_0 dI}{2a} \frac{1}{[1+(x/a)^2]^{3/2}}$$

$$= \frac{\mu_0 In}{2a} \frac{dx}{[1+(x/a)^2]^{3/2}}$$

Medan total di titik P merupaka integral dari persamaan di atas. Jika solenoid sangat panjang maka batas integral adalah x = -∞ sampai x = +∞. Dengan demikian, medan total di titik P adalah

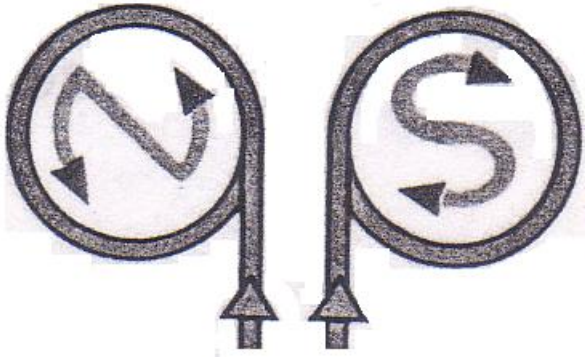
$$B = \frac{\mu_0 In}{2a} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{[1+(x/a)^2]^{3/2}}$$

Jika kalian menggunakan Integral Calculator pada Wolfram Alpha (www.wolframalpha.com) maka hasih integral adalah

$$B = \frac{\mu_0 In}{2a} \left[\frac{x}{\sqrt{1+(x/a)^2}} \right]_{-\infty}^{+\infty}$$

$$= \mu_0 nI \qquad (5.17)$$

Tampak dari persamaan (5.17) bahwa untuk solenoid yang panjangnya tak berhingga, kuat medan listrik di pusat solenoid tidak bergantung pada dimensi solenoid, seperti besar jari-jari. Kuat medan magnet semata-mata bergantung pada julma lilitan per satuan panjang serta arus yang mengalir.

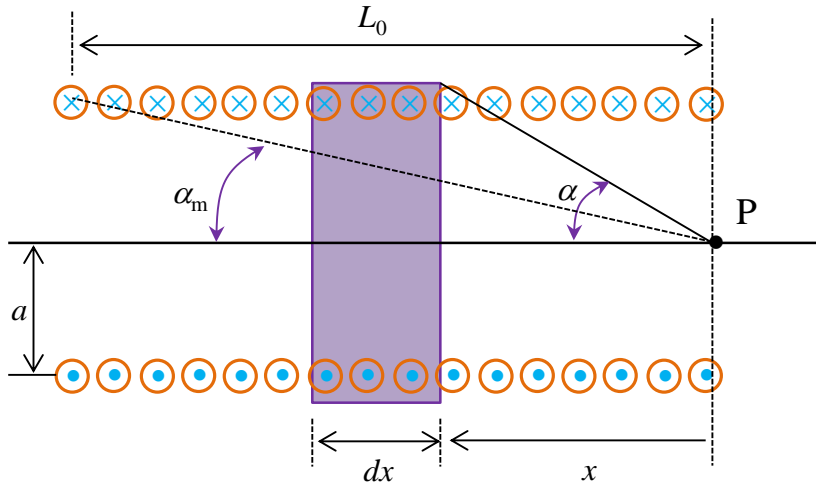
Arah kutub solenoid dapat ditentukan dengan aturan seperti pada **Gambar 5.22**. Jika kalian pandang satu kutub solenoid dan menelusuri arah arus, maka jika kalian dapat membentuk hurus S dengan arah arus tersebut maka kutub yang kalian amati merupakan kutub selatan (south). Sebaliknya, jika kalian dapat memebntuk huruf N dengan arah arus tersebut maka kutub yang kalian amati merupakan kutub utara (north)

Gambar 5.22 Salah satu cara menentukan arah kutub magnet yang dihasilkan solenoid. Arah aliran arus dalam cincin menentukan arah medan dalam solenoid. Arah medan dalam solineoid hanya bisa salah satu dari dua arah, yaitu keluar pada salah satu ujung. Di ujung mana medan keluar ditentukan oleh arah aliran arus pada cincin.

5.1.6 Medan Magnet di Tepi Solenoid

Selanjunya kita tentukan kuat medan magnet di tepi solenoid yang panjangnya berhingga, yaitu L_o. Kita anggap titik pengamatan berada di tepi kanan solenoid (**Gambar 5.23**). Lokasi pengamatan adalah di sumbu solenoid. Kita tetap dapat menggunakan persamaan

$$dB = \frac{\mu_0 In}{2a} \frac{dx}{[1+(x/a)^2]^{3/2}}$$

Namun di sini batas integral bukan lagi dari negative tak berhingga ke positif tak berhingga, tetapi dari x = -L_0 sampai x = 0. Maka medan magnet di titik P menjadi

$$B = \frac{\mu_0 In}{2a} \int_{-L_0}^{0} \frac{dx}{[1+(x/a)^2]^{3/2}}$$

Gambar 5.23 Menentukan medan magnet di tepi solenoid. Panjang solenoid adalah L_0.

Sekali lagi, dengan menggunakan integral calculator pada Wolfram Aplha kita dapatkan

$$B = \frac{\mu_0 In}{2a}\left[\frac{x}{\sqrt{1+(x/a)^2}}\right]_{-L_0}^{0}$$

$$= \frac{\mu_0 In}{2a}\frac{L_0}{\sqrt{1+(L_0/a)^2}} \tag{5.18}$$

Tampak dari persamaan (5.18) bahwa kuat medang magnet yang dihasilkan solenoid yang papnajngnya berhingga masih bergantung pada jari-jaro solenoid.

Untuk kasus khusus di mana panjang salah satu sisi solenoid sangat panjang, atau $L_o \to \infty$ maka $(L_0/a)^2 >> 1$ sehingga kita dapat melakukan aproksimasi berikut ini

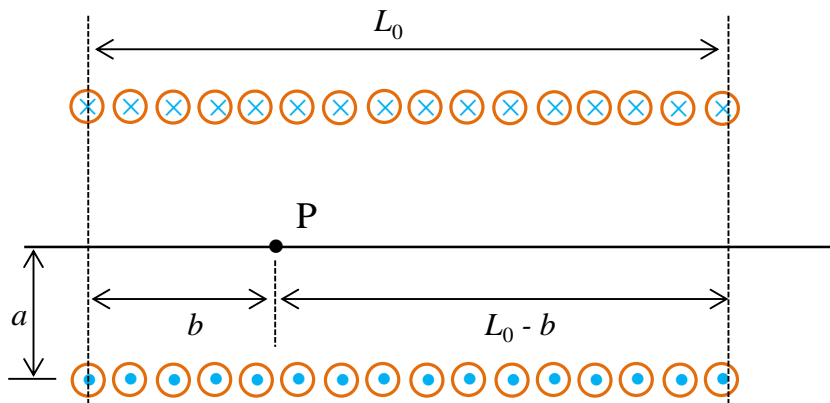
$$\frac{L_0}{\sqrt{1+(L_0/a)^2}} \approx \frac{L_0}{\sqrt{(L_0/a)^2}} = a$$

Dengan demikian, medan magnet di titik P menjadi

$$B \approx \frac{1}{2}\mu_o nI \tag{5.19}$$

yang nilainya sama dengan setengah kuat medan yang dihasilkan oleh solenoid yang panjangnya tak berhingga pada dua ujungnya.

5.1.7 Kuat medan magnet pada jarak dembarang di dalam solenoid

Selanjutnya kita akan menghitung kuat medan pada sumbu solenoid berhingga yang letaknya sembarang. Misalkan panjang solenoid adalah L_o dan kita akan menentukan kuat medan pada jarak b dari salah satu ujung solenoid. Lihat **Gambar 5.24**

Gambar 5.24 Menentukan kuat medan magnet pada posisi sembarang dalam sumbu solenoid. Titik pengamatan dapat dipandang menerima medan dari dua buah solenoid berhingga yang panjangnya b dan L_0 – b. Medan pertama berasal dari ujung kanan solenoid yang panjangnya b dan medan kedua berasal dari ujung kiri solenoid yang pajnagnya L_0 – b.

Kita dapat memandang kasus ini seolah-olah kita memiliki dua solenoid berhingga. Satu solenoid memiliki panjang b dan satu solenoid memiliki panjang $L_o - b$. Titik pengamatan berada pada tepi masing-masing solenoid tersebut. Kuat medan total merupakan jumlah kuat medan yang dihasilkan masing-masing solenoid.

Dengan menggunkaan persamaan (5.18), maka kuat medan yang dihasilkan solenoid yang panjangnya b adalah

$$B_1 = \frac{1}{2}\frac{\mu_o nIb}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Kuat medan magnet yang dihasilkan oleh solenoid yang panjangnya L_o-b adalah

$$B_2 = \frac{1}{2}\frac{\mu_o nI(L_o - b)}{\sqrt{a^2 + (L_o - b)^2}}$$

Dengan demikian, kuat medan total pada titik pengamatan adalah

$$B = B_1 + B_2$$

$$= \frac{1}{2}\frac{\mu_o nI(L_o - b)}{\sqrt{a^2 + (L_o - b)^2}} + \frac{1}{2}\frac{\mu_o nIb}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

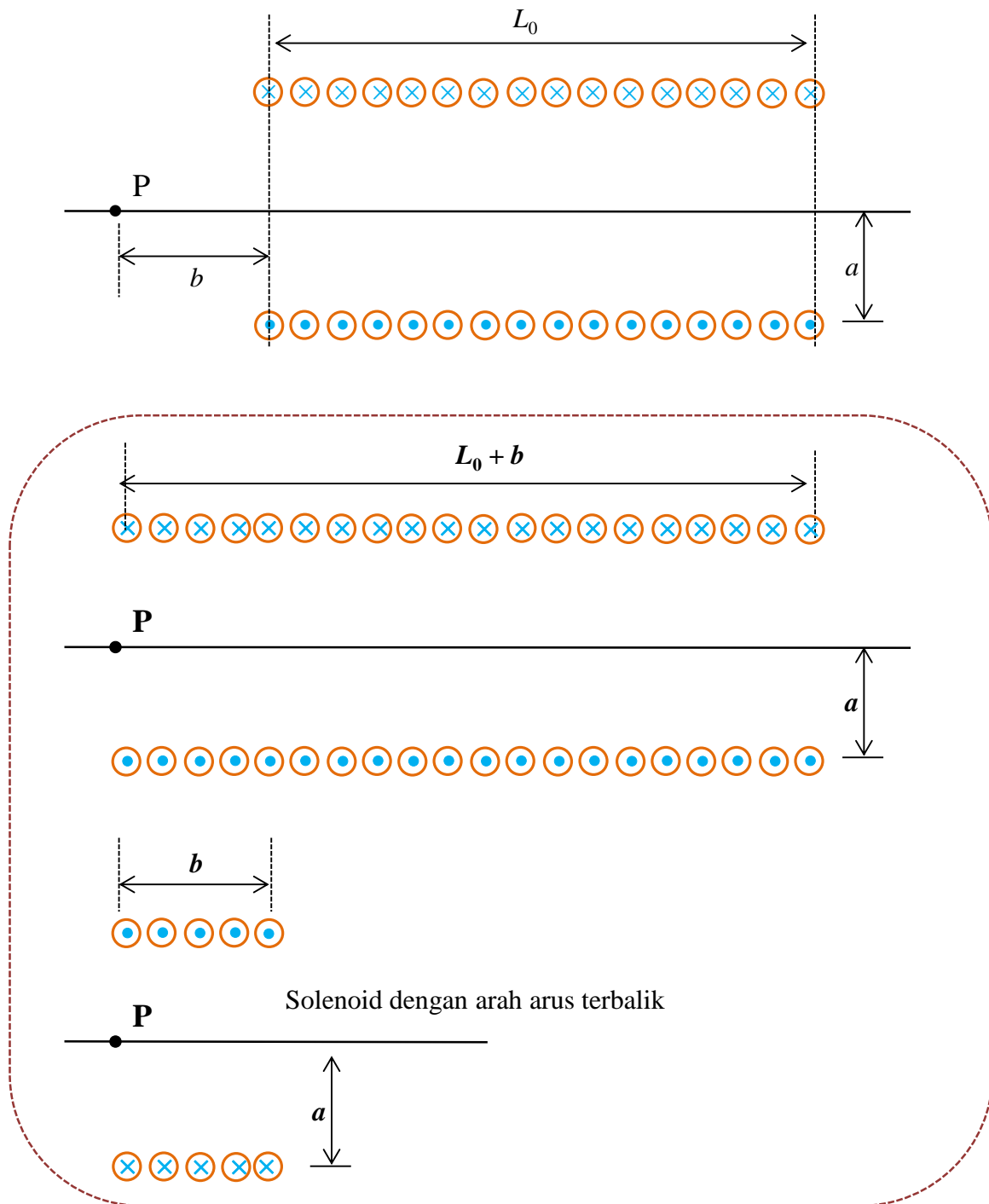
$$= \frac{\mu_o nI}{2}\left[\frac{(L_o - b)}{\sqrt{a^2 + (L_o - b)^2}} + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right] \tag{5.20}$$

Pada posisi di tengah-tengah solenoid, yaitu ketika $b = L_0/2$ maka kita dapatkan

$$B = \frac{\mu_o nI}{2}\left[\frac{(L_0 - L_0/2)}{\sqrt{a^2 + (L_0 - L_0/2)^2}} + \frac{L_0/2}{\sqrt{a^2 + (L_0/2)^2}}\right]$$

$$= \mu_o nI\frac{L_0/2}{\sqrt{a^2 + (L_0/2)^2}} \tag{5.21}$$

5.1.8 Kuat medan magnet pada jarak tertentu dari tepi solenoid

Terakhir, kita akan menentukan kuat medan magnet di luar solenoid, pada jarak b dari terpi solenoid tetapi tetap berada di sumbu solenoid. Untuk kasus ini kita seolah-olah memiliki dua solenoid. Satu solenoid memiliki panjang $L_o + b$ dan solenoid lainnya memiliki panjang b tetapi dialiri arus dalam arah berlawanan. Ke dua solenoid berimpit di sisi kiri. Lihat **Gambar 5.25**.

Gambar 5.25 Menentukan kuat medan magnet pada posisi di luar solenoid. Solnoid awal (gambar atas) dapat dipandang sebagai gabungan dua solenoid, yaitu solenoid yang memiliki panjang $L_0 + b$ (gambar tengah) dan solenoid yang memiliki panjang b tetapi arah arus terbalik (gambar bawah)

Karena arus yang mengalir dalam dua solenoid memiliki arah berlawanan maka medan yang dihasilkan juga memeiliki arah berlawanan.

Kuat medang total pada titik pengamatan sama dengan kuat medan yang dihasilkan oleh soleoid yang panjangnya $L_o + b$ dikurang kuat medan yang dihasilkan solenoid yang panjangnya b.

Dengan menggunakan persamaan (5.18) maka kuat medan yang dihasilkan solenoid yang panjangnya $L_o + b$ adalah

$$B_1 = \frac{1}{2}\frac{\mu_o nI(L_o + b)}{\sqrt{a^2 + (L_o + b)^2}}$$

Dan kuat medan yang dihasilkan oleh solenoid yang panjangnya b adalah

$$B_2 = \frac{1}{2}\frac{\mu_o nIb}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Dengan demikian, kuat medan total di titik pengamatan adalah

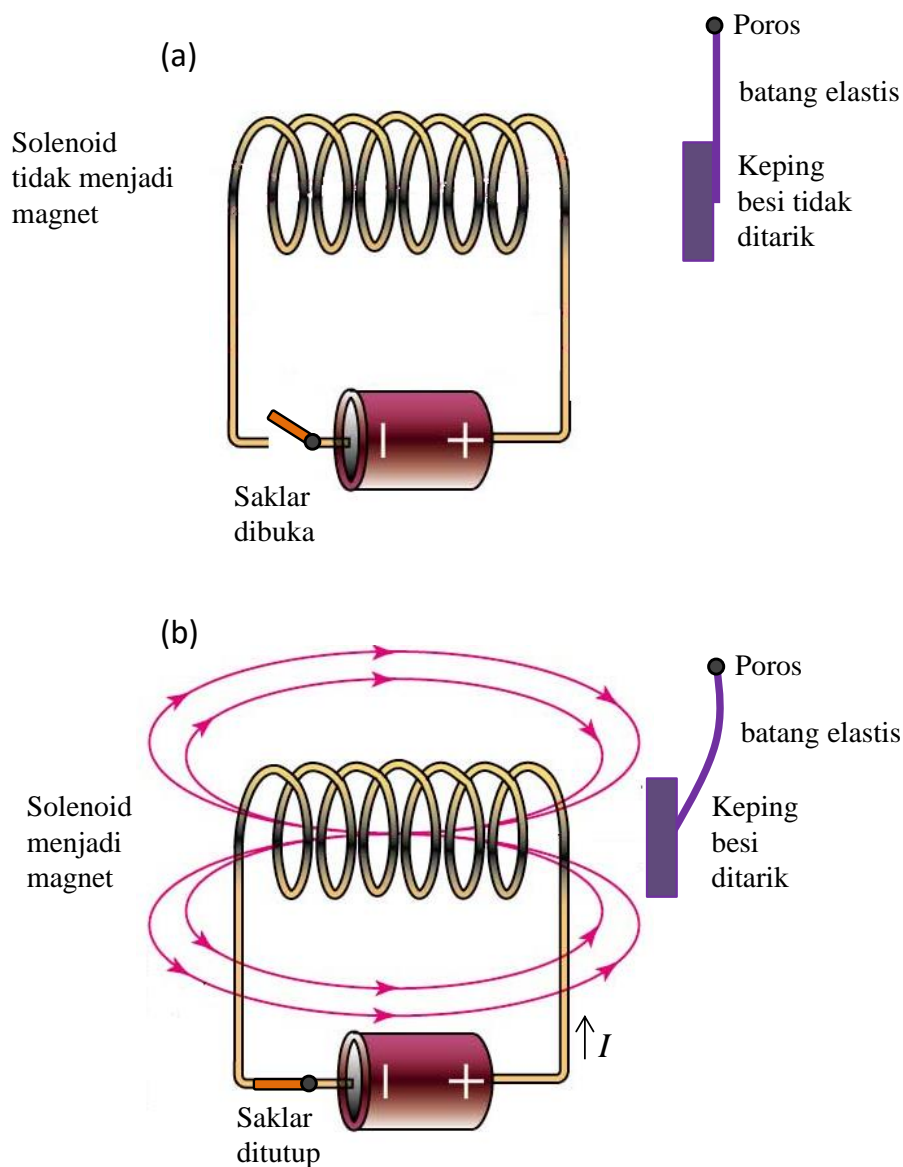
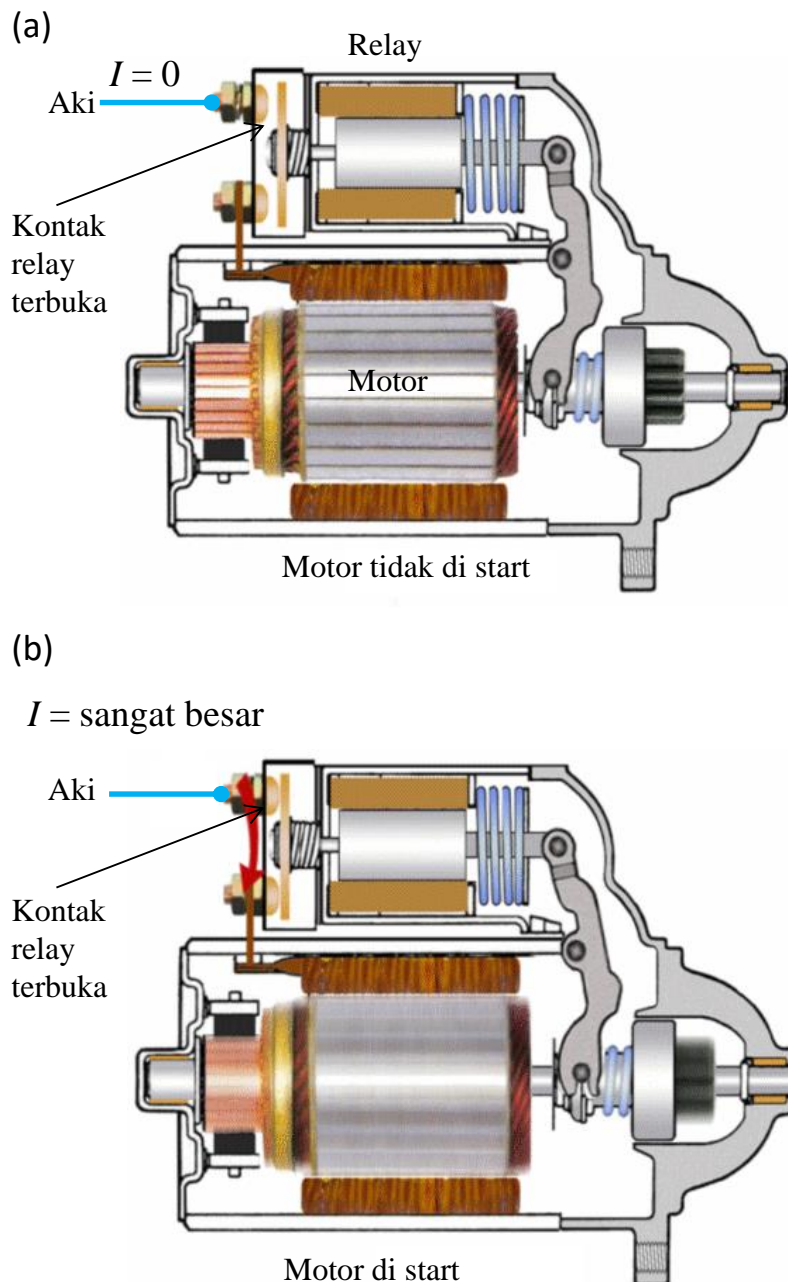
$$B = B_1 - B_2$$

$$= \frac{1}{2}\frac{\mu_o nI(L_o + b)}{\sqrt{a^2 + (L_o + b)^2}} - \frac{1}{2}\frac{\mu_o nIb}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$= \frac{\mu_o nI}{2}\left[\frac{(L_o + b)}{\sqrt{a^2 + (L_o + b)^2}} - \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right] \tag{5.22}$$

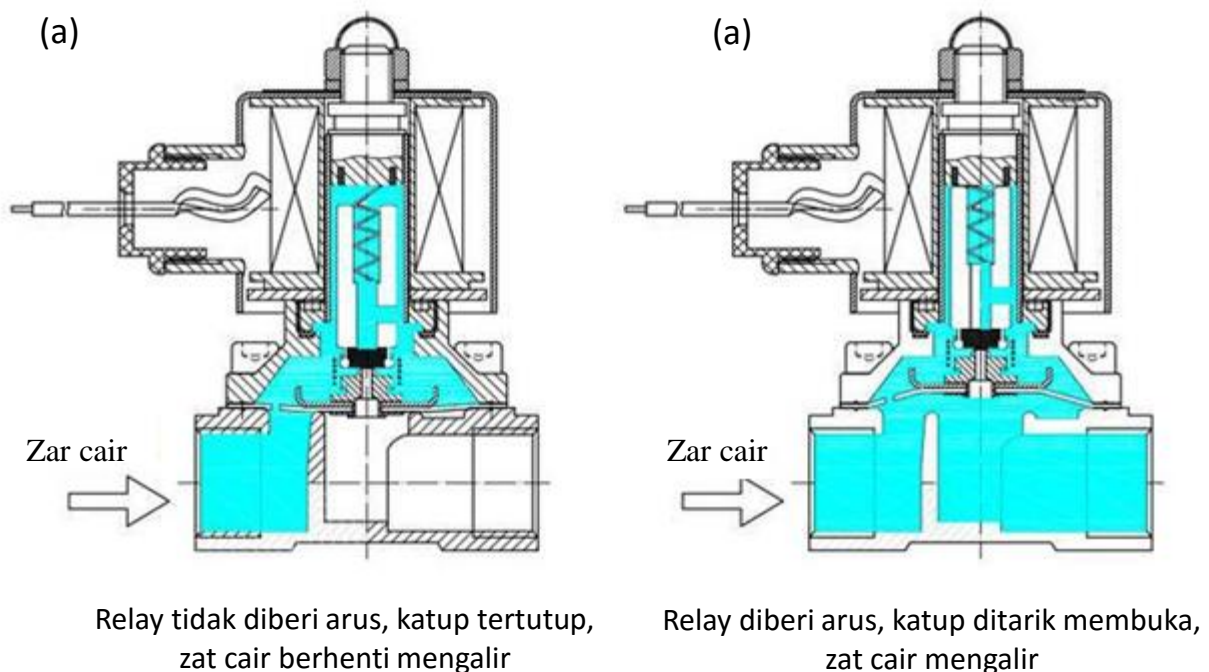
Salah satu aplikasi solenoid yang paling banyak adalah sebagai relay (saklar solenoid). Relay adalah saklar yang dibuka dan ditutp menggunakan arus yang kecil. Tetapi bagian yang tertutup dapat dilewati arus yang sangat besar. Dengan cara ini maka saklar tersebut lebih aman. Akah sangat berbahasa jika arus yang sangat besar disambung atau diputus dengan saklar tombol biasa seperti yang ada di rumah. Di sinilah peran relay. Salah satu relay tang banyak digunakan adalah relay magnetic menggunakan solenoid.

Gambar 5.26 adalah mekanisme yang mendasari prinsip kerja relay magnetic. Pada Gambar (a), ketika tidak dialiri arus listrik (saklar terbuka), solenoid tidak menghasilkan medan magnet. Akibatnya solenoid tidak berubah menjadi magnet dan tidak menarik logam (seperti besi) yang ada di sekitarnya. Tetapi ketika solenoid dialiri arus listrik (saklar ditutup) maka

solenoid berubah menjadi magnet dan menarik logam di sekitarnya (Gambar (b)). Logam akan bergerak kea rah solenoid. Gerakan logam tersebut dapat dirrangkai sehingga menjadi penyambung saklar yang akan digunakan untuk menguhungkan arus listrik tinggi. Sepanjang solenoid dialiri arus listrik maka saklar selalu tertutup dan arus tinggi terus mengalir. Ketika saklar kembali dibuka maka arus berhenti, solenoid kembali hilang sifat kemagnetannya dan arus tinggi kembali terputus.

Gambar 5.26 Prinsip yang mendasari perancangan relay magnetic menggunakan solenoid. Ketika tidak dialiri arus listrik (saklar terbuka), solenoid tidak menghasilkan medan magnet. Akibatnya solenoid tidak berubah menjadi magnet dan tidak menarik logam (seperti besi) yang ada di sekitarnya. Tetapi ketika solenoid dialiri arus listrik (saklar ditutup) maka solenoid berubah menjadi magnet dan menarik logam di sekitarnya (Gambar (b)). Logam akan bergerak kea rah solenoid

Gambar 5.27 Relay yang digenadeng dengan motor. (a) Ketika kunci starter tidak di-on kan maka tidak ada arus yang mengalir ke relay. Relay tidak menutup saklar sehingga tidak ada arus dari aki yang mengalir ke mesin dan mensih tidak distarter. (b) Ketika kunci starter di-on kan maka ada arus yang mengalir ke relay. Relay menutup saklar sehingga ada arus dari aki yang mengalir ke mesin dan mesin distarter.

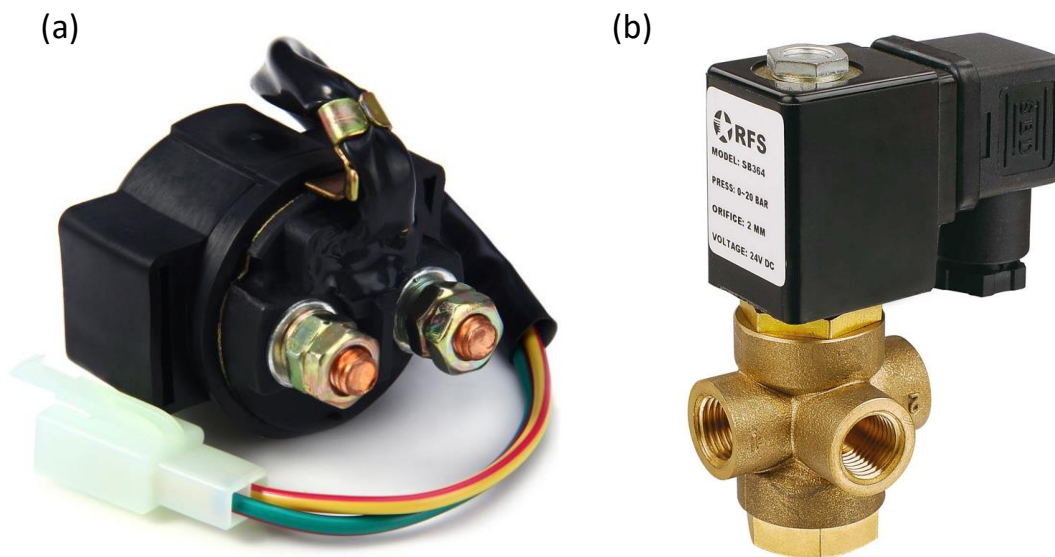
Salah aplikasi yang paling popular dari swith magnetic menggunakan solenmopid adalah relay untuk starter kendaraan. Ketika kendaraan distrarter, maka diperlukan arus yang sangat besar untuk

memulai memutar mesin. Arus tersebut disuplay oleh aki kendaraan. Memang arus berlangsung sangat singkat tetapi nilainya sangat besar dan cukup berbahaya jika dilakukan starter langsung. Yang diterjadi pada saat kunci kontak diputar adalah memberikan arus pada relay magnetic sehingga relay menutup swith yang mengubungkan aki ke mesin. Selanjutnya arus yang sangat besar mengalir langsung dari aki ke mesin untuk emulai memutar mesin. Begitu mesin berputar maka hubungan dari aki ke mesin kembali terputus.

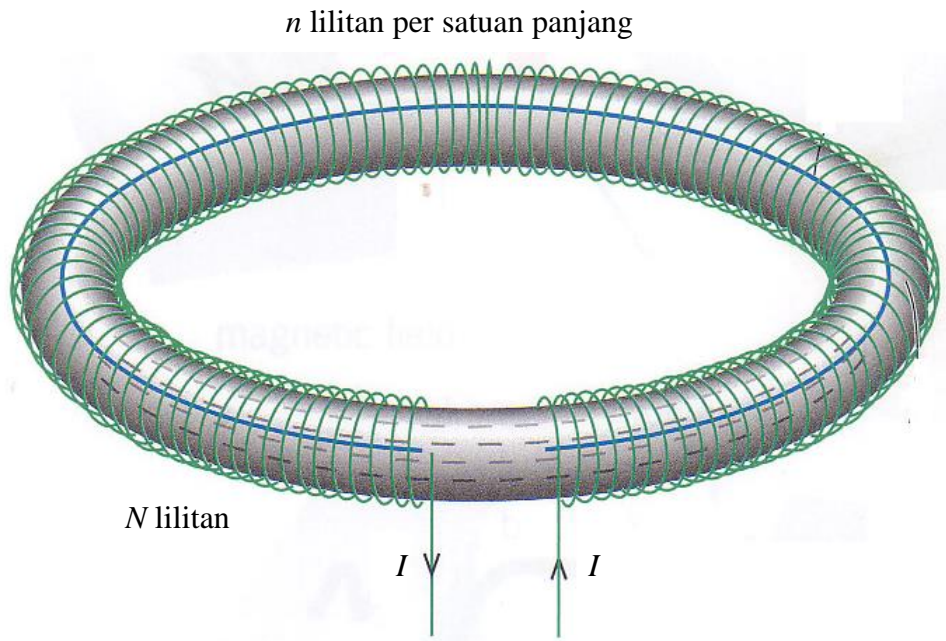
Gambar 5.27 adalah prinsip kerja relay yang ada pada mesin kendaraan. Ketika kunci starter tidak di-on kan maka tidak ada arus yang mengalir ke relay. Relay tidak menutup saklar sehingga tidak ada arus dari aki yang mengalir ke mesin dan mensih tidak distarter (gambar (a)). Sebaliknya ketika kunci starter di-on kan maka ada arus yang mengalir ke relay. Relay menutup saklar sehingga ada arus dari aki yang mengalir ke mesin dan mesin distarter (gambar (b)).

Gambar 5.28 Prinsip kerja katup magnet. (a) ketika solenoid tidak mendapat arus maka katub tidak tertarik. Kondisi ini menyebabkan katup menempel menutupi lubang zat cair. (b) ketika solenoid diberi arus maka solenoid menjadi magnet dan merik katub sehingga lubang tempat zat cair mengalir menjadi terbuka. Akibatnya fluida mengalir.

Aplikasi lain solenoid adalah untuk membau katup magnet.

Solenoid digunakan untuk menarik atau melepas katup yang terbuat dari bahan besi. Prinsip kerja diilustrasikan pada **Gambar 5.28**. Pada Gambar (a), ketika solenoid tidak mendapat arus maka katub tidak tertarik. Konsisi ini menyebabkan katup menempel menutupi lubang zat cair. Pada Gambar (b), ketika solenoid diberi arus maka solenoid menjadi magnet dan merik katub sehingga lubang tempat zat cair mengalir menjadi terbuka. Akibatnya fluida mengalir.

Gambar 5.29 adalah contoh switch solenoid yang digunakan pada kendaraan dan katup solenoid. Barang tersebut sudah digunakan cukup lama.

Gambar 5.29 (a) Switch solenoid yang digunakan pada kendaraan (aliexpress.com) adan (b) katub solenoid (xyelectron.en.made-in-china.com).

5.1.9 Medan magnet dalam toroid

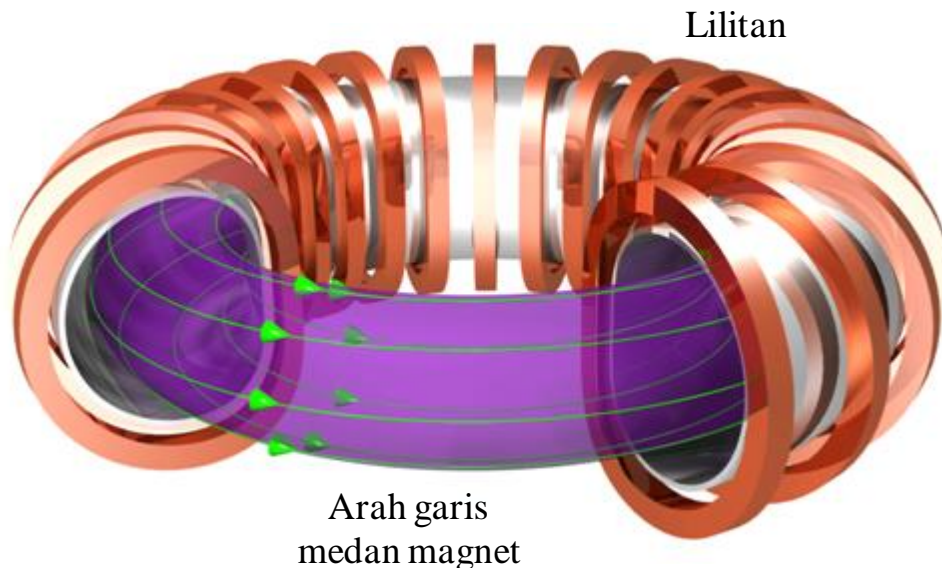
Seperti yang kita bahas sebelumnya, solenoid adalah kumparan yang bentuknya lurus, seperi sebuah per bolpoin. Solenoid ideal memiliki panjang tak berhingga. Kuat medan magnetic di luar solenoid ideal nol sedangkan di dalam rongganya memenuhi persamaan (5.38). Jika solenoid yang panjangnya berhingga kita gabungkan ujungnya, maka kita mendapatkan sebuah bentuk seperti kue donat. Bentuk ini dinamakan toroid seperti diilustrasikan pada **Gambar 5.30**.

Gambar 5.30 Skema toroid. Bentuknya seperti donat berongga.

Jika kita bergerak sepanjang rongga solenoid ideal (panjang tak berhingga) maka kita tidak pernah menemukan ujung solenoid tersebut. Dengan cara yang sama, apabila kita bergerak sepanjang rongga toroid, kita pun tidak pernah menemukan ujung toroid tersebut. Sehingga, toroid akan serupa dengan solenoid ideal. Oleh karena itu, menjadi sangat logis apabila kita berkesimpulan bahwa kuat medan magnet dalam toroid sama dengan kuat medan magnet dalam solenoid ideal. Jadi kuat medan magnet dalam toroid adalah

$$B = \mu_o n I \qquad (5.23)$$

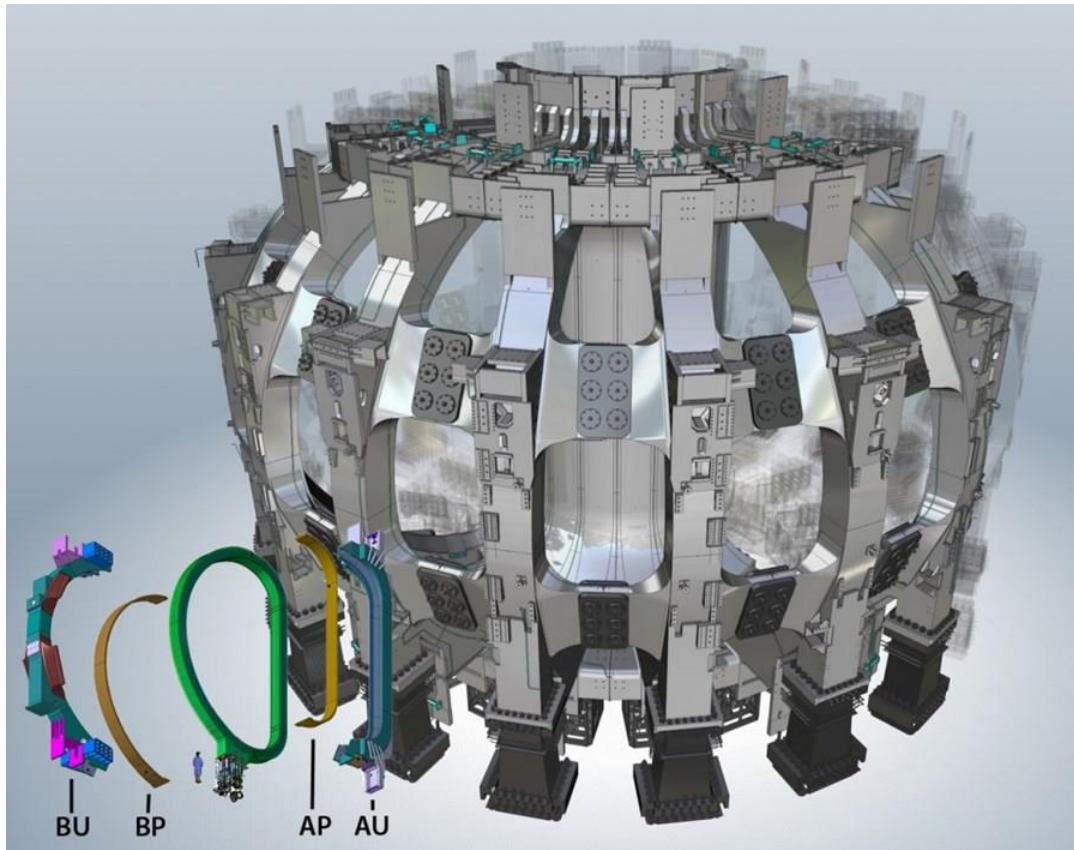
dengan n jumlah kumparan per satuan panjang dan I arus yang mengalir pada kawat toroid. Untuk toroid ideal, kuat medan magnet di luar toroid nol, hal yang juga kita jumpai pada solenoid ideal.

Gambar 5.31 adalah ilustrasi medan yang dihasilkan di dalam rongga toroid. Agar garis medan sama dengan arah keliuling lingkaran yang pusatnya berimit dengan pusat toroid. Besar medan bergantung pada jumlah lilitan per satuan panjang dan kuat arus yang mengalir dalam toroid. **Gambar 5.32** adalah system magnet yang dipasang pada ITER yang bagian utamanya adalah salah satu torid terbesar yang diproduksi oleh Mitsubishi Heavy Industries, Jepang. ITER adalah proyek energy paling ambisius di

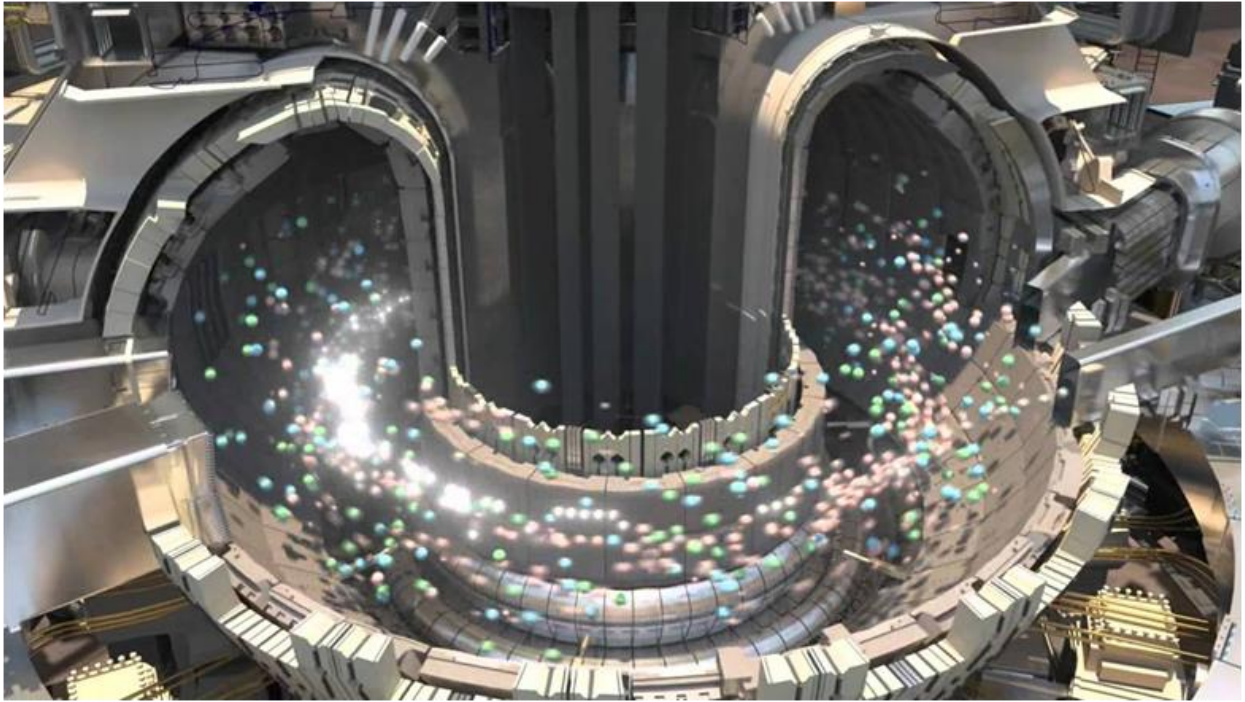
dunia saat ini yang berlokasi di Prancis dan melimbatkan kolaborasi 35 negera. Lilitan pada toroid tersebut memiliki massa total 3.400 ton yang terbuat dari bahan superkonduktor.

Gambar 5.31 Ilustrasi penampang toroid (www.ideen2020.de). Arah garis medan sama dengan arah keliuling lingkaran yang pusatnya berimit dengan pusat toroid.

Medan magnet yahg dihasilkan dalam rongga toroid dapat digunakan untuk memerangkap partikel bermuatan listrik. Partikel yang bergerak melingkar mengikuti garis medan yang dihasilkan toroit tidak mendapat gaya magnet karena arah gerak sejajar dengan arah medan. Namun, jika gerak partikel menyimpang dari arah tersebut maka ada komponen medan yang tegak lurus keepatan. Akibatnya pertikel mendapat gay Lorentz yang memaksan aprtikel kembali ke lintasan lingkaram. Jika medan cukup kuat maka petket dapat dikontrol sehingga tidak pernah menyinggung dinding toroid. Prinsip inilah yang digunakan dalam pembanguan reactor fusi nuklir.

Reaksi fusi nuklir (penggabungan inti atom ruingan) terjasi pada suhu yang sangat tinggi (puluhan juta Kelvin). Pada suhu tersebut tidak ada material yang dapat bertahan pada wujud padat maupun cair. Semua material hanya dapat bertahan pada wujud plasma (ion-ion yang terpisah). Agar reaksi fussi dapat dikontrol maka ruang tempat reaksi fusi harus jauh dari material. Dengan system toroid ini maka reaksi dapat dikendalikan pada lokasi dengan dengan pusat lubang toriid dan cukup jauh dari dinding toroid. Inti atom yang berekasi tidak bersentuhan dengan dinding toriod

sehingga dinding toroid dapat bertahan dalam wujud padat. Konsep pertama reactor ini adalah Tokamak yang dibanngun oleh Uni Soviet. **Gambar 5.33** adalah ilustrasi gerakan indi dalam lubang toroid. Inti tersebut hanya bergerak secara tangensial sepanjang dan hamper tidak memiliki komponen radial.

Gambar 5.32 Sistem magnet yang projek ITER. Komponen utamanya adalah torid terbesar yang diproduksi oleh Mitsubishi Heavy Industries, Jepang. Kumparan toroid berupa bahan superkonduktor dengan massa total 3.400 ton (www.iter.org/newsline/-/2602)

5.2 Gaya antara dua kawat berarus listrik

Implikasi dari munculnya medan magned dari kawat yang dialuri arus listrik adalah munculnya gaya antar dua kawat yang dialiri listrik. Kita kembali tinjau kawat sejajar yang dialiri arus listrik I_1 dan I_2 seperti pada **Gambar 5.34**.

Gambar 5.33 Ilustrasi gerakan inti atom dalam toroid (youtube.com)

Kuat medan magnet yang dihasilkan kawat berarus I_1 di lokasi kawat berarus I_2 adalah

$$B_{21} = \frac{\mu_o}{2\pi}\frac{I_1}{a}$$

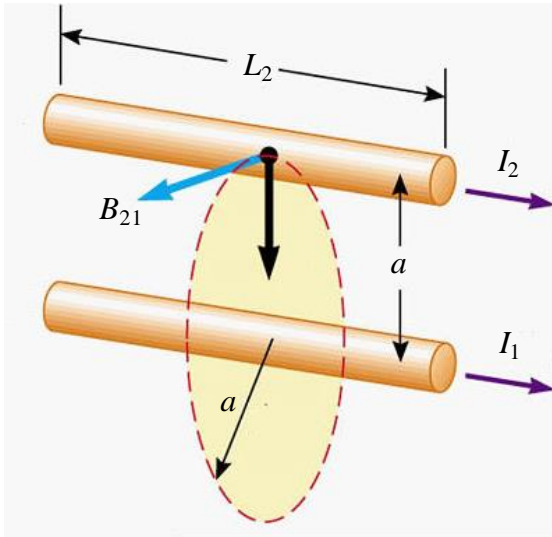
Arah medan magnet ini regak lurus kawat. Karena kawat 2 dialiri arus listrik maka ada gaya Lorentz yang bekerja pada kawat 2. Arah arus listrik pada kawat 2 dan arah medan magnet pada kawat tersebut saling tegak lurus sehingga besar gaya Lorentz adalah

$$F_{21} = I_2 B_{21} L_2$$

$$= \frac{\mu_o}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{a} L_2 \qquad (5.24)$$

dengan L_2 adalah panjang kawat yang dialiri arus I_2. Gaya Lorentz per satuan panjang yang bekerja pada kawat 2 adalah

$$f_{21} = \frac{F_{21}}{L_2}$$

$$= \frac{\mu_o}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{a} \quad (5.25)$$

Gambar 5.34 Menentukan gaya antara dua kawat sejajar yang dialiri arus listrik

Contoh 5.3

Berapa besar dan arah gaya antara dua kawat yang panjangnya masing-masing 45 m dan terpisah sejauh 6 cm jika masing-masing dialiri arus 35 A dalam arah yang sama?

Jawab

Diberikan L = 45 m dan a = 6 cm = 0,06 m. Medan magnet yang dihasilkan satu kawat di posisi kawat lainnya adalah

$$B = \frac{\mu_o}{2\pi}\frac{I}{a}$$

Gaya magnet pada kawat lainnya akibat medan ini adalah

$$F = ILB = \frac{\mu_o}{2\pi}\frac{I^2}{a}L$$

$$= (2\times 10^{-7})\times\frac{35^2}{0{,}06}\times 45 \;= 0{,}184 \text{ N}$$

5.3 Definisi satu ampere

Berdasarkan gaya antara dua kawat sejajar yang dialiri arus listrik, kita bisa mendefinisikan besar arus satu ampere. Misalkan dua kawat sejajar tersebut dialiri arus yang tepat sama, $I_1 = I_2 = I$. Maka gaya per satuan panjang yang bekerja pada kawat 2 adalah

$$f_{21} = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{I^2}{a}$$

Jika I = 1 A dan a = 1 m maka

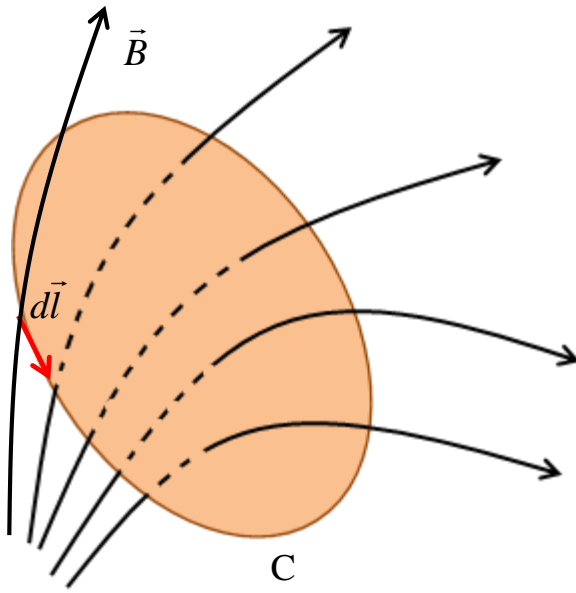
$$f_{21} = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{1^2}{1} = \frac{\mu_o}{2\pi} = 2\times 10^{-7} \text{ N/m}$$

Dengan demikian kita dapat mendefinisikan **arus yang mengalir pada kawat sejajar besarnya satu ampere jika gaya per satuan panjang yang bekerja pada kawat adalah 2 × 10^{-7} N/m**.

5.4 Hukum Ampere

Hukum Biot-Savart merupakan hukum yang umum yang digunakan untuk menghitung kuat medan magnet yang dihasilkan oleh arus listrik. Apapun bentuk konduktor yang dialiri arus, dan berapa pun arus yang mengalir, maka kuat medan magnet di sekitar arus tersebut selalu memenuhi hukum Biot-Savart. Namun, kita tidak selalu mudah menentukan kuat medan magnet di sekitar arus dengan menggunakan hukum Biot-Savart. Untuk bentuk kawat yang rumit, maka integral pada hukum Biot-Savart tidak selalu dapat diselesaikan.

Oleh karena itu, perlu dikaji metode alternatif untuk menentukan kuat medan magnet di sekitar arus listrik. Salah satu metode yang cukup sederhana yang akan dibahas di sini adalah hukum Ampere.

Misalkan di suatu ruang terdapat medan magnet $\vec{B}$. Di dalam ruang tersebut kita buat sebuah lintasan tertutup C yang sembarang seperti **Gambar 5.35**. Bentuk lintasan bebas, asal tertutup.

Gambar 5.35 Lintasan tertutup sembarang yang kita simbolkan dengan C dalam ruang yang mengandung medan magnet.

Kita perhatikan elemen lintasan $d\vec{l}$. Anggap kuat medan magnet pada elemen lintasan tersebut adalah $\vec{B}$. Integral perkalian titik $\vec{B}$ dan $d\vec{l}$ dalam lintasan tertutup C memenuhi

$$\oint_S \vec{B} \bullet d\vec{l} = \mu_o \sum I \tag{5.26}$$

dengan

$\sum I$ adalah jumlah total arus yang dilingkupi C.

$\oint$ menyatakan bahwa integral harus dikerjakan pada sebuah lintasan tertutup.

Perlu diperhatikan bahwa yang dikalikan dengan $d\vec{l}$ adalah medan magnet yang berada pada lintasan, bukan medan magnet di dalam atau di luar lintasan. Jika di dalam lintasan medan magnet tidak nol, namun sepanjang lintasan medan magnet nol maka integral (5.26) hasilnya nol.

Persamaan (5.26) dikenal dengan hukum Ampere dalam bentuk integral. Bentuk lain hukum Ampere yang ekivalen dengan persamaan (5.26) adalah bentuk diferensial. Tetapi bentuk kedua ini tidak dibahas di sini.

Tampak bahwa hukum Ampere memiliki bentuk yang lebih rumut daripada hokum Biot Savart. Namun, ternyata dalam sejumlah kasus, menmcari medan magnet dengan hokum Ampere sangat mudah. Tatepi pada kasus lain, mencari dengan hokum persamaan Biot-Savart jauh lebih mudah. Tinggal kemampuan kita untuk memilih persamaan apa yang tepat untuk kasus tertentu. Hukum Ampere dapat digunakan untuk mencari medan magnet dari system arus yang bersifat simetri seperti yang akan dibahas beriut ini. Untuk lebih memahami hukum Ampere mari kita tinjau sejumlah aplikasinya berikut ini. Topik yang akan kita bahs adalah distribusi arus yang memenuhi sifat simetri.

5.4.1 Kawat lurus panjang

Pada bagian sebelumnya kita sudah menghitung kuat medan magnet yang dialiri arus listrik pada kawat lurus panjang dengan bangtuan hukum Biot-Savart. Kita akan kembali membahas kuat medan listrik di sekitar kawat lurus panjang dengan menggunakan hukum Ampere. Dalam menerapkan hukum ini, beberapa langkah standar yang harus dilakukan adalah:

i) Pilih lintasan tertutup sedemikian rupa sehingga

- Kuat medan magnet pada berbagai titik di lintasan konstan
- Vektor medan magnet dan vektor elemen lintasan selalu membentuk sudut yang konstant untuk semua elemen lintasan.

ii) Cari $\sum I$, yaitu jumlah total arus yang dilingkupi lintasan ampere.

Untuk kawat lurus panjang, lintasan yang memenuhi kriteria di atas adalah sebuah lingkaran yang sumbunya berimpit dengan kawat tersebut seperti diilustrasikan pada **Gambar 5.36**. Beberapa informasi yang dapat kita peroleh adalah:

i. Berdasarkan aturan tangan kanan, medan magnet selalu menyinggung lintasan.
ii. Elemen vektor $d\vec{l}$ juga menyinggung lintasan.

Jadi pada titik-titik di lintasan ampere, vektor $\vec{B}$ dan $d\vec{l}$ selalu sejajar sehingga sudut θ antara $\vec{B}$ dan $d\vec{l}$ nol. Dengan demikian,

$$\vec{B} \bullet d\vec{l} = B\,dl\cos\theta = B\,dl\cos 0^o = B\,dl$$

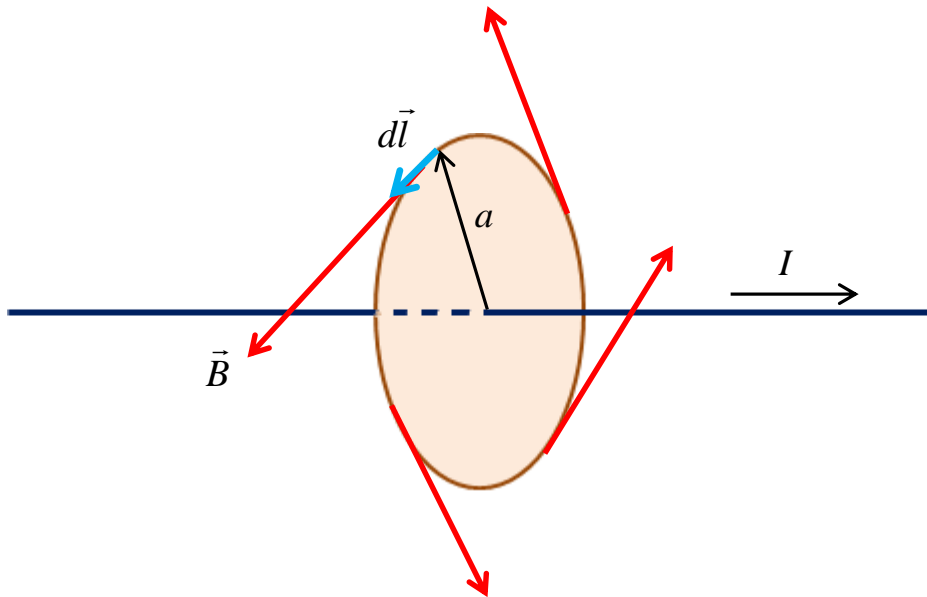
dan

$$\oint_S \vec{B} \bullet d\vec{l} = \oint_S B\,dl$$

Karena pada tiap titik di lintasan besar medan magnet konstan, maka *B* dapat ditarik keluar dari integral. Kita dapatkan

$$\oint_S B\,dl = B\oint_S dl$$

$$= B \times (keliling\ lingkaran)$$

$$d\vec{l} = B \times (2\pi a)$$

Gambar 5.36 Lintasan ampere di sekitar kawat lurus panjang adalah lingkaran dengan sumbu berimpit dengan kawat.

Selanjutnya kita cari jumlah arus yang dilingkupi lintasan Ampere. Karena yang dilingkupi lintasan Ampere hanya satu kawat, dan kawat tersebut diliri arus *I*, maka

$$\sum I = I$$

Akhirnya, substitusi persamaan-persamaan di atas ke dalam persamaan

(5.25) diperoleh

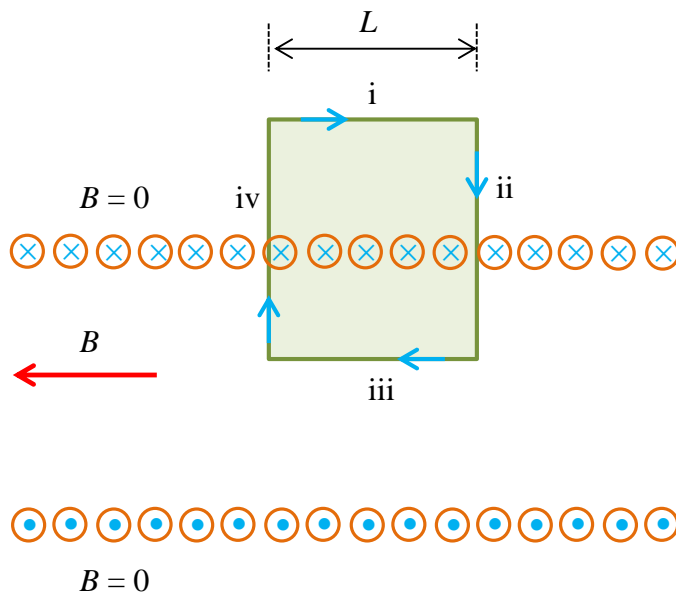
$$B \times (2\pi a) = \mu_o I$$

atau

$$B = \frac{\mu_o}{2\pi}\frac{I}{a}$$

Hasil ini persis sama dengan hasil yang diperoleh menggunakan hukum Biot-Savart pada bagian sebelumnya.

5.4.2 Solenoid

Kita sudah menghitung medan magnet yang dihasilkan oleh solenoid menggunakan hukum Biot-Savart. Sekarang kita akan melakukan perhitungan serupa dengan hukum Ampere untuk membandingkan metode mana yang lebih sederhana. Solenoid yang akan kita bahas juga solenoid ideal dengan jumlah lilinan per satuan panjang adalah *n*. Kawat solenoid dialiri arus *I*.

Gambar 5.37 Lintasan ampere pada solenoid. Untuk solenoid ideal maka medan magnet di dalam rongga nilainya konstan sedangkan di luar rongga nilainya nol.

Jika solenoid dibelah dua maka penampang solenoid tampak pada **Gambar 5.37**. Untuk menentukan kuat medan magnet di dalam solenoid, kita buat lintasan Ampere seperti pada **Gambar 5.37**. Lintasan tersebut

berupa segiempat. Integral pada lintasan tertutup dapat dipecah menjadi jumlah integral pada tiap-tiap sisi segiempat, yaitu

$$\oint_S \vec{B} \bullet d\vec{l} = \int_i \vec{B} \bullet d\vec{l} + \int_{ii} \vec{B} \bullet d\vec{l} + \int_{iii} \vec{B} \bullet d\vec{l} + \int_{iv} \vec{B} \bullet d\vec{l}$$

Mari kita lihat tiap-tiap suku integral.

Lintasan i:
Pada lintasan ini kuat medan magnet nol karena berada di luar solenoid sehingga

$$\int_i \vec{B} \bullet d\vec{l} = \int_i 0 \bullet d\vec{l} = 0$$

Lintasan ii:
Pada lintasan ini, potongan yang berada di luar solenoid memiliki medan magnet nol sedangkan potongan yang ada di dalam solenoid memiliki medan magnet yang tegak lurus lintasan. Jadi

$$\int_{ii} \vec{B} \bullet d\vec{l} = \int_{pot.luar} \vec{B} \bullet d\vec{l} + \int_{pot.dalam} \vec{B} \bullet d\vec{l}$$

$$= \int_{pot.luar} 0 \bullet d\vec{l} + \int_{pot.dalam} B\,dl \cos 90^o = 0 + 0 = 0$$

Lintasan iii:
Pada lintasan ini, vektor $\vec{B}$ dan $d\vec{l}$ selalu sejajar sehingga sudut θ antara $\vec{B}$ dan $d\vec{l}$ nol. Jadi, $\vec{B} \bullet d\vec{l} = B\,dl\cos\theta = B\,dl\cos 0^o = B\,dl$. Dengan demikian diperoleh

,

$$\int_{iii} \vec{B} \bullet d\vec{l} = \int_{iii} B\,dl$$

$$= B\int_{iii} dl$$

$$= B \times (panjang lin.iii)$$

$$= B\ell$$

Lintasan iv:

Integral pada lintasan iv persis sama dengan integral pada lintasan ii sehingga hasilnya juga nol, atau

$$\int_{iv} \vec{B} \bullet d\vec{l} = \int_{pot.luar} \vec{B} \bullet d\vec{l} + \int_{pot.dalam} \vec{B} \bullet d\vec{l}$$

$$= \int_{pot.luar} 0 \bullet d\vec{l} + \int_{pot.dalam} B\, dl \cos 90^o = 0 + 0 = 0$$

Dengan dengan demikian, integral pada lintasan tertutup adalah

$$\oint_S \vec{B} \bullet d\vec{l} = 0 + 0 + B\ell + 0 = B\ell$$

Selanjutnya kita hitung jumlah arus yang dilingkupi lintasan Ampere. Arus total adalah arus yang mengalir dalam ruas solenoid sepanjang ℓ. Karena jumlah lilitan per satuan panjang adalah n maka jumlah lilitan yang dilingkupi lintasan Ampere adalah $n\ell$. Karena satu lilitan dialiri arus I, maka jumlah total arus yang dilingkupi lintasan Ampere adalah

$$\sum I = n\ell I$$

Akhirnya dengan mensubtitusi persamaan-persamaan di atas ke dalam persamaan (5.26) diperoleh

$$B\ell = \mu_o (n\ell I)$$

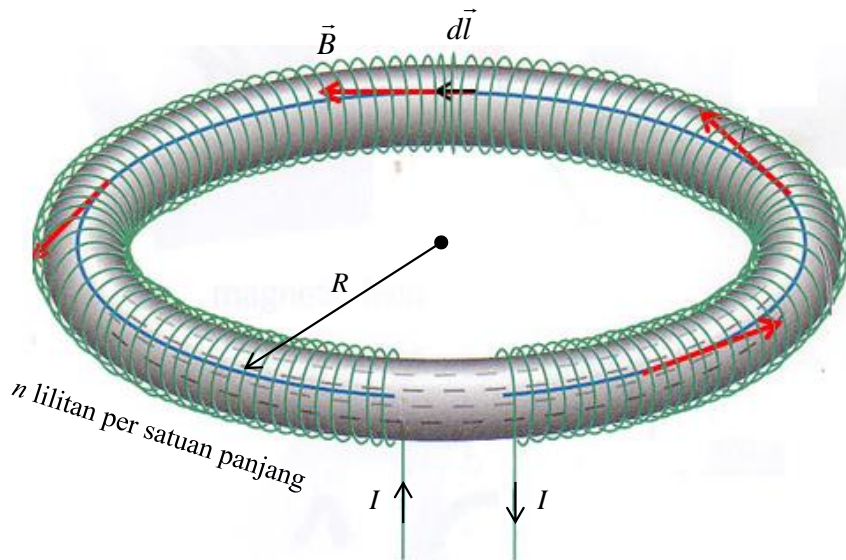
atau

$$B = \mu_o n I$$

Hasil ini pun persis sama dengan apa yang kita peroleh dengan

menggunakan hokum Biot-Savart pada bagian sebelumnya.

5.4.3 Toroid

Misalkan jumlah lilitan per satuan panjang yang dimiliki toroid adalah *n*. Arus yang mengalir pada toroid adalah *I*. Untuk menentukan kuat medan magnet di dalam rongga toroid, kita buat lintasan Ampere berbentuk lingkaran yang melalui rongga toroid seperti pada **Gambar 5.38**.

Gambar 5.38 Lintasan ampere pada toroid berbentuk lingkaran yang melewati rongga toroid. Toroid tersebut memiliki n lilitan per satuan panjang. Arus yang mengalir dalam toroid adalah I.

Jika kita misalkan jari-jari toroid adalah R maka keliling toroid adalah $K = 2\pi R$. Sepanjang lintasan Ampere, vektor $\vec{B}$ dan $d\vec{l}$ selalu sejajar sehingga sudut θ antara $\vec{B}$ dan $d\vec{l}$ nol. Jadi, $\vec{B} \bullet d\vec{l} = B\,dl\cos\theta = B\,dl\cos 0^o = B\,dl$. Dengan demikian kita dapatkan

$$\oint_S \vec{B} \bullet d\vec{l} = \oint_S B\,dl$$

$$= B\oint_S dl$$

$$= B \times (keliling\ lingkaran)$$

$$= B \times (2\pi R)$$

Karena jumlah lilitan yang dilingkupi lintasan Ampere adalah N maka jumlah arus yang dilingkupi lintasan ini adalah

$$\sum I = NI = 2\pi RnI$$

Akhirnya, dengan mensubstitusi persamaan-persamaan di atas ke dalam persamaan (5.36) diperoleh

$$B \times (2\pi R) = \mu_o (2\pi RnI)$$

atau

$$B = \mu_o nI$$

Hasil ini pun persis sama dengan yang kita peroleh menggunakan hukum Biot-Savart pada bagian sebelumnya.

5.4.4 Pelat tak berhingga

Selanjutnya kita hitung medan magnet di sekitar pelat yang sangat lebar yang dialiri arus listrik seperti diilustrasikan pada **Gambar 5.39**. panjang maupun lebar pelat dianggap tak berhingga. Angapan tersebut dimaksudkan adar arus yang mengalir dalam pelat homogen pada tiap titik. Dengan nilai yang homogen maka penerapatan hukum Ampere menjadi mudah. Jika ukuran pelat berhingga maka arus biasanya makin kecil jika bergeser ke arah tepi. Arus paling besar di sekitar tengah pelat. Dengan distribusi arus yang demikian maka medan magnet di sekitar pelat menjadi tidak homogen dan penerapat hukum Ampere untuk menentukan kuat medan menjadi sangat sulit.

Misalkan kerapatan arus per satuan lebar pelat adalah J (ampere/meter). Kita akan menentukan kuat medan magnet pada jarak a tegak lurus pelat. Kita buat lintasan Ampere berupa persegi panjang seperti pada **Gambar 5.40**.

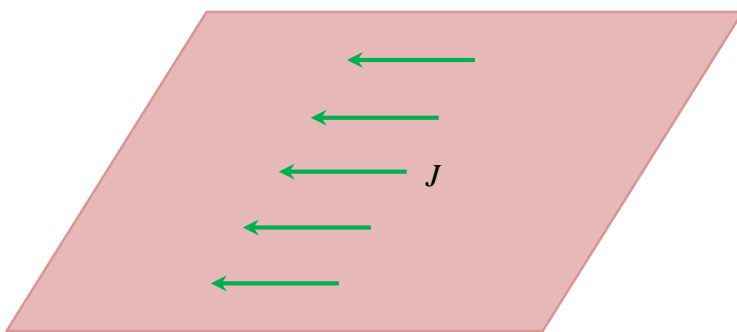
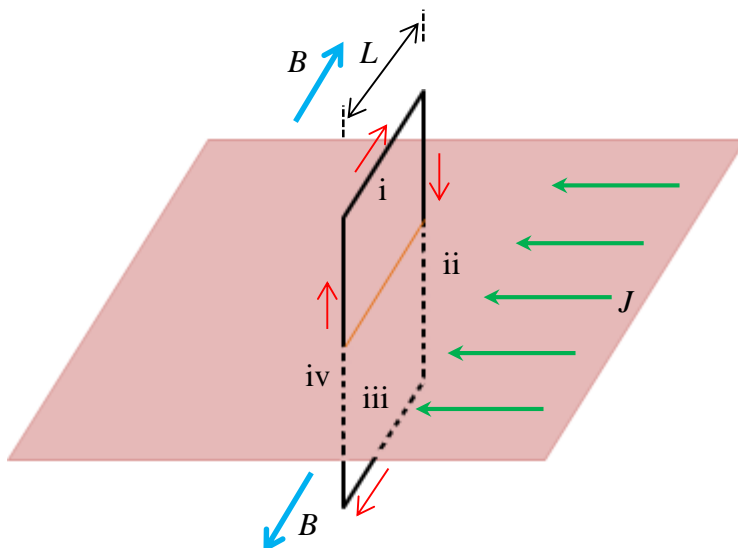
Kita dapat menentukan arah medan magnet yang dihasilkan arus dengan menggunakan aturan tangan kanan. Ibu jari mengarah ke aliran arus dan lekukan empat jari mengikuti arah medan magnet. Kita akan dapatkan bahwa medan magnet memiliki arah sejajar pelat dan tegak lurus

arah aliran arus. Pemilihan lintasan Ampere di atas menyebabkan:

a) Pada elemen lintasan i arah medan magnet sejajar dengan arah elemen lintasan.

b) Pada elemen lintasan ii arah medan magnet tegak lurus dengan arah elemen lintasan.

c) Pada elemen lintasan iii arah medan magnet sejajar dengan arah elemen lintasan.

d) Pada elemen lintasan iv arah medan magnet tegak lurus dengan arah elemen lintasan.

Gambar 5.39 Pelat yang luasnya tak berhingga dialiri arus per satuan lebar pelat sebesar J.

Gambar 5.40 Lintasan ampere di sekitar pelat tak berhingga. Lintasan kita pilih berupa persegi panjang di mana dua sisinya sejajar pelat dan dua sisi lain tegak lurus pelat. Arah medan magnet yang dihasilkan sejar dengan pelar dengan arah berlawanan pada sisi atas dan sisi bawah pelat.

Integral Ampere untuk lintasan tertutup dapat ditulis sebagai

$$\oint_S \vec{B} \bullet d\vec{l} = \int_i \vec{B} \bullet d\vec{l} + \int_{ii} \vec{B} \bullet d\vec{l} + \int_{iii} \vec{B} \bullet d\vec{l} + \int_{iv} \vec{B} \bullet d\vec{l}$$

Mari kita hitung tiap-tiap suku integral.

a) Pada elemen lintasan i, vektor $\vec{B}$ dan $d\vec{l}$ sejajar sehingga sudut θ antara $\vec{B}$ dan $d\vec{l}$ nol. Jadi, $\vec{B} \bullet d\vec{l} = B\,dl \cos\theta = B\,dl \cos 0^o = B\,dl$

b) Pada elemen lintasan ii, vektor $\vec{B}$ dan $d\vec{l}$ tegak lurus sehingga sudut θ antara $\vec{B}$ dan $d\vec{l}$ 90°. Jadi, $\vec{B} \bullet d\vec{l} = B\,dl \cos\theta = B\,dl \cos 90^o = 0$

c) Pada elemen lintasan iii, vektor $\vec{B}$ dan $d\vec{l}$ sejajar sehingga sudut θ antara $\vec{B}$ dan $d\vec{l}$ nol. Jadi, $\vec{B} \bullet d\vec{l} = B\,dl \cos\theta = B\,dl \cos 0^o = B\,dl$

d) Pada elemen lintasan iv, vektor $\vec{B}$ dan $d\vec{l}$ tegak lurus sehingga sudut θ antara $\vec{B}$ dan $d\vec{l}$ 90°. Jadi, $\vec{B} \bullet d\vec{l} = B\,dl \cos\theta = B\,dl \cos 90^o = 0$

Dengan demikian

$$\oint_S \vec{B} \bullet d\vec{l} = \int_i B\,dl + \int_{iii} B\,dl$$

Besar B pada elemen lintasan i dan iii konstan sehingga dapat dikeluarkan dari integral. Akhirnya diperoleh

$$\oint_S \vec{B} \bullet d\vec{l} = B\int_i dl + B\int_{iii} dl$$

$$= BL + BL = 2BL$$

Selanjutnya kita cari jumlah arus yang dilingkupi lintasan Ampere. Rapat arus per satuan panjang pelat dalam arah tegak lurus adalah J. Karena panjang lintasan Ampere dalam arah tegak lurus adalah L maka arus yang dilingkupi lintasan Ampere adalah

$$\sum I = JL$$

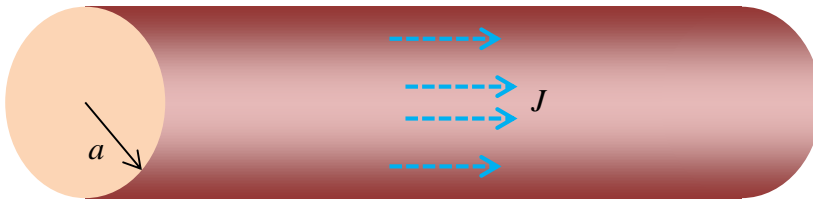
Dengan mensubstitusi persamaan-persamaan di atas ke dalam persamaan (5.26) diperoleh

$$2BL = \mu_o (JL)$$

atau

$$B = \frac{\mu_o J}{2} \tag{5.27}$$

5.4.5 Silinder pejal

Gambar 5.41 memperlihatkan sebuah silinder panjang tak berhingga dengan jari-jari a. Silinder tersebut dialiri arus dengan kerapan per satuan luas konstan. Kita ingin menentukan kuat medan magnet pada semua lokasi, baik di dalam maupun di luar silinder.

Gambar 5.41 silinder panjang tak berhingga dengan jari-jari a dan dialiri arus dengan kerapan per satuan luas konstan

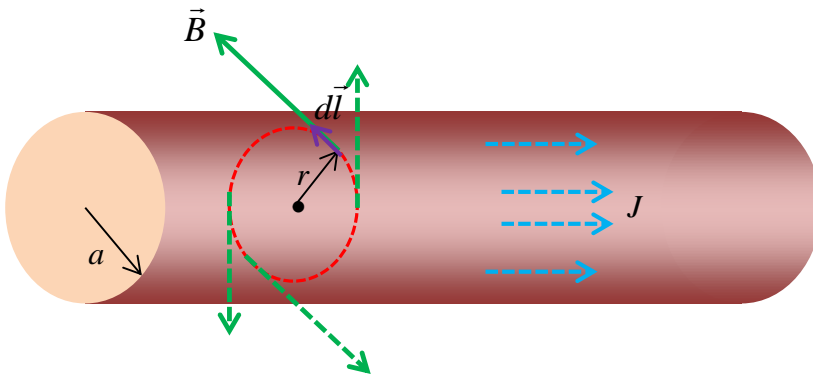
Untuk menentukan kuat medan magnet di dalam silinder maka kita buat lintasan ampere berupa lingkaran yang pusatnya berada di subu silinder dengan jari-jari kurang dari a. Lintasan ampere ditunjukkan pada **Gambar 5.42**. Pada lintasan lingrakan tersebut bersar medan magnet konstan dan arahn ya selalu meninggung lintasan (aturan tangan kanan). Hal ini disebabkan sebaran arus yang simetri. Ini berarti pada titip titik sepanjang lintasan arah medan selalu sama dengan elemen panjang lintasan, atau θ = 0 sehingga

$$\oint \vec{B} \bullet d\vec{l} = \oint B dl \cos 0^o$$

$$= \oint B dl$$

$$= B \oint dl$$

$$= B \times (panjanglin)$$

$$= B \times (2\pi r)$$

Gambar 5.42 Lintasan ampere yang dipilih berupa lingkaran dengan jari-jari r di mana r < a.

Jumlah arus yang dilingkupi lintasan hanya arus yang berada di dalam lingkaran dengan jari-jari r. Luas lingkaran tersebut adalah πr^2. Karena kerapatan arus per satuan luas adalah J maka jumlah arus yang menembus lingkaran adalah

$$\sum I = \pi r^2 J$$

Subsritusi dua persamaan yang diperoleh ke dalam hokum ampere maka diperoleh

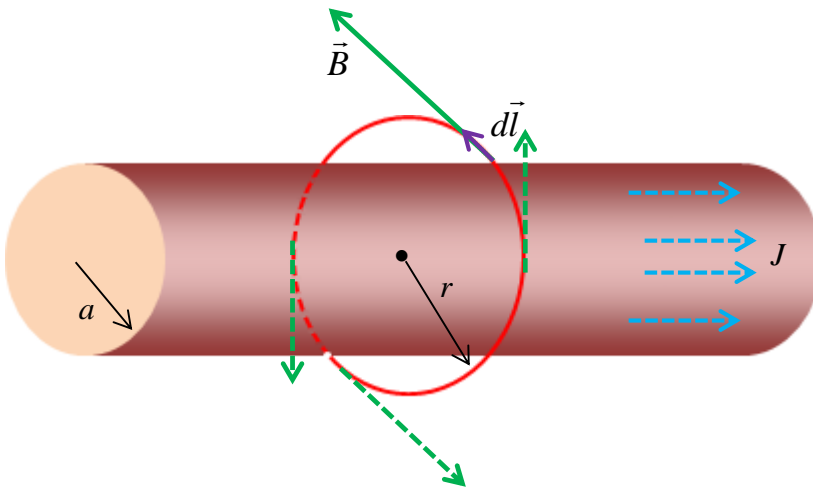
$$B(2\pi r) = \mu_0 (\pi r^2 J)$$

atau

$$B = \frac{\mu_0 J}{2} r$$

Selanjutnya kita hitung kuat medan magnet pada lokasi di luar silinder. Kita buat lintasan ampere berupa lingkaran dengan jari-jari a

seperti pada **Gambar 5.43**. Karena sebaran muatan yang simetri maka pada lintasan tersebut besar medan magnet selalu konstan dan arahnya selalu menyinggung lintasan (aturan tangan kanan). Dengan demikian arah medan magnet selalu searah dengan arah elemen lintasan yang akhinya menghasilkan

$$\oint \vec{B} \bullet d\vec{l} = B \times (2\pi r)$$

Gambar 5.43 Lintasan ampere untuk menentukan kuat medan magnet di luar silinder.

Selanjutyna kita menghjitung arus total yang dilingkupi lintasan. Karena pada lintasan di luar silinder, arus total yang dilingkupi adalah semua arus dalam silinder. Arus total tersebut tidak bergantung pada jari-jari lintasan ampere, tetapi hanya bergantung pada jari-jari silinder (ini berbeda dengan saat menentukan medan di dalam silinder di mana arus total bergantung pada jari-jari lintasan). Luas penampang silinder adalah πa^2. Oleh karena itu, arus total yang dilingkupi lintasan ampere adalah

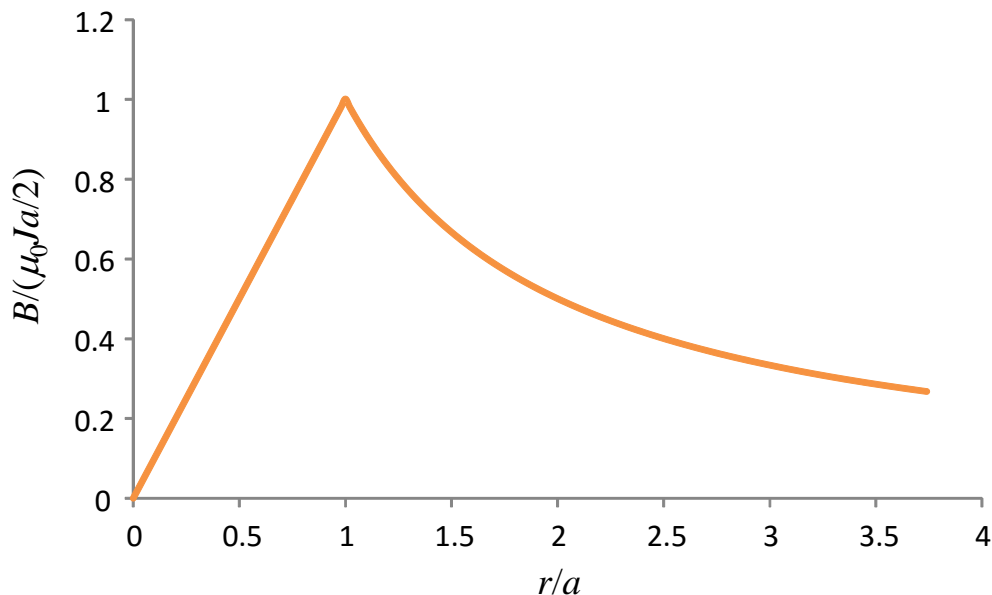
$$\sum I = (\pi a^2) J$$

Akshirnya, dengan menerapkan hokum ampere kita peroleh

$$B(2\pi r) = \mu_0 (\pi a^2) J$$

atau

$$B = \frac{\mu_0 J}{2} \frac{a^2}{r}$$

Gambar 5.44 adalah kuarva kuat medan magnet pada berbagai jarak dari pusat silinder. Kuat medan magnet dinyatakan dalam satuan $\mu_0 Ja/2$ dan jarak dinyatakan dalam satuan r/a. Medan magnet mula-mula naik secara linier hingga lokasi r/a = 1, yaitu di permukaan silinder. Kemuadian medan magnet turun berbanding terbalik dengan jarak dari pusat silinder.

Gambar 5.44 Kurva kuat medan magnet sebagai fungsi jarak dari pusat silinder. Kuat medan magnet dinyatakan dalam satuan $\mu_0 Ja/2$ dan jarak dinyatakan dalam satuan r/a.

Rapat arus tidak konstan. Sekarang kita leihat kasis di mana rapat arus yang mengalir dalam silinder tidak konstan, tetapi merupakan fungsi jarak dari pusat silinder. Sebagai contoh misalkan rapat arus yang mengalir pada jarak r dari pusat silinder adalah

$$J(r) = \gamma r^n$$

dengan γ dan n adalah konstanta.

Bagaimana mengihitung medan magnet di berbagai lokasi di dalam dan di luar silinder? Karena rapat arus hanya fungsi r maka pada jarak r

yang sama, kerapatan arus nilainya sama. Ini berimplikasi bahwa medan magnet sekeliling lingkaran yang berpusat di sumbu silinder besarnya sama dan arahnya menyinggung lintasan. Implikasinya $\oint \vec{B} \bullet d\vec{l} = B(2\pi r)$. Namun yang berbeda dengan sebelumnya adalah menghitung arus total tang dilingkupi lintasan. Arus total tidak dihitung sebagai perkalian langsung rapat arus dan luas penampang, tetapi dihitung dengan cara integral. Ketika lintasan ampere berada di dalam silinder maka arus total yang dilingkupi lintasan adalah

$$\sum I = \int_0^r JdA$$

Elemen luas untuk lingkaran adalah $dA = 2\pi r dr$ sehingga

$$\sum I = \int_0^r (\gamma r^n)(2\pi r dr)$$

$$= 2\pi\gamma \int_0^r r^{n+1} dr$$

$$= 2\pi\gamma \left[\frac{1}{n+2} r^{n+2} \right]_0^r$$

$$= \frac{2\pi\gamma}{n+2} r^{n+2}$$

Kemudian ketika lintasan ampere berada di dalam silinder maka batas luar integral hanya sampai a, bukan sama dengan jari-jari lintasan. Akibatnya arus total yang dilingkupi lintasan adalah

$$\sum I = \int_0^a (\gamma r^n)(2\pi r dr)$$

$$= \frac{2\pi\gamma}{n+2} a^{n+2}$$

Akhirnya, kuat medan magnet di dalam silinder memenuhi

$$B(2\pi r) = \mu_0 \left(\frac{2\pi\gamma}{n+2} r^{n+2} \right)$$

atau

$$B = \frac{\mu_0 \gamma}{n+2} r^{n+1}$$

Kuat medan magnet di luar silinder memenuhi

$$B(2\pi r) = \mu_0 \left(\frac{2\pi\gamma}{n+2} a^{n+2} \right)$$

atau

$$B = \frac{\mu_0 \gamma}{n+2} \frac{a^{n+2}}{r}$$

Kita dapat mengungkapkan persamaan medan di atas dalam bentuk berbeda. Perhatikan bahwa arus yang dilingkupi oleh lintasan ampere yang berada di luar silinder tidak lain merupakan arus total yang mengalir pada silinder. Jika kita nyatakan arus total silinder adalah I0 maka

$$I_0 = \frac{2\pi\gamma}{n+2} a^{n+2}$$

Arus yang dilingkupi lintasan ketika lintasan ampere berada di dalam silinder dapat ditulis

$$I = \frac{2\pi\gamma}{n+2} a^{n+2} \frac{r^{n+2}}{a^{n+2}}$$

$$= I_0 \frac{r^{n+2}}{a^{n+2}}$$

Dengan demikian, hukum ampere pada lokasi di dalam silinder dapat ditulis

$$B(2\pi r) = \mu_0 I_0 \frac{r^{n+2}}{a^{n+2}}$$

atau

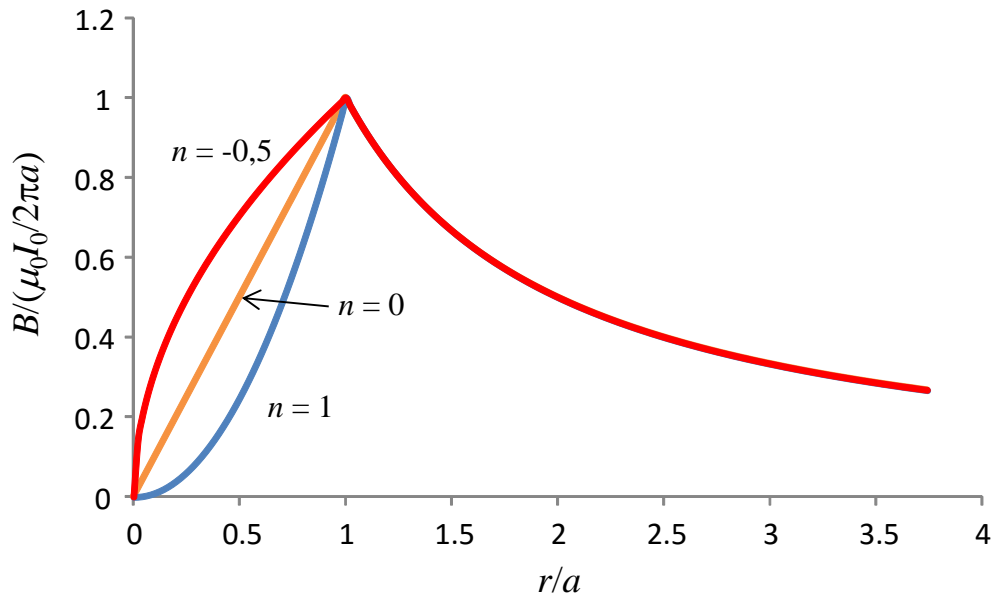
$$B = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi a}\left(\frac{r}{a}\right)^{n+1}$$

Hukum ampere pada lokasi di luar silinder dapat ditulis

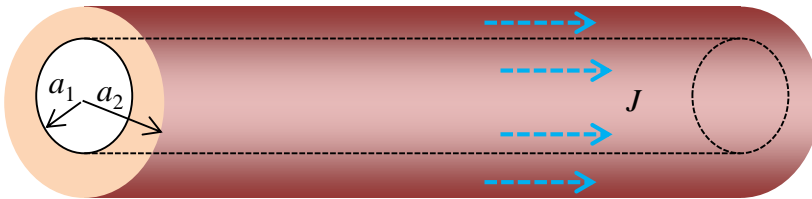
$$B(2\pi r) = \mu_0 I_0$$

atau

$$B = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi a}\left(\frac{a}{r}\right)$$

Gambar 5.45 adalah ilustrasi kurva kuat medan sebagai fungsi jarak dari pusat silinder pada berbagai nilai n. Kita ambil contoh tiga buah nilai n, yaitu -0,5, 0, dan 1. Tampak bahwa yang berbeda hanya kuat medan di dalam silinder, sedangkan kuat medan di luar silinder memiliki profil yang sama. Penyebabnya adalah, ketika kita mengitung kuat medan di luar silinder maka arus yang dilingkupi lintasan ampere adalah arus total silinder danm nilainya konstan. Kebergantungan kuat medan terhadap jarak hanya berasal dari integral $\oint \vec{B} \bullet d\vec{l} = B(2\pi r)$.

Gambar 5.45 ilustrasi kurva kuat medan sebagai fungsi jarak dari pusat silinder pada berbagai nilai n. Kita ambil contoh tiga buah nilai n, yaitu -0,5, 0, dan 1. Kuat medan dinyakan dalam satuan $\mu_0 I_0/2\pi a$ sedangkan jarak dari sumbu silidner dinyatakan dalam satuan a.

5.4.6 Silinder berongga

Selanjutnya kita menentukan kuat medan magnet yang dihasilkan arus listrik yang mengalir pada silinder berongga yanh simetri. Jari-jari silinder adalag a_2 dan jari-jari-jari rongga adalah a_1 seperti diilustrasikan pada **Gambar 5.46**. Kerapatan arus (arus per satuan luas penampang) kita anggap konstan.

Gambar 5.46 arus listrik yang mengalir pada silinder berongga yanh simetri.

Pada kasus ini kita memiliki tidak daerah yang berbeda, yaitu $r < a_1$, $a_1 < r < a_2$, dan $r > a_2$. Oleh karena itu kita menerapkan hokum ampere tiga kali, satu untuk maisng-masing daerah. Dengan menggunakan feeling kita dapat menduga bahwa pada jarak yang sama dari sumbu silinder maka kuat medan selalu konstan dan berarah menyinggung lintasan ampere yang berupa lingkaran. Oleh karena itu, pada darah mana saja dari tiga daerah yang disbutkan di atas kita selalu mendapatkan $\oint \vec{B} \bullet d\vec{l} = B(2\pi r)$. Yang berbeda dari tiga daerah tersebut adalah arus yang dilingkupi lintasan ampere.

Daerah pertama, yaitu $r < a_1$ berupa rongga. Tidak ada arus yang dilingkupi lintasan sehingga $\sum I = 0$. Dengan menerapkan hokum ampere maka $B(2\pi r) = 0$ atau $B = 0$. Pada daerah kedua, $a_1 < r < a_2$, jumlah arus yang dilingkupi lintasan ampere adalah

$$\sum I = \int_{a_1}^{r} JdA$$

$$= \int_{a_1}^{r} J(2\pi rdr)$$

$$= 2\pi J \int_{a_1}^{r} r dr$$

$$= 2\pi J \left[\frac{1}{2} r^2 \right]_{a_1}^{r}$$

$$= \pi J \left(r^2 - a_1^2 \right)$$

Dengan menggunakan hokum ampere maka

$$B(2\pi r) = \mu_0 \pi J \left(r^2 - a_1^2 \right)$$

atau

$$B = \frac{\mu_0 J}{2} \left(\frac{r^2 - a_1^2}{r} \right)$$

Pada daerah ketiga, $r > a_2$ maka batas integral dalam menghitung arus adalah dari a_1 sampai a_2. Berapa pun jari-jari lintasan, batas integral tetap sama. Jadi, untuk lintasan di luar silinder berlaku

$$\sum I = \int_{a_1}^{a_2} J dA$$

$$= \int_{a_1}^{a_2} J (2\pi r dr)$$

$$= \pi J \left(a_2^2 - a_1^2 \right)$$

Dengan menggunakan hokum ampere maka

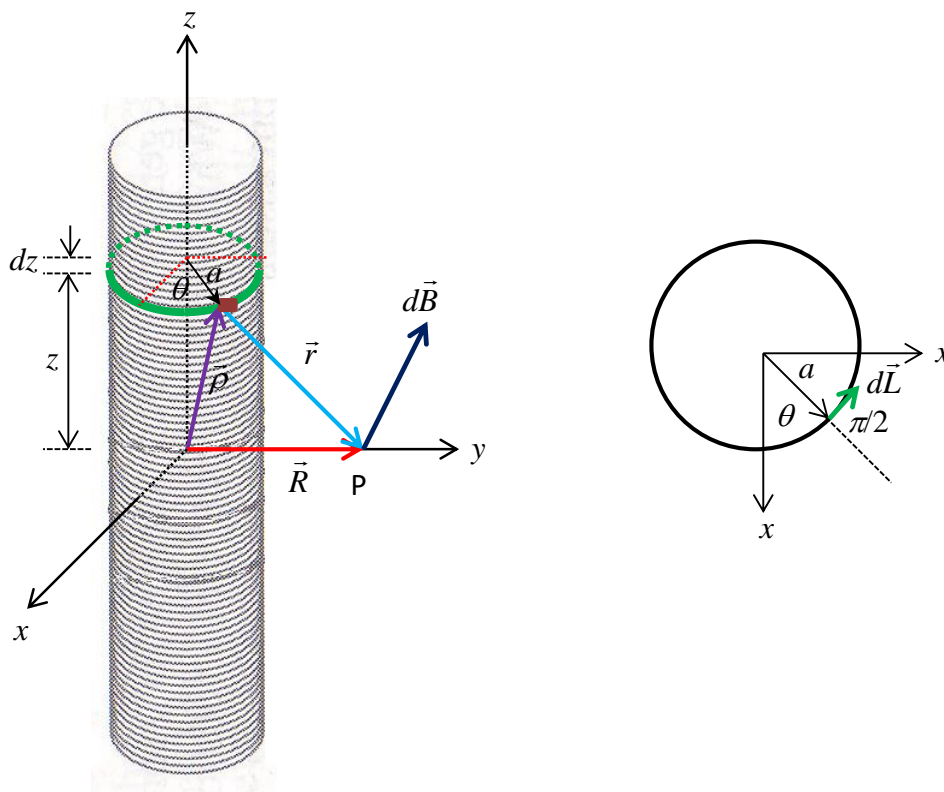
$$B(2\pi r) = \mu_0 \pi J \left(a_2^2 - a_1^2 \right)$$

atau

$$B = \frac{\mu_0 J}{2} \left(\frac{a_2^2 - a_1^2}{r} \right)$$

Pembuktian medan magnet di luar solenoid ideal adalah nol. Bagian ini cukup sulit, dan hanya diperuntukkan bagi mahasiswa

yang merasa tertantang. Ketika menerapkan hokum ampere untuk menentukan medan magnet yang dihasilkan solenoid kita beasumsi bahwa medan liatsik di dalam rongga solenoid ideal konstan dan medan listrik di luar solenoid nol. Hampir tidak ada buku fisika dasar yang membuktikan tentang hipotesis tersebut. Jika pun ada arumen yang disampaikan, hamper semuanya bersifat kualitatif. Pembuktikan secara matematis hamper tidak ditemukan karena memang cukup sulit. Pada bagian ini kita coba melakukan pembuktian secara matematis dengan cara lebih mudah. Penggunaan integral calculator dari wolfram alpha maupun table integral cukup menolong dalam perhitungan.

Mari kita mulai dengan memperhatikan **Gambar 5.47**. Sebuah solenoid ideal panjang tak berhingga di mana sumbunya beriimpit dengan sumbu z. Jar-jari solenoid adalah a. Jumlah lilitan per satuan panjang n dan arus yang mengalir pada tiap lilitan I. Perhatikan elemen solenoid yang berupa cincin setebal dz dan berada pada koordinat vertikal z.

Gambar 5.47 menentukan medan magnet di luar siolenoid ideal.

Perhatikan elemen kecil cincin yang posisinya membentuk sudut θ terhadap sumbu x. Panjang elemen tersebut adalah

$$ds = ad\theta$$

Elemen tersebut dialiri arus sebesar

$$I' = ndz$$

yaitu jumlah lilitan per satuan panjang dikali ketebalan cincin. Vektor posisi elemen tersebut dikur dari pusat koordinat adalah

$$\vec{\rho} = \hat{i}a\cos\theta + \hat{j}a\sin\theta + \hat{k}z$$

Kita mengamati medan sepanjang sumbu y. Vektor posisi pengamatan adalah

$$\vec{R} = \hat{j}R$$

di mana R dapat lebih kecil dari a (di dalam solenoid) atau lebih besar dari a (di luar solenoid). Vektor titik pengamatan relative terhadap elemen cincin adalah

$$\vec{r} = \vec{R} - \vec{\rho}$$

$$= -\hat{i}a\cos\theta + \hat{j}(R - a\sin\theta) - \hat{k}z$$

Hukum Biot-Savart kita gunakan untuk menentukan kuat medan di titik P akibat elemen cincin sepanjang ds, yaitu

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I'd\vec{L}\times\vec{r}}{r^3}$$

di mana

$$r = \sqrt{(a\cos\theta)^2 + [(R - a\sin\theta]^2 + z^2}$$

$$= \sqrt{a^2 \cos^2 \theta + [R^2 - 2Ra\sin\theta + a^2 \sin^2 \theta] + z^2}$$

$$= \sqrt{a^2 + R^2 + z^2 - 2Ra\sin\theta}$$

Kemudian kita mencari vector elemen cincin, $d\vec{L}$. Vektor ini panjangnnya sama dengan $ds = ad\theta$ tetapi membentuk arah menyinggung lintasan. Dengan memperhatikan **Gambar 5.47** kanan, maka vector ini membentuk sudut $\theta+\pi/2$ terhadap sumbu x. Oleh karena itu, vector tersebut dapat ditulis sebagai

$$d\vec{L} = ad\theta\left[\hat{i}\cos(\theta + \pi/2) + \hat{j}\sin(\theta + \pi/2)\right]$$

$$= ad\theta\left[\hat{i}(\cos\theta\cos\pi/2 - \sin\theta\sin\pi/2) + \hat{j}(\sin\theta\cos\pi/2 + \cos\theta\sin\pi/2)\right]$$

$$= ad\theta\left[-\hat{i}\sin\theta + \hat{j}\cos\theta\right]$$

Kemudian kita tentukan perkalian $d\vec{L} \times \vec{r}$

$$d\vec{L} \times \vec{r} = ad\theta(-\hat{i}\sin\theta + \hat{j}\cos\theta) \times (-\hat{i}a\cos\theta + \hat{j}(R - a\sin\theta) - \hat{k}z)$$

$$= ad\theta\left[\hat{i} \times \hat{i}a\sin\theta\cos\theta - \hat{i} \times \hat{j}\sin\theta(R - a\sin\theta) + \hat{i} \times \hat{k}z\sin\theta\right.$$

$$\left. - \hat{j} \times \hat{i}a\cos\theta\cos\theta + \hat{j} \times \hat{j}\cos\theta(R - a\sin\theta) - \hat{j} \times \hat{k}z\cos\theta\right]$$

Ingat perkalian silang vector yang sama hasilnya nol. Sifat perkalian vector satuan bersifat siklis, yaitu $\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}$, $\hat{j} \times \hat{k} = \hat{i}$, dan $\hat{k} \times \hat{i} = \hat{j}$. Kemusian pertukaran posisi vector yang dikali silang menghasilkan vector yang sama tetapi bertanda negative. Dengan sifat ini maka perkalian $d\vec{L} \times \vec{r}$ dapat ditulis sebagai

$$d\vec{L} \times \vec{r} = ad\theta\left[0 - \hat{k}\sin\theta(R - a\sin\theta) - \hat{j}z\sin\theta + \hat{k}a\cos\theta\cos\theta + 0 - \hat{i}z\cos\theta\right]$$

$$= ad\theta\left[-\hat{k}R\sin\theta + \hat{k}a\sin^2\theta - \hat{j}z\sin\theta + \hat{k}a\cos^2\theta - \hat{i}z\cos\theta\right]$$

$$= ad\theta\left[-\hat{i}z\cos\theta - \hat{j}z\sin\theta + (a - R\sin\theta)\hat{k}\right]$$

Akhirnya, persamaan Biot-Savart dapat ditulir

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 nIdz}{4\pi}\frac{ad\theta\left[-\hat{i}z\cos\theta - \hat{j}z\sin\theta + (a - R\sin\theta)\hat{k}\right]}{(a^2 + R^2 + z^2 - 2Ra\sin\theta)^{3/2}}$$

Dari sini kita dapatkan tiga komponen medan, yaitu

$$dB_x = -\frac{\mu_0 nIa}{4\pi}\frac{z\cos\theta}{(a^2 + R^2 + z^2 - 2Ra\sin\theta)^{3/2}}dzd\theta$$

$$dB_y = -\frac{\mu_0 nIa}{4\pi}\frac{z\sin\theta}{(a^2 + R^2 + z^2 - 2Ra\sin\theta)^{3/2}}dzd\theta$$

$$dB_z = \frac{\mu_0 nIa}{4\pi}\frac{(a - R\sin\theta)}{(a^2 + R^2 + z^2 - 2Ra\sin\theta)^{3/2}}dzd\theta$$

Medan total harus dilakukan dengan integral dua kali, yaitu integral terhadap θ dari 0 sampai 2π dan integral terhadap z dari -∞ sampai +∞. Untuk mudahnya, mari kita integral terhadap z dahulu.

$$dB'_x = -\frac{\mu_0 nIa}{4\pi}\left[\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{z}{(a^2 + R^2 + z^2 - 2Ra\sin\theta)^{3/2}}dz\right]\cos\theta d\theta$$

$$dB'_x = -\frac{\mu_0 nIa}{4\pi}\left[\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{z}{(a^2 + R^2 + z^2 - 2Ra\sin\theta)^{3/2}}dz\right]\sin\theta d\theta$$

$$dB'_z = \frac{\mu_0 nIa}{4\pi}\left[\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{(a^2 + R^2 + z^2 - 2Ra\sin\theta)^{3/2}}dz\right](a - R\sin\theta)d\theta$$

Perhatikan bahwa fungsi dalam integral komponen x dan y merupakan fungsi ganjil dari z sehingga hasil integralnya pasti nol. Jadi yang tidak nol hanya komponen z dari medan. Untuk menyelesaikan integral komponen z medan, kita gunakan persamaan integral berikut ini

$$\int \frac{dx}{(A^2+x^2)^{3/2}} = \frac{x}{A^2\sqrt{A^2+x^2}} + konst$$

Dengan memisalkan $A^2 = a^2 + R^2 - 2Ra\sin\theta$ maka kita peroleh hasil integral berikut

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{(a^2+R^2+z^2-2Ra\sin\theta)^{3/2}}dz = 2\int_{0}^{+\infty} \frac{1}{(a^2+R^2+z^2-2Ra\sin\theta)^{3/2}}dz$$

$$= 2\left[\frac{z}{(a^2+R^2-2Ra\sin\theta)\sqrt{a^2+R^2+z^2-2Ra\sin\theta}}\right]_0^{\infty}$$

$$= \frac{2}{(a^2+R^2-2Ra\sin\theta)}$$

Dengan demikian kita dapatkan

$$dB'_z = \frac{\mu_0 nIa}{4\pi} \times \frac{2}{(a^2+R^2-2Ra\sin\theta)} \times (a - R\sin\theta)d\theta$$

$$= \frac{\mu_0 nI}{2\pi} \frac{(1-\eta\sin\theta)d\theta}{(1-2\eta\sin\theta+\eta^2)}$$

di mana $\eta = R/a$. Medan total dalam arah z diperoleh dengan integral dari terhadap θ dan 0 sampai 2π, yaitu

$$B_z = \frac{\mu_0 nI}{2\pi}\int_0^{2\pi} \frac{(1-\eta\sin\theta)d\theta}{(1-2\eta\sin\theta+\eta^2)}$$

$$= \frac{\mu_0 nI}{2\pi}\left[\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{(1-2\eta\sin\theta+\eta^2)} - \eta\int_0^{2\pi} \frac{\sin\theta d\theta}{(1-2\eta\sin\theta+\eta^2)}\right]$$

Dengan menggunakan Integral Calculator dari Wolfaram Alpha maka integral pertama menghasilkan

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{(1-2\eta\sin\theta+\eta^2)} = \frac{2}{1-\eta^2}\tan^{-1}\left[\frac{\cos(\theta/2)-\eta\sin(\theta/2)}{\eta\cos(\theta/2)-\sin(\theta/2)}\right]_0^{2\pi}$$

= 0

Karena arus mengalir pada cincin yang berada pada bidang x-y sedangkan medan magnet yang dihasilkan mengarah ke sumbu z maka komponen cincin dari 0 sampai π dan dari π sampai 2π memberi kontribusi yang sama pada medan magnet. Dengan demikian medan magnetic arah z dapat ditulis menjadi

$$B_z = \frac{\mu_0 nI}{2\pi}\left[2\int_0^{\pi} \frac{d\theta}{(1-2\eta\sin\theta+\eta^2)} - 2\eta\int_0^{\pi} \frac{\sin\theta d\theta}{(1-2\eta\sin\theta+\eta^2)}\right]$$

$$= \frac{\mu_0 nI}{\pi}\left[\int_0^{\pi} \frac{d\theta}{(1-2\eta\sin\theta+\eta^2)} - \eta\int_0^{\pi} \frac{\sin\theta d\theta}{(1-2\eta\sin\theta+\eta^2)}\right]$$

Selanjutnya kita gunakan Tabel integral sebagai berikut

$$\int_0^{\pi} \frac{\sin m\theta d\theta}{(1-2\eta\sin\theta+\eta^2)} = \begin{cases} 0, & \eta^2 \ge 1 \\ \dfrac{\pi\eta^m}{1-\eta^2} & \eta^2 < 1 \end{cases}$$

dengan m =0, 1, 2, 3, …. Dengan demikian kuat medan menjadi

$$B_z = \frac{\mu_0 nI}{\pi}\left[\begin{cases} 0, & \eta^2 \ge 1 \\ \dfrac{\pi\eta^0}{1-\eta^2} & \eta^2 < 1 \end{cases} - \eta \times \begin{cases} 0, & \eta^2 \ge 1 \\ \dfrac{\pi\eta^1}{1-\eta^2} & \eta^2 < 1 \end{cases}\right]$$

$$= \frac{\mu_0 nI}{\pi}\begin{cases} 0, & \eta^2 \ge 1 \\ \dfrac{\pi}{1-\eta^2} - \dfrac{\pi\eta^2}{1-\eta^2} & \eta^2 < 1 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 0, & \eta^2 \ge 1 \\ \mu_0 nI & \eta^2 < 1 \end{cases}$$

Mengingat definisi awal, η= R/a maka kita buktikan bahwa jika R>a (η > 1) maka kuar medan magnet nol dan jika R<a (η < 1) maka kuat medan magnet konstan sebesar $\mu_0 nI$

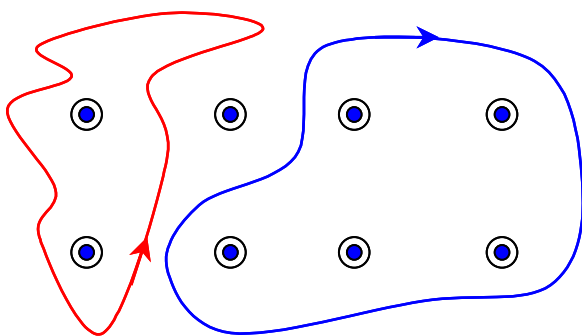
Soal-Soal

Dua buah pelat tak berhingga dan diletakkan sejajar masing-masing dialiri arus *I* dalam arah yang sama. Ke dua pelat terpisah sejauh *a*. Tentukan medan magnet di mana-mana yang dihasilkan arus pada dua pelat.

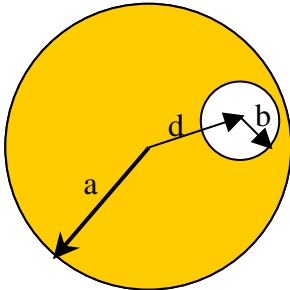
Ulangi soal 1 jika arus yang mengalir pada dua pelat arahnya sama

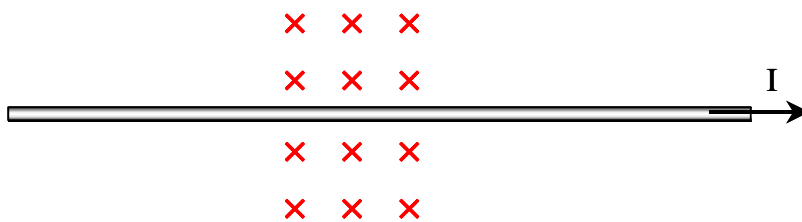
Sebuah silinder berongga dari tembaga memiliki jari-jari dalam *a* dan jari-jari luar *b*. Silinder tersebut dialiri arus *I*. Tentukan kuat medan magnet di mana-mana (gunakan hokum Ampere).

Dua buah pelat tak berhingga dan diletakkan sejajar masing-masing dialiri arus dengan kerapatan *J* dalam arah yang sama. Ke dua pelat terpisah sejauh *a*. Tentukan medan magnet di mana-mana yang dihasilkan arus pada dua pelat.

Gambar 5.48 memperlihatkan pandangan atas delapan kawat yang masing-masing dialiri arus *I*. Berapakah hasil integral $\oint \vec{B} \bullet d\vec{l}$ untuk masing-lintasan?

Gambar 5.48 Gambar untuk soal ***

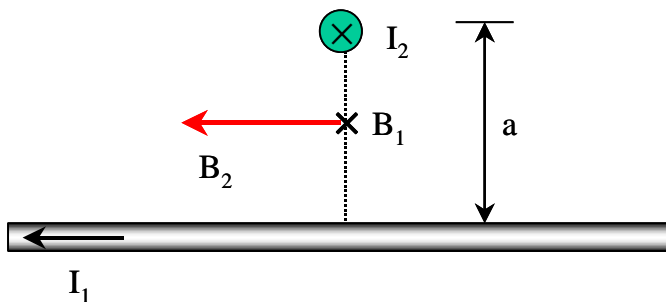
Gambar 5.49 memperlihatkan sebuah silinder konduktor panjang yang memiliki jari-jari *a*. Silinder tersebut memiliki rongga yang berbentuk

silinder panjang yang sejajar silinder utama dengan jari-jari *b*. Jarak sumbu dua silinder adalah *d*. Kerapatan arus per satuan luas penampang pada silinder adalah *J*. Tentukan kuat medan magnet di pusat rongga.

Gambar 5.49 Gambar untuk soal ***

Satu berkas electron diarahkan dalam arah tegak lurus ke kawat yang berarus listrik. Arah arus dalam kawat adalah dari kiri ke kanan seperti pada G**ambar 5.50**. Ke mana arah pembelokan electron?

Gambar 5.50 Gambar untuk soal ***

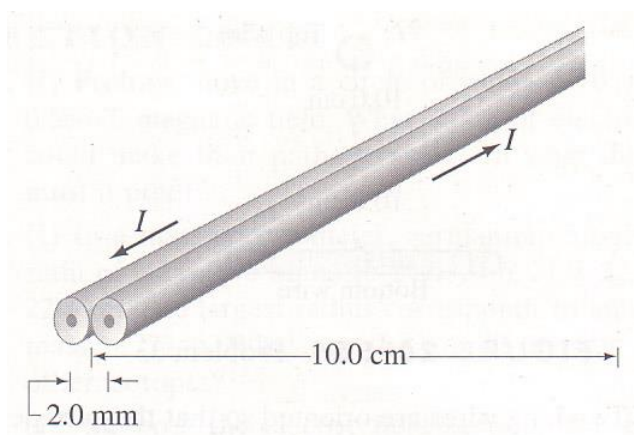
Dua kawat panjang membawa arus yang sama *I*. Ke dua kawat tersebut saling tegak lurus, tetapi tidak bersentukan. Tentukan gaya magnetic yang bekerja pada kawat.

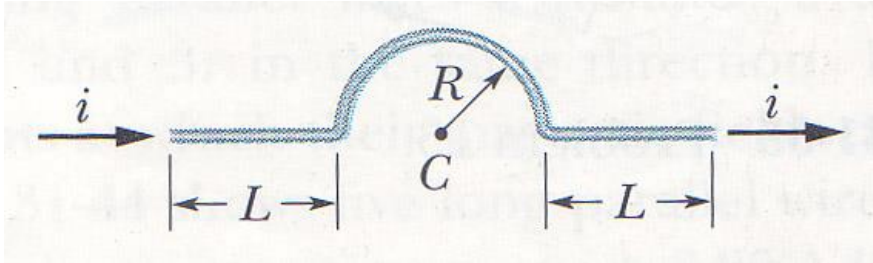
Berapa percepatan sebuah model pesawat yang memiliki massa 175 g dan membawa muatan 18,0 C ketika bergerak dengan laju 1,8 m/s pada jarak 8,6 cm dari suatu kawat yang sedang dialiri arus 30 A? Arah pesawat sama dengan arah kawat.

Dua buah kawat lurus panjang dalam posisi saling tegak lurus dipisahkan sejauh a (**Gambar 5.51**). Masing-masing kawat dialiri arus I_1 dan I_2. Berapa kuat medan magnet pada titik tepat antara dua kawat?

Gambar 5.51 Gambar untuk soal ***

Sebuah jarum kompas diletakkan 20 cm di selatan sebuah kawat lurus vertical yang memiliki arus 30 A ke arah bawah. Ke manakah jarum kompas mengarah? Anggap komponen horizontal medan magnet bumi pada posisi jarum kompas adalah $0,45 \times 10^{-4}$ T dan sudut deklinasi adalah 0^{o}.

Suatu berkas proton melewati suatu titik dalam ruang dengan laju 10^{9} proton/s. Berapa medan magnet yang dihasilkan pada jarak 2,0 m dari berkas tersebut?

Pasangan kawat yang panjang dialiri arus dc 25,0 A ke dan dari sebuah alat. Kawat tersebut memiliki dialeter yang dapat diabaikan. Kedua kawat terpisah sejauh 2,0 mm. Berapa kuat medan magnet pada jarak 10,0 cm dari tengah-tengah kawat? (lihat **Gambar 5.52**)

Gambar 5.52 Gambar untuk soal ***

Kawat yang diperlihatkan pada **Gambar 5.5.53** membawa arus *i*. Berapa kuat medan magnet yang dihasilkan di pusat C oleh (a) masing-masing segment lurus yang panjangnya *L*, (b) segmen lengkung, dan (c) total

Gambar 5.53 Gambar untuk soal ***

Sebuah kawat tembaga 10-gauge (diameter 2,6 mm) dialiri arus 50 A. Berapa kuat medan magnet di permukaan kawat?

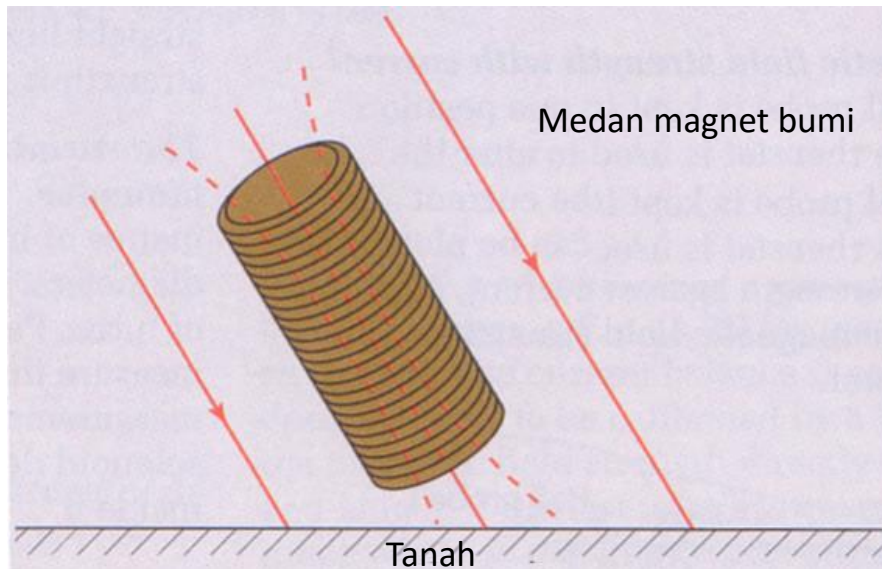
Kuat medan magnet pada jaran 88,0 cm dari kawat lurus panjang adalah 7,30 μT. Cari arus yang mengalir pada kawat

Tentukan kuat medan magnet di tengah-tengah antara dua kawat yang terpisah sejaun 2,0 cm. Salah satu kawat membawa arus *I* dan kawat lainnya membawa arus 15 A. Cari medan tersebut jika (a) arus mengalir dalam arah berlawanan, dan (b) arus mengalir dalam arah yang sama.

Sebuah jarum kompas menyimpang ke timur dari arau utara sebesar 20o. Namun jika jarum tersebut ditempatkan 8,0 cm di sebelah timur sebuah kawat berarus listrik maka sudut penyimpangannya terhadap arah utara 55^{o}. Berapa besar dan ke mana arah arus dalam kawat? Besar medan magnet di tempat tersebut adalah $0,50 \times 10^{-4}$ T dan memiliki sudut inklinasi 0^{o}.

Cari kuat medan magnet di dekitar kawat lurus panjang yang dialiri arus 10 A pada jarak a) 10 cm dari kawat, (b) 20 cm dari kawat, dan (c) 100 cm dari kawat.

Sebuah solenoid yang mengandung 1000 lilitan dan panjang 0,1 m ditegakkan sehingga sumbunya sejajar dengan garis medan magnet bumi, seperti tampak pada **Gambar 5.54**. Kuat medan magnet bumi pada posisi solenoid adalah 70 μT. Berapa arus yang harus dialirkan pada solenoid agar

dihasilkan medan magnet yang sama besarnya dengan medan magnet bumi?

Gambar 5.54 Gambar untuk soal ***

Dua buah kawat lurus panjang dan sejajar dipisahkan sejauh 0,1 m. Masing-masing kawat mebawa arus 5,0 dan 3,0 A dalam arah yang sama. Hitung kuat medan magnet di titik tengah-tengah antara dua kawat.

Suatu kumparan berbentuk lingkaran mengandung 20 lilitan ditempatkan dalam posisi horisontal. Jari-jari lingkaran adalah 0,15 m. Arus sebesar 0,5 A dilewatkan melalui kawat lilitan tersebut.

a) Hitung medan magnet di pusat kumparan

b) lukis arah arus agar mendan magnet di pusat lingkaran mengarah ke atas.

c) Jika medan magnet bumi pada pusat kumparan memiliki komponen arah utara 18 μT dan komponen vertikal ke bawah sebesar 55 μT, hirunglah medan magnet total di pusat kumparan ketika kawat dialiri arus 5 ampere.

d) berapa arus yang harus dialirkan pada kawat medan magnet total di pusat kawat hanya memiliki komponen arah horisontal?

Sebuah solenoid panjang yang mengandung 1550 lilitan per meter ditempatkan sedemikian sehingga sumbunya sejajar dengan medan magnet luar yang besarnya 24 mT.

a) Hitung arus yang harus dialirkan melalui kawat solenoid agar medan resultan di dalam solenoid nol.

b) Jika arus yang mengalir dalam kawat solenoid diubah menjadi 3,5 A hitunglah medan resultan dalam rongga solenoid.

Sebuah kawat horisontal dialiri arus I_1 = 80 A. Kawat kedua berada 20 cm di bawah kawat pertama dalam posisi sejajar. Berapa arus yang harus mengalir pada kawat kedua agar kawat tersebut tidak jatuh akibat gravitasi? Massa jenis kawat kedua per satuan panjang adalah 0,12 g per meter.

Solenoid tipis yang panjangnya 10 cm mengandung 400 lilitan. Arus yang mengalir pada kawat solenoid adalah 20 A. Berapa kuat medan magnet di sekitar pusat solenoid?

Kawat panjang yang ditempatkan dalam posisi horisontal dilariri arus 48 A. Kawat kedua yang terbuat dari tembaga dengan diameter 2,5 mm ditempattkan sejajar kawat pertama pada posisi 15 cm di bawah kawat pertama. Kawat kedua tergantung karena gaya magnetik oleh kawat pertama. Berapa besar dan arah arus pada kawat kedua.

Dua kawat panjang paralel terpisah sejauh 6,0 cm. Masing-masing kawat membawa arus 16,5 A dalam arah yang sama. Tentukan kuat medan magnet pada titik yang berjarak 13,0 cm dari kawat pertama dan 13,0 cm dari kawat kedua.

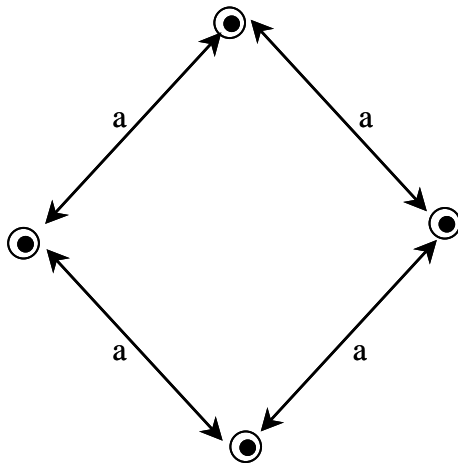
Sebuah solenoid yang panjangnya 30,0 cm dan diameter 1,25 cm menghasilkan medan magnet 0,385 T di pusatnya. Jika jumlah lilitan adalah 1000, berapa arus yang mengalir pada solenoid tersebut?

Kamu memiliki kawat tembaga dan ingin membuat solenoid yang menghasilkan medan magnet paling besar. Apakah kamu sebaiknya membuat solenoid yang berdiamater kecil tetapi panjang atau solenoid berdiameter besar tetapi pendek, atau lainnya? Jelaskan jawabanmu.

Sebuah solenoid berteras besi memeiliki panjang 36 cm, diemeter 1,5 cm dan jumlah lilitan 600. Jika dialiri arus 40 A, dihasilkan medan magnet 1,8 T di dalam rongga solenoid tersebut. Berapakah permeabilitas teras besi?

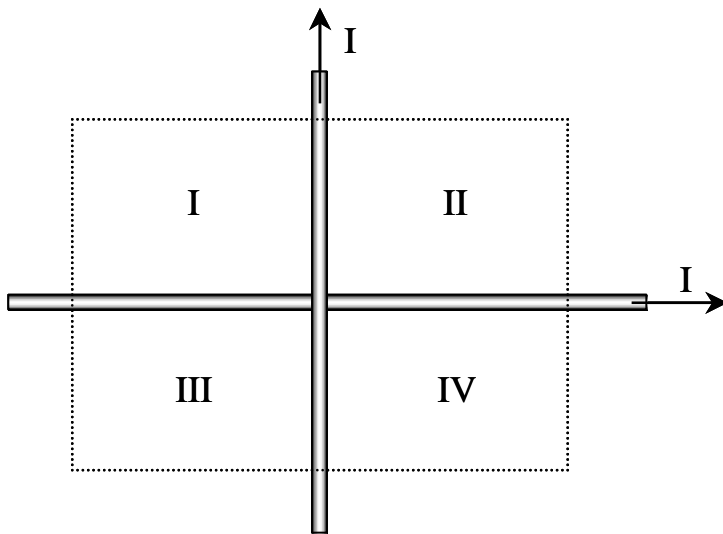
Perhatikan sebuah garis medan magnet. Apakah besar $\vec{B}$ konstan atau berubah sepanjang garis tersebut? Dapatkah kamu memberikan contoh

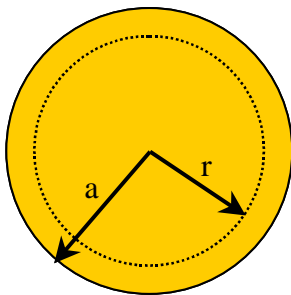
untuk masing-masing kasus tersebut?

Gambar 5.55 memperlihatkan pandangan atas empat kawat sejajar yang dialiri arus listrik yang besar dan arahnya sama. Berapa besar medan magnet pada lokasi kawat sebelah kiri yang disebabkan oleh arus pada tiga kawat lainnya? Berapa besar gaya per satuan panjang yang dialami kawat tersebut?

Gambar 5.55 Gambar untuk soal ***

Elektron yang dihasilkan "senjata elektron" pada tabung televisi memiliki energi kinetik 25 keV dan berkasnya memiliki diameter 0,22 mm. Sebanyak $5{,}6 \times 10^{14}$ elektron mencapai layar tiap detik. Hitung medan magnet yang dihasilkan berkas tersebut pada titik yang berjarak 1,5 mm dari sumbu berkas.

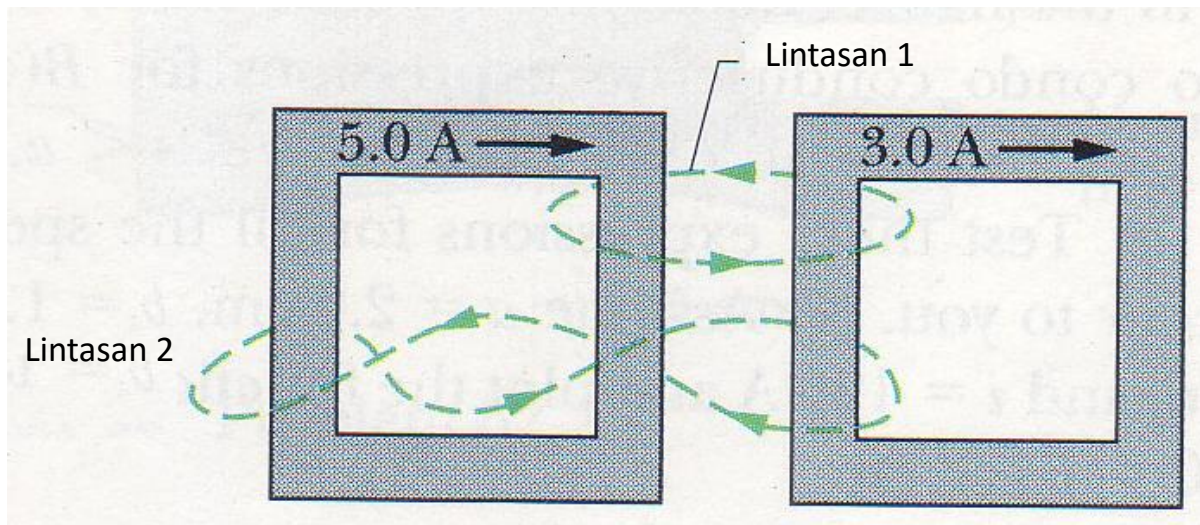
Sebuah kawat panjang yang dialiri arus 100 A ditempatkan dalam ruang yang mengandung medan magnet eksternal 5,0 mT. Kawat tersebut tegak lurus medan magnet ini. Tentukan titik-titik yang memiliki resultan medan magnet nol.

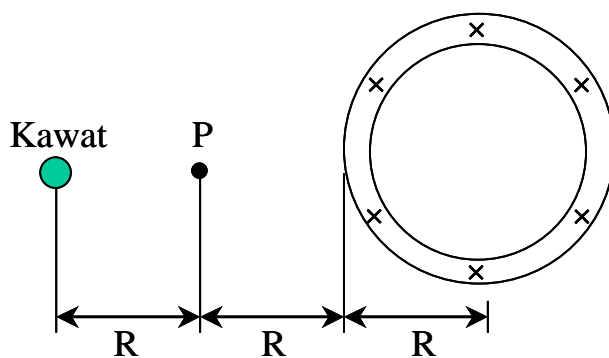
Dua kawat yang tegak lurus hampir berimpitan dialiri arus yang sama dalam arah seperti pada **Gambar 5.56** Besar arus pada dua kawat sama. Pada daerah-daerah manakan yang ditandai pada gambar ditemukan medan magnet resultan nol?

Gambar 5.56 Gambar untul soal ***

Gambar 5.57 memperlihatkan penampang sebuah silinder konduktor yang sangat panjang yang dialiri arus I = 100 A yang tersebar merata. Jari-jari silinder a = 2,0 cm. Buat kurva $B(r)$ pada posisi 0 < r < 6,0 cm.

Gambar 5.57 Gambar untuk soal ***

Di dalam suatu daerah terdapat arus dengan kerapat homogen 15 A/m2. Berapakah nilai $\oint \vec{B} \bullet d\vec{l}$ pada suatu lintasan yang berupa segitiga yang sisi-sisinya menghubungkan titik-titik (4d,0,0) ke (4d,3d,0) ke (0,0,0) ke (4d,0,0) di mana d = 2,0 cm?

Dua loop konduktor berbentuk persegi dialiri arus masing-masing 5,0 A dan 3,0 A seperti pada **Gambar 5.58**. Berapa nilai $\oint \vec{B} \bullet d\vec{l}$ pada tiap lintasan

tertutup pada gambar?

Gambar 5.58 Gambar untuk soal ***

Pipa silinder yang sangat panjang dari bahan konduktor yang memiliki jari-jari luar R dialiri arus I yang tersebar secara merata dan arah dari depan ke belakang. Sebuah kawat lurus panjang yang sejajar dengan pipa diletakkan pada jarak 3R dari sumbu pipa (lihat **Gambar 5.59**). Hitunglah besar dan arah arus yang mengalir pada kawat agar besar medan magnet total di titik P sama dengan besar medan magnet total di sumbu pipa tetapi memiliki arah yang berlawanan.

Gambar 5.59 Gambar untuk soal ***

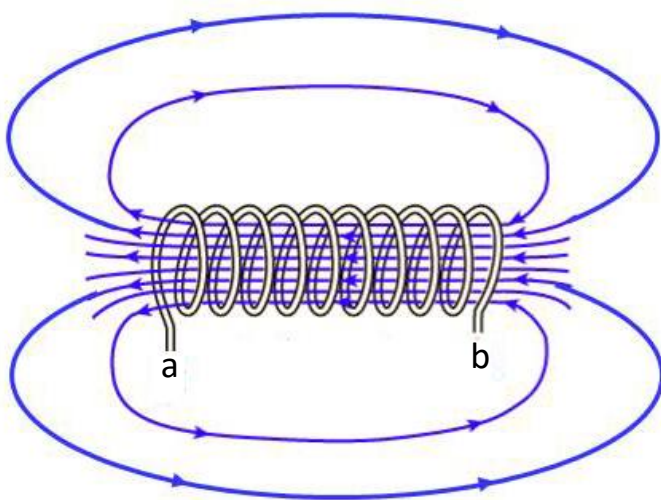
Sebuah solenoid memiliki panjang 95,0 cm, jari-jari 2,00 cm dan jumlah lilitan 1200. Solenoid tersebut membawa arus 3,6 A. Hitung kuat medan magnet di dalam solenoid

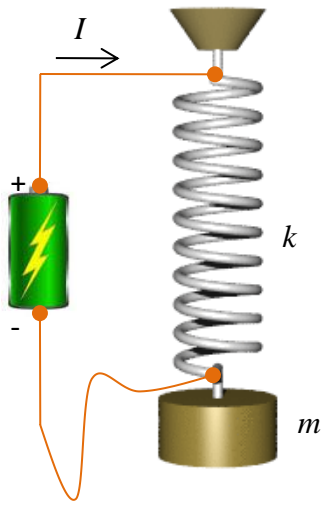
Sebuah solenoid memiliki panjang 1,3 m dan diameter 2,6 cm. Ketika dialiri arus 18,0 A, kuat medan magnet di dalam solenoid adalah 23,0 mT. Berapa panjang kawat yang digunakan untuk membuat solenoid tersebut?

Sebuah toroid memiliki penampang berbentuk persegi dengan sisi-sisi 5,0 cm. Jari-jari dalam toroid adalah 15,0 cm. Toroid tersebut memiliki 500 lilitan dan dialiri arus 0,80 A. Berapa kuat medan magnet di dalam rongga toroid?

Sebuah solenoid panjang memiliki jari-jari 7,0 cm dan jumlah lilitan per centimeter adalah 10. Solenoid tersebut dilairi arus 20,0 mA. Sebuah kawat lurus panjang yang dialiri arus 6,0 A ditempatkan di sumbu solenoid. A) Pada jarak berapa dari sumbu kita mendapatkan medan totak membentuk sudut 45o terhadap sumbu solenoid? B) Berapakah besar medan tersebut?

Sebuah solenoid panjang memiliki 100 lilitan per centimeter dan dilairi arus I. Sebuah electron berbegark di dalam rongga solenoid dalam lintasan lingkaran berjari-jari 2,3 cm tegak lurus sumbu solenoid. Laju electron adalah 0,0460 c (c adalah laju cahaya dalam vakum). Berapakah arus yang mengalir pada solenoid?

Ketika arah medan seperti pada **Gambar 5.60**, di ujung mana dari solenoid arus masuk dan arus keluar?

Gambar 5.60 Gambar untuk soal ***

Diilsutrasikan pada **Gambar 5.61**, sebuah solenoid digunakan sebagai pegas. Massa solenoid dianggap nol. Jumlah kumparan nolenoid adalah N. Dalam solenoid dialiri arus I. Saat digantung dengan beban dan beban diam, panjang solenoid adalah L0. Beban kemudian ditarik ke bawah sejauh 0,05L0 kemudian dilepas. Jika massa beban adalah m dan konstanta pegas solenoid adalah k, tentukan medan yang dihasilkan dalam rongga solenoid sebagai fungsi waktu. Anggap bahwa solenoid bersifat ideal.

Gambar 5.61 Gambar untuk soal ***

Bab 6
GGL INDUKSI dan INDUKTANSI

Pada bab-bab terdahulu kita sudah pelajari bahwa arus listrik menghasilkan medan magnet di sekitarnya. Fenomena ini memiliki makna bahwa kemagnetan dapat dihasilkan oleh peristiwa kelistrikan. Pertanyaan menarik berikutnya adalah apakah fenomena sebaliknya dapat terjadi? Apakah kelistrikan dapat dihasilkan oleh peristiwa kemagnetan? Topik ini yang akan kita bahas pada bab ini. Dan ternyata kelistrikan dapat dihasilkan oleh peristiwa kemagnetan.

6.1 Fluks magnetik

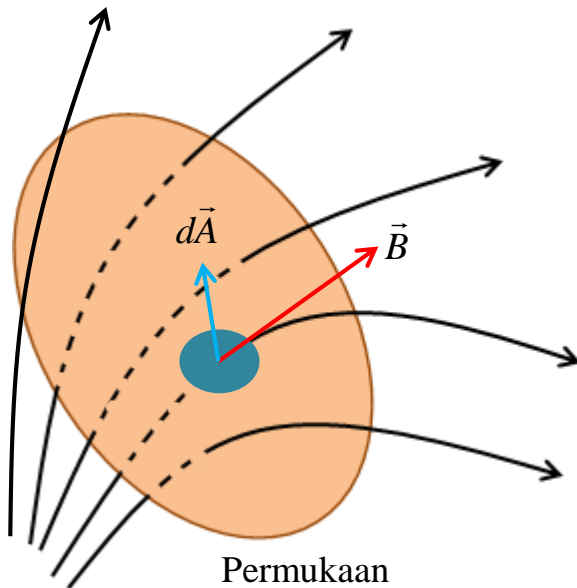
Sebelum kita masuk ke topik inti bagaimana peirstiwa kemagnetan dapat menghasilkan kelistrikan, mari kita bahas terlebih dahulu besaran yang terkait dengan proses produksi kelistrikan dari kemagnetan. Kita mulai dengan definisi fluks magnetik. Jika dalam suatu ruang terdapat medan magnet maka jumlah garis gaya yang menembus permukaan dengan luas tertentu bisa berbeda-beda, tergantung pada kuat medan magnet dan sudut antara medan magnet dengan vektor luas permukaan. Fluks magnetik mengukur jumlah garis gaya yang menembus suatu permukaan secara tegak lurus. Dengan merujuk pada **Gambar 6.1**, fluks magnetik didefinisikan sebagai

$$\phi = \int \vec{B} \bullet d\vec{A}$$

$$= \int B\, dA \cos\theta \qquad (6.1)$$

dengan

θ adalah sudut antara vektor $\vec{B}$ dan $d\vec{A}$.

Dari definisi tersebut menjadi jelas bahwa integral dapat dilakukan jika sudut antara medan dan vector luas pemukaan diketahui di semua titik di permukaan (diketahui sebagai fungsi koordinat pada permukaan). Secara umum, sudut tersebut bergantung pada posisi (tidak konstan).

Gambar 6.1 Fluks magnetik menyatakan jumlah garis gaya yang menembus permukaan dalam arah tegak lurus

Untuk kasus yang khusus di mana pada tiap titik di permukaan besarnya medan magnet konstan maka kita dapat menyederhakan persamaan (6.1) meniadi

$$\phi = B\int dA\cos\theta \qquad (6.2)$$

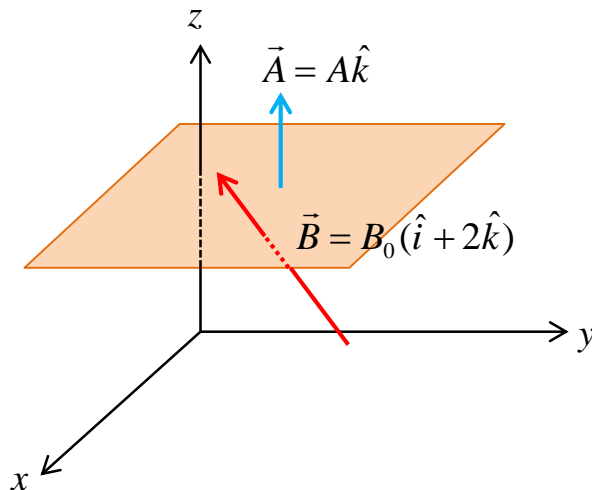
Untuk kasus lebih khusus lagi, yaitu jika pada permukaan sudut antara $\vec{B}$ dan $d\vec{A}$ selalu konstan maka cos θ dapat dikelurkan dari integral dan persamaan (6.2) menjadi

$$\phi = B\cos\theta\int dA = B\cos\theta\, A$$

$$= \vec{B}\bullet\vec{A} \qquad (6.3)$$

Jelas dari pembahasan di atas bahwa perhitungan fluks magnetic tidak selalu mudah. Perhitungan akan cukup sulit jika baik medan magnet maupun sudut antara medan dan vector permukaan bergantung pada koordinat posisi para permukaan. Kadang integral langsung tidak dapat dilakukan. Proses integral secara numeric merupakan langkah yang harus dilakukan.

Contoh 6.1

Medan magnet $\vec{B} = B_o(\hat{i} + 2\hat{k})$ menembus bidang seluas A yang diletakkan sejajar bidang *x-y* seperti diilustrasikan pada **Gambar 6.2**. Berapa fluks magnetik yang menembus bidang tersebut?

Gambar 6.2 Gambar untuk Contoh 6.1

Jawab

Diberikan $\vec{B} = B_o(\hat{i} + 2\hat{k})$. Karena permukaan sejajar bidang x-y maka $\vec{A} = A\hat{k}$ (ingat, arah vektor permukaan tegak lurus permukaan tersebut). Karena baik $\vec{B}$ dan $\vec{A}$ semuanya konstan maka kita dapat langsung menulis

$$\phi = \vec{B} \bullet \vec{A}$$

$$= B_o(\hat{i} + 2\hat{k}) \bullet A\hat{k}$$

$$= B_o A\hat{i} \bullet \hat{k} + 2B_o A\hat{k} \bullet \hat{k}$$

$$= 0 + 2B_o A = 2B_o A$$

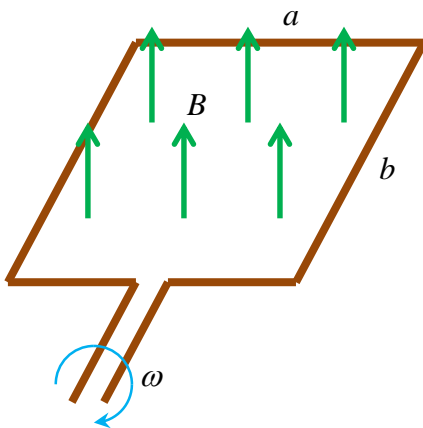
Contoh 6.2

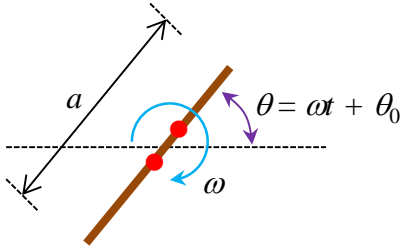
Lilitan kawat berbentuk persegi panjang dengan sisi-sisi a dan b diputar dalam medan magnet konstan yang arahnya vertikal. Sumbu rotasi lilitan tegak tegak lurus medan magnet. Lilitan tersebut berputar dengan kecepatan sudut ω. Berapa flusk magnetik yang menembus lilitan sebagai fungsi waktu?

Jawab

Gambar 6.3 adalah ilustrasi dari soal yang diberikan. Karena lilitan selalu berotasi maka luas penampang lilitan yang ditembus medan magnet selalu berubah-ubah (sebagai fungsi waktu). Fluks magnetik yang menembus lilitan dapat juga ditulis

$$\phi = \vec{B} \bullet \vec{A} = B A_{\perp}$$

dengan $A_{\perp}$ adalah luas permukaan yang tegak lurus medan magnet.

Gambar 6.3 Lilitan berbentuk persegi panjang yang diputar dalam medan magnet yang diberikan dalam Contoh 6.2

Mari kita lihat suatu saat ketika sudut yang dibentuk bidang lilitan dengan medan magnetik adalah θ seperti diilustrasikan pada **Gambar 6.4**.

Gambar 6.4 Sudut yang dibentuk lilitan dengan medan magnet tiap saat selalu berubah-ubah

Panjang sisi lilitan ke arah belakang yang tegak lurus medan magnet tetap b, sedangkan panjang kea rah kiri-kanan yang tegak lurus medan magnet adalah $a' = a\cos\theta = a\cos(\omega t + \theta_0)$. Dengan demikian, luas penampang lilitan yang tegak lurus medan magnet adalah

$$A_\perp = a' b$$

$$= ab\cos(\omega t + \theta_0)$$

di mana θ_0 adalah sudut awal (sudut yang dibentuk saat t = 0). Fluks magnetik sebagai fungsi waktu menjadi

$$\phi = B A_\perp$$

$$= Bab\cos(\omega t + \theta_0)$$

Fluks magnetic pada permukaan tertutup

Pertanyaan menarik adalah, berapa fluks magnetic jika permukaan yang ditembus merupakan permukaan tertutup? Dengan menggunakan persamaan (6.1) maka fluks pada satu permukaan tertutup dapat ditulis menjadi

$$\oint \vec{B} \bullet d\vec{A}$$

Badingkan persamaan di atas dengan hokum Gaus yang dipelajari paba Bab 3, yaitu

$$\oint \vec{E} \bullet d\vec{A} = \frac{\sum q}{\varepsilon_0}$$

Hukum Gauss ini menyatakan bahwa integral perkalian medan dan elemen luas permukaan pada satu permukaan tertutup berbanding lurus dengan jumlah muatan listrik yang dikandung permukaan tersebut. Dengan argumen yang sama kita dapat menyatakan bahwa integral perkalian medan magnet dengan elemen luas pada suatu permukaan tertutup berbanding lurus dengan muatan magnet yang dilingkupi permukaan tersebut. Namun, karena muatan magnet tidak ada (tidak ada monopol magnet) maka jumlah muatan magnet yang dikandung permukaan tertutup apa pun sekalu nol. Dengan demikian kita simpulkan

$$\oint \vec{B} \bullet d\vec{A} = 0$$

Jadi, fluks magnet pada satu permukaan tertutup selalu nol.

Hipotesis muatam magnet. Karena keinginan menyetarakan sifat magnetic dengan sifat kelistrikan, alhi fisika Paul Dirac menghipotesiskan adanya muaran magnet atau (kutub magnet monopol) tahun 1931. Dengan hipotesis ini maka persamaan kelistrikan dan kemagnetak menjadi benar-benar mirip, yaitu

$$\oint \vec{E} \bullet d\vec{A} = \frac{\sum q_e}{\varepsilon_0}$$

$$\oint \vec{B} \bullet d\vec{A} = \frac{\sum q_m}{(1/\mu_0)}$$

dengan

q_e adalah muatan listrik dan

q_m adalah muatan magnet.

Namun, hingga saat ini keberadaan muatan magnet atau kutub magnet terisolasi belum dideteksi. Memang ada sejumlah usaha para ahli fisika untuk menemukan monopol magnetic. Tahun 1975, sebuah tim yang dimimpin oleh Buford Price menumumkan hasil

deteksi keberadaan monopol magnetik yang merambat bersama sinar kosmik. Namun, pengumuman tersebut akhirnya ditarik kembali. Ahli astofisika Rusia, Igor Novikov, mengklaim bahwa medan yang dihasilkan oleh black hole besar kemungkinnan dihasilkan oleh monopol magnet.

6.2 Hukum Faraday

Fenomena memproduksi kelistrikan dari peristiwa kemagnetan diterangkan oleh hukum Faraday. Hukum ini menyatakan bahwa apabila terjadi perubahan fluks dalam suatu kumparan konduktor (loop) maka dihasilkan gaya gerak listrik (tegangan listrik) induksi yang berbanding lurus dengan laju perubahan fluks.

Gambar 6.5 mengilusrtasikan proses munculnya gaya gerak litrik akibat perubahan fluks magnetik. Sebuah batang magnet didorong/ditarik maju/mundur ke/dari suatu kumparan. Berdasarkan **Gambar 6.5** kita dapatkan informasi berikut ini

a) Ketika batang magnet didorong mendekati kumparan maka kuat medan magnet yang yang ada dalam rongga kumparan bertambah. Akibatnya fluks magnetik yang dikandung kumparan bertambah yang mengakibatkan muncul ggl induksi. Ini direpresentasikan oleh adanya arus yang diukur oleh amperemeter.
b) Ketika batang magnet didiamkan maka tidak ada perubahan kuat medan dalam rongga kumparan, walaupun medan itu sendiri ada di dalam kumparan. Akibatnya fluks magnetik yang dikandung kumparan tidak berubah sehingga tidak ada ggl induksi yang muncul. Tidak ada rus yang diukur amperemeter.
c) Ketika batang magnet ditarik keluar dari kumparan maka kuat medan magnet yang ada dalam rongga kumparan berkurang. Akibatnya fluks magnetik yang dikandung kumparan berkurang sehingga muncul ggl induksi. Ini direpresentaikan oleh adanya arus yang diukur oleh amperemeter.

Gambar 6.5 Fluks magnetik dalam kumparan diubah-ubah dengan mendekatkan atau menjauhkan magnet ke kemparan tersebut

Secara matematik, hukum Faraday dapat ditulis sebagai berikut

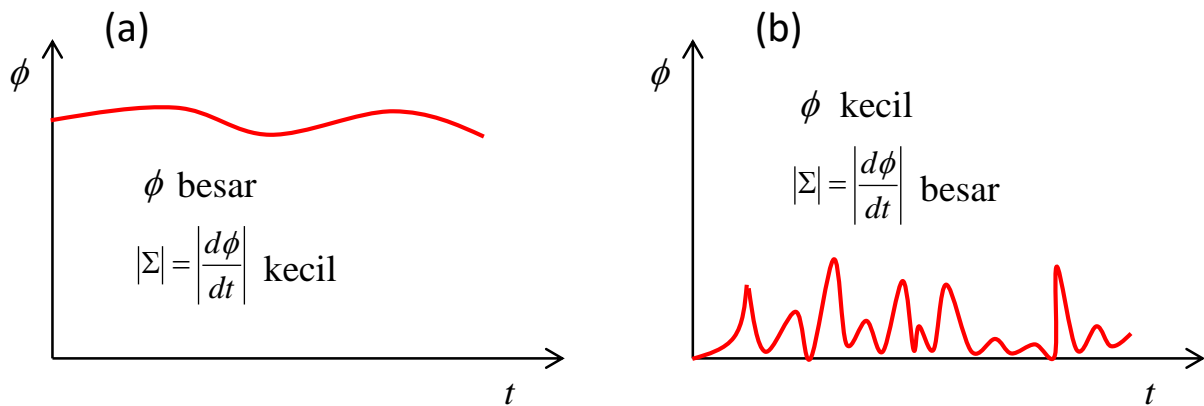
$$\Sigma = -N\frac{d\phi}{dt} \tag{6.4}$$

dengan

Σ sering disebut gaya gerak liristik (ggl) induksi (dalam bahasa Inggris disebut *electromotive force*)

N jumlah lilitan kumparan.

Tampak dari persamaan (6.4), besarnya ggl yang dihasilkan bergantung pada berapa cepat perubahan fluks berlangsung, bukan bergantung pada berapa nilai fluks saat itu. Walaupun fluks dalam suatu kumparan sangat

besar, namun jika tidak terjadi perubahan (nilai fluks tetap) maka tidak ada ggl indulsi yang dihasilkan. Sebaliknya, walupun nilai fluks dalam suatu kumparan kecil, namun jika perubahannya mendadak (gradien fluks terhadap waktu sangat besar) maka ggl yang dihasilkan juga besar. Sebagai ilustrasi, perhatikan **Gambar 6.6**. Pada gambar (a) fluks memiliki nilai yang besar tetapi ggl yang dihasilkan kecil. Sebaliknya, pada gambar (b) fluks memiliki nilai yang kecil tetapi ggl yang dihasilkan besar.

Gambar 6.6 (a) fluks besar tetapi ggl kecil (karena fluks berubah lambat atau gradient kecil) dan (b) fluks kecil tetapi ggl besar (karena fluks berubah cepat atau gradient besar).

6.3 Contoh aplikasi hukum Faraday

Supaya lebih paham dengan hukum Faraday, mari kita lihat beberapa contoh aplikasi berikut ini. Pertama kita akan menentukan ggl induksi yang dihasilkan oleh kumparan yang berputar pada **Gambar 6.3** jika jumlah lilitan adalah *N.* Kita sudah menghitung bahwa jumlah fluks yang menembus kumparan adalah

$$\phi = Bab\cos(\omega t + \theta_0)$$

Dengan demikian, ggl induksi yang dihasilkan adalah

$$\Sigma = -N\frac{d\phi}{dt}$$

$$= -N\frac{d[Bab\cos(\omega t + \theta_0)]}{dt}$$

$$= NBab\omega \sin(\omega t + \theta_0)$$

Berikutnya kita tinjau kasus sebuah kumparan berbentuk lingkaran dengan jari-jari *a* yang diletakkan pada bidang horizontal (bidang *x*-*y*). Medan magnet yang memiliki fungsi $\vec{B} = (B_o + ct)\hat{k}$ menembus kumparan tersebut. Jumlah lilitan pada kumparan adalah *N*. Pada kasus ini luas permukaan $A = \pi a^2$. Karena kumparandiletakkan pada bidang *x*-*y* maka vector luas penampang kumparan mengarah le sumbu z sehingga kita dapat menulis $\vec{A} = \pi a^2 \hat{k}$. Dengan demikian, fluks magnetik yang menembus kumparan adalah

$$\phi = \vec{B} \bullet \vec{A}$$

$$= (B_o + ct)\hat{k} \bullet \pi a^2 \hat{k}$$

$$= \pi a^2 (B_o + ct)\hat{k} \bullet \hat{k}$$

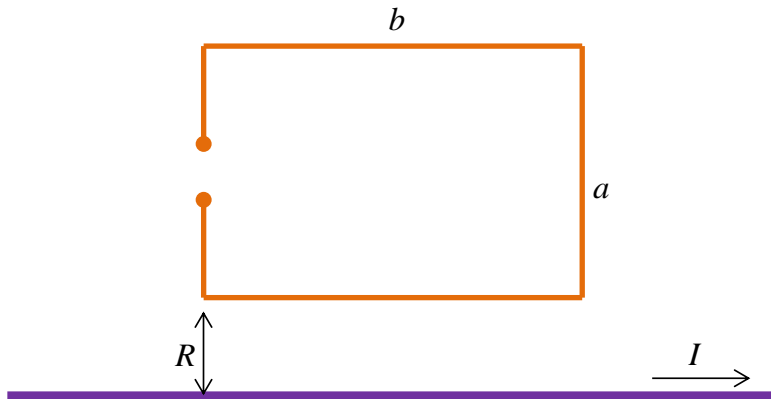
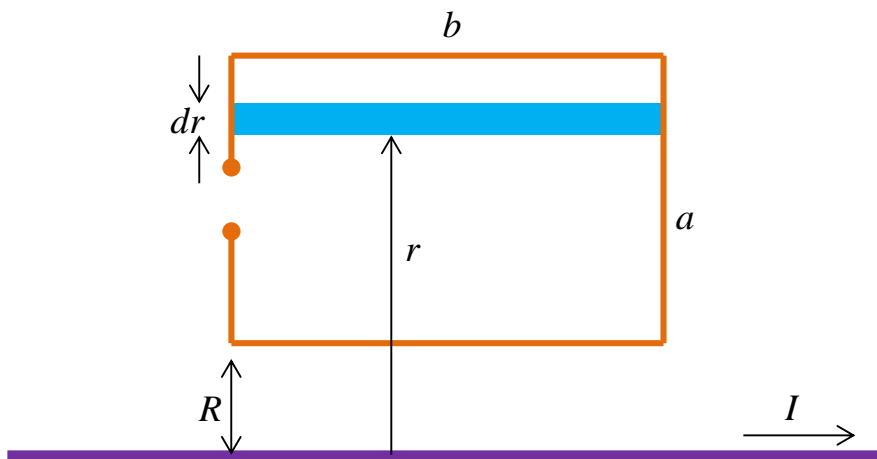
$$= \pi a^2 (B_o + ct)$$

Ggl induksi yang dihasilkan adalah

$$\Sigma = -N \frac{d\phi}{dt}$$

$$= -N \frac{d[\pi a^2 (B_o + ct)]}{dt}$$

$$= -N\pi a^2 c$$

Sebagai contoh ketika mari kita bahas sebuah kawat lurus panjang dilairi arus yang berubah-ubah terhadap waktu menurut fungsi $I = I_o \cos(\omega t + \varphi_o)$. Di sekitar kawat terdapat kumparan berbentuk segiempat dengan sisi-sis *a* dan *b* seperti pada **Gambar 6.7**. Jumlah lilitan kumparan tersebut adalah *N*. Jarak dari sisi terdekat kumparan ke kawat adalah *R*.

Gambar 6.7 Kumparan berbentuk segiempat yang berada di sisi kawat lurus panjang yang dialiri arus listrik.

Gambar 6.8 Menentukan fluks magnet yang dilingkupi kawat. Perhitungan harus dilakukan dengan cara integral.

Medan magnet di sekitar arus yang mengalir pada kawat lurus panjang adalah

$$B = \frac{\mu_o}{2\pi}\frac{I}{r}$$

Kuat medan magnet di dalam kumparan berubah-ubah bergantung pada jaraknya dari kawat. Dengan demikian fluks magnetik tidak dapat dicari dengan mengali langsung kuat medan dengan luas. Kita harus menggunakan metode integral untuk mencari fluks. Lihat elemen luas yang diarsir pada **Gambar. 6.8**. Luas elemen tersebut adalah

$$dA = b\,dr$$

Dengan demikian, fluks magnetik pada elemen luas tersebut adalah

$$d\phi = BdA$$

$$= \frac{\mu_o}{2\pi} Ib \frac{dr}{r}$$

Fluks magnetik total yang menembus kumparan dapat dicari dengan mengintegralkan $d\phi$. Batas bawah integral adalah R dan batas atas adalah $R+a$. Jadi, fluks magnetik total adalah

$$\phi = \int_R^{R+a} \frac{\mu_o}{2\pi} Ib \frac{dr}{r}$$

$$= \frac{\mu_o}{2\pi} Ib \int_R^{R+a} \frac{dr}{r}$$

$$= \frac{\mu_o}{2\pi} Ib [\ln r]_R^{R+a}$$

$$= \frac{\mu_o}{2\pi} Ib [\ln(R+a) - \ln R]$$

$$= \frac{\mu_o}{2\pi} Ib \ln\left[\frac{R+a}{R}\right]$$

Akhirnya, ggl induksi yang dihasilkan kumparan adalah

$$\Sigma = -N \frac{d\phi}{dt}$$

$$= -N \frac{\mu_o}{2\pi} b \ln\left[\frac{R+a}{R}\right] \frac{dI}{dt}$$

Tetapi

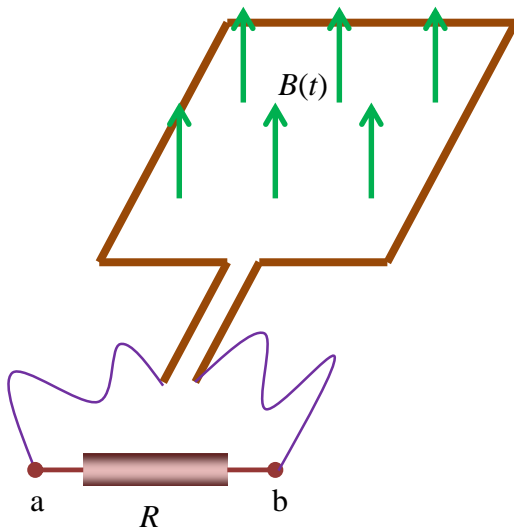
$$\frac{dI}{dt}=\frac{d[I_o\cos(\omega t+\varphi_o)]}{dt}$$

$$=-\omega I_o\sin(\omega t+\varphi_o)$$

sehingga kita dapatkan

$$\Sigma = N\frac{\mu_o}{2\pi}b\omega I_o\ln\left[\frac{R+a}{R}\right]\sin(\omega t+\varphi_o)$$

6.4 Hukum Lentz

Gambar 6.9 memperlihatkan medan magnet yang berubah-ubah besarnya menembus kumparan. Dengan demikian terjadi perubahan fluks dalam kumparan. Berdasarkan hukum Faraday dihasilkan ggl induksi Σ. Pertanyaan selanjutnya adalah ke manakah arah aliran arus dalam kumparan tersebut? Apakah arus melewati hambatan dari a ke b atau dari b ke a?

Gambar 6.9 Medan magnet yang berubah-ubah menembus sebuah kumparan. Ke manakah arah arus induksi yang dihasilkan?

Hukum Faraday hanya mengungkapkan besarnya ggl induksi yang dihasilkan ketika terjadi perubahan fluks magnetik dalam suatu loop. Tetapi ke mana arah arus induksi dalam loop tersebut tidak terungkap lebih detail dalam hukum tersebut. Arah arus induksi yang dihasilkan diungkapkan

oleh hukum Lentz yang bunyinya sebagai berikut

Arah arus induksi dalam suatu kumparan adalah sedemikian rupa sehingga medan magnet yang dihasilkan arus tersebut melawan perubahan fluks penyebabnya.

Apa makna pernyataan hukum ini?

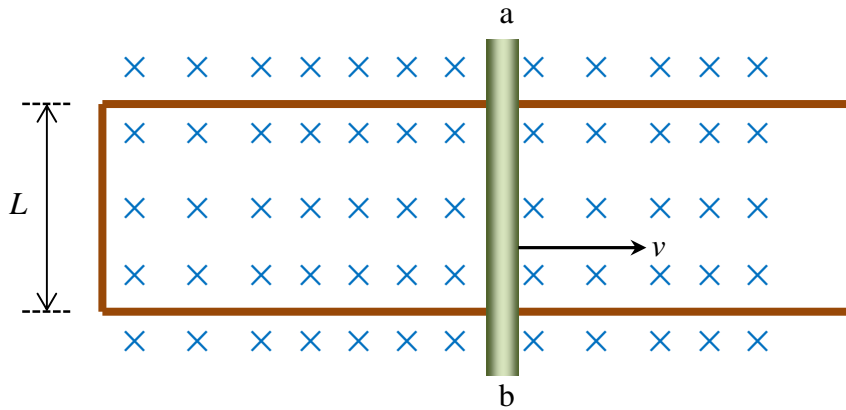
a) Jika fluks yang menyebabkan ggl makin lama makin membesar maka arah arus induksi harus sedemikian rupa sehingga medan magnet yang dihasilkan arus induksi tersebut memperkecil fluks tersebut. Ini hanya mungkin jika arah medan magnet yang dihasilkan arus induksi berlawanan dengan arah medan yang diterapkan pada loop.
b) Jika fluks yang menyebabkan ggl makin lama makin kecil maka arah arus induksi harus sedemikian rupa sehingga medan magnet yang dihasilkan arus induksi tersebut memperbesar fluks tersebut. Ini hanya mungkin jika arah medan magnet yang dihasilkan arus induksi searah dengan arah medan yang diterapkan pada loop.

Untuk lebih jelas, mari kita kembali melihat persamaan (6.9).

a) Jika medan magnet yang menembus fluks nilainya sedang berubah dari kecil ke besar maka fluks dalam loop makin besar. Berdasarkan hukum Lentz, arah arus induksi harus memperkecil fluks ini. Ini terjadi jika arus induksi menghasilkan medan arah ke bawah. Agar dihasilkan medan ke arah bawah maka dengan menggunakan aturan tangan kanan, arah arus induksi harus searah putaran jarum jam. Atau pada hambatan, arus mengalir dari b ke a.
b) Jika medan magnet yang menembus fluks nilainya sedang berubah dari besar ke kecil maka fluks dalam loop makin kecil. Berdasarkan hukum Lentz, arah arus induksi harus memperbesar fluks ini. Ini terjadi jika arus induksi menghasilkan medan arah ke atas (sama dengan arah medan yang diterapkan). Agar dihasilkan medan ke arah atas maka dengan menggunakan aturan tangan kanan, aras arus induksi harus berlawanan dengan arah putaran jarum jam. Atau pada hambatan, arus mengalir dari a ke b.

Contoh 6.3

Pada **Gambar 6.10**, sebuah kawat berbentuk hutuf U diletakkan dalam medan magnet konstan dengan bidang kawat tegak lurus medan magnet B yang konnstan. Sebuah batang ab diletakkan di atas kawat U

sehingga terjadi kontak listrik dengan dua kaki kawat U. Batang ab digerakkan ke kanan dengan laju tetap v. Jika hambatan total loop adalah R, berapa arus yang mengalir dalam loop dan ke manakah arah arus tersebut?

Gambar 6.10 Gambar untuk Contoh 6.3

Jawab

Untuk menentukan ggl yang dihasilkan, kita harus menentukan fluks terlebih dahulu. Misalkan suatu saat jarak batang **ab** ke ujung kiri kawat U adalah x. Maka luas loop adalah $A = Lx$. Karena arah medan magnet tagak lurus bidang loop maka fluks magnetik yang dilingkupi loop dapat langsung ditulis

$$\phi = BA$$

$$= BLx$$

Berdasarkan hukum Faraday, ggl yang dihasilkan adalah

$$\Sigma = -N\frac{d\phi}{dt}$$

$$= -N\frac{d(BLx)}{dt}$$

$$= -NBL\frac{dx}{dt}$$

Karena batang *ab* hanya satu, maka jumlah lilitan loop hanya satu, atau N = 1. Besaran dx/dt tidak lain daripada laju gerakan batang ab, atau $dx/dt = v$. Jagi, ggl yang dihasilkan adalah

$$\Sigma = -BLv$$

Arus induksi yang dihasilkan

$$I = \frac{\Sigma}{R}$$

$$= -\frac{BLv}{R}$$

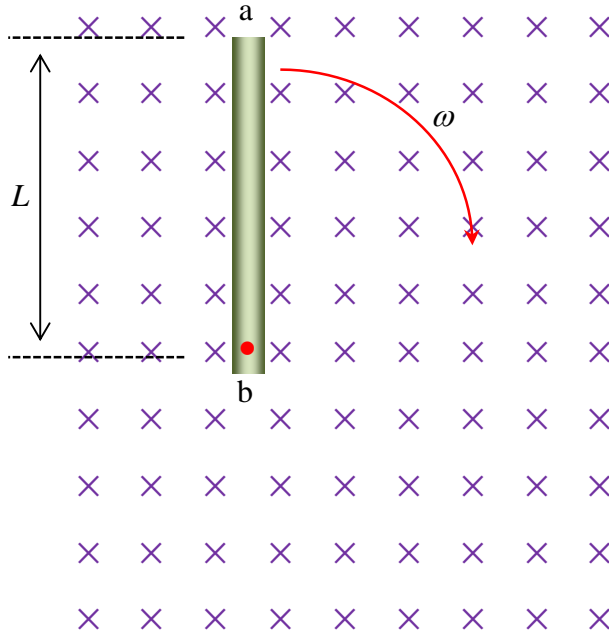
Ke mana arah arus induksi? Ketika batang **ab** digerakkan ke kanan maka luas loop makin besar. Akibatnya, fluks magnetik yang dihasilkan makin besar. Berdasarkan hukum Lentz, arah arus induksi yang dihasilkan harus melawan perubahan fluks tersebut. Jadi, arah arus induksi yang dihasilkan harus memperkecil fluks tersebut. Ini terjadi jika arah medan magnet yang dihasilkan arus induksi berlawanan dengan arah medan magnet yang ada. Atau arah medan magnet yang dihasilkan arus induksi haris dari belakang ke depan bidang kertas. Dengan aturan tangan kanan, maka agar medan yang dihasilkan berarah dari belakang ke depan bidang kertas, arah arus induksi harus berlawnan dengan arah perputaran jarum jam.

Contoh 6.4

Sebuah batang **ab** yang panjangnya L berputar dalam medan magnet konstan B dengan kecepatan sudut tetap ω. Sumbu putar adalah salah satu ujung batang dan bidang putar tegak lurus medan magnet (**Gambar 6.11**). Berapakah tegangan antara ujung **a** dan **b** yang dihasilkan dan ujung manakah yang memiliki tegangan lebih tinggi?

Jawab

Untuk mencari ggl yang dihasilkan kita harus terlebih dahulu menentukan fluks. Ini tampak sulit karena kita hanya memiliki satu batang, bukan lintasan tertutup. Namun kita dapat mengakali dengan cara menghubungkan batang tersebut dengan sebuah lintasan yang hambatannya tak berhingga sehingga antara batang dan lintasan tambahan

ini membentuk lintasan tertutup. Seperti pada Gambar 6.12, lintasan **acb** yang kita buat memiliki hambatan tak berhingga sehingga ada atau tidak adanya lintasan tersebut tidak berpengaruh pada arus yang dihasilkan (arus tetap nol).

Gambar 6.11 Gambar untuk Contoh 6.4

Kita tinjau suatu saat ketika batang **ab** telah berputar sejauh sudut θ. Luas loop saat ini adalah

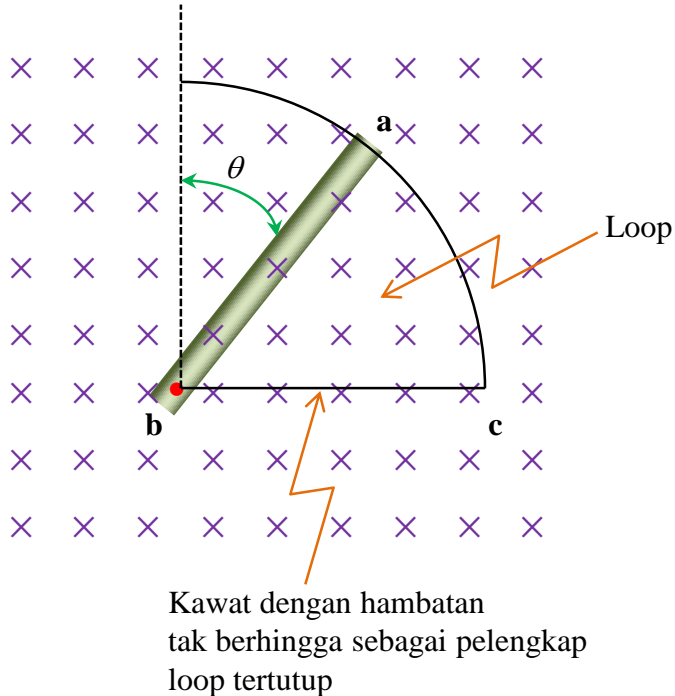
$$A = \frac{\pi/2 - \theta}{2\pi} \times \pi L^2$$

$$= \left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\frac{L^2}{2}$$

Fluks magnetik yang dilingkupi fluks suatu saat adalah

$$\phi = BA$$

$$= \left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\frac{BL^2}{2}$$

$$= \frac{\pi BL^2}{4} - \frac{BL^2}{2}\theta$$

Gambar 6.12 Lintasan acb adalah lintasan virtual yang dibuat sehingga loop yang dihasilkan menjadi tertutup. Lintasan virtual tersebut dalat dianggap sebagai jalur dengan hambatan menuju tak berhingg sehingga tidak dialiri arus listrik.

Dengan menggunakan hokum Faraday maka ggl induksi yang dihasilkan adalah

$$\Sigma = -N\frac{d\phi}{dt}$$

$$= -1 \times \frac{d}{dt}\left(\frac{\pi BL^2}{4} - \frac{BL^2}{2}\theta\right)$$

$$= -0 + \frac{BL^2}{2}\frac{d\theta}{dt}$$

Tetapi, $d\theta/dt$ adalah kecepatan sudut putaran batang **ab**, yaitu ω. Jadi kita peroleh

$$\Sigma = \frac{BL^2}{2}\omega$$

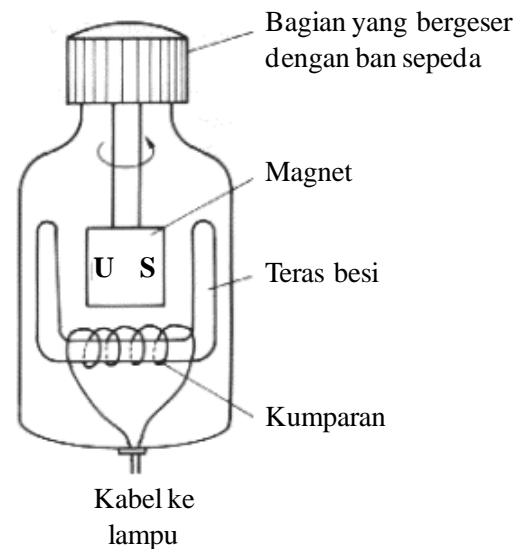
Ke mana arah arus induksi? Mari kita memisalkan lintasan **acb** yang kita tambahkah memiliki hambatan yang berhingga sehingga ada arus induksi dalam loop. Putaran batang **ab** menyebabkan luas loop berkurang sehingga fluks berkurang. Akibatnya, arus induksi harus memperbesar fluks dengan cara menghasilkan medan magnet yang searah dengan medan magnet yang telah ada. Ini hanya mungkin jika arah arus induksi searah dengan putaran jarum jam. Agar arus induksi searah dengan putaran jarum jam, maka batang **ab** harus memiliki kutub positif di **a** dan kutub negatif di **b**. Dengan demikian, jika lintasan tambahan **acb** tidak ada maka tidak ada arus yang mengalir, tetapi batang **ab** memiliki tegangan yang berbeda. Tittik **a** memiliki tegangan yang lebih tinggi daripada titik **b**.

6.5 Dinamo

Kita sering menjumpai dinamo pada sepeda. Dinamo digunakan untuk mengubah energi gerak menjadi energi listrik. Pada sepeda, energi listrik yang dihasilkan digunakan untuk menyalakan lampu sepeda. Dinamo terdiri dari sebuah kumparan yang bergerak dalam medan magnet tetap. Di bagian luar dinamo ada bagian yang dapat disentuhkan atau dilepaskan dari roda sepeda. Bagian tersebut berhubungan dengan kumparan di dalam dinamo. Ketika bagian ini disentuhkan ke roda sepeda maka bagian tersebut berputar mengikuti putaran roda sepeda sehingga kumparan di dalam dinamo berputar. Akibatnya, fluks yang dikandung kumparan berubah-ubah. Perubahan fluks tersebut menghasilkan ggl induksi yang pada akhirnya mengalirkan arus ke lampu. Dan lampu akhirnya menyala. Di siang hari kita melepaskan kontak dinamo dengan roda sepeda sehingga lampu tidak menyala pada siang hari.

Gambar 6.13(a) adalah contoh dynamo yang terpasang pada roda sepeda dan skema bagian dalam dynamo (b). Bagian utama dalam dynamo adalah sebuah kumparan pada posisi tetap dan sebuah magnet yang berputar besama dengan berputarnya bagian yang menyentuh roda.

Bagaimana prinsip kerja dinamo? Lihat **Gambar 6.14**. Kumparan XYWX dapat berputar dalam medan magnet tetap. Panjang sisi-sisi kumparan adalah *a* dan *b*. Akibat perputaran maka luas penampang kumparan yang tegak lurus medan magnet berubah-ubah sehingga terjadi

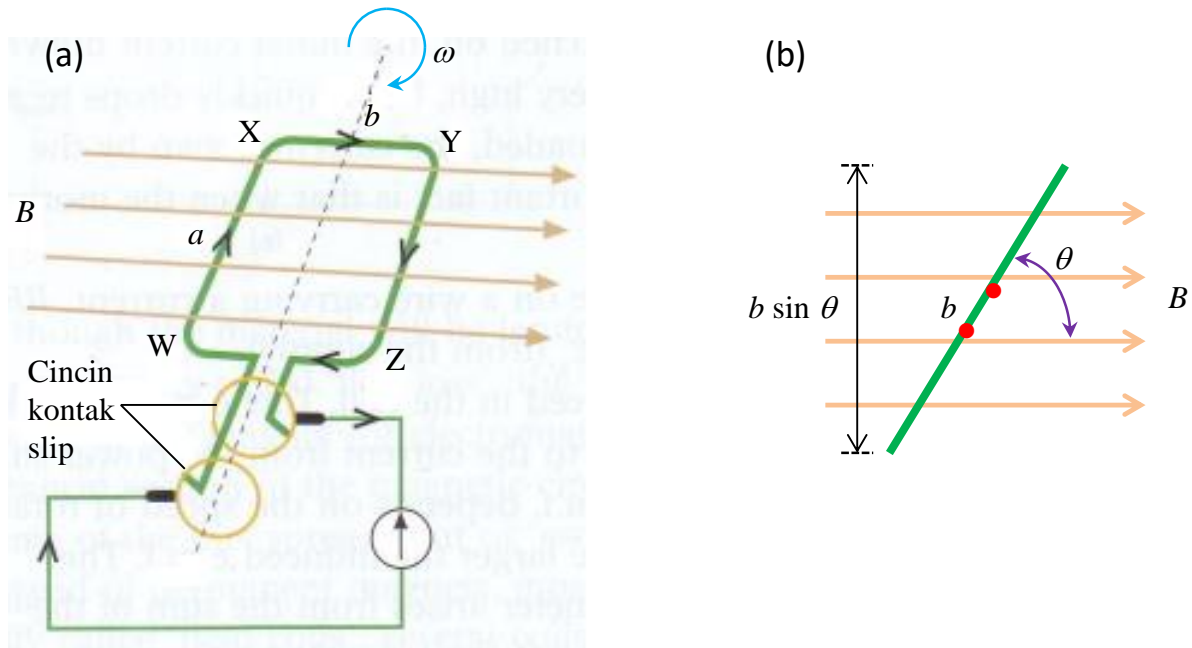
perubahan fluks yang dikandung kumparan tersebut.

Gambar 6.13 (a) Contoh dynamo yang terpasang pada roda sepeda (amazon.com) dan (b) skema bagian dalam dynamo.

Luas kumparan adalah $A = ab$. Akibat perputaran kumparan, maka proyeksi luas kumparan dalam arah tegak lurus medan magnet hanya $A_\perp = ab\sin\theta$. Dengan demikian, fluks magnetik yang dikandung kumparan tiap saat adalah

$$\phi = BA_\perp$$

$$= Bab\sin\theta$$

Andaikan kumparan berputar dengan kecepatan sudut tetap. Maka hubungan antara sudut dan kecepatan sudut memenuhi $\theta = \omega t$. Dengan demikian kita dapat menulis

$$\phi = Bab\sin\omega t$$

Gambar 6.14 (a) Skema bagian dalam dynamo dan (b) kumparan dipandang dari arah depan saat membentuk sudut θ terhadap arah medan magnet. Akibat orientasi demikian maka luas penapmang kumparan yang tegak lurus medan magnet berubah.

Jika jumlah lilitan pada kumparan dinamo adalah N maka ggl induksi yang dihasilkan kumparan dinamo menjadi

$$\Sigma = -N\frac{d\phi}{dt}$$

$$= -N\frac{d(Bab\sin\omega t)}{dt}$$

$$= -NBab\frac{d(\sin\omega t)}{dt}$$

$$= -NBab(\omega\cos\omega t)$$

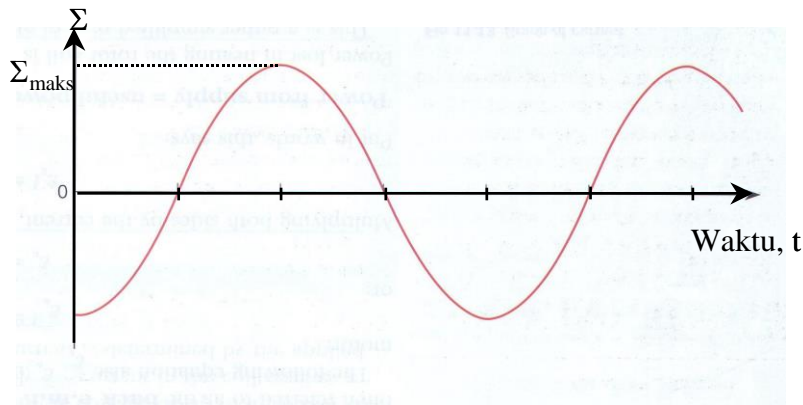
$$= -NBab\omega\cos\omega t$$

$$= -\Sigma_{maks}\cos\omega t \quad (6.5)$$

dengan

$$\Sigma_{maks} = NBab\omega \qquad (6.6)$$

yang merupakan amplitudo ggl yang dihasilkan.

Tampak bahwa ggl yang dihasilkan dinamo berubah secara sinusoidal (merupakan fungsi sinus atau kosinus). **Gambar 6.15** adalah plot ggl yang dihasilkan dinamo.

Gambar 6.15 Bentuk tegangan keluaran sebuah dinamo

Mengapa lampu sepeda kadang berkedip-kedip? Ketika sepeda dijalankan maka kecepatannya tidak selalu konstan. Kadang cepat dan kadang lambat. Karena putaran dinamko sepeda bergantung pada putaran ban sepeda maka kecepatan sudut dynamo dangat bergentung pada kecepatan sepeda saat itu. Berdasarkan persamaan (6.6) amplitude tegangan yang dihasilkan dynamo berbanding lurus dengan kecepatan sudut dynamo. Karena kecepatan sudut dynamo berubah-ubah karena perubahan kecepatan sepeda maka tegangan keluaran dynamo berubah-ubah. Akibatnya lampu sepeda berkedip-kedip.

Contoh 6.5

Berapa tegangan maksiumum yang dapat diperoleh dari sebuah kumparan yang mengandung 100 lilitan yang sedang berotasi dalam medan magnet 0,2T dengan laju 20 r.p.m? Luas kumparan adalah 2,5 cm^2

Jawab

Diberikan N = 100, B = 0,2 T, ω = 20 r.p.m = 20 $\times(2\pi)/60$ rad/s = 2,1

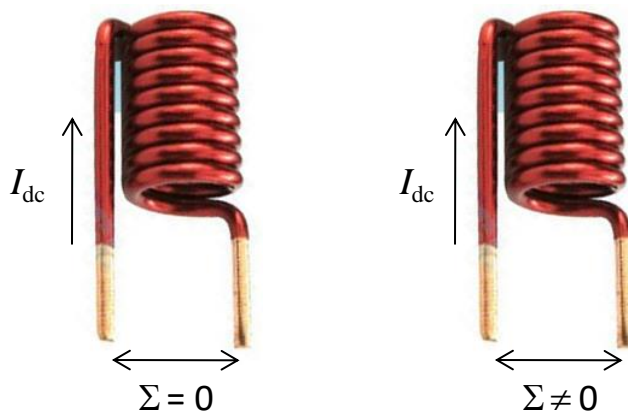
rad/s, dan A = 2,5 cm^2 = 2,5 × 10^{-4} m^2. Pada persamaa (7.11), perkalian ab tidak lain daripada luas kumparan sehingga kita dapat menulis

$$\Sigma_{maks} = NBA\omega$$

$$= 100 \times 0{,}2 \times (2{,}5 \times 10^{-4}) \times 2{,}1$$

= 0,11 volt

6.6 Induktansi

Sekarang bayangkan kita memiliki sebuah solenoid. Jika solenoid tersebut dialiri arus searah maka beda potensial antara dua ujung solenoid hampir nol karena beda tegangan sama dengan perkalian arus dan hambatan solenoid. Solenoid hanya berupa kawat konduktor sehingga hambatan listrik antara dua ujung solenoid hampir nol. Tetapi jika solenoid dilairi arus yang berubah-ubah terhadap waktu, maka sifat solenoid akan berubah.

Gambar 6.16 (kiri) jika solenoid dialiri arus dc, tidak muncul tegangan antara dua ujung solenoid. (kanan) jika solenoid dialiri arus ac maka muncul tegangan antara dua ujung solenoid.

Karena arus berubah-ubah terhadap waktu maka kuat medan magnet dalam solenoid berubah-ubah. Karena luas penampang solenoid tetap maka fluks magnetik yang dikandung solenoid berubah terhadap waktu. Berdasarkan hukum Faraday maka solenoid menghsilkan ggl induksi. Dengan demikian, ketika dialiri arus bolak-balik maka muncul tegangan antara dua ujung solenoid. Tegangan ini tidak muncul ketika solenoid dialiri arus searah. **Gambar 6.16** adalah ilustrasi solenoid yang

dialiri arus searah dan arus bolaik-balik. Berapa besar ggl induksi antara dua ujung solenoid tersebut? Mari kita analisis.

6.6.1 Ggl antara dua ujung solenoid

Sekarang kita akan mennentukan ggl yang dihasilkan antara dua rongga solenoid atay kumparan secara umum. Dalam Bab 5 sudah kita turunkan bahwa kuat medan magnet dalam rongga solenoid ideal adalah

$$B = \mu_o n I$$

Kita asumsikan bahwa kumparan yang kita tinjau merupakan solenoid ideal. Jika luas penampang solenoid adalah A maka fluks magnetik yang dilingkupi solenoid adalah

$$\phi = BA$$

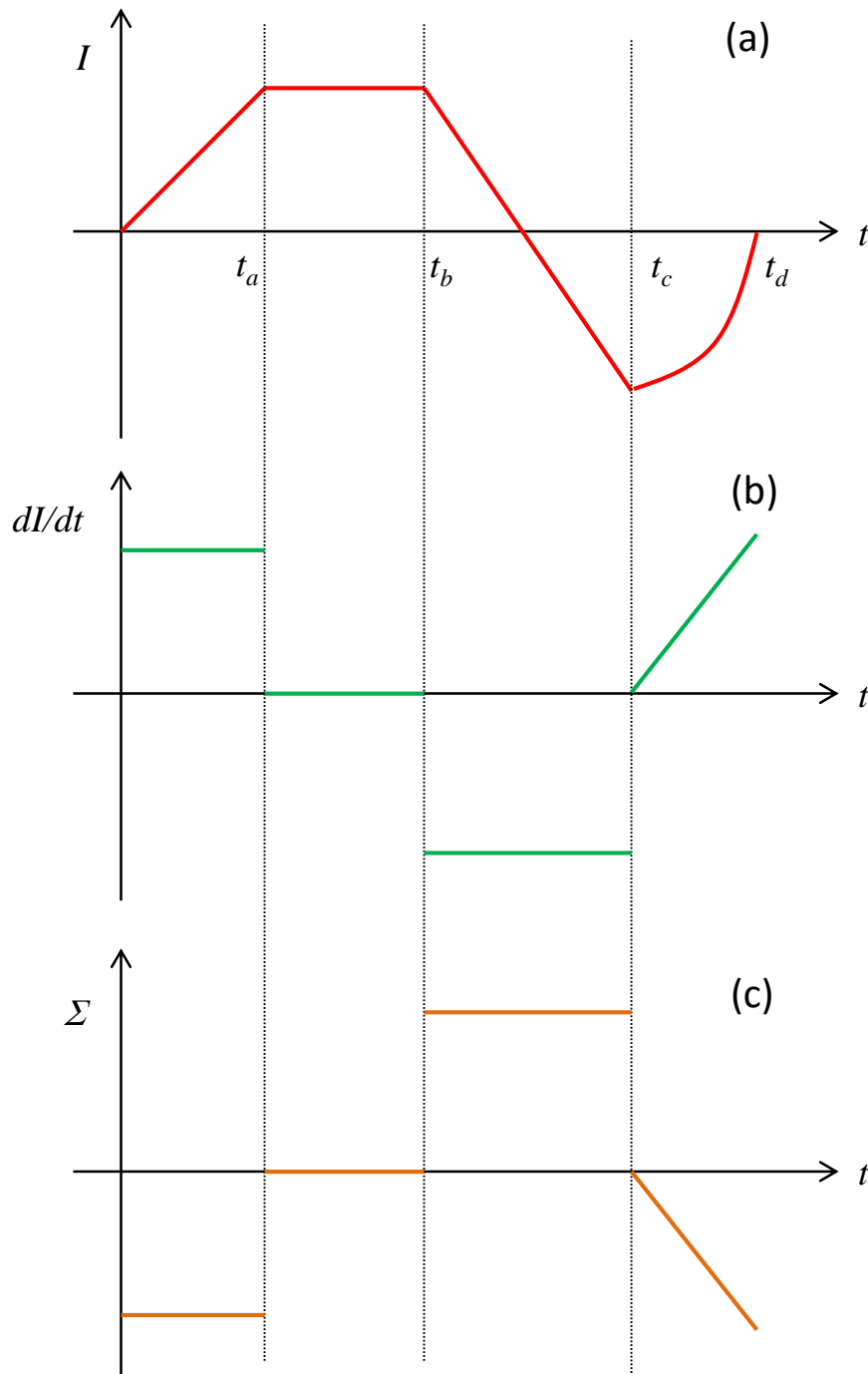
$$= \mu_o n I A$$

Oleh karena itu, berdasarkan hukum Faraday, ggl induksi yang dihasilkan solenoid jika fluks mengalami perubahan terhadap waktu adalah

$$\Sigma = -N \frac{d\phi}{dt}$$

$$= -N \frac{d(\mu_o n I A)}{dt}$$

$$= -N \mu_o n A \frac{dI}{dt} \qquad (6.7)$$

Tampak bahwa ggl induksi yang dihasilkan berbanding lurus dengan laju perubahan arus. Untuk arus yang konstant (arus dc) maka $dI/dt = 0$ sehingga ggl induksi yang dihasilkannya nol. Untuk solenoid yang memiliki geometri tetap (laus penampang tetap, lilitan per satuan panjang tetap, atau jumlah kumpatan tetap), maka ggl induksi hanya ada jika arus yang mengalir berubah-ubah terhadap waktu sehingga dI/dt tidak nol.

Gambar 6.17 (a) arus yang diberikan pada solenoid, (d) gradient arus dan (c)ggl induksi yang dihasilkan.

Tampak dari persamaan (6.7) bahwa ggl yang dihasilkan berbanding lurus dengan negative gradient arus. Jika arus sedang bertambah atau gradiennya positif, maka ggl yang dihasilkan memiliki tanda negative (polarisasinya berlawanan dengan arah aliran arus). Sebaliknya, jika arus sedang melemah (gadien negative) maka ggl yang fihasilkan memiliki tanda positif (polarisasinya sama dengan arah arus). **Gambar 6.17** adalah contoh

arah arus yang mengalir dalam solenoid dan arah arus induksi yang dihasilkan. Berdasarkan gambar tersebut maka

a) Pada saat antara 0 sampai t_a, arus yang mengalir pada solenoid makin besar sehingga dI/dt positif. Akibatnya ggl induksi yang dihasilkan berharga negatif.
b) Antara ta sampai tb, arus yang diberikan pada solenoid konstan sehingga gradient arus nol. Akibatnya, ggl induksi yang dihasilkan non.
c) Antara tb sampai cc, arus yang diberikan pada solenoid makin berkurang sehingga dI/dt negatif. Akibarnya ggl induksi yang dihasilkan positif.
d) Dan pada saat t > tc, arus yang diberikan pada solenoid naik secara kuadratik yang menyebabkan dI/dt positif dan bertambah secara linier. Akibatnya ggl yang dihasilkan negative dan berkurang secara linier.

6.6.2 Induktansi Diri

Perubahan arus pada suatu kumparan menyebabkan munculnya ggl induksi. Besarnya ggl yang dihasilkan sebanding dengan laju perubahan arus namun memiliki tanda yang berbeda. Dengan demikian, hubungan ggl induksi dengan perubahan arus dapat ditulis sebagai

$$\Sigma = -L\frac{dI}{dt} \tag{6.8}$$

di mana

L kita namanya sebagai indusktansi diri.

Dengan membandingkan persamaan (6.7) dan (6.8) kita peroleh bentuk persamaan induktasi diri sebuah solenoid adalah

$$L = N\mu_o nA \tag{6.9}$$

Jika ℓ adalah panjang solenoid maka kita dapat menulis $n = N/\ell$. Dengan demikian, kita perolah bentuk lain ungkapan induktasi diri sebagai

$$L = \frac{N^2\mu_o A}{\ell} \tag{6.10}$$

Satuan induktansi adalah Henry dan disingkat H.

Induktansi diri mengukur kemampuan sebuah kumparan

menghasilkan ggl indusksi jika kumparan tersebut mengalami perubahan arus. Makin besar induktansi diri maka makin besar ggl indusksi yang dihasilkan untuk perubahan arus yang besarnya tertentu. Indusktasi diri dapat diperbedar dengan memperbanyak jumlah lilitan, memperbesar luas penampang dan mengurangi panjang solenoid. Jumlah lilitan memiliki pengaruh paling besar karena industansi diri bergantung secara kuadratik terhadap jumlah lilitan.

Contoh 6.6

Sebuah solenoid yang panjangnya 5,0 cm dan luas penampang 0,3 cm^2 memiliki 100 lilitan. Di rongga solenoid hanya berisi udara. Berapa induktansi diri solenoid tersebut.

Jawab

Diberikan di soal N = 100, ℓ = 5,0 cm = 0,05 m, dan A = 0,3 cm^2 = 0,3 $\times$ 10^{-4} m^2 = 3 $\times$ 10^{-5} m^2. Dengan menggunakan persamaan (7.17) maka induktansi diri solenoid adalah

$$L = \frac{N^2 \mu_o A}{\ell}$$

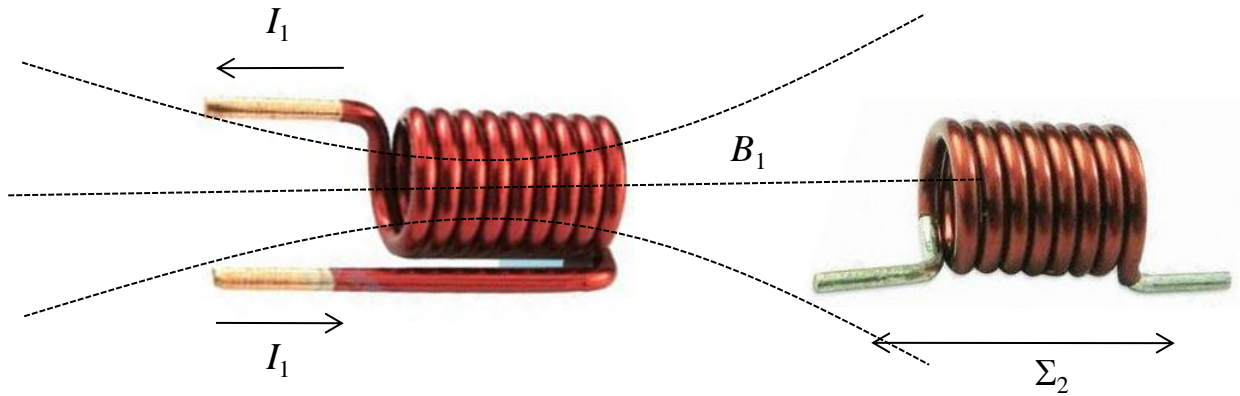
$$= \frac{100^2 \times (4\pi \times 10^{-7}) \times (3 \times 10^{-5})}{0,05} \text{ H}$$

$$= 7,5 \times 10^{-6} \text{ H}$$

6.6.3 Induktansi bersama

Di samping indukstasi diri, kita juga mendefinisikan induktasi bersama. Induktansi bersama memerlukan kehadiran dua solenoid atau lebih. Induktansi bersama memperhitungkan efek satu solenoid terhadap solenoid lainnya. Misalkan kita memiliki dua solenoid yang didekatkan seperti pada **Gambar 6.18**.

Solenoid pertama dialiri arus I_1 yang berubah-ubah terhadap waktu. Akibatnya, medan magnet yang dihasilkan solenoid tersebut berubah-ubah. Sebagian medan magnet ini masuk ke dalam rongga solenoid kedua sehingga menghasilkan fluks pada solenoid kedua. Karena medan magnet berubah-ubah maka fluks magnetik pada solenoid kedua juga

berubah-ubah. Akibatnya, pada solenoid kedua muncul ggl induksi. Berapa besar ggl induksi tersebut?

Gambar 6.18 Dua buah kumparan yang berada pada jarak cukup dekat

Misalkan medan magnet yang dihasilkan solenoid pertama adalah B_1. Maka medan magnet yang menembus solenoid kedua berbanding lurus dengan B_1, atau

$$B_2 \propto B_1$$

Tentu saja medan magnet yang dihasilkan di rongga medan magnet kedua lebih kecil daripada medan magnet di rongga solenoid pertama karena ada sebagian medan yang dihasilkan solenoid pertama tidak masuk ke dalam rongga solenoid kedua. Dengan demikian dapat kita tulis

$$B_2 = \xi B_1$$

dengan ξ adalah konstanta yang nilainya kurang dari satu. Jika luas penampang solenoid kedua adalah A_2 maka fluks magnetik pada solenoid kedua adalah

$$\phi_2 = B_2 A_2$$

$$= \xi B_1 A_2$$

Dengan menganggap bahwa solenoid bersifat ideal, maka medan

magnet yang dihasilkan solenoid pertama memenuhi

$$B_1 = \mu_o n_1 I_1$$

Sehingga fluks pada solenoid kedua menjadi

$$\phi_2 = \xi \mu_o n_1 A_2 I_1$$

Ggl induksi yang dihasilkan oleh solenoid kedua menjadi

$$\Sigma_2 = -N_2 \frac{d\phi_2}{dt}$$

$$= -\xi \mu_o N_2 n_1 A_2 \frac{dI_1}{dt} \tag{6.11}$$

Kita mendefinisikan besaran yang bernama induktansi bersama menurut persamaan berikut

$$\Sigma_2 - L_{21} \frac{dI_1}{dt} \tag{6.12}$$

Dengan membandingkan persaman (6.11) dan (6.12) kita peroleh bentuk induktansi bersama

$$L_{21} = \xi \mu_o N_2 n_1 A_2 \tag{6.13}$$

Jika ℓ_1 adalah panjang solenoid pertama maka $n_1 = N_1 / \ell_1$. Akhirnya kita dapatkan bentuk lain induktansi bersama sebagai berikut

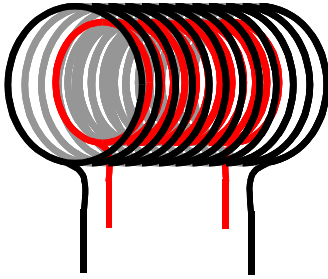
$$L_{21} = \frac{\xi \mu_o N_1 N_2 A_2}{\ell_1} \tag{6.14}$$

Nilai parameter ξ bergantung pada jarak antara dua solenoid, dan orientasi satu solenoid terhadap solenoid lainnya. Makin jauh jarak antara dua solenoid maka makin kecil harga ξ. Jika jarak antar dua solenoid sangat besar (mendekati tak berhingga) maka ξ = 0. Ini baerarti tidak ada medan magnet yang dihasilkan solenoid pertama yang masuk ke solenoid kedua.

Sebaliknya, jika dua solenoid berimpitan dan konsentris maka ξ = 1. Ini terjadi karena rongga solenoid pertama juga merupakan rongga solenoid kedua.

Contoh 6.7

Dua buah solenoid disusun secara konsentris. Jumlah lilitan, panjang, dan jari-jari masing-masing solenopid adalah N_1, ℓ_1, dan a_1 untuk solenoid pertama dan N_2, ℓ_2, dan a_2 untuk solenoid kedua. Tentukan induktansi diri masing-masing solenoid dan induktansi bersama L_{21} dan L_{12}.

Jawab

Gambar 6.19 Dua buah solenoid konsentris

Skema dua solenoid tampak pada **Gambar 6.19**. Misalkan solenoid kecil memiliki jari-jari a_1 dan solenoid besar memiliki jari-jari a_2. Induktansi diri solenoid kecil adalah

$$L_1 = \frac{N_1^2 \mu_o A_1}{\ell_1}$$

$$= \frac{N_1^2 \mu_o (\pi a_1^2)}{\ell_1}$$

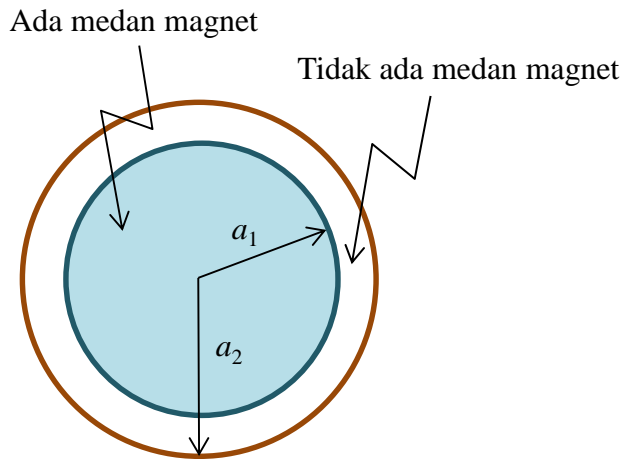
$$= N_1^2 \pi \mu_o \frac{a_1^2}{\ell_1}$$

Induktansi diri solenoid besar adalah

$$L_2 = \frac{N_2^2 \mu_o A_2}{\ell_2}$$

$$= \frac{N_2^2 \mu_o (\pi a_2^2)}{\ell_2}$$

$$= N_2^2 \pi \mu_o \frac{a_2^2}{\ell_2}$$

Jika solenoid kecil yang diberi arus maka medan magnet hanya ada dalam rongga solenoid kecil. Di ruang antara dua solenoid, medan magnet nol seperti diilustrasikan pada **Gambar 6.20.**

Gambar 6.20 Medan magnet hanya ada dalam rongga solenoid kecil

Jadi, fluks magnetik yang dikandung solenoid besar hanya

$$\phi_2 = B_1 A_1$$

$$= \mu_o n_1 I_1 A_1$$

$$= \mu_o \frac{N_1}{\ell_1} A_1 I_1$$

Jika diperhatikan dengan seksama tampak bahwa fluks yang dikandung solenoid besar sama dengan fluks yang dikandung solenoid kecil. Ggl induksi pada solenoid besar menjadi

$$\Sigma_2 = -N_2 \frac{d\phi_2}{dt}$$

$$= -N_2 \mu_o \frac{N_1}{\ell_1} A_1 \frac{dI_1}{dt} \qquad \text{(i)}$$

Ggl tersebut dapat ditulis pula dalam bentuk

$$\Sigma_2 = -L_{21} \frac{dI_1}{dt} \qquad \text{(ii)}$$

Dengan membandingkan persamaan (i) dan (ii) kita dapatkan bentuk ungkapan induktasi bersama

$$L_{21} = N_1 N_2 \mu_o \frac{A_1}{\ell_1}$$

$$= N_1 N_2 \mu_o \frac{\pi a_1^2}{\ell_1}$$

Jika solenoid besar yang dialiri arus maka seluruh ruang dalam rongga solenoid besar diisi medan magnet yang besarnya

$$B_2 = \mu_o n_2 I_2$$

Medan yang besarnya sama menembus ruang dalam rongga solenoid kecil seperti tampak pada **Gambar 6.21**. Fluks magnetik pada rongga solenoid kecil menjadi

$$\phi_1 = B_2 A_1$$

$$= \mu_o n_2 I_2 A_1$$

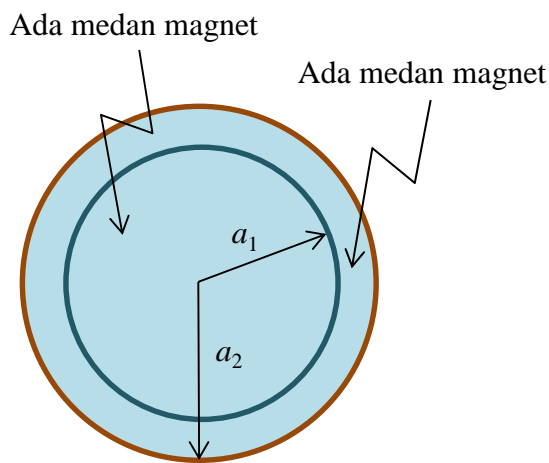
$$= \mu_o \frac{N_2}{\ell_2} A_1 I_2$$

Ggl induksi pada solenoid kecil menjadi

$$\Sigma_1 = -N_1 \frac{d\phi_1}{dt}$$

$$= -N_1 \mu_o \frac{N_2}{\ell_2} A_1 \frac{dI_2}{dt} \qquad \text{(iii)}$$

Ggl tersebut dapat ditulis pula dalam bentuk

$$\Sigma_1 = -L_{12} \frac{dI_2}{dt} \qquad \text{(iv)}$$

Gambar 6.21 Medan magnet ada dalam rongga solenoid besar dan kecil

Dengan membandingkan persamaan (iii) dan (iv) kita dapatkan bentuk ungkapan induktasi bersama

$$L_{12} = N_1 N_2 \mu_o \frac{A_1}{\ell_2}$$

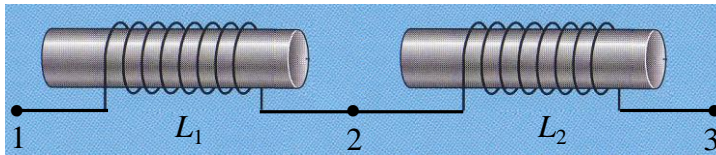
$$= N_1 N_2 \mu_o \frac{\pi a_1^2}{\ell_2}$$

6.7 Rangkaian induktor

Sekarang kita mengkaji bagaimaan jika sejumlah inductor dihubungkan secara seri dan secara parallel. Kita sudah membahas hubungan serupa untuk hambatan dan kapasitor. Misalkan dua buah

induktor L_1 dan L_2 dihubungkan secara seri dan dipisahkan cukup jauh (**Gambar 6.22**). Kita akan hitung induktansi pengganti (efektif dua inductor tersebut). Dua induktor harus dipisahkan cukup jauh agar tidak saling mempengaruhi (kopling). Jika jarak induktor sangat dekat maka medan magnet yang dihasilkan satu induktor dapat menembus masuk ke induktor lain. Ggl yang muncul pada satu induktor bukan lagi ggl yang diakibatkan oleh induktasi diri tetapi juga oleh induktansi bersama.

6.7.1 Rangkaian Seri

Pertama kita kaji rangkaian seri inductor seperti ditunjukkan pada **Gambar 6.22**. Misalkan arus yang mengalir pada induktor *I*. Arus yang mengalir sama pada inductor pertama dan kedua.

Gambar 6.22 Dua buah inductor yang dipasang secara seri.

Tegangan pada masing-masing induktor pada **Gambar 6.22** adalah

$$\Sigma_{12} = -L_1 \frac{dI}{dt}$$

$$\Sigma_{23} = -L_2 \frac{dI}{dt}$$

Dengan demikian, tegangan total antara dua ujung terluar rangkaian inductor adalah

$$\Sigma_{13} = \Sigma_{12} + \Sigma_{23}$$

$$= -L_1 \frac{dI}{dt} - L_2 \frac{dI}{dt}$$

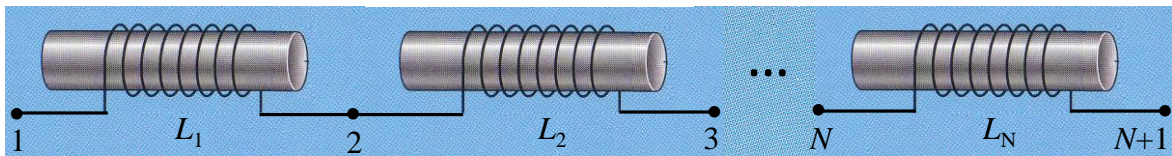
$$= -(L_1 + L_2)\frac{dI}{dt}$$

$$= -L_{ef}\frac{dI}{dt}$$

dengan

$$L_{ef} = L_1 + L_2$$

Dari sini dapat kita simpulkan bahwa hambatan efektif atau hambatan pengganti dua inductor yang disusun secara seri sama dengan jumlah hambatan masing-masing inductor.

Kita dapat mengeneraliasi penusunan di atas untuk susunan seri N buah inductor yang tidak saling mempengaruhu seperti pada **Gambar 6.23**

Gambar 6.23 Susunan seri sebanyak N buah inductor.

Ggl indusksi yang dihasilkan masing-masing inductor adalah

$$\Sigma_{12} = -L_1\frac{dI}{dt}$$

$$\Sigma_{23} = -L_2\frac{dI}{dt}$$

…

$$\Sigma_{N,N+1} = -L_N\frac{dI}{dt}$$

Dengan demikian, tegangan total antara dua ujung terluar rangkaian inductor adalah

$$\Sigma_{1,N+1} = \Sigma_{12} + \Sigma_{23} + \ldots + \Sigma_{N,N+1} = -L_1 \frac{dI}{dt} - L_2 \frac{dI}{dt} - \ldots - L_N \frac{dI}{dt}$$

$$= -(L_1 + L_2 + \ldots + L_N)\frac{dI}{dt}$$

$$= -L_{ef} \frac{dI}{dt}$$

dengan

$$L_{ef} = L_1 + L_2 + \ldots + L_N \qquad (6.15)$$

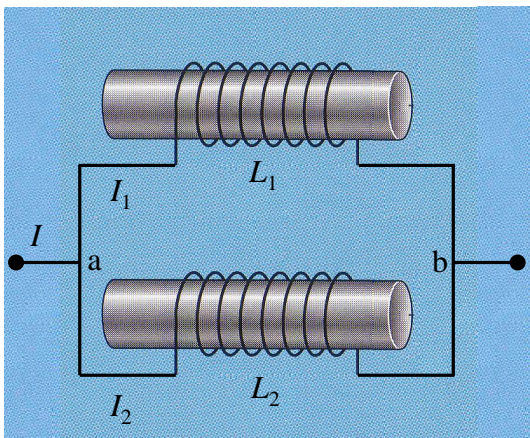
6.7.2 Rangkaian Paralel

Berikutnya kita mencari induksor ekivalen jika ada dua inductor yang disusun secara parallel seperti ditunjukkan pada **Gambar 6.24**. Tegangan antara titik a dan b dapat diungkapkan dalam sejumlah persamaan

$$\Sigma_{ab} = -L_1 \frac{dI_1}{dt} \qquad \text{atau} \qquad \frac{dI_1}{dt} = -\frac{\Sigma_{ab}}{L_1}$$

$$\Sigma_{ab} = -L_2 \frac{dI_2}{dt} \qquad \text{atau} \qquad \frac{dI_2}{dt} = -\frac{\Sigma_{ab}}{L_2}$$

Induktansi efekltif sendiri memenuhi persamaan

$$\Sigma_{ab} = -L_{ef} \frac{dI}{dt} \qquad \text{atau} \qquad \frac{dI}{dt} = -\frac{\Sigma_{ab}}{L_{ef}}$$

Gambar 6.24 Dua inductor disusun secara parallel.

Dengan menggunakan hukum Kirchoff I maka

$$I = I_1 + I_2$$

Diferensisike dua ruas terhadap waktu

$$\frac{dI}{dt} = \frac{dI_1}{dt} + \frac{dI_2}{dt}$$

$$-\frac{\Sigma_{ab}}{L_{ef}} = -\frac{\Sigma_{ab}}{L_1} - \frac{\Sigma_{ab}}{L_2}$$

atau

$$\frac{1}{L_{ef}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$$

Persamaan ini dapat digeneraliasai untuk N buah induktor yang disusun secara paralal. Dengan mudah kita dapatkan persamaan

$$\frac{1}{L_{ef}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \ldots + \frac{1}{L_N} \quad (6.16)$$

6.8 Memperbesar induktansi

Jika hanya ruang kosong dalam rongga solenoid maka induktansi yang dimiliki solenoid tersebut sangat kecil. Untuk memperbesar induktansi suatu solenoid, kita masukkan bahan magnetik ke dalam rongga solenoid tersebut. Hal ini serupa dengan memasukkan bahan dielektrik antara dua pelat kapasitor dengan maksud memperbesar kapasitansi. **Gambar 6.25** adalah contoh inductor yang mengandung teras di dalam rongganya.

Medan magnet yang mula-mula *B* saat solenoid kosong berubah menjadi

$$B' = \mu B \quad (6.17)$$

ketika di dalam rongga solenoid dimasukkan bahan magnetik dengan permeabilitas μ. Dengan demikian, fluks magnetik dalam solenoid ketika solenoid tersebut dilewati arus adalah

$$\phi = \mu\mu_o nIA$$

Ggl induksi yang dihasilkan arus adalah

$$\Sigma = -N\frac{d\phi}{dt}$$

$$= -N\mu\mu_o nA\frac{dI}{dt}$$

Maka induktansi diri solenoid tersebut adalah

$$L = N\mu\mu_o nA$$

$$= N\mu\mu_o\left(\frac{N}{\ell}\right)A$$

$$= N^2\mu\mu_o\frac{A}{\ell}$$

Tampak bahwa induktansi menjadi μ kali lebih besar dibandingkan dengan induktansi saat solenoid kosong.

Gambar 6.25 Contoh inductor yang mengandung teras di dalam rongganya

Contoh 6.8

Sebuah solenoid dengan panjangnya 4,0 cm dan luas penampang 0,5 cm^2 memiliki 200 lilitan. (a) Jika di rongga solenoid hanya berisi udara, berapa induktansi diri solenoid tersebut? (b) Berapa induktansi solenoid jika rongga solenoid berisi teras besi dengan μ = 4000?

Jawab

Diberikan N = 200, ℓ = 4,0 cm = 0,04 m, A = 0,5 cm^2 = 0,5 × 10^{-4} m2 = 5 × 10^{-5} m^2.

a) Jika rongga solenoid kosong maka

$$L = \frac{N^2 \mu_o A}{\ell}$$

$$= \frac{200^2 \times (4\pi \times 10^{-7}) \times (5 \times 10^{-5})}{0{,}04} = 6{,}3 \times 10^{-5} \text{ H}$$

b) Jika rongga solenoid berisi teras besi maka

$$L = \frac{N^2 \mu \mu_o A}{\ell}$$

$$= \frac{200^2 \times 4000 \times (4\pi \times 10^{-7}) \times (5 \times 10^{-5})}{0{,}04} = 0{,}25 \text{ H}$$

6.9 Energi medan magnet

Sudah kita bahas pada bab tentang medan listrik bahwa medan listrik menyimpan energy. Jika ada medan listrik maka ada energy yang tersimpan dalam medan tersebut. Apakah fenomena serupa dijumpai pada medan magnet? Apakah medan magnet juga menyimpan energy? Mari kita jawab.

Misalkan sebuah solenoid dialiri arus *I*. Maka pada dua ujung solenoid muncul ggl induksi sebesar

$$\Sigma = -L \frac{dI}{dt}$$

Jika tambahan muatan sebesar *dq* dialirkan menuju solenoid tersebut maka energi yang diperlukan untuk melawan beda potensial solenoid adalah

$$dW = -\Sigma \times dq$$

$$= L\frac{dI}{dt}dq$$

$$= LdI\frac{dq}{dt}$$

Tetapi $dq/dt = I$ sehingga persamaan di atas dapat ditulis ulang sebagai

$$dW = LI\,dI$$

Kerja total yang dilakukan untuk melewatkan arus pada solenoid dari nol hingga arus I adalah

$$W = \int_0^I dW$$

$$= \int_0^I LIdI$$

$$= L\int_0^I IdI$$

$$= L\left[\frac{1}{2}I^2\right]_0^I$$

$$= \frac{1}{2}LI^2$$

Kerja yang diberikan tersimpan sebagai energi dalam solenoid. Jadi, energi yang tersimpan dalam solenoid yang sedang dialiri arus I adalah

$$U = \frac{1}{2}LI^2 \qquad (6.18)$$

Kuat medan magnet dalam rongga solenoid (dengan anggapan solenoid ideal) adalah

$$B = \mu_o n I$$

$$= \mu_o \frac{N}{\ell} I$$

atau

$$I = \frac{B\ell}{\mu_o N}$$

Substitusi persamaan indusktansi diri dan persamaan arud si atas ke dalam persamaan (6.24) diperoleh

$$U = \frac{1}{2}\left(\frac{N^2 \mu_o A}{\ell}\right)\left(\frac{B\ell}{\mu_o N}\right)^2$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{N^2 \mu_o A}{\ell}\right)\left(\frac{B^2 \ell^2}{\mu_o^2 N^2}\right)$$

$$= \frac{1}{2\mu_o} B^2 (A\ell)$$

Bagian dalam tanda kurung pada persamaan di atas tidak lain daripada volum rongga solenoid. Kita definisikan rapat energi medan magnetik per satuan volum sebagai

$$u = \frac{U}{(A\ell)}$$

$$= \frac{1}{2\mu_o} B^2 \qquad (6.19)$$

Jadi, jika di suatu tempat terdapat medan magnet B maka di tempat tersebut terdapat energi medan magnet dengan kerapatan per satuan volum diberikan oleh persamaan (6.19). Bentuk persaman (6.19) sangat mirip dengan ungkapat rapat energi medan listrik $(\varepsilon_o / 2)E^2$ yang telah kita bahas sebelumnya.

Contoh 6.9

Medan magnet di dalam sebuah solenoid yang berisi udara dengan panjang 36 cm dan diameter 2,0 cm adalah 0,80 T. Perkirakan berapa energi yang tersimpan dalam rongga solenoid tersebut.

Jawab

Luas penampang solenoid $A = \pi a^2 = 3{,}14 \times (0{,}01)^2 = 3{,}14 \times 10^{-4}$ m². Volum rongga solenoid adalah $V = A\ell = (3{,}14 \times 10^{-14}) \times 0{,}36 = 1{,}13 \times 10^{-4}$ m³. Kerapatan energi medan magnet dalam rongga solenoid

$$u = \frac{1}{2\mu_o} B^2$$

$$= \frac{1}{2 \times (4\pi \times 10^{-7})} (0{,}8)^2 = 10^6 \ \text{J/m}^3$$

Dengan demikian, perkiraan jumlah energi medan magnet yang tersimpan dalam solenoid adalah

$$U = uV$$

$$= 10^6 \times (1{,}13 \times 10^{-4}) = 113 \ \text{J}$$

Contoh 6.10

Sebuah kawat lurus panjang dengan jari-jari a dialiri arus I. Tentukan energy medan magnetik yang disimpan dalam ruang per satuan panjang l sepanjang kawat.

Jawab

Kita buat kulit tipis silinder sepanjang kawat dengan jari-jari dalam r danjari-jari luar r+dr (**Gambar 6.26**). Panjang kulit silinder adalah l. Kuat medan magnet dalam kulit tersebut (berjaran r dari kawat) adalah

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

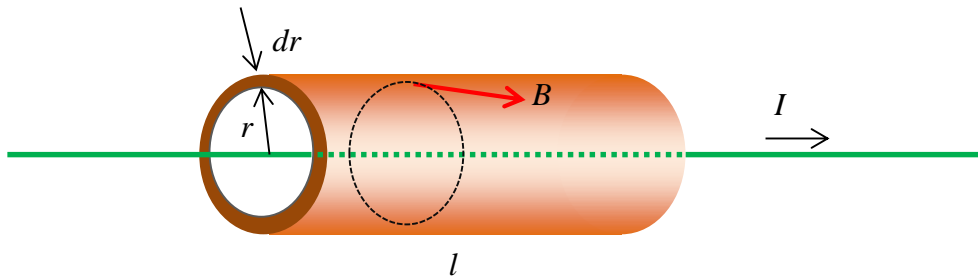
Volum kulit silinder adalah

$$dV = (2\pi r dr)l$$

Dengan demikian, energy medan magnet yang tersimpan dalam kulit silinder adalah

$$dU = \frac{1}{2\mu_0} B^2 dV$$

$$= \frac{1}{2\mu_0}\left(\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\right)^2 (2\pi r dr)l$$

$$= \frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi}\frac{dr}{r}$$

Gambar 6.26 Elemen kulit silinder yang meyimpan medan magnet B.

Energi magnet total yang disimpan oleh bagian kawat sepanjang l diperoleh dengan mengintegralkan dU dari r = a sampai r = ∞, yaitu

$$U = \frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi}\int_a^\infty \frac{dr}{r}$$

$$= \frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi}[\ln r]_a^\infty$$

$$= \frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi}[\ln\infty - \ln a] = \infty$$

Jadi, secara teori energy yang disimpang dalam ruang sepanjang kawat tak berhingga besarnya. Namun, realitasnya energy yang tersimpan tidak mungkin tak berhingga. Energi yang tersimpan pasti berhingga.

Medan magnet yang dihitung dengan persamaan Biot-Savart memperhitungkan kondisi ideal di mana hingga jarak tak berhingga medan magnet tetap ada dan turun menurut kebalikan jarak. Pada kenyataanya, pada jarak yang cukup jauh medan magnet mungkin tidak lagi ada atau medan magnet turun lebih cepat dari 1/r. Jika kondisi ini tercapai maka integral akan menjadi berhingga. Sebagai contoh, misalnya pada jarak yang cukup jauh medan magnet turun menurut $1/r^{1+\delta}$ dengan δ adalah bilangan positif kecil. Dalam kondisi ini maka integral dalam menghitung energy menjadi $\int_a^\infty dr/r^{1+\delta} = 1/(\delta a^\delta)$ yang nilainya berhingga.

6.10 Transformator

Transformator yang sering disingkat trafo adalah alat listrik yang digunakan untuk mengubah tegangan listrik yang bukan dc menjadi lebih besar atau lebih kecil dari tegangan semula. Tengan yang dapat diubah oleh trafo hanya tegangan yang berubah-ubah terhadap waktu, misalknya tegangan bolak-balik. Bagaimana proses ini bisa terjadi? **Gambar 6.27** adalah contoh tranformator yang sering kita jumpai sehari-hari: (a) Transformator pada jaringan listrik PLN, (b) transformator yang banyak dijual di toko komponen elektronik dan sering digunakan untuk membuat adaptor, dan (c) transformator yang terpasang pada rangkaian.

a) Trafo memiliki dua kumparan.

Secara umum trafo memiliki dua kumparan.

a) Kumparan primer berada di bagian input, tempat tegangan listrik masuk ke dalam trafo.
b) Kumparan sekunder berada di bagian output trafo, tempat tegangan listrik hasil pengubahan keluar dari trafo.

Di dalam rongga kumparan primer dan kumparan sekuner diisi dengan teras besi sebagai jembatan perambatan medan magnet. Tanpa adanya teras maka medan magnet yang dihasilkan kuumparan primer akan menyebar ke mana-mana (**Gambar 6.28a**). Dengan adanya teras maka sebagian besar medan yang dihasilkan berada dalam tetas. Jika teras yang sama digunakan oleh kumparan sekunder maka semua medan yang dihasilkan kumparan primer masuk ke dalam kumparan sekunder (**Gambar 6.28b**).

Gambar 6.27 Contoh transformator yang kita jumpai sehari-hari. (a) Transformator pada jaringan listrik PLN, (b) transformator yang banyak dijual di toko komponen elektronik dan sering digunakan untuk membuat adaptor, dan (c) transformator yang terpasang pada rangkaian.

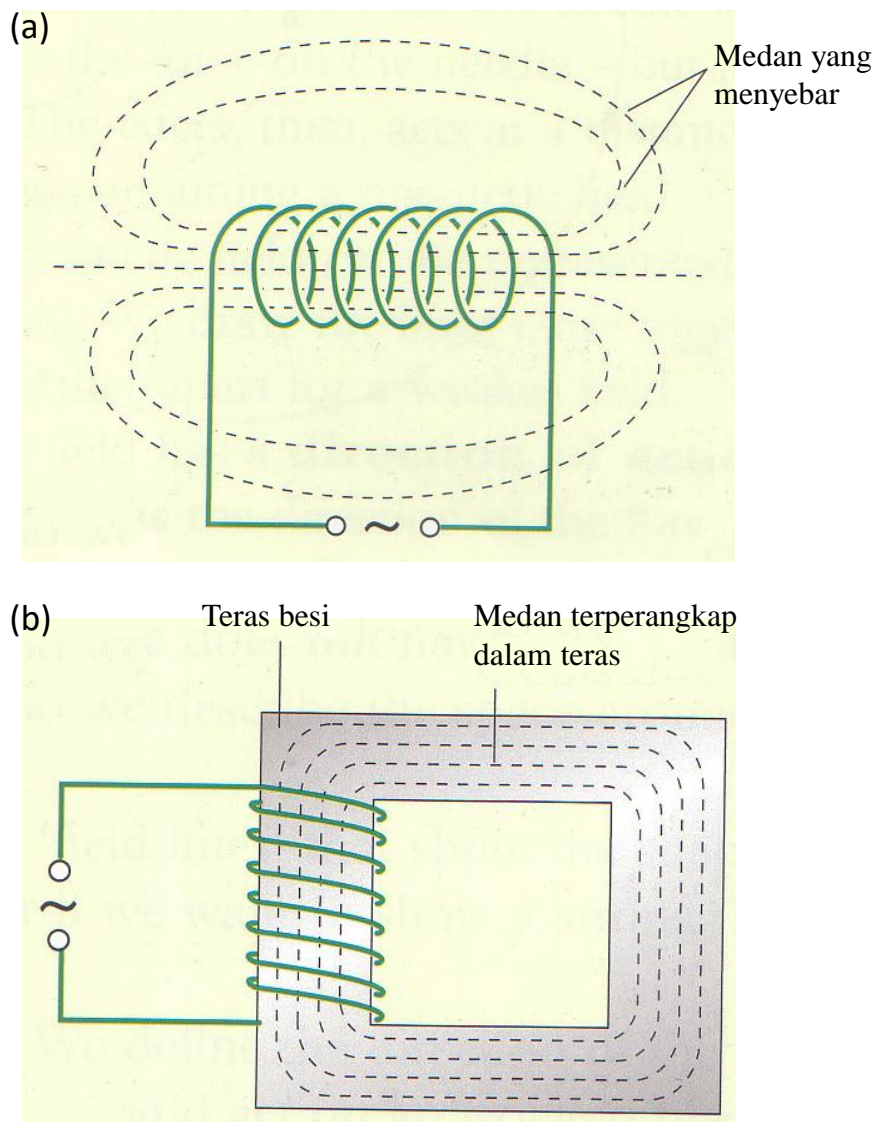
Jika arus masuk ke dalam kumparan primer maka dihasilkan medan magnet. Medan magnet yang dihasilkan kumparan primer diarahkan ke kumparan sekunder. Agar pengarahan tersebutberlangsung efektif maka di dalam rongga trafo umumnya diisi teras besi atau bahan lain yang dapat bersifat magnetik. Dengan penggunaan bahan tersebut maka seolah-olah medan magnet yang dihasilkan kumparan primer mengalir ke dalam bahan tersebut dan seluruhnya mencapai kumparan sekunder. **Gambar 6.29** adalah skema trafo di mana kumparan primer dan sekunder sama-sama melingkupi teras besi yang sama.

Karena semua medan yang dihasilkan kumparan primer dianggap merambat ke kumparan sekunder maka kita peroleh

$$B_s = B_p$$

dengan

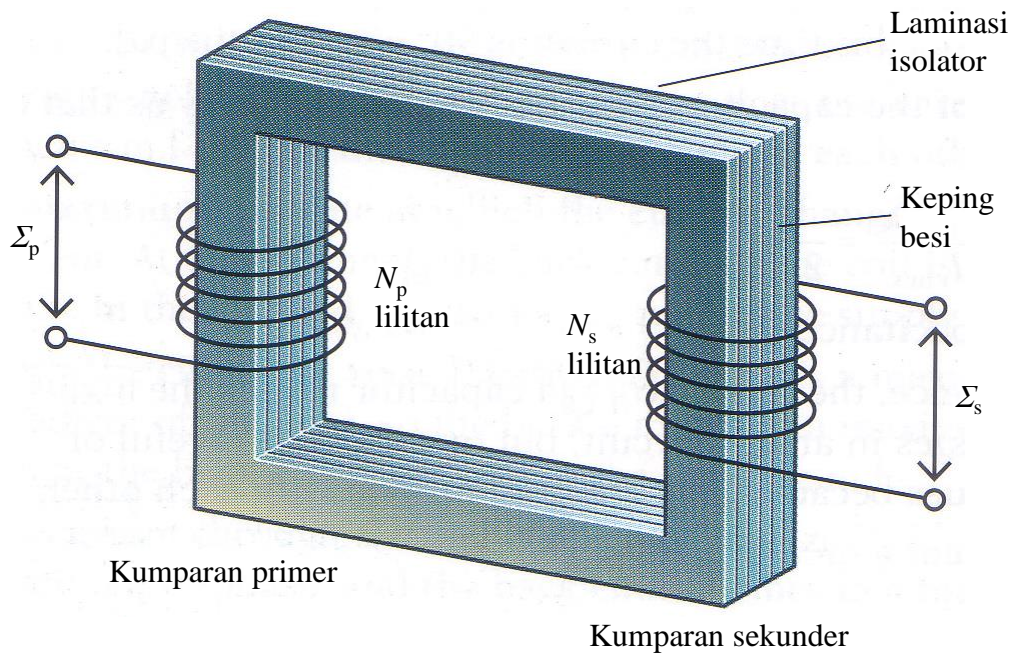
B_s medan magnet yang ada di kumparan sekunder

B_p medan magnet yang ada dalam kumparan primer.

Gambar 6.28 (a) Jika tidak digunakan teras maka medan magnet yang dihasilkan kumparan mehyebar ke luar. (b) medan magnet yang dihasilkan kumparan terperangkap dalam teras jika di dalam rongga kumparan dipasang teras besi.

Dengan asumsi bahwa kumparan primer berperilaku sebagai solenoid ideal maka

$$B_p = \mu\mu_o n_p I_p$$

dengan

μ permeabilitas bahan teras.

Gambar 6.29 Skema trafo. Kumparan primer dan sekunder dililitkan pada teras besi yang sama sehingga medan magnet yang dihasilkan kumparan primer mengalir semua ke kumparan sekunder.

Fluks magnetik pada kumparan primer adalah

$$\phi_p = B_p A_p$$

$$= \mu\mu_o n_p I_p A_p$$

Fluks magnetik pada kumparan sekunder adalah

$$\phi_s = B_s A_s$$

$$= B_p A_s$$

$$= \mu\mu_o n_p I_p A_s$$

Ggl indukasi yang dihasilkan pada kumparan primer adalah

$$\Sigma_p = -N_p \frac{d\phi_p}{dt}$$

$$= -N_p \mu\mu_o n_p A_p \frac{dI_p}{dt}$$

Ggl indukasi yang dihasilkan pada kumparan sekunder adalah

$$\Sigma_s = -N_s \frac{d\phi_s}{dt}$$

$$= -N_s \mu\mu_o n_p A_s \frac{dI_p}{dt}$$

Dengan demikian

$$\frac{\Sigma_s}{\Sigma_p} = \frac{N_s A_s}{N_p A_p}$$

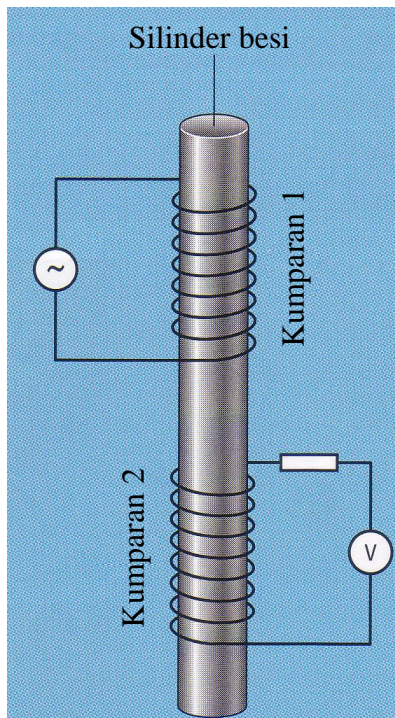
Jika dianggap bahwa luas penampang kumparan primer dan sekunder sama maka diperoleh

$$\frac{\Sigma_s}{\Sigma_p} = \frac{N_s}{N_p} \qquad (6.20)$$

Tampak dari persamaan di (6.20) bahwa

a) Jika $N_s > N_p$ maka tegangan keluaran lebih besar daripada tegangan masukan. Trafo semacam ini disebut trafo step-up
b) Jika $N_s < N_p$ maka tegangan keluaran lebih kecil daripada tegangan masukan. Trafo semacam ini disebut trafo step-down

Contoh 6.11

Pada **Gambar 6.30** kumparan pertama dengan jumlah lilitan N_1 dan panjang ℓ_1 berada di dekat kumparan kedua dengan jumlah lilitan N_2 dan panjang ℓ_2. Jari-jari kedua kumparan sama-sama a. Medan magnet dari kumparan pertama yang menembus kumparan kedua hanya 80%. Jika arus yang mengalir pada kumparan pertama adalah $I = I_o \sin \omega t$, berapa ggl yang dihasilkan pada kumparan kedua?

Gambar 6.30 Dua kumparan yang dililirkan pada silinder besi yang sama.

Jawab

Dengan anggapan kumparan ideal maka medan magnet yang dihasilkan kumparan pertama adalah

$$B_1 = \mu_o n_1 I = \mu_o \frac{N_1}{\ell_1} I$$

Medan magnet yang masuk ke kumparan kedua dalah

$$B_2 = 0{,}8 B_1 = 0{,}8 \mu_o \frac{N_1}{\ell_1} I$$

Fluks magnetik pada kumparan kedua

$$\phi_2 = B_2 A_2 = 0{,}8 \mu_o \frac{N_1}{\ell_1} I(\pi a^2) = 0{,}8 \mu_o \pi a^2 \frac{N_1}{\ell_1} I$$

Ggl induksi pada kumparan kedua

$$\Sigma_2 = -N_2 \frac{d\phi_2}{dt} = -N_2 \times 0{,}8\mu_o \pi a^2 \frac{N_1}{\ell_1} \frac{dI}{dt}$$

Tetapi,

$$\frac{dI}{dt} = \frac{d(I_o \sin \omega t)}{dt} = \omega I_o \cos \omega t$$

sehingga diperoleh

$$\Sigma_2 = -0{,}8 \frac{N_1 N_2 \mu_o \pi a^2 \omega I_o}{\ell_1} \cos \omega t$$

6.11 Daya trafo

Pada transformator arus dimasukkan pada kumparan primer. Hasilnya pada kumparan sekunder diperoleh arus. Karena adanya arus listrik menandakan adanya energi, maka energi yang dimasukkan ke kumparan primer dapat dideteksi pada kumparan sekunder. Dengan demikian, trafo juga berperan sebagai pemindah energi dari kumparan primer ke kumparan sekunder. Dari sifat pemindahan energi ini kita dapat menentukan hubungan antara arus pada kumparan primer dan pada kumparan sekunder. Hubungan ini dapat ditentukan sebagai berikut.

Daya pada kumparan primer adalah

$$P_p = I_p \Sigma_p$$

dengan P_p daya yang masuk ke kumparan primer dan I_p arus pada kumparan primer. Daya pada kumparan sekunder adalah

$$P_s = I_s \Sigma_s$$

dengan P_s daya yang masuk ke kumparan sekunder I_s arus pada kumparan sekunder. Tidak semua daya pada kumparan primer dapat dipindahkan ke kumparan sekunder. Hanya trafo idel yang sanggup memindahkan seluruh daya dari kumparan primer ke kumparan sekunder. Jika η adalah efisiensi trafo maka dipenuhi

$$P_s = \eta P_p$$

atau

$$I_s \Sigma_s = \eta I_p \Sigma_p$$

atau

$$I_s = \eta \frac{\Sigma_p}{\Sigma_s} I_p \qquad (6.21)$$

Dengan memasukkan persamaan (6.20) ke dalam persamaan (6.21) diperoleh

$$I_s = \eta \left(\frac{N_p}{N_s} \right) I_p$$

atau

$$\frac{I_s}{I_p} = \eta \frac{N_p}{N_s} \qquad (6.22)$$

Contoh 6.12

Sebuah trafo step-up mengubah tegangan 25 volt menjadi 250 volt. Jika efisiensi trafo itu 80% dan kumparan sekundernya dihubungkan dengan lampu 250 volt 50 watt, tentukan arus dalam kumparan primer

Jawab

Perbandingan jumlah lilitan sekunder dan primer adalah

$$\frac{N_s}{N_p} = \frac{250}{25} = 10$$

Efisiensi trafo η = 80% = 0,8. Hubungan antara arus pada kumparan sekunder dan primer memenuhi persamaan (7.51). Dari persamaan tersebut kita dapat menulis

$$I_p = \frac{1}{\eta}\frac{N_s}{N_p} I_s = \frac{1}{0,8} \times 10 \times I_s = 12,5 I_s$$

Sebelum menentukan I_p kita tentukan dahulu I_s. Tegangan pada kumparan sekunder adalah 250 V. Tegangan ini melewati sebuah lampu yang tertulis 250 volt 50 watt. Besar hambatan lampu

$$R = \frac{V^2}{P} = \frac{250^2}{50} = 1250 \text{ Ohm}$$

Dengan demikian arus sekunder yang dihasilkan adalah

$$I_s = \frac{250}{1250} = 0,2 \text{ A}$$

dan arus primer yang mengalir adalah

$$I_p = 12,5 I_s = 12,5 \times 0,2 = 2,5 \text{ A}$$

Contoh 6.13

Rata-rata sebesar 120 kW daya listik dikirim ke kota kecil dari suatu pembangkit yang jaraknya 10 km. Jalur kawat transmisi memiliki hambatan total 0,40 Ω. Hitunglah daya yang hilang jika transmisi dilakukan pada tegangan (a) 220 V, dan (b) 24.000 V

Jawab

a) Jika ditrnasmisi pada tegangan 220 V maka arus yang mengalir pada kawat transmisi adalah

$$I = \frac{P}{V} = \frac{120000}{220} = 545 \text{ A}$$

Daya yang hilang pada kabel transmisi adalah

$$P_{hilang} = I^2 R = (545)^2 \times 0,4 = 118810 \text{ Watt}$$

b) Jika dirnasmisi pada tegangan 24 000 V maka arus yang mengalir pada kawat transmisi adalah

$$I = \frac{P}{V} = \frac{120000}{24000} = 5 \text{ A}$$

Daya yang hilang pada kabel transmisi adalah

$$P_{hilang} = I^2 R = 5^2 \times 0{,}4 = 10 \text{ Watt}$$

Berapa Jumlah Lilitan Trafo? Dari persamaan (6.20) tampak bwha perbandingan tegangan sekunder dan primer pada travo semata-mata bergantung pada perbandingan jumlah lilitan. Jika mengikinkan tegangan sekunder dua kali tegangan primer maka jumlah lilitan sekunder dua kali lebih banyak daripafa gulungan primer? Tetapi berapa banyak? Apakah mungkin sekunder sebanyak 10 kali dan primer sebanyak 5 kali? Ataua lilitan sekunder 50 kali dan lilitan primer sebanyak 25 kali? Keduanya menghasilkan perbandingan jumlah lilitan 2:1. Tetapi jika itu yang digunakan apakah trafo bisa operasional? Kalau kita buka lilitan yang ada pada trafo kita akan melihat bahwa jumlah lilitan sangat banyak. Bukan puluhan liliotan, namun ratusan lilitan, atau bahkan ribuan lilitan. Bisa saja untuk menaikkan tegangan menjadi dua kali maka jumlah lilitan primer 500 dan jumlah lilitan sekunder 1000, bukan 5 dan 10. Menmgapa harus sebanyak itu?

Jawabannya adalah tergantung pada daya yang akan dialirkan trafo. Ketika kumparan primer trafor dihubungkan ke tegangan listrik maka muncul arus listrik dalam kumparan tersebut. Besarnya arus listrik bergantung pada tahanan yang dimiliki kumparan. Misalkan tahanan kumparan adalah R maka arus listrik yang mengalir adalah

$$I = \frac{\Sigma_p}{R}$$

Dengan demikian, daya yang dimasukkan dalam kumparan primer adalah

$$P = I\Sigma_P$$

$$= \frac{\Sigma_P^2}{R}$$

Berapakah hambatan kumparan trafo? Hamnatan tersebut bergantung pada hambat jenis kawat yang dugunakan, panjang kawat, dan luas penampang kawat yang memenuhi persamaan

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

Dengan demikian, daya yang dimasukkan ke dalam kumparan primer dikaitkan dengan ukuran kawat kumparan adalah

$$P = \frac{\Sigma_P^2 A}{\rho L}$$

Dari sini kita dapatkan panjang kawat yang digunakan untuk membuat satu kumparan adalah

$$L = \frac{\Sigma_P^2 A}{\rho P}$$

Sebagai ilustrasi, misalkan kita membuat kumparan menggunakan kawat dengan hambat jenis 10-5 Ωm dan jari-jari 1 mm. Trafo tersebut menghasilkan data 100 watt ketika dihubungfkan dengan tegangan PLN 220 volt. Berapa panjang kawat lilitan primer yang digunakan? Luas penampang kawat, $A = \pi r^2 = \pi \times (0{,}001)^2$ = 3,14 × 10^{-6} m^2. Dengan demikian

$$L = \frac{(220)^2 \times 3{,}14 \times 10^{-6}}{10^{-5} \times 100}$$

= 152 meter

Jika ingin menghasilkan tegangan sekunder dua kali lebih

besar maka panjang kawat pada lilitan sekunder sekitar 304 meter. Total panjang kawat yang digunakan untuk membuat trafo sekitar 456 meter!

6.12 Topik Khusus

6.12.1 Pabrik Aluminium

Sejumlah industri menggantungkan operasionalnya pada sumber tanaga listrik. Listrik yang dibutuhkan industri umumnya sangat besar. Sebagai contoh, pabrik pembuatan aluminium yang menggunakan metode elektrolisis cairan aluminium oksida memerlukan arus listrik puluhan ribu ampere. Agar proses ini dapat berlangsung, dibutuhkan tegangan listrik kira-kira 1000 V dan arus listrik hingga 70.000 A. Bagaimana mendapatkan arus yang lusr biasa besar ini? Jawabannya adalah menggunakan transformator.

Misalkan pabrik tersebut mendapat listrik dari jaringan PLN bertegangan 33.000 volt. Untuk mendapatkan tegangan kerja 1.000 volt, maka tegangan dari jaringan tersebut harus diturungakn dengan menggunakan trafo step down. Dengan asumsi efisiensi trafo 100% maka perbandingan jumlah lilitan sekunder dan primenr adalah

$$\frac{N_s}{N_o} = \frac{1000}{33000} = \frac{1}{33}$$

Karena trafo dianggap memiliki efisiensi 100% maka η = 100% = 1. Dengan demikian, perbandingan arus primer dan sekunder adalah

$$\frac{I_p}{I_s} = \frac{N_s}{N_o} = \frac{1}{33}$$

Jika I_s = 70.000 ampere maka besar arus primer adalah

$$I_p = \frac{I_s}{33} = \frac{70000}{33} = 2121 \text{ A}$$

Nilai arus primer ini cukup besar. Tetapi jauh lebih kecil daripada 70.000 ampere yang diperlukan untuk mengelektrolisis aluminium oksida.

Gambar 6.31 (atas) Pabrik aluminium PT Inalum di Kuala Tanjung, Kabupaten Batubara, Sumut (thejakartatimes.com) dan (bawah) PLTA Siguragura yang menyuplai listrik ke pabtik tersebut yang berlokasi di Kabupaten Toba Samosir, Sumut (iesr.or.id)

Di Indonesia terdapat satu pabrik aluminium, yaitu PT Inalum (Indonesia Asahan Aluminium) di Sumatera Utara. Pabrik ini menggunakan hampir semua daya listrik yang dihasilkan PLTA Siguragura dengan daya sekitar 650 MW (**Gambar 6.31**). Dengan daya sebesar itu, setahun PT Inalum dapat meproduksi sekitar 275.000 ton aluminium. Jadi, berapa kira-kita energy yang dibutuhkan untuk menghasilkan 1 ton aluminium?

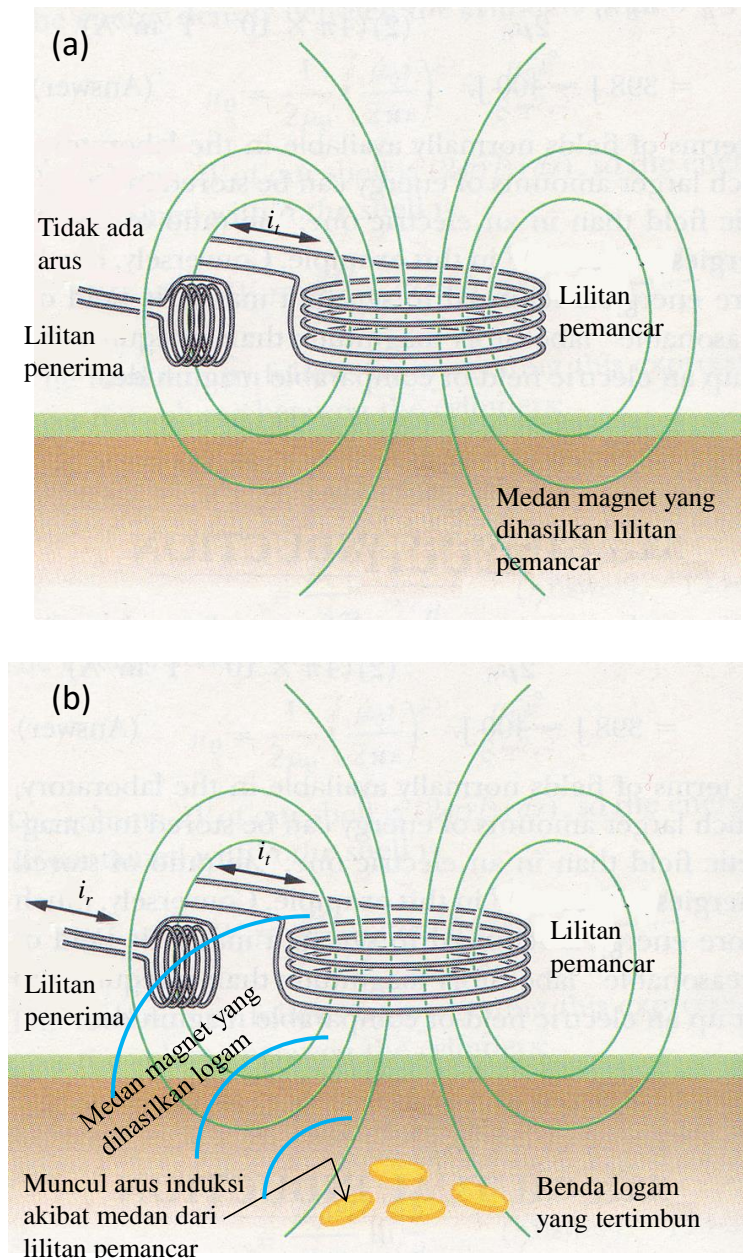
Misalkan 1 tahun pabrik beroretasi selama 335 hari (dengan asumsi

sekitar 1 bulan tidak beroperasi untuk keperlualan pemeriksaan, istrirahat, penggantian komponen). Jadi, lama waktu pabrik beroperasi selama setahun adalah 335 × 24 jam = 8040 jam. Energi listrik yang dikonsumsi selama setahun adalah 650 MW × 8040 jam = 5.226.000 MWh. Dengan demikian, energy yang dibutuhkan untuk menghasilkan satu ton aluminium sekitar 5.226.000 MWh/275.000 ton = 17,5 MWh/ton. Ini adalah energy yang sangat besar. Sebagai ilsutrasi, satu rumat tangga misalnya memasang listrik dengan daya 1.300 Watt = 1,3 kW. Dalam 1 jam energi yang dikonsumsi adalah 1,3 kW × 1 jam = 1,3 kWh. Untuk menghasilkan 1 ton aluminium maka listrik di rumah tersebut harus beroperasi selama 17,4 MWh/1,3 kWh = 17400 kWh/1,3 kWh = 13.384 jam = 558 hari = 1 setengah tahun.

6.12.2 Detektor Logam

Ketika melakukan *check-in* di bandara, petugas bandara sering mengarahkan semacam tongkat ke arah tubuh kita. Apabila kita membawa benda yang terbuat dari logam, langsung terdengar bunyi. Hal yang sama ketika kita check-in di hotel, kita harus melewati pintu khusus. Dan jika kita membawa benda yang mengandung logam, langsung terdengar bunyi. Alat-lat tersebut adalah detektor logam.

Detektor logam sangat vital digunakan di bandara untuk menghindari pembajak yang membawa sejata tajam dan senjata api yang umumnya terbuat dari logam. Bagaimana sih prinsip kerja deteknor logam?

Detektor logam secara prinsip terdiri dari dua buah lilitan yang tegak lurus dan lokasinya berdekatan (**Gambar 6.32**). Arus bolak-balik dialirkan ke lilitan besar sehingga dihasilkan medan magnet yang berubah-ubah terhadap waktu di sekitar lilitan tersebut. Tetapi, karena arah medan magnet yang dihasilkan kumparan besar masuk ke kumparan kecil dalam arah yang sejajar bidang kumparan kecil maka tidak ada fluks magnetik dalam kumparan kecil. Dengan demikian, tidak ada arus yang dihasilkan di kumparan kecil.

Gambar 6.32 Skema detektor logam. Terdapat dua buah lilitan yang diposisikan tegak lurus. Lilitan pemancar dialiri arus bolak-balik sehingga muncul medan magnet. Karena dua lilitan tegak lurus maka medan yang masuk ke lilitan penerima memiliki arah tegak lurus permukaan lilitan tersebut sehingga fluks pada lilitan penerima akibat medan dari lilitan pemancar selalu nol, meskipun medan magnet tersebut berubah-ubah (karena arus bolak balik). (a) Jika benda di sekitar dua lilitan tidak menggangu medan magnet maka fluks magnet pada litan penerima tetap nol berubah sehingga tidak muncul ggl dan tidak ada arus yang muncul di lilitan penerima. (b) Jika sensor tersebut berada di sekitar logam maka medan magnet yang berubah-ubah yang dihasilkan lilitan pemancar menginduksi munculnya arus listrik pada logam. Arus listrik yang dihasilkan juga berubah-ubah terhadap waktu. Arus lsitrik tersebut kemudian menghasilkan medan magnet yang arahnya tidak lagi tegak lurus penampang lilitan penerima. Lilitan penerima akhirnya memiliki fluks yang berubah-ubah terhadap waktu sehingga menghasilkan ggl induksi. Akibatnya muncul arus di lilitan penerima. Arus yang dihasilkan tersebut

yang digunakan untuk mengaktifkan alarm.

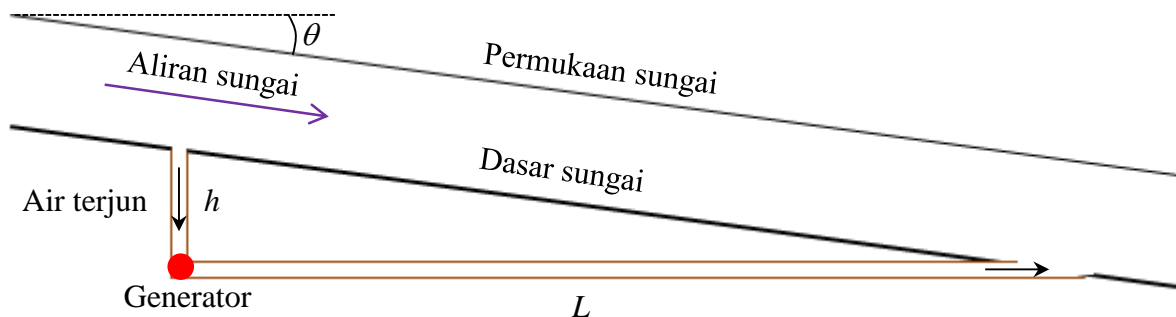
Jika di sekitar tempat itu terdapat logam, maka perubahan medan magnet pada kumparan besar mengimbas munculnya arus pada logam di dekatnya. Arus yang dihasilkan dalam logam menghasilkan medan magnet yang berubah-ubah di sekitarnya. Medan magnet ini ada sebagian yang menembus kumparan kecil dalam arah yang tidak sejajar kumparan kecil. Akibatnya muncul fluks magnetik dalam kumparan kecil yang menyebabkan munculnya arus pada kumparan kecil. Akhirnya, arus yang dihasilkan kumparan kecil dikuatkan dan digunakan untuk membunyikan alarm.

6.12.3 PLTA di Sungat yang Tenang (Landai)

Hampir semua PLTA dibangung di suangai yang melewati gunung atau perbukitan. Hal tesebut disebabkan karena PLTA membutuhkan air dengan beda ketinggian permukaan dangat besar antara dua posisi berdekatan. Ketika sungai melewati bukit atau gunung, maka sungai dapat dibendung membentuk dam dan dari dam tersebut dibuat terowongan menuju ke generator yang dipasang di sisi sebelah dam. Karena perbedaan ketinggian permukaan yang besar maka air yang mengali pada terowongan memiliki kecepatan sangat tinggi saat mencapai generator. Energi yang dimiliki sangat besar sehingga energy yang diserahkan ke generator juga sangat besar. Akibatnya, listrik yang dihasilkan sangat besar.

Indonesia mememiliki beberapa PLTA yang memanfaatkan sungai yang melewati lokasi perbukitan. Salah satu yang terkenal adalah sungai Citarum di Jawa Barat. Di sungai ini telah dibangun tiga PLTA besar yang menyuplai listrik pada jaringan transmisi pulau Jawa-Bali, yaitu PLTA Saguling, PLTA Cirata, dan PLTA Jatiluhur. Permasalahan yang dihadapi Indonesia adalah tidak banyak sungai yang memungkinan pembangunan PLTA karena tidak melewati perbukitan. Indonesia memiliki banyak sungai besar di pulau Sumatera dan Kalimantan, namun aliran air sangat tenang. Kita memiliki sungai Musi, Batangahari, dan Siak di pulau Sumatera serta sungai Kapuas, Barito, Kahayang di pulau Kalimantan. Sungai-sungai tersebut sangat besar, namun sungai-sungai tersebut sangat tenang dan hamper tidak mungkin membuat PLTA. Adakalah cara lain membangun PLTA pada sungai yang landau? Ini adalah tantangan yang sangat menarik. Jika hal ini dapat direalisasikan maka kita dapat mengatasi persoalan

kekurangan energy listrik di Indonesia, khususnya di pulau Sumatera dan Kalimantan yang memiliki banyak sungai besar.

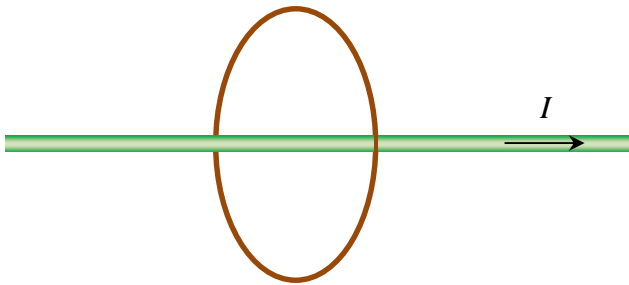
Saya memiliki ide sederhana untuk membuat PLTA di sungai yang tenang. Mungkin ide ini sulit direalisasikan saat ini. Namun, mungkin dalam beberapa puluh tahun ke depan, ada teknologi yang memungkinkan cara tersebut dapat direalisasikan dengan biaya yang ekonomis. Caranya adalah membuat terowongan di dasar sungai. **Gambar 6.33** adalah ilustrasi singkat ide tersebut. Caranya adalah menggali terowongan arah vertikal di suatu lokasi di sekitar tepi sungai hingga kedalaman beberapa puluh meter dan melanjutkan dengan terowongan arah horizontal menuhu kea rah hulu sungai hingga keluar gai di dasar sungai sebelah hulu. Terowongan arah horizontal memang cukup panjang. Di dasar terowongan vertikal diletakkan generator. Air jatuh melalui terowongan vertikal dan memutar generator. Kemudian air yang telah memutar generator mengalir melalui terowongan horizontal dan keluar di ujung terowongan kea rah hulu. Ebnergi air yang digunakan untuk memurat generator bergantung pada ukuran terowongan dan kedalaman terowongan.

Gambar 6.33 Ide pembuatan pembangkit listrik tenaga air di sungai yang landai. Bagian utama yang dibuat adalah terowongan vertikal dan terowongan horizontal. Generator ditempatkan di dasar terowongan vertikal.

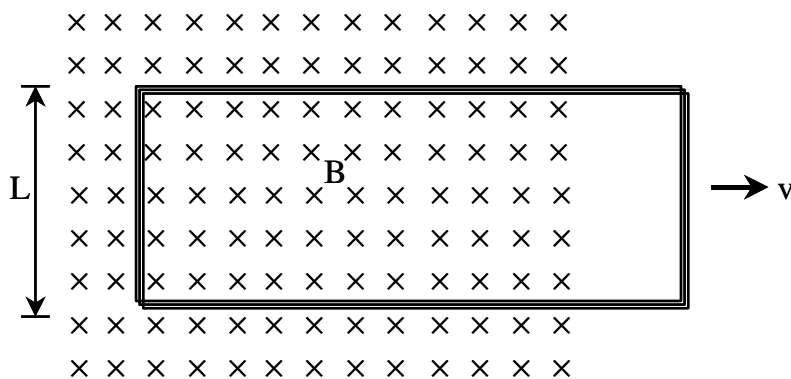
Misalkan sungai tersebut memiliki sudut landai θ di mana sudut tersebut sangat kecil. Misalkan kedalaman terowongan vertikal adalah h. Dengan menggunapan persamaan segitiga standar maka panjang terowongan bagian horizontal adalah

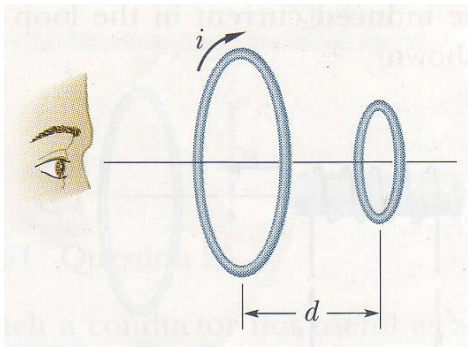
$$L = \frac{h}{\tan\theta}$$

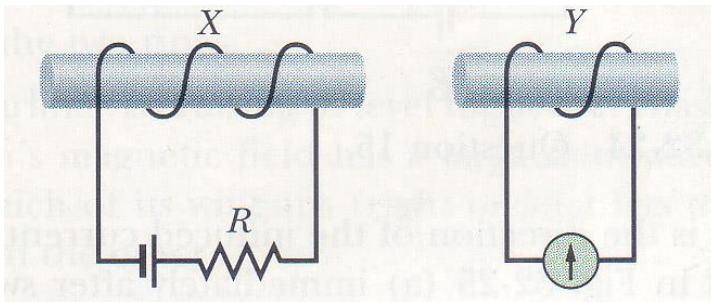
Sebagai conoth, kita misalkan tinggi ait terjun (tinggi terowongan vertikal) adalah 75 meter dan sudut kemiringan permukaan air sungai adalah 1^o maka panjang terowongan bagian vertikal adalah L = 75/tan 1^o = 4,3 km.

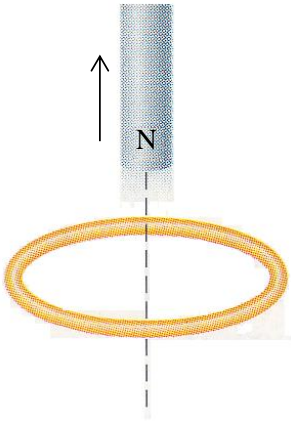
Soal-Soal

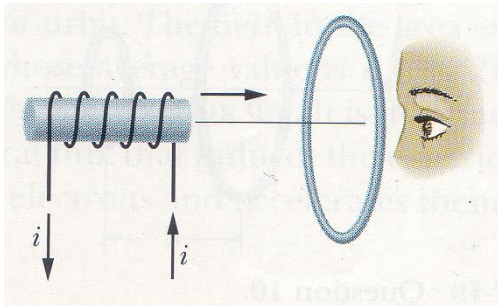
Gambar 6.34 memperlihatkan sebuah kawat lurus panjang yang dilairi arus *I*. Sebuah cincin ditempatkan secara konsentris di sekitar kawat tersebut. Jika arus berubah terhadap waktu, berapa ggl yang dihasilkan pada kumparan?

Gambar 6.34 Gambar untuk soal ***

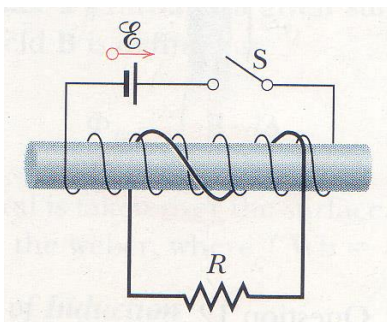
Anggap loop pada **Gambar 6.35** terbuat dari tembaga mengandung 85 lilitan. Misalkan L = 13 cm, B = 1,5 T, R = 6,2 Ω, dan v = 18 cm/s. a) Berapa ggl induksi yang muncul pada kumparan? b) berapa arus induksi? c) Berapa gaya yang kamu lakukan pada koil agar tetap bergerak ke kanan? d) Berapa daya yang dikeluarkan untuk menggerakkan loop?

Gambar 6.35 Gambar untuk soal ***

Dua cincin konduktor diletakkan koaksial pada jarak d (**Gambar 6.36**). Seorang pengamat melihat ke dua cincin tersebut melalui sumbunya dari sisi kiri cincin besar. Tiba-tiba arus dalam arah sesuai dengan putaran jarum jam muncul pada cincin pertama. (a) ke mana arah arus induksi pada cincin kedua? (b) ke mana arah gaya pada cincin kecil andaikata gaya tersebut ada?

Gambar 6.36 Gambar untuk soal ***

Ke mana arah arus induksi pada kumparan Y dalam **Gambar 6.37** jika (a) kumparan Y digerakkan mendekati kumparan X, (b) arus pada kumparan X dikecilkan dengan tetap mempertahankan jarak antara dua kumparan

Gambar 6.37 Gambar untuk soal **

Kutub utara suatu magnet ditarik menjauhi sebuah cincin tembaga seperti pada **Gambar 6.38**. Ke manakah arah arus induksi yang mengalir dalam cincin?

Gambar 6.38 Gambar untuk soal ***

Sebuah solenoid pendek yang sedang dialiri arus searah bergerak mendekati sebuah cincin tembaga seperti pada **Gambar 6.39.** Ke mana arah arus induksi pada cincin tembaga menurut pengamat?

Gambar 6.39 Gambar untuk soal **

Ke mana arah arus induksi pada hambatan R dalam **Gambar 6.40** (a) tepat setelah saklar S ditutup, (b) beberapa saat setelah saklar R ditutup, dan (c) tepat setelah saklar S dibuka kembali

Gambar 6.40 gambar untuk soal ***

Sebuah loop kawat dengan diameter 9,2 cm mula-mula diorentasi tegak lurus medan magnet 1,5 T. Loop tersebut kemudian dirotasi sehingga sejajar dengan medan magnet dalam waktu 0,20 s. Berapakah emf rata-rata yang diinduksi dalam loop tersebut?

Medan magnet yang tegak lurus pada loop berbentuk lingkaran dengan diameter 13,2 cm berkurang secara teratur dari 0,750 T menjadi nol. Jika diameter kawat adalah 2,25 mm, berapa jumlah muatan yang mengalir pada loop selama perubahan medan tersebut? Hambat jenis kawat tembaga adalah $1,68 \times 10^{-8}$ Ω m.

Sebuah generator mobil dalam keadaan idle berotasi dengan kecepatan 1000-rpm dan menghasilkan tegangan 12,4 V. Berapa tegangan yang dihasilkan jika generator berputar dengan kecepatan sudut 2500-rpm?

Jika arus di dalam kumparan 120 mH berubah dari 25,0 A menjasi 10,0 A dalam waktu 350 ms, ke mana arah arus induksi yang dihasilkan dan berapa besar ggl induksi yang dihasilkan

Berapa induktansi sebuah kumparan jika kumparan tersebut menghasilkan ggl 8,50 volt jika arus berubah dari –28,0 mA menjadi +31,0 mA dalam waktu 42,0 ms?

Sebuah kumparan memiliki hambatan 2,25 Ω dan induktansi 400 mH. Jika arus 3,0 A mengalir dalam kumparan tersebut dan sedang bertambah nilainya dengan laju 3,5 A/s, berapa beda potensial antara dua ujung kumparan pada saat ini?

Pada suatu saat arus yang mengalir melalui induktor adalah 50,0 mA. Arus tersebut dedang mengalami pertambahan dengan laju 100 mA/s. Berapa energi mula-mula yang tersimpan dalam induktor jika induktansinya adalah 60,0 mH? Berapa lama waktu yang diperlukan agar energi meningkat sepuluh kali nilai awal?

Sebuah koil lingkaran memiliki jari-jari 10,0 cm dan mengandung 30 lilitan. Sebuah medan magnet eksternal dikenakan tegak lurus penampang koil sebesar 2,60 mT. (a) Jika tidak ada arus yang mengalir pada koil, berapakah

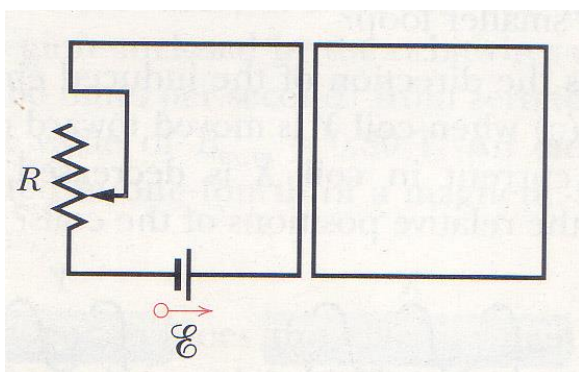
fluks magnetik yang dilingkupi koil? (b) Jika arus 3,80 A dialirkan pada koil dalam arah tertentu, fluks total yang dilingkupi koil nol. Berapakah induktansi koil?

Sebuah solenoid terdiri dari lilitan kawat tembaga (diameter 2,5 mm). Diameter solenoid adalah 4,0 cm dan panjangnya 2,0 m.
a) Berapa jumlah lilitan solenoid tersebut?
b) Berapa induktansi per meter solenoid tersebut? Anggap lilitan yang berdekatan bersentuhan dan hanya dipisahkan oleh bagian tipis isolator.

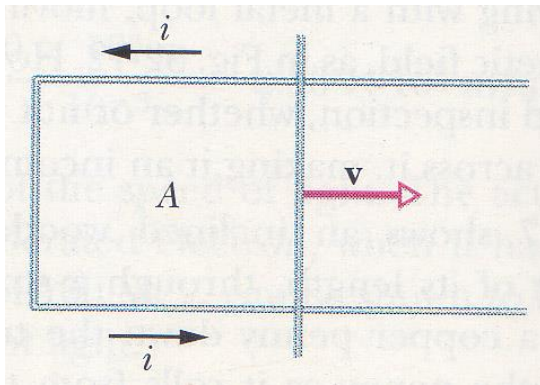
Energi medan magnet yang tersimpan di dalam suatu induktor adalah 25,0 mJ jika dialiri arus 60,0 mA. A) Hitunglah induktansi. B) Berapa arue yang mengalir agar energi yang tersimpan menjadi empat kali lebih besar?

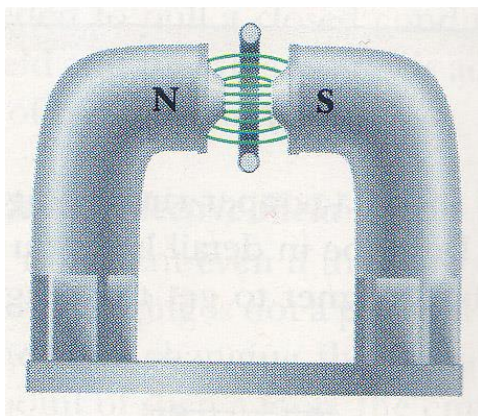
Dapatkah sebuah partikel bermuatan yang berada dalam keadaan diam dijadikan bergerak dengan menggunakan medan magnet? Berikan alasan jika dapr dan berikan pula alsan jika tidak dapat.

Jika sebuah magnet batang bergerak dalam rongga solenoid yang sangat panjang, apakah dihasilkan ggl induksi pada solenoid? Jelaskan jawabanmu.

Hambatan R pada loop sebelah kiri seperti pada **Gambar 6.41** diperbesar. Ke mana arah arus induksi pada look sebelah kanan?

Gambar 6.41 Gambar untuk soal ***

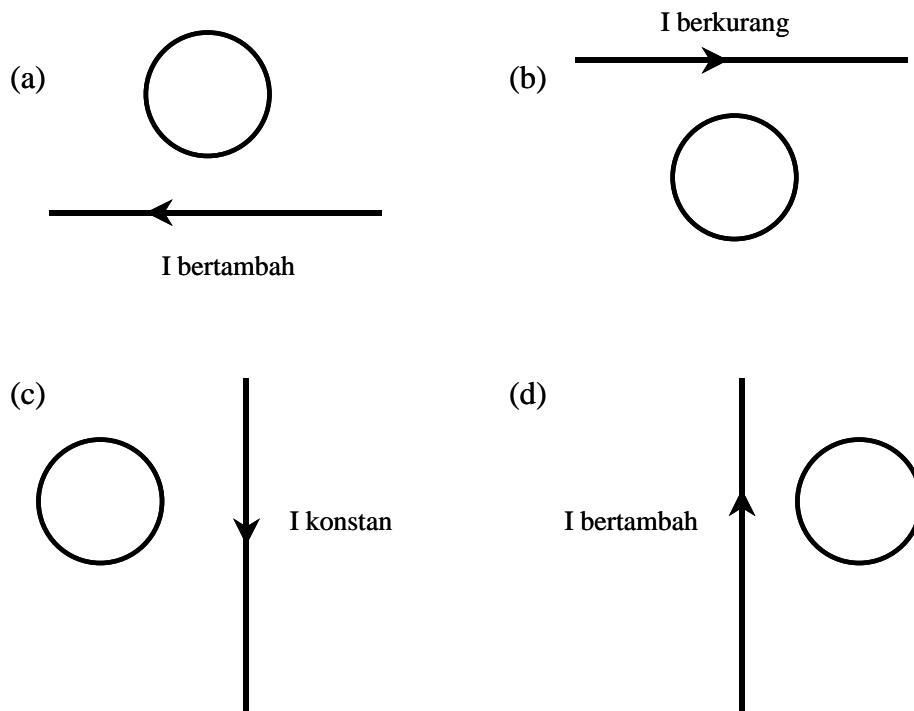
Pada **Gambar 6.42**, batang digerakkan ke kanan dengan kecepatan konstan v. Arus induksi muncul dalam loop dalam arah seperti pada gambar.

Ke manakah arah medan magnet di daerah A?

Gambar 6.42 Gambar untuk soal ***

Loop konduktor pada **Gambar 6.43** ditarik keluar dari medan magnet permanen secara vertikal. (a) Ke manakah arah arus induksi dalam loop? (b) apakah gaya diperlukan untuk menarik loop tersebut?

Gambar 6.43 Gambar untuk soal ***

Sebuah loop berbentuk lingkaran memiliki jari-jari 16 cm. Loop tersebut ditarik keluar dari medan magnet sebesar 1,10 T selama 0,15 s. Berapa ggl induksi rata-rata yang dihasilkan?

Sebuah kawat loop berbentuk lingkaran dengan jari-jari 7,2 cm diletakkan tegak lurus medan magnet yang besarnya 0,63 T dan berarah ke atas. Selama selang waktu 0,15 s berikutnya, medan magnet tersebut sudah berubah arah menjadi ke bawah dan besarnya 0,25 T. Berapa ggl yang dihasilkan dalam loop?

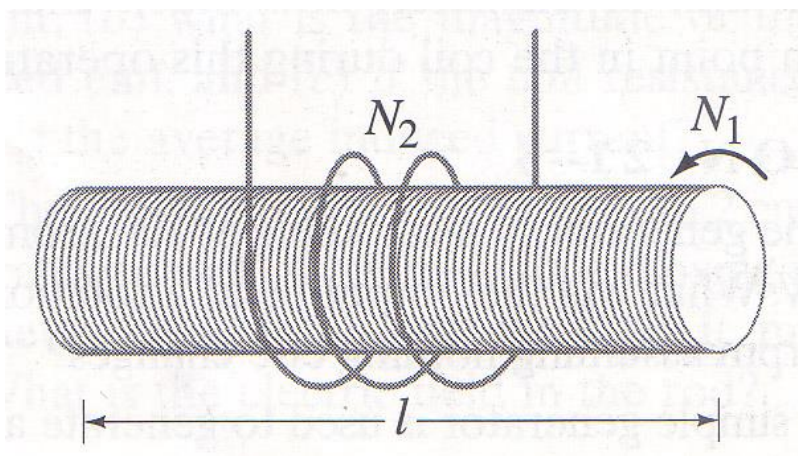
Ke manakah arah arus induksi yang dihasilkan pada masing-masing loop lingkaran pada **Gambar 6.44**?

Gambar 6.44 Gambar untuk soal ***

Medan magnet yang tegak lurus loop lingkaran yang berjari-jari 20 cm berubah dari +0,52 T menjadi –0,52 T dalam waktu 180 ms. Tanda + menyatakan medan yang menjauhi pengamata dan tanda – menyatakan medan yang mengarah ke pengamat. (a) berapa tegangan induksi yang dihasilkan? (b) ke mana arah arus induksi yang dihasilkan?

Sebuah loop lingkaran yang berada pada bidang kertas ditembusi medan magnet sebesar 0,75 T yang berarah dari depan ke belakang kertas. Jika diameter loop berubah dari 20,0 cm menjadi 6,0 cm dalam waktu 0,5 s, (a) ke mana arah arus induksi yang dihasilkan, dan (b) berapa ggl induksi yang dihasilkan?

Sebuah generator sederhana memiliki loop berbentuk persegi yang terdiri dari 720 lilitan. Panjang sisi lilitan adalah 21,0 cm. Berapa kecepatan sudut rotasi generator tersebut agar dihasilkan tegangan puncak 120 V jika kuat medan magnet dalam generator adalah 0,650 T?

Sebuah solenoid panjang memiliki jari-jari 25 mm dan mengandung 100 lilitan per cm. Kawat loop tunggal dengan jari-jari 5,0 cm ditempatkan di keliling solenoid sehingga sumbu loop dan sumbu solenoid berimpit. Arus dalam solenoid diperkecil dari 1,0 A menjadi 0,5 A dalam waktu 10 ms. Berapa ggl induksi yang muncul pada loop?

Sebuah solenoid kecil memiliki panjang ℓ, luas penampang A dan jumlah lilitan N_1. Di keliling solenoid tersebut dililitkan kawat lain sejumlah N2 lilitan (lihat **Gambar 6.45**). Anggap semua fluks dari solenoid kecil masuk ke kumparan besar. Tentukan induktansi bersama.

Gambar 6.45 Gambar untuk soal ***

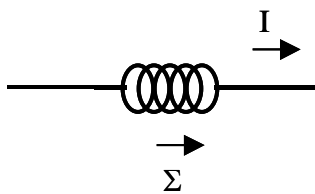
Kawat yang terlilit secara kuat dalam sebuah solenoid dilepas untuk membuat solenoid lain dengan diameter da kali lebih besar daripada solenoid semula. Dengan factor berapakah induktansi berubah?

Anggap bahwa rata-rata kuat medan magnet di permukaan bumi adalah $0,50 \times 10^{-4}$ T. Perkirakan jumlah total energi magnetik yang tersimpan di daerah sekitar permukaan bumi hingga ketebalan 10 km.

Berapa induktansi L sebuah kumparan yang panjangnya 0,6 m dan diameter 2,9 cm dan mengandung 10 000 lilitan jika rongga kumparan tersebut adalah udara?

Berapa jumlah lilitan kawat yang diperlukan untuk menhasilkan induktansi 100 mH jika panjang lilitan tersebut adalah 30,0 cm, diameternya 5,3 cm dan rongganya berisi udara.

Sebuah kumparan berbentuk silinder memiliki 3000 lilitan. Panjang kumparan terebut adalah 28,2 cm dan diameternya 2,5 cm. Berapa induktansi dirinya? Berapa lilitan yang diperlukan untuk menghasilkan induktansi yang sama jika di dalam rongganya dimasukkan teras besi. Anggap permeabilitas teras besi adalah 1000 kali permeabilitas udara.

Pada suatu saat arus dan emf di dalam sebuah induktor ditunjukkan oleh **Gambar 6.46.**

Gambar 6.46 gambar untuk soal ***

a) Apakah arus sedang bertambah atau berkuran?
b) Jika emf adalah 17 V dan laju perubahan arus adalah 25 A/s, berapakah induktansi?

Sebuah solenoid panjang memiliki 100 lilitan/cm dan jari-jari 1,6 cm. Anggap medan magnet yang dihasilkan sejajar sumbu solenoid.
a) Berapa induktansi per satuan panjang?
b) Jika arus berubah dengan laju 13 A/s, berapa ggl indukasi yang dihasilkan?

Sebuah induktor yang dililit rapat menghasilkan emf 3,0 mV ketika arus berubah dengan laju 5,0 A/s. Arus tetap 8,0 A yang mengalir pada induktor tersebut menghasilkan fluks 40 μWb pada tiap lilitan.
a) Berapa induktansi induktor tersebut?
b) Berapa jumlah lilitan induktor tersebut?

Sebuah toroid 90,0 mH melingkupi volum 0,0200 m^3. Jika kerapatan energi rata-rata dalam toroid adalah 70,0 J/m3, berapa arus yang mengalir pada toroid tersebut?

Berapakah kuat medan listrik agar kerapatan energi listrik sama dengan

kerapan energi magnetik yang kuat medannya 0,50 T?

Kuat medan magnet dalam ruang antar galaksi sekitar 10^{-10} T. Berapa energi yang tersimpan dalam ruang berbentuk kubus dengan panjang sisi 10 tahun cahaya?

Sebuah loop lingkaran dengan jari-jari 50 mm dilairi arus 100 A. a) Cari medan magnet di pusat loop. B) Hitung kerapatan energi di pusat loop.

Sebuah trafo dengan efisiensi 90% memiliki 500 lilitan primer dan 10 lilitan sekunder. A) Jika tegangan pada lilitan primer 120 V berapa tegangan pada lilitan sekunder? B) Jika lilitan sekunder dihubungkan dengan hambatan 15 Ω, berapa arus pada lilitan sekunder dan lilitan primer?

Sebuah solenoid yang panjangnya 85,0 cm memiliki luas penampang 17,0 cm2. Pada solenoid tersebut ada 950 lilitan yang dialiri arus 6,60 A. a) Hitunglah kerapatan energi magnetik dalam solenoid. B) Cari energi total yang tersimpan dalam solenoid

Sebuah generator memberikan tegangan 100 V ke lilitan primer sebuah transformator. Jumlah lilitan primer transformator adalah 50 dan jumlah lilitan sekunder adalah 500. Berapa tegangan keluaran pada lilitan sekunder?

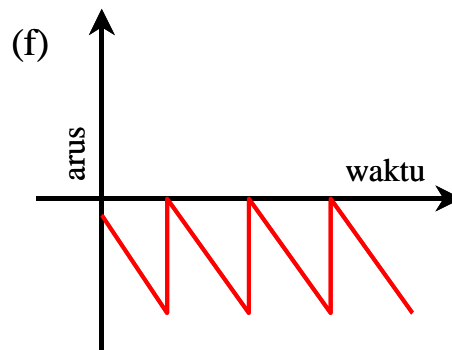
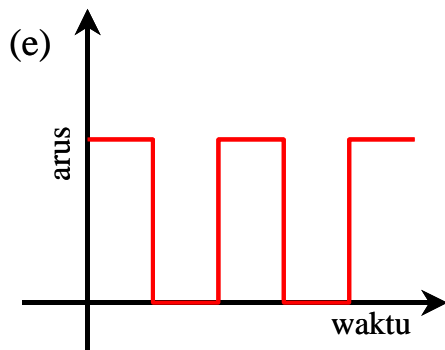
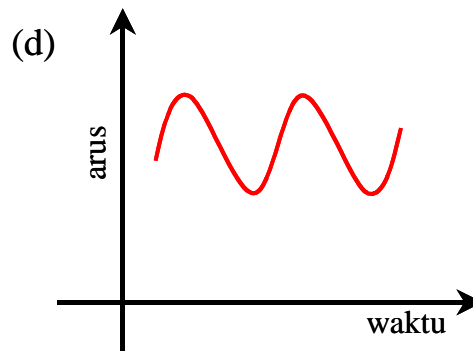
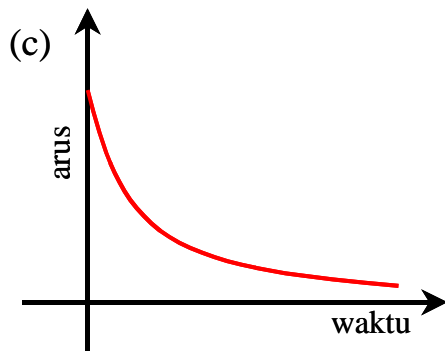
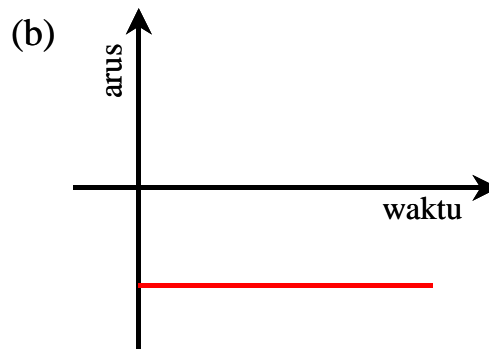
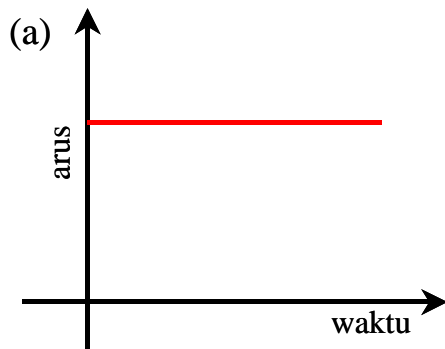
Bab 7
ARUS BOLAK-BALIK

Kita sudah belajar banyak tentang arus searah maupun rangkaian arus searah pada Bab 3. Sesuai dengan namanya, arus searah adalah arus yang arahnya selalu sama setiap saat. Besarnya arus bisa berubah-ubah tetapi arahnya selalu sama; misalnya tetap dari kiri ke kanan. Kalau kita plot dalam grafik arus terhadap waktu, di mana arus adalah sumbu vertical dan waktu adalah sumbu horizontal, maka grafik arus searah bisa berbentuk seperti pada **Gambar 7. 1**.

Kita melihat dari **Gambar 7.1** bahwa

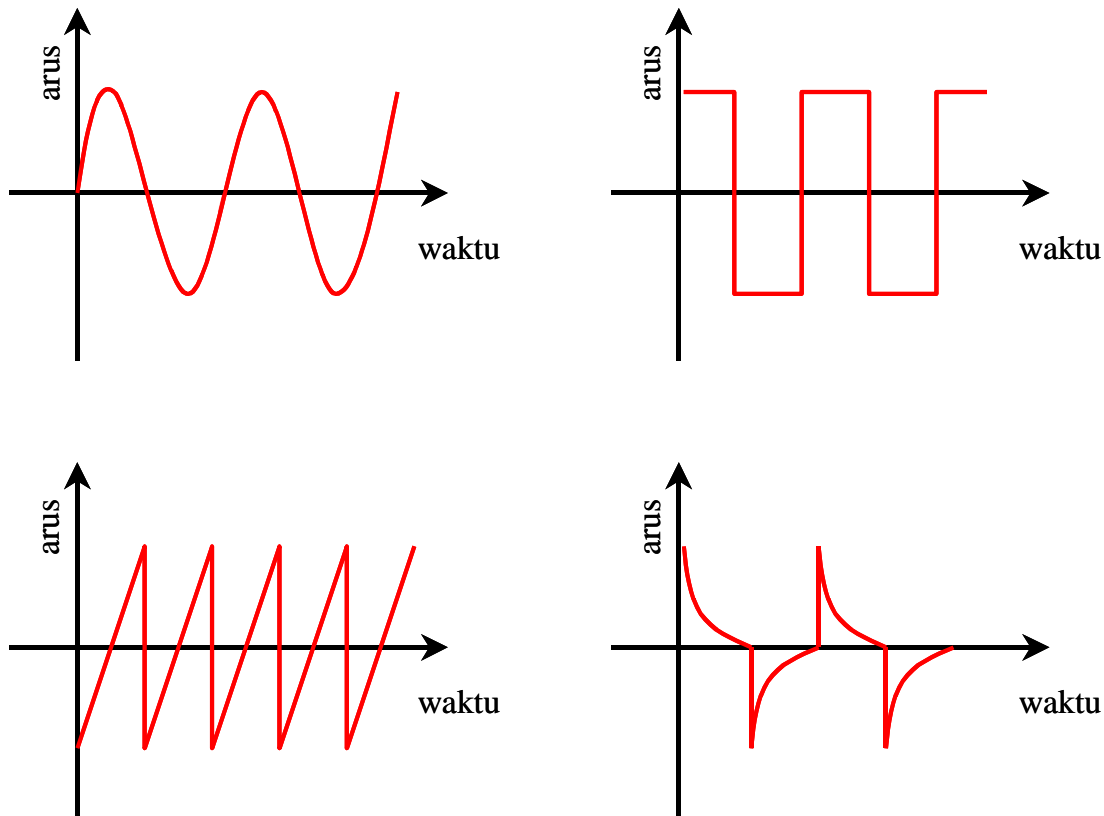
i. Pada grafik (a) kita dapatkan arus searah yang besarnya selalu konstan dan bertanda positif
ii. Pada grafik (b) kita dapatkan arus searah yang besarnya selalu konstan dan bertanda negatif
iii. Pada grafik (c) kita dapatkan arus searah yang nilainya makin lama makin mengecil. Arus semacam ini sering disebut arus transien.
iv. Pada grafik (d) kita dapatkan arus searah yang besarnya berubah-ubah mengikuti pola sinusoidal. Walaupun arus berubah mengikuti pola sinusoidal, tetapi karena nilai arus selalu positif maka arus tersebut termasuk arus searah.
v. Pada grafik (e) arus selalu memiliki arah yang sama dan nilainya berubah-ubah mengikuti pola persegi.
vi. Pada gambar (f) arus selalu memiliki arah yang sama (negatif) dan nilainya berubah-ubah mengikuti pola segitiga.

Arus searah yang kita bahas di bab sebelumnya dibatasi pada arus searah yang besarnya tetap seperti yang ditunjukkan oleh gambar (a) atau

(b).

Gambar 7.1 Contoh grafik arus searah. Semua kurva selalu berada di atas atau di bawah sumbu datar

7.1 Arus bolak-balik

Arus bolak-balik adalah arus yang arahnya berubah-ubah secara bergantian. Pada suatu saat arah arus ke kanan, kemudian berubah menjadi ke kiri, kemudian ke kanan, ke kiri, dan seterusnya. Kalau digambarkan dalam bentuk kurva, maka contoh kurva arus bolak-balik

ditunjukkan dalam **Gambar 7.2**

Gambar 7.2 Contoh grafik arus bolak-balik. Ada saat arus bernili positif da nada saat bernilai negative. Bentuk kurva arus terhadap waktu bisa bermacam-macam. Namun yang pling sederhana dan paling mudah dianalisis adalah bentuk sinusoidal seperti ditunjukkan pada gambar (a). Arus bentuk sinusoidal diungkapkan oleh fungsi sinus atau kosinus saja.

Kita amati dari **Gambar 7.22** bahwa

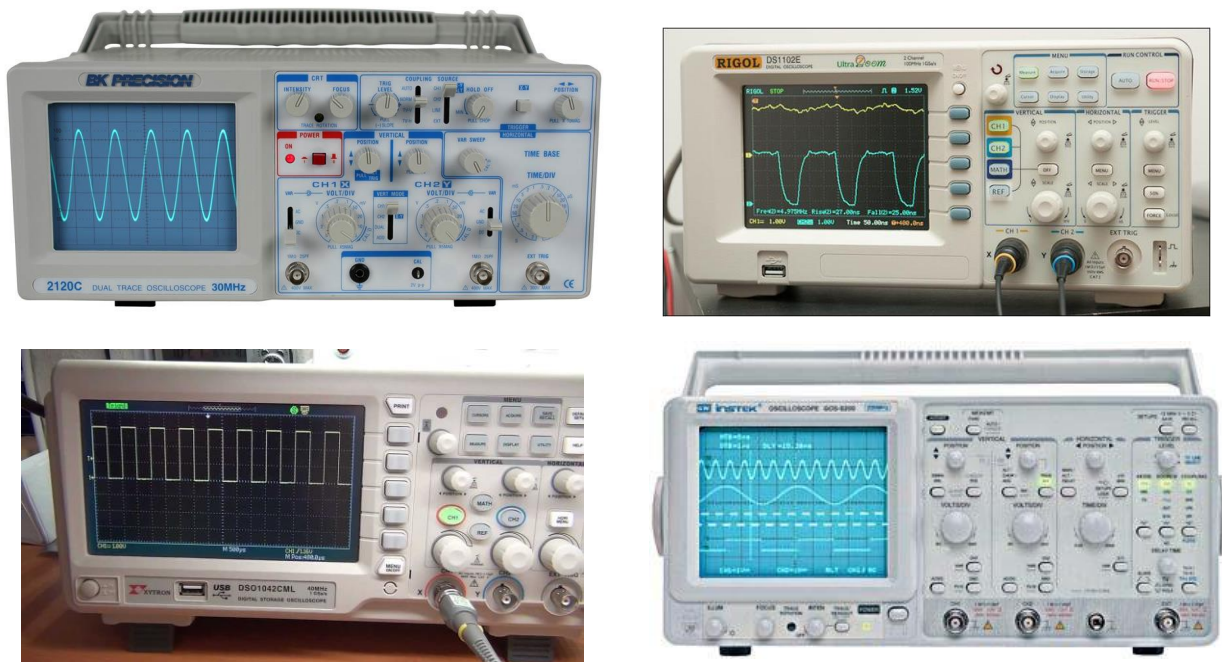
i. Pada grafik (a) kita dapatkan arus bolak-balik yang berubah secara sinusoidal. Setengah periode arus bergerak dalam satu arah dan setengah periode lainnya arus bergerak dalam arah sebaliknya.

ii. Pada grafik (b) kita amati arus bolak-balik yang berubah secara persegi. Dalam setengah periode arus bergerak dalam satu arah dan setengah periode lainnya arus bergerak dalam arah sebaliknya.

iii. Pada grafik (c) kita amati arus bolak-balik yang berubah dengan pola segitiga.

iv. Pada grafik (d) kita amati arus bolak-balik yang berubah secara transien.

Pada bab ini kita akan pelajari arus bolak-balik dan efek yang dihasilkan ketika melewati komponen-komponen listrik. Arus bolak-balik adalah arus yang tandanya bergantian positif dan negative atau arahnya selalu bergantian. Osilasi arus bolak-balik sulit diamati dengan amperemeter atau voltmeter, khususnya

arus bolak-balik yang memiliki frekuensi tinggi. Karena arahnya berubah secara periodeik maka jarum atau angka yang ditunjukkan oleh alat tersebut berosilasi terus menerus secara cepat. Jika frekuensi cukup besar maka mata tidak sanggup mengikuti perubahan. Mata seolah-olah melihat jarum tidak bergerak atau angka yang ditunjukkan nol.

Gambar 7.3 contoh tampilan tegangan pada layar osiloskop. Sumbu datar adalah waktu dan sumbu tegak adalah tegangan (B&K Precision, youtube.com, geoffg.net, and www.kvc.com.my)

Untuk melihat osilasi arus bolak-balik kita dapat menggunaakn osiloskop. Osiloskop dapat menampilkan gambar tegangan yang berosilasi hingga frekuensi beberapa megahertz. Pola tersebut tampak diam di layar osilosikop. Dengan adanya gambar tersebut maka kita dapat menentukan frekuensi tegangan maupun amplitudonya. **Gambar 7.3** adalah contoh pola yang ditampilkan di layar osiloskop.

7.2 Arus bolak-balik sinusoidal

Seperti dijelaskan di atas bahwa bentuk arus bolak-balik yang paling sederhana adalah arus *sinusoidal*. Arus yang dihasilkan pembangkit listrik tenaga air, batu bara, angin, nuklir merupakan arus bolak-balik sinusoidal. Arus yang dihasilkan oleh turbin pasti arus bolak-balik sinusional. Pembangkit listrik tenaga air, batu bara, angin, nuklir

menggunakan turbin yang memutar kumparan dalam medan magnet tetap. Kebergantungan arus dan tegangan terhadap waktu dapat dinyatakan oleh fungsi kosinus berikut ini

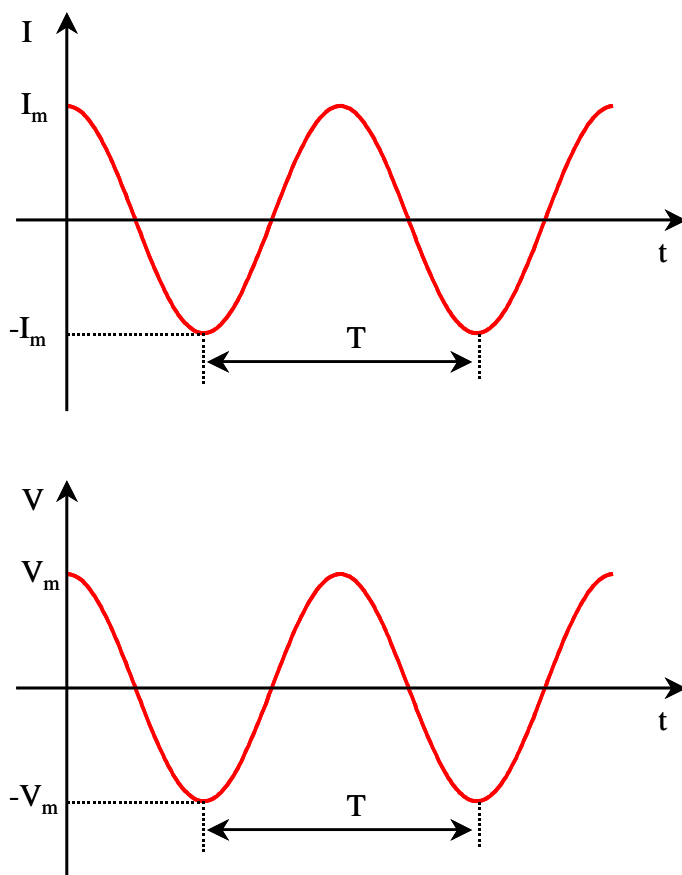
$$I = I_m \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \vartheta_o\right) \quad (7.1)$$

dengan

I_m adalah arus maksimum (amplitudo arus),

T periode arus,

t waktu, dan

φ_o fase mula-mula (saat t = 0).

Gambar 7.4 Contoh kurva tegangan dan arus bolak-balik

Jika arus tersebut melewati sebuah hambatan, maka tegangan antara dua ujung hambatan mmenuhi hukum Ohm

$$V = RI$$

$$= R \times \left[I_m \cos\left(\frac{2\pi}{T} t + \vartheta_o \right) \right]$$

$$= V_m \cos\left(\frac{2\pi}{T} t + \vartheta_o \right) \quad (7.2)$$

dengan $V_m = RI_m$ adalah amplitudo tegangan. **Gambar 7.4** adalah contoh kurva tegangan maupun arus terhadap waktu

Tegangan yang mengalir pada jaringan listrik PLN merupakan tegangan bolak-balik sinusoidal. Tegangan sinusoidal merupakan tegangan yang paling mudah dihasilkan. Dengan memutar lilitan dalam medan magnet dengan kecepatan sudut konstan maka dihasilkan tegangan sinusoidal. Kebanyakan pembangkit listrik PLN dihasilkan dengan memutar kumparan dalam medan magnet atau memutar magnet di dalam kumparan sehingga dihasilkan tegangan sinusoidal.

7.3 Tegangan rata-rata

Ada sejumlah alat ukur yang dirancang yang hanya dapat mengukur nilai rata-rata suatu besaran. Jika ada alat ukur tegangan rata-rata, berapa tegangan rata-rata yang dihasilkan arus bolak-balik? Berapa juga arus rata-ratanya? Kita dapat mencarinya sebagai berikut.

Tegangan rata-rata didefinisikan sebagai berikut

$$\langle V \rangle = \lim_{\tau \to \infty} \frac{1}{\tau} \int_0^\tau V dt$$

Integral di atas dilakukan terhadap waktu dan perata-rataan dilakukan pada selang waktu τ menuju tak berhingga. Untuk fungsi sinusoidal atau fungsi periodic secara umum, perata-rataan di atas menghasilkan nilai yang sama dengan perata-rataan selama satu periode saja. Jadi, tegangan rata-rata dapat ditulis dalam bentuk

$$\langle V \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T V dt \quad (7.3)$$

Dengan menggunakan V pada persamaan (7.2) maka didapat

$$\langle V\rangle = \frac{1}{T}\int_0^T V_m \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \vartheta_o\right)dt$$

$$= \frac{V_m}{T}\left[\frac{T}{2\pi}\sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \vartheta_o\right)\right]_0^T$$

$$= \frac{V_m}{2\pi}\left[\sin(2\pi + \vartheta_o) - \sin(\vartheta_o)\right]$$

$$= 0$$

Pada baris terakhir kita sudah menerapkan sifat periodisitas fungsi sinus sebesar 2π radian, sehingga $\sin(2\pi + \vartheta_o) = \sin(\vartheta_o)$. Jadi, nilai rata-rata tegangan bolak balik sinusoidal adalah nol. Dengan menggunakan hukum Ohm $I = V/R$ maka nilai rata-rata arus bolak balik adalah

$$\langle I\rangle = \frac{\langle V\rangle}{R} = 0$$

Jadi, nilai rata-rata arus bolak balik sinusoidal juga nol. Nilai rata-rata nol dapat dimengerti karena selama setengah periode, tegangan dan arus memiliki nilai positif dan setengah periode berikutnya memiliki nilai negative yang sama besar. Dengan demikian, nilai tegangan atau arus pada masing-masing setengah periode tersebut saling menghilangkan. Akibatnya tegangan dan arus rata-rata menjadi nol.

7.4 Tegangan *root mean square* (rms)

Untuk arus bolak-balik, nilai rata-rata tidak memberikan informasi yang lengkap tentang besaran arus atau tegangan, misalnya amplitudo. Karena berapapun besar amplitudo, nilai rata-rata selalu nol. Apabila kita gunakan alat ukur tegangan rata-rata maka kita akan amati tegangan listrik PLN selalu nol. Agar diperoleh data yang lebih informatif maka didefinisikan besaran lain yang dipakai pada arus bolak-balik. Besaran tersebut adalah besaran **rms** (*root mean square*). Tegangan dan arus rms didefinisikan sebagai

$$V_{rms} = \sqrt{\langle V^2 \rangle} \tag{7.4}$$

$$I_{rms} = \sqrt{\langle I^2 \rangle} \tag{7.5}$$

Tampak dari definisi bahwa untuk mendapatkan nilai rms maka kita melakukan tiga langkah, yaitu

i. besaran tersebut dikuadratkan
ii. menghitung nilai rata-rata besaran yang dikuadratkan tersebut
iii. mengambil akar besaran yang telah dihitung nilai rata-ratanya.

Dengan melakukan kuadrat sebelum perhitungan rata-rata maka nilai yang negatif dipositifkan dahlu. Sehingga semua bagian yang dirata-ratakan bernilai positif dan tegangan rms yang dihasilkan selalu positif, bagaimana pun bentuk arusnya. Tegangan rms nol hanya jika arus nol. Jika arus atau tegangan selalu positif, atau selalu negative, atau bergantian positif dan negative maka tegangan rms selalu positif.

Contoh berikut adalah bagaimana kita menghitung nilai rms dari tegangan bolak-balik sinusoidal.

$$V = V_m \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \vartheta_o\right)$$

$$V^2 = V_m^2 \cos^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \vartheta_o\right)$$

Rata-rata kuadratik tegangan adalah

$$\langle V^2 \rangle = \left\langle V_m^2 \cos^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \vartheta_o\right)\right\rangle$$

$$= V_m^2 \left\langle \cos^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \vartheta_o\right)\right\rangle$$

$$= V_m^2 \times \left[\frac{1}{T}\int_0^T \cos^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \vartheta_o\right)dt\right]$$

Mari kita gunakan kesamaan berikut ini $\cos^2\alpha = 1/2 + (1/2)\cos 2\alpha$.

Dengan kesamaan ini maka kita dapat menulis

$$\langle V^2 \rangle = \frac{V_m^2}{T} \times \int_0^T \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos\left(\frac{4\pi}{T} t + 2\vartheta_o \right) \right] dt$$

$$= \frac{V_m^2}{T} \times \left[\frac{t}{2} + \frac{T}{8\pi}\sin\left(\frac{4\pi}{T} t + 2\vartheta_o \right) \right]_0^T$$

$$= \frac{V_m^2}{2}$$

Akhirnya, tegangan rms menjadi

$$V_{rms} = \sqrt{\langle V^2 \rangle}$$

$$= \frac{V_m}{\sqrt{2}} \qquad (7.6)$$

Dengan cara yang sama maka kita akan dapatkan

$$I_{rms} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \qquad (7.7)$$

Contoh 7.1

Tegangan listrik PLN di Indonesia memiliki frekuensi 50 Hz. Tegangan yang dialirkan ke rumah tangga besarnya 220 V. Nyatakan tegangan tersebut sebagai fungsi waktu

Jawab

Periode adalah $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50}$ s. Ungkapan tegangan 220 V yang dialirkan ke rumah tangga bermakna tegangan rms. Jadi, V_{rms} = 220 V. Dengan demikian, amplitudo tegangan adalah

$$V_m = \sqrt{2} \times V_{rms} = 220\sqrt{2} \text{ volt}$$

Kita dapatkan tegangan sebagai fungsi waktu sebagai berikut

$$V(t) = V_m \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \vartheta_o\right)$$

$$= 220\sqrt{2}\cos\left(\frac{2\pi}{1/50}t + \vartheta_o\right)$$

$$= 220\sqrt{2}\cos(100\pi t + \vartheta_o) \text{ volt}$$

dengan ϑ_o dapat diberi nilai sembarang.

7.5 Daya dan daya rata-rata

Seperti pada arus searah, pada arus bolak-balik disipasi daya pada sebuah hambatan juga merupakan perkalian arus dan tegangan antara dua ujung hambatan. Misalkan sebuah hambatan *R* dialiri arus bolak-balik. Misalkan tegangan antara dua ujung hambatan memenuhi

$$V = V_m \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \vartheta_o\right)$$

Disipasi daya pada hambatan memenuhi

$$P = \frac{V^2}{R}$$

$$= \frac{V_m^2}{R}\cos^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \vartheta_o\right)$$

Disipasi daya rata-rata pada hambatan adalah

$$\langle P \rangle = \left\langle \frac{V^2}{R} \right\rangle$$

$$= \frac{\langle V^2 \rangle}{R}$$

Pembilang pada persamaan di atas tidak lain daripada kuadrat dari tegangan rms. Jadi kita dapat menulis

$$\langle P \rangle = \frac{V_{rms}^2}{R} \tag{7.8}$$

Tampak bahwa daya yang dihasilkan arus bolak-balik selalu bernilai posifit karena berbanding dengan dengan kudrat fungsi sinusoidal. Daya rata-rata sebanding dengan kuadrat tegangan rms. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa tegangan rms merepsentasikan nilai daya yang ada dalam tegangan bolak-balik.

Jumlah energi yang didisipasi arus bolak-balik yang melewati hambatan selama waktu t adalah

$$W = \int_0^t P dt$$

$$= \frac{V_m^2}{R} \int_0^t \cos^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \vartheta_o\right) dt$$

$$= \frac{V_m^2}{R} \int_0^t \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos\left(\frac{4\pi}{T}t + 2\vartheta_o\right)\right] dt$$

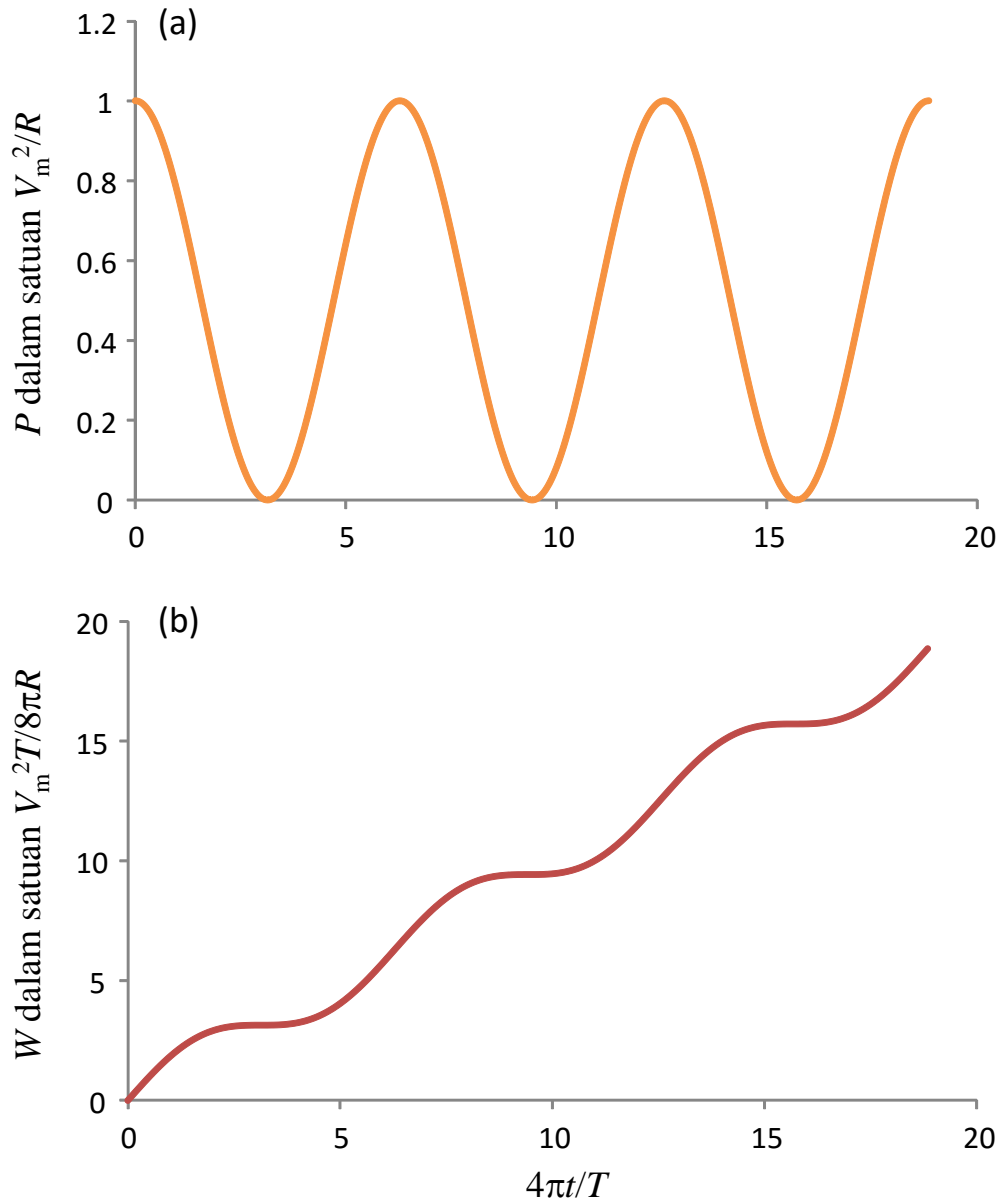
$$= \frac{V_m^2}{R} \left[\frac{t}{2} + \frac{T}{8\pi}\sin\left(\frac{4\pi}{T}t + 2\vartheta_o\right)\right]_0^t$$

$$= \frac{V_m^2}{2R} \left[t + \frac{T}{4\pi}\sin\left(\frac{4\pi}{T}t + 2\vartheta_o\right) - \frac{T}{4\pi}\sin(2\vartheta_o)\right]$$

Jika kita misalkan $\vartheta_0 = 0$ maka kita dapat menulis

$$W = \frac{V_m^2}{2R} \left[t + \frac{T}{4\pi}\sin\left(\frac{4\pi}{T}t\right)\right] \tag{7.9}$$

Gambar 7.5 adalah contoh plot disipasi daya dan energy pada hambatan akibat dialiri arus bolak-bali sebagai fungsi waktu. Sumbu datar dinyatakan dalam variable $4\pi t/T$. Pada **Gambar 7.5**(a) daya pada sumbu

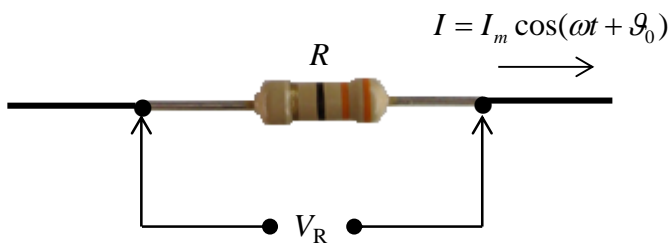
vertikal dinyatakan dalam satuan V_m^2/R dan pada **Gambar 7.5**(b) dan energy pada sumbu vertikal dinyatakan dalam satuan $V_m^2T/8\pi R$.

Gambar 7.5 Contoh plot disipasi daya dan energy pada hambatan akibat dialiri arus bolak-balik sebagai fungsi waktu. Sumbu datar dinyatakan dalam variable $4\pi t/T$. (a) Daya pada sumbu vertikal dinyatakan dalam satuan V_m^2/R dan (b) dan energy pada sumbu vertikal dinyatakan dalam satuan $V_m^2T/8\pi R$.

7.6 Tegangan bolak balik pada dua ujung hambatan

Sekarang kita mulai menganalisis tegangan yang dihasilkan arus

bolak-balik ketika melewati komponen. Komponen yang akan kita pelajari adalag hambatan, kapasitor, dan inductor. Kita mulai dengan menganalisis sifat arur bolak-balik yang melewati hambatan. Seperti diilustrasikan pada **Gambar 7.6**, misalkan pada sebuah hambatan dialirkan arus bolak-balik yang memenuhi persamaan (7.1) dan dapat ditulis ulang sebagai berikut

$$I = I_m \cos(\omega t + \vartheta_o) \qquad (7.10)$$

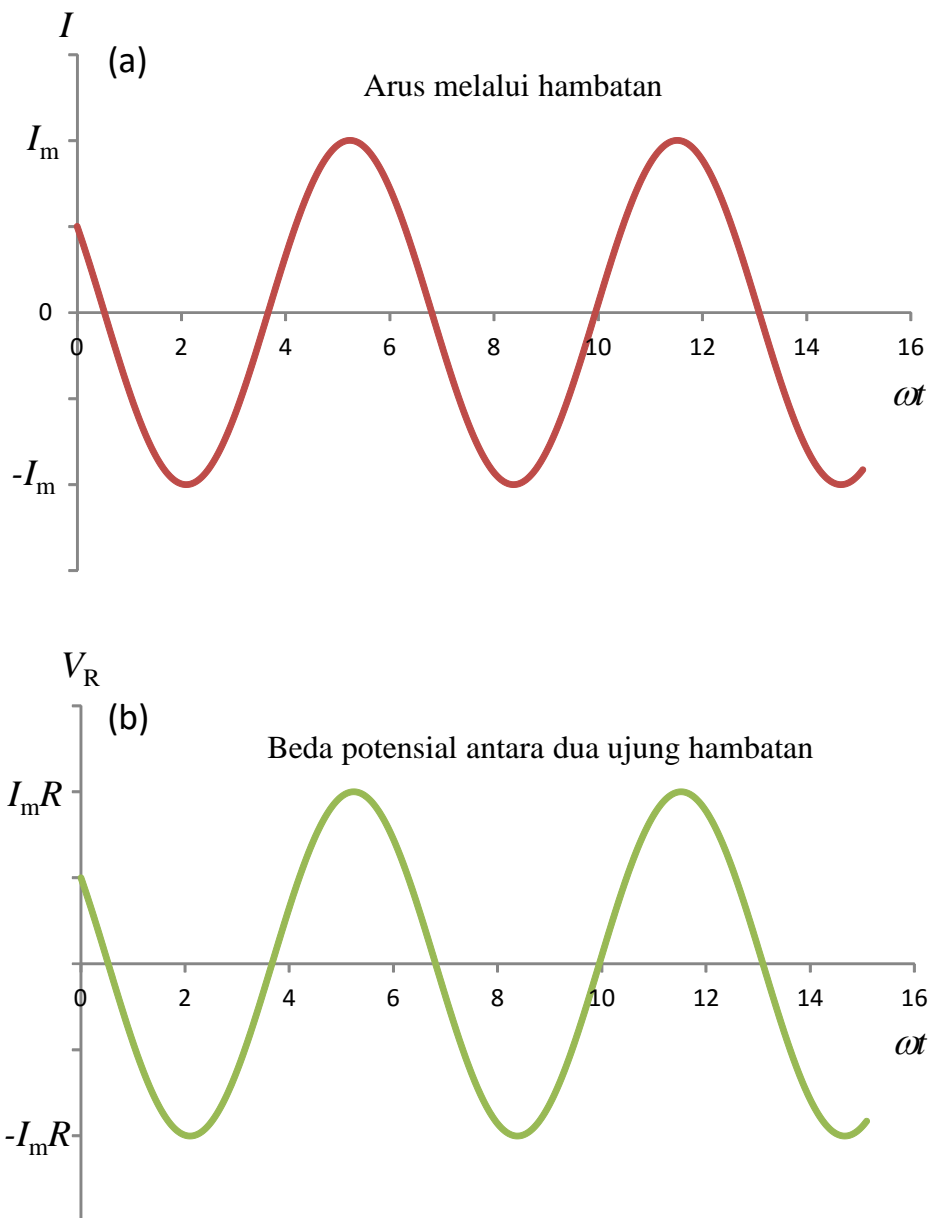
dengan $\omega = \frac{2\pi}{T}$. Berapa tegangan antara dua ujung hambatan tersebut?

Gambar 7.6 Arus bolak-balik melewati sebuah hambatan

Tegangan tersebut dapat dicari dengan menggunakan hukum Ohm, yaitu

$$V_R = IR = I_m R \cos(\omega t + \vartheta_o) \qquad (7.11)$$

Tampak bahwa arus dan tegangan berubah secara bersamaan karena fase dalam fungsi kosinus sama bentuknya. Ketika arus nol, tegangan pun nol dan ketika arus maksimum, tegangan pun maksimum. Jika kita buatkan kurva arus dan tegangan maka kita dapatkan **Gambar 7.7.**

7.7 Tegangan antara dua ujung kapasitor

Berikutnya kita mencari hubungan arus dan tegangan pada kapasitor seperti diilustrasikan pada **Gambar 7.8**. Misalkan arus yang mengalir pada kapasitor juga memenuhi persamaan (7.10). Berapa tegangan antara dua ujung kapasitor tersebut?

Gambar 7.7 Kurva tegangan dan arus sebagai fungsi waktu kerika arus bolak-balik dilewatkan pada sebuah resistor

Mari kita hitung. Tegangan antara dua ujung kapasitor dapat dihitung dengan persamaan

$$V_C = \frac{Q}{C}$$

Selanjutnya kita menentukan Q dengan cara mengintegralkan arus yang mengalir pada kapasitor terhadap variabel waktu dan diperoleh

$$Q = \int I dt$$

$$= \int I_m \cos(\omega t + \vartheta_o) dt$$

$$= I_m \int \cos(\omega t + \vartheta_o) dt$$

$$= \frac{I_m}{\omega} \sin(\omega t + \vartheta_o)$$

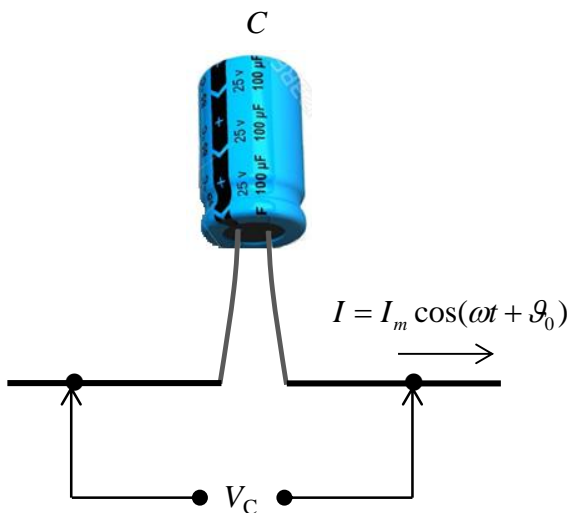
Dengan demikian, tegangan antara dua ujung kapasitor adalah

$$V_C = \frac{I_m}{\omega C} \sin(\omega t + \vartheta_o)$$

Yang dapat ditulis juga dalam bentuk sebagai berikut

$$V_C = I_m X_C \sin(\omega t + \vartheta_o) \quad (7.12)$$

dengan

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad (7.13)$$

Gambar 7.8 Arus bolak-balik melewati sebuah kapasitor

Peranan X_C sama dengan peranan hambatan. Jadi pada arus bolak-balik kapasitor berperan sebagai hambatan dengan nilai hambatan X_C. Besaran ini sering dinamakan **reaktansi kapasitif.** Makin besar frekuensi arus bolak-balik maka hambatan kapasitor (reaktansi kapasitif) makin kecil.

Arus searah atau dc dapat dipandang sebagai arus bolak-balik dengan frekuensi nol, ω = 0. Dengan frekueisn demikian maka hambatan yang dimiliki kapsitor untuk arus bolak-balik adalah

$$X_C = \frac{1}{0 \times C} = \infty$$

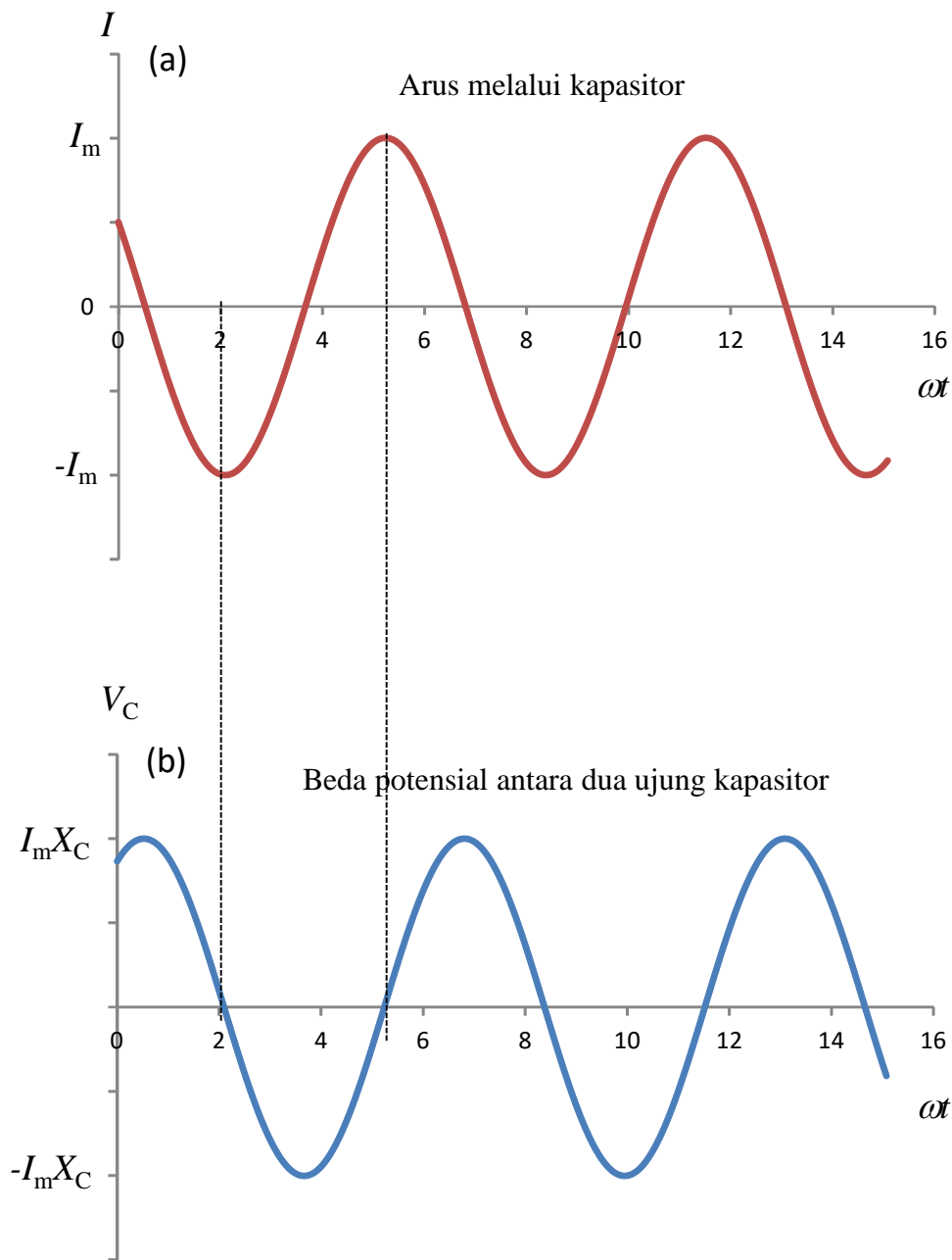
Dengan hambatan tak berhingga tersebut maka arus searah tidak dapat mengalir melalui kapasitor. Bagi arus searah, kapasitor berperan sebagai sebuah saklar dalam posisi terbuka (off).

Hambatan kapasitor (reaktansi kapasitif) bergantung pada frekuensi arus yang melewati kapasitor tersebut. Jika frekuensi arus sangat besar maka hambatan kapasitor sangat kecil. Untuk frekuensi yang menuju tak berhingga maka hambatan kapasitor menuju nol, yang berarti kapasitor seolah-olah terhubung singkat. Sebaliknya jika frekuensi arus yang mengalir pada kapasitor menuju nol maka hambatan kapasitor menuju tak berhingga. Dalam kondisi ini kapasitor berperilaku sebagai sebuah saklar yang terbuka. Ini penyebab mengapa kapasitor tidak dapat dilewati arus DC karena arus DC memiliki frekuensi nol.

Dengan aturan trigonometri kita mendapatkan hubungan

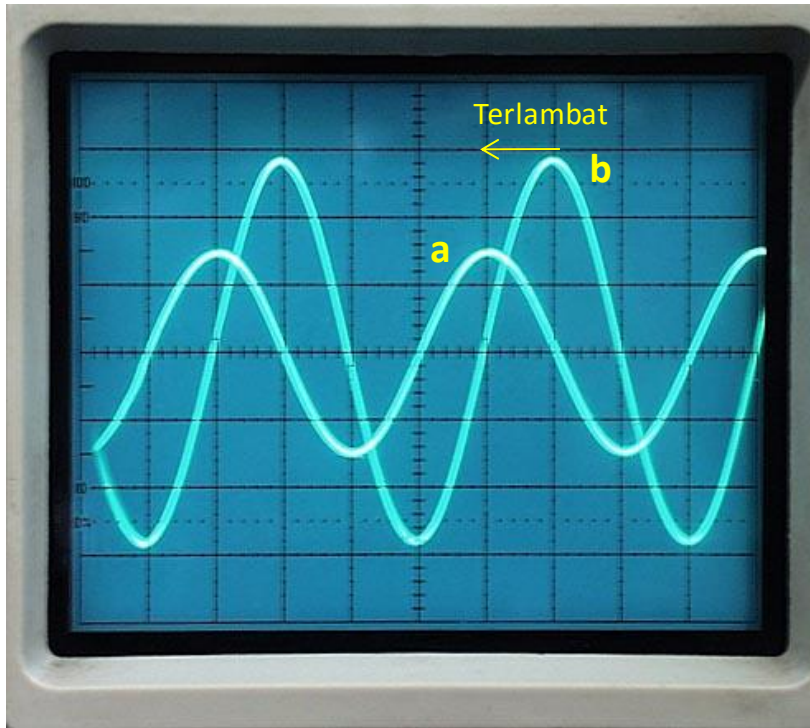
$$\sin(\omega t + \vartheta_o) = \cos\left(\omega t + \vartheta_o - \frac{\pi}{2}\right)$$

Substitusi kesamaan ini ke dalam persamaan (7.12) maka tegangan antara dua ujung kapasitor dapat ditulis sebagai

$$V_C = I_m X_C \cos\left(\omega t + \vartheta_o - \frac{\pi}{2}\right) \qquad (7.14)$$

Gambar 7.9 Kurva arus dan tegangan ketika arus bolak-balik melewati sebuah kapasitor

Kurva arus yang mengalir pada kapasitor dan tegangan antara dua ujung kapasitor tampak pada **Gambar 7.9**. Jelas dari gambar tersebut bahwa kurva tegangan dapat diperoleh dari kurva arus dengan menggeser fasa sebesar $\pi/2$ atau 90^o. Dengan kata lain tegangan antara dua ujung kapasitor muncul lebih lambat daripada arus. Atau tegangan pada kapasitor mengikuti arus dengan keterlambatan fasa $\pi/2$.

Gambar 7.10 adalah tampilan di layar osiloskop tegangan antara

dua ujung hambatan dan dua ujung kapasitor. Kurva a) menyatakan tegangan antara dua kaki gambatan dan kurva (b) adalah tegangan antar dua kaki kapasitor. Tampakm jelas bahwa tegangan antara dua kaki hambatan mendahului fasa tegangan antar dua kaki kapasitor sebesar $\pi/2$.

Gambar 7.10 tampilan di layar osiloskop tegangan antara dua ujung hambatan (a) dan dua ujung kapasitor (b). Pada layar osiloskop, makin ke kiri artinya makin cepat muncul. (www.arraysolutions.com)

7.8 Tegangan antara dua ujung induktor

Berikutnya kita akan kaji sifat arus bolak-balik yang mengalir melalui inductor. Seperti diilustrasikan pada **Gambar 7.11** kita akan mencari tegangan antara dua ujung inductor jika dialiri arus bolak-balik. Misalkan induktor dengan indultansi L juga dialiri arus yang memenuhi persamaan (7.10). Berapa tegangan antara dua ujung induksor tersebut? Mari kita hitung

Tegangan antara dua ujung induktor dapat ditentukan dari persamaan

$$V_L = L\frac{dI}{dt}$$

Dengan menggunakan I pada persamaan (7.10) maka diperoleh

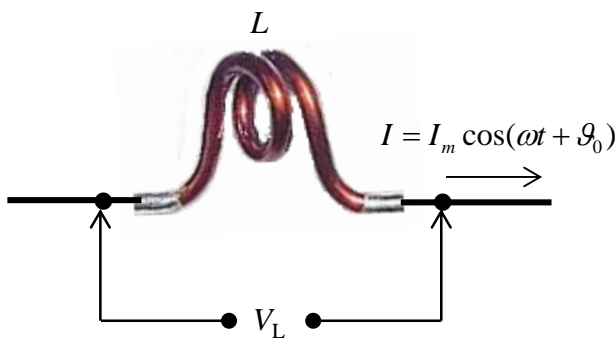
$$V_L = L\frac{d}{dt}\left[I_m \cos\left(\omega t + \vartheta_o\right)\right]$$

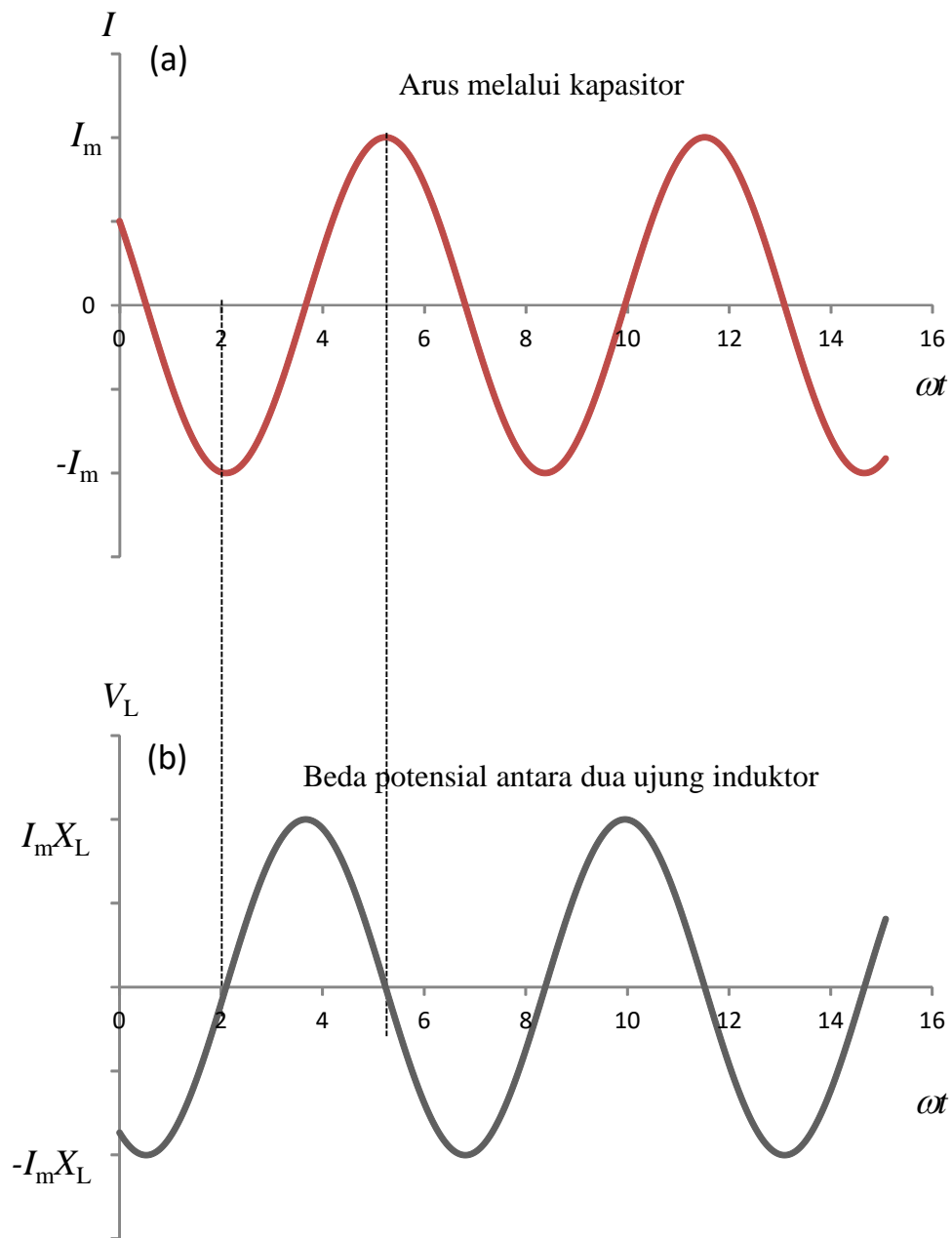
$$= -\omega L I_m \sin\left(\omega t + \vartheta_o\right)$$

Jika kita mendefinisikan

$$X_L = \omega L \qquad (7.15)$$

kita dapat menulis

$$V_L = -I_m X_L \sin\left(\omega t + \vartheta_o\right) \qquad (7.16)$$

Gambar 7.11 Arus bolak-balik melewati sebuah induktor

Tampak dari persamaan (7.16) bahwa ketika dialiri arus bolak-balik, induktor berperan sebagai hambatan dengan nilai hambatan X_L. Besaran X_L sering juga disebut **reaktansi induktif.** Nilai hambatan ini makin besar jika frekuensi arus makin besar. Jika frekuensi arus menuju tak berhingga maka hambatan induktor menuju tak berhingga. Dalam kondisi ini, induktor berperan sebagai sebuah saklar terbuka. Sebaliknya, jika frekuensi arus menuju nol maka hambatan induktor juga menuju nol, atau induktor seperti terhubung singkat.

Gambar 7.12 Kurva arus dan tegangan ketika arus bolak-balik melewati sebuah induktor

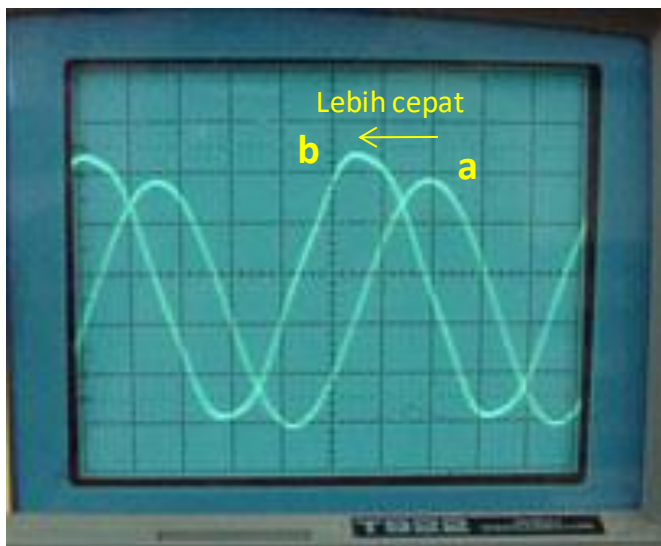
Dengan aturan trigonometri kita memperoleh hubungan berikut ini

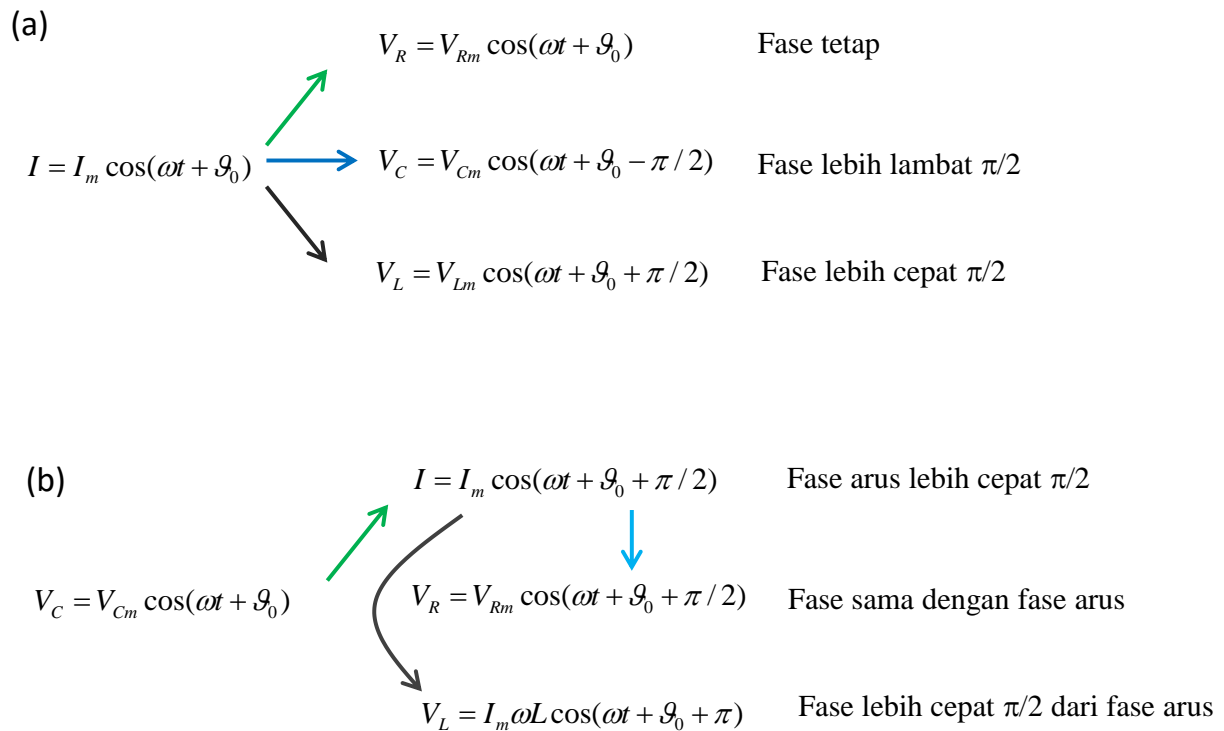
$$-\sin(\omega t + \vartheta_o) = \cos\left(\omega t + \vartheta_o + \frac{\pi}{2}\right)$$

Dengan demikian, tegangan antara dua ujung induktor dapat juga ditulis menjadi

$$V_L = I_m X_L \cos\left(\omega t + \vartheta_o + \frac{\pi}{2}\right) \tag{7.17}$$

Gambar 7.12 adalah kurva arus dan tegangan antara dua ujung induktor. Tampak bahwa kurva V_L dapat diperoleh dari kurva arus dengan menggeser fasa ke kiri sebesar $\pi/2$ atau 90^o. Ini menandakan bahwa tegangan antara dua ujung induktor mendahului arus dengan fasa sebesar $\pi/2$ atau 90^o.

Gambar 7.13 adalah tampilan di layar osiloskop tegangan antara dua ujung hambatan dan dua ujung induktor. Kurva a) menyatakan tegangan antara dua kaki gambatan dan kurva (b) adalah tegangan antar dua kaki induktor. Tampak jelas bahwa tegangan antara dua kaki hambatan mengalami keterlambatan fasa dibandingan tegangan antar dua kaki induktor sebesar $\pi/2$.

Gambar 7.13 tampilan di layar osiloskop tegangan antara dua ujung hambatan (a) dan dua ujung induktor (b). Pada layar osiloskop, makin ke kiri artinya makin cepat muncul. (www.foothill.edu)

Dalam rangka mencari tegangan antara dua ujung hambatan, kapasitor, atau induktor, langkah pertama adalah menentukan fase arus. Begitu fase arus diperoleh maka fase antara dua ujung komponen dapat ditentukan dengan mudah: fase pada hambatan sama dengan fase arus, fase pada kapasitor berkurang $\pi/2$ terhadap fase arus, dan fase pada induktor bertambah $\pi/2$ terhadap fase arus. Proses ini diilustrasikan pada **Gambar 7.14**(a).

Gambar 7.14 (a) Diberikan arus maka tegangan antara kaki-kaki resistor, kapasitor, dan induktor dapat ditentukan dengn mudah. (b) diberikan tegangan pada kapasitor. Langkah pertama adalah meenntukan fase arus. Setelah fase arus diketauhui maka fase pada hambatan dan induktor dapat ditentukan dengan mudah.

Kadang yang diberikan adalah tegangan antara dua ujung kapasitor atau inductor. Untuk menentukan tegangan antara ujung komponen lainnya maka mulai dengan menentukan fase arus. Contohnya pada **Gambar 7.14** (b) tegangan antara dua ujung kapasitor diberikan. Dari situ kita mendapatkan fase arus dengan menambahkan $\pi/2$ pada fase kapasitor. Dari fase arus maka kita dapatkan fase tegangan pada resistor, yaitu sama dengan fase arus. Lalu fase pada inductor diperoleh dengan menambahkan $\pi/2$ pada fase arus.

7.9 Disipasi daya pada kapasitor dan induktor

Kita sudah memahami bahwa jika sebuah hambatan dilewati arus maka timbul disipasi daya. Ketika dilewati arus bolak-balik, kapasitor dan induktor berperan sebagai hambatan. Berapakah disipasi daya pada dua komponen tersebut? Mari kita analisis satu per satu.

7.9.1 Disipasi daya pada kapasitor

Kita sudah membahas disipasi daya pada resistor yang dilewati atus bola-balik. Sekarang kita bahas disipasi daya pada kapasitor. Disipasi daya pada kapasitor memenuhi

$$P_C = V_C I$$

Dengan mensubtitusi arus para persamaan (7.10) dan tegangan V_C pada persamaan (7.12) ke dalam persamaan di atas maka

$$P_C = \left[I_m X_C \sin(\omega t + \vartheta_o)\right] \times \left[I_m \cos(\omega t + \vartheta_o)\right]$$

$$= I_m^2 X_C \sin(\omega t + \vartheta_o)\cos(\omega t + \vartheta_o)$$

Selanjutnya kita hitung disipasi daya rata-rata, yaitu

$$\langle P_C \rangle = I_m^2 X_C \langle \sin(\omega t + \vartheta_o)\cos(\omega t + \vartheta_o) \rangle$$

$$= I_m^2 X_C \times \frac{1}{T}\int_0^T \sin(\omega t + \vartheta_o)\cos(\omega t + \vartheta_o) dt$$

Mudah dibuktikan bahwa integral perkalian fungsi sinus dan kosinus dalam satu periode hasilnya nol. Dengan demikian, kita akan dapatkan

$$\langle P_C \rangle = 0$$

Jadi, disipasi daya rata-rata pada kapasitor adalah nol. Kapasitor yang dilewati arus bolak-balik tidak mengalami pemanasan seperti yang dialami resistor, walaupun pada rangkaian bolak-balik kapasitor berperan seperti sebuah hambatan.

7.9.2 Disipasi daya pada induktor

Selanjutnya kita hitung disipasi daya pada inductor. Disipasi daya pada inductor memenuhi

$$P_L = V_L I$$

Dengan mensubtitusi arus dari persamaan (7.10) dan tegangan V_L dari persamaan (7.16) ke dalam persamaan di atas maka

$$P_L = [-I_m X_L \sin(\omega t + \vartheta_o)] \times [I_m \cos(\omega t + \vartheta_o)]$$

$$= -I_m^2 X_L \sin(\omega t + \vartheta_o)\cos(\omega t + \vartheta_o)$$

Selanjutnya kita hitung disipasi daya rata-rata, yaitu

$$\langle P_L \rangle = -I_m^2 X_L \langle \sin(\omega t + \vartheta_o)\cos(\omega t + \vartheta_o) \rangle = 0$$

Kita peroleh juga bahwa disipasi daya rata-rata pada induktor juga nol, sama dengan disipasi daya pada kapasitor.

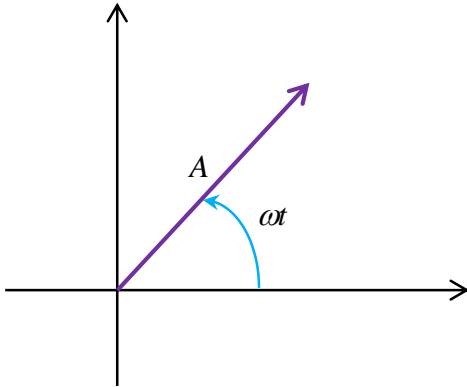
7.10 Diagram fasor

Pada bagian selanjuutnya kita akan memelajari rangkaian arus bolak-balik. Menentukan arus dan tegangan pada rangkaian ini lebih rumit daripada mencari arus dan tegangan pada rangkaian arus searah. Pada rangkaian arus bolak-balik kita akan memecahkan besaran-besaran yang mengandung fungsi trigonometri.

Untuk memmudahkan pembahasan tentang arus bolak-balik, pada bagian ini kita akan memelajari diagram fasor. Diagram fasor sangat membantu kita dalam melakukan operasi aljabar pada fungsi-fungsi trigonometri. Dalam diagram fasor, sebuah fungsi trigonometri digambarkan sebagai sebuah vektor. Panjang vektor tersebut sama dengan amplitudo fungsi dan sudut yang dibentuk vektor dengan sumbu datar sama dengan fase fungsi tersebut. Contohnya, kita memiliki fungsi

$$V = A\cos(\omega t) \tag{7.18}$$

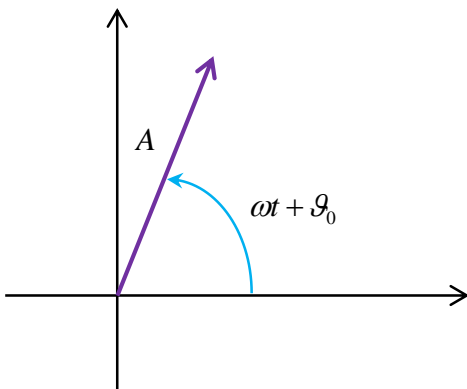
Amplitudo fungsi di atas adalah A dan fasenya adalah ωt. Jika direpresentasikan dalam diagram fasor maka kita akan dapatkan vektor

dengan panjang A dan membentuk sudut ωt terhadap sumbu datar, seperti dintunjukkan dalam **Gambar 7.15**

Gambar 7.15 Contoh diagram fasor untuk fungsi pada persamaan (8.36)

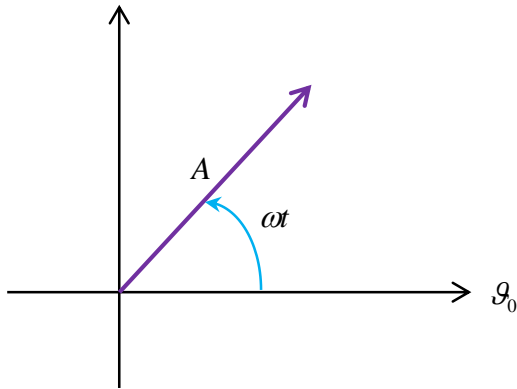
Contoh 7.2

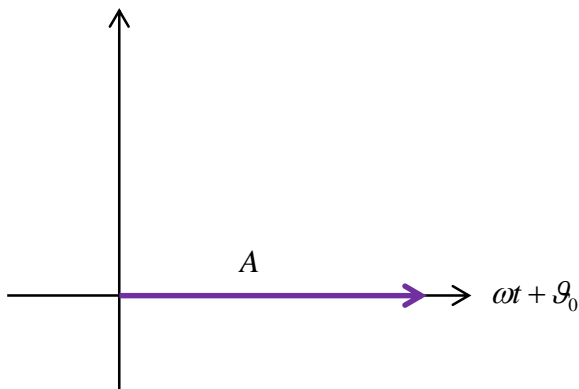
Gambarkan diagram fasor fungsi $V = A\cos(\omega t + \vartheta_o)$

Jawab

Kita gambarkan vektor yang panjangnya A dan membentuk sudut $\omega t + \vartheta_o$ terhadap sumbu datar. Hasilnya tampak pada **Gambar 7.16**

Gambar 7.16 Diagram fasor untuk fungsi $V = A\cos(\omega t + \vartheta_o)$

Cara lain menggambar diagram fasor adalah dengan memberikan sudut berapa saja pada arah yang sejajar sumbu datar. Dengan pemberian sudut ini maka sudut antara vektor dengan sumbu datar sama dengan selisih sudut fase mula-mula dengan sudut yang diberikan dalam arah datar

tersebut. Sebagai contoh, untuk fungsi $V = A\cos(\omega t + \vartheta_o)$ kita dapat memberikan sudut ϑ_o untuk arah datar. Akibatnya, sudut yang dibentuk vektor terhadap arah datar menjadi ωt saja. Diagram fasornya tampak pada **Gambar 7.17**.

Gambar 7.17 Diagram fasor untuk fungsi $V = A\cos(\omega t + \vartheta_o)$ dengan mengambil sumbu datar memiliki sudut fasa ϑ_o

Lebih ekstrim lagi, kita dapat juga memberikan sudut $\omega t + \vartheta_o$ untuk arah datar. Pemilihan ini menyebabkan bentuk diagram fasor seperti pada **Gambar 7.18**.

Gambar 7.18 Diagram fasor untuk fungsi $V = A\cos(\omega t + \vartheta_o)$ dengan mengambil sumbu datar memiliki sudut fasa $\omega t + \vartheta_o$

Tambahan. Untuk menggambarkan diagran fasor, lebih dianjurkan semua fungsi dinyatakan dalam bentuk kosinus. Jika dijumpai fungsi sinus,

maka fungsi tersebut diubah ke fungsi kosinus dengan menggunakan hubungan

$$\sin\theta = \cos\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$$

Contoh 7.3

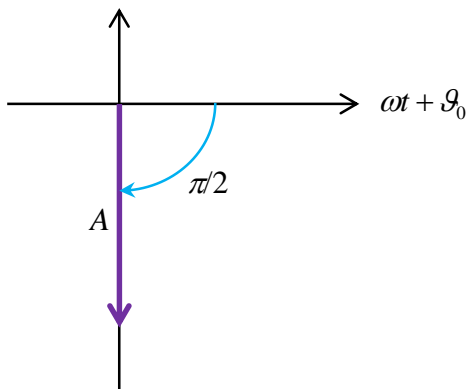
Gambarkan diagram fasor fungsi $V = A\sin(\omega t + \vartheta_o)$

Jawab

Pertama, kita ubah fungsi di atas menjadi fungsi kosinus sebagai berikut

$$V = A\sin(\omega t + \vartheta_o)$$

$$= A\cos\left(\omega t + \vartheta_o - \frac{\pi}{2}\right)$$

Selanjutnya kita gambarkan diagram fasor dengan memilih fase arah datar sembarang. Jika kita pilih fase arah datar adalah $\omega t + \vartheta_o$ maka diagram fasor menjadi seperti pada **Gambar 7.19**

Gambar 7.19 Diagram fasor untuk fungsi $V = A\sin(\omega t + \vartheta_o)$

7.11 Operasi trigonometri dengan diagram fasor

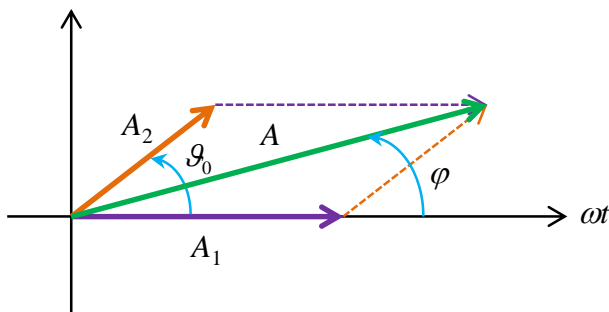
Sekarang kita akan mencari hasil penjumlahan dan pengurangan fungsi trigonometri dengan menggunakan diagram fasor. Akan terlihat

bahwa yang kita cari nanti ternyata hanyalah proses penjumlahan dan pengurangan vektor seperti yang telah kita pelajari sebelumnya.

Contonya, kita akan menjumlahan dua buah fungsi trigonometri berikut ini.

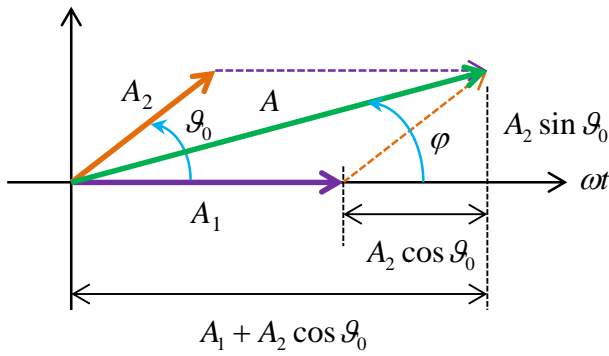
$$V_1 = A_1 \cos(\omega t)$$

$$V_2 = A_2 \cos(\omega t + \vartheta_o)$$

Kita akan mencari fungsi $V = V_1 + V_2$. Yang pertama kali yang akan kita lakukan adalah menggambarkan V_1 dan V_2 dalam diagram fasor. Karena ke dua fungsi trigonometri di atas memiliki salah satu komponen fase yang sama yaitu ωt, maka akan sangat tertolong apabila kita pilih sumbu datar memiliki fase ωt. Akibatnya, fungsi V_1 digambarkan sebagai vektor yang searah sumbu datar dan fungsi V_2 digambarkan sebagai vektor yang membentuk sudut ϑ_o terhadap sumbu datar. Diagram fasornya tampak pada **Gambar 7.20**.

Gambar 7.20 Diagram fasor fungsi V_1 dan V_2 serta fungsi hasil penjumlahan

Yang perlu kita cari selanjutnya adalah panjang vektor V yaitu A dan sudut yang dibentuk vektor V dengan sumbu datar, yaitu ϕ. Dengan aturan penjumlahan vektor metode jajaran genjang kita dapatkan

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\vartheta_o} \tag{7.19}$$

Untuk menentukan ϕ, lihat **Gambar 7.21** berikut ini

Gambar 7.21 Menentukan sudut fasa fungsi hasil penjumlahan V_1 dan V_2

Tampak dari gambar di atas, vektor *A* memiliki komponen arah horizontal

$$A_h = A_1 + A_2 \cos \vartheta_o$$

dan komponen arah vertikal

$$A_v = A_2 \sin \vartheta_o$$

Sudut yang dibentum vektor A dengan sumbu datar memenuhi

$$\tan \phi = \frac{A_v}{A_h}$$

$$= \frac{A_2 \sin \vartheta_o}{A_1 + A_2 \cos \vartheta_o} \tag{7.20}$$

Setelah panjang *A* dan sudut ϕ ditentukan maka fungsi penjumlahan *V* dapat diperoleh, yaitu

$$V = A\cos(\omega t + \phi) \tag{7.21}$$

Contoh 7.4

Dua fungsi trigonometri masing-masing berbentuk

$$V_1 = 7\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$$

dan

$$V_2 = 5\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$$

a) Gambarkan diagram fasor yang memuat dua fungsi di atas

b) Tentukan persamaan untuk fungsi $V = V_1 + V_2$

Jawab

Untuk memudahkan kita ubah semua fungsi trigonometri dalam bentuk kosinus. Jadi

$$V_1 = 7\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$= 7\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= 7\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)$$

Dengan penulisan ini maka selisih fase dua fungsi tersebut menjadi $\vartheta_0 = (\omega t + \pi/6) - (\omega t + \pi/6) = 2\pi/6$.

a) Untuk menggambar diagram fasor, kita dapat mengambil arah horisontal memiliki sudut $\omega t - \pi/6$. Diagram fasor tampak pada **Gambar 7.22**

b) Amplitudo hasil penjumlahan dua fungsi dia atas adalah

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\vartheta_o}$$

$$= \sqrt{7^2 + 5^2 + 2\times 7\times 5\times\cos(2\pi/6)} \;\; = \sqrt{109} \;\; = 10{,}4$$

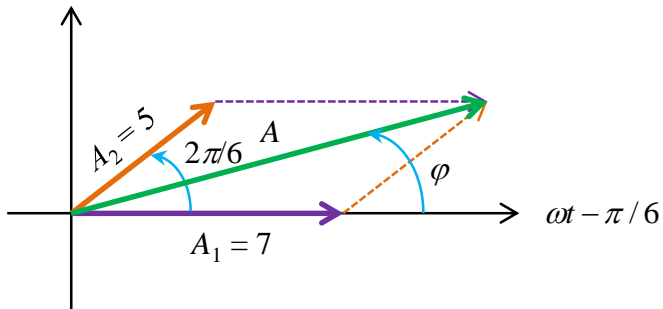
Sudut yang dibentuk vektor *A* dengan sumbu datar memenuhi

$$\tan\phi = \frac{A_2\sin\vartheta_o}{A_1 + A_2\cos\vartheta_o}$$

$$= \frac{5\sin(2\pi/6)}{7 + 5\cos(2\pi/6)}$$

= 0,456

atau

ϕ = 24,5° = 0,14π

Gambar 7.22 Diagram fasor dua fungsi serta hasil penjumlahannya

Karena fase arah sumbu x telah dipilih $\omega t - \pi/6$ maka fase hasil penjumlahan menjadi $\omega t - \pi/6 + \phi$. Dengan demikian, kebergantungan fungsi V terhadap waktu menjadi

$$V = A\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{6} + \phi\right)$$

$$= 10{,}4\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{6} + 0{,}14\pi\right)$$

$$= 10{,}4\cos(\omega t + 0{,}03\pi)$$

7.12 Rangkaian arus bolak-balik

Berbekal pemahaman tentang diagram fasor maka kita dapat melakukan analisis rangaian bolak-balik dengan mudah. Yang dimaksud dengan rangkaian bolak-balik di sini adalah rangkaian yang dialiri arus bolak-balik. Pada bagian ini kita hanya akan membahas rangkaian yang mengandung resistor, induktor, dan kapasitor. Pada prinsipnya, komponen apa pun yang dipasang pada rangkaian bolak-balik dapat diganti dengan rangkaian yang mengandung resistor, kapasitor, dan induktor yang menghasilkan sifat yang serupa.

7.12.1 Rangkaian RL Seri

Rangkaian ini hanya mengandung resistor dan induktor yang disusun secara seri seperti pada **Gambar 7.23.** Kita ingin mencari tegangan antara titik **a** dan **b**, antara titik **b** dan **c** dan antara titik **a** dan **c**. Mari kita analisis.

Diberikan $I = I_m \cos(\omega t + \vartheta_o)$. Tegangan antara dua ujung hambatan memiliki fasa yang sama dengan arus. Maka kita langsung dapat menulis

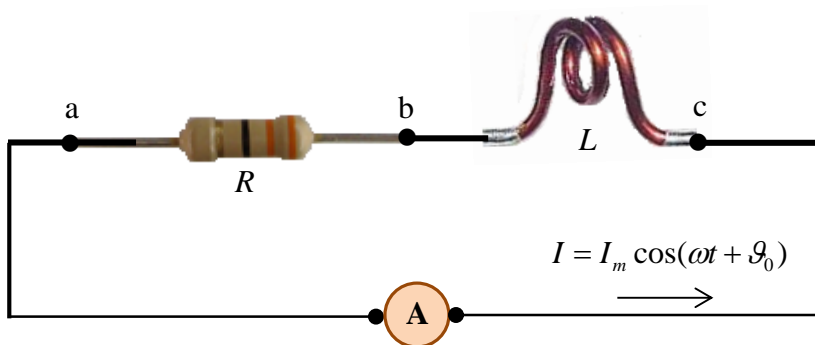
$$V_{ab} = I_m R \cos(\omega t + \vartheta_o)$$

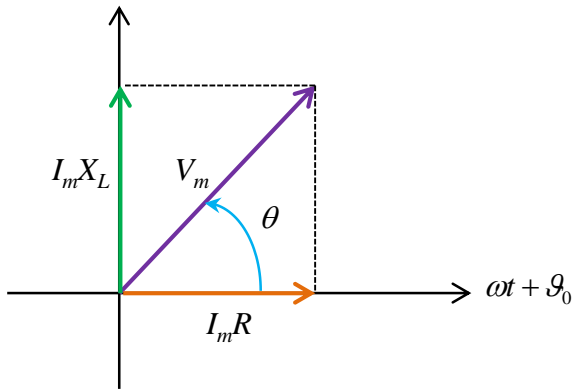
Tegangan antara dua ujung induktor memiliki fasa yang mendahului arus sebesar $\pi/2$. Maka kita dapatkan

$$V_{bc} = I_m X_L \cos(\omega t + \vartheta_o + \pi/2)$$

dengan $X_L = \omega L$. Tegangan antara ujung kiri resistor dengan ujung kanan induktor menjadi

$$V_{ac} = V_{ab} + V_{bc}$$

$$= I_m R \cos(\omega t + \vartheta_o) + I_m X_L \cos(\omega t + \vartheta_o + \pi/2)$$

Gambar 7.23 Contoh rangakain RL seri

Kita menemui penjumlahan trigonometri yang tidak sefasa. Maka kita dapat menggunakan diagram fasor untuk menyelesaikannya. **Gambar 7.24** adalah diagram fasor yang kita gunakan

Gambar 7.24 Diagram faror untuk penjumlahan persamaan (8.44)

Kita pilih sumbu datar memiliki sudut fasa $(\omega t + \vartheta_o)$ agar memudahkan penyelesaian. Dengan dalil Phitagoras maka

$$V_m = \sqrt{(I_m R)^2 + (I_m X_L)^2}$$

$$= \sqrt{I_m^2 (R^2 + X_L^2)}$$

$$= I_m \sqrt{R^2 + X_L^2} \tag{7.22}$$

dan

$$\tan\theta = \frac{I_m X_L}{I_m R} = \frac{X_L}{R} \tag{7.23}$$

Akhirnya kita dapatkan bentuk umum tegangan antara titik **a** dan **c** sebagai berikut

$$V_{ac} = V_m \cos(\omega t + \vartheta_o + \theta)$$

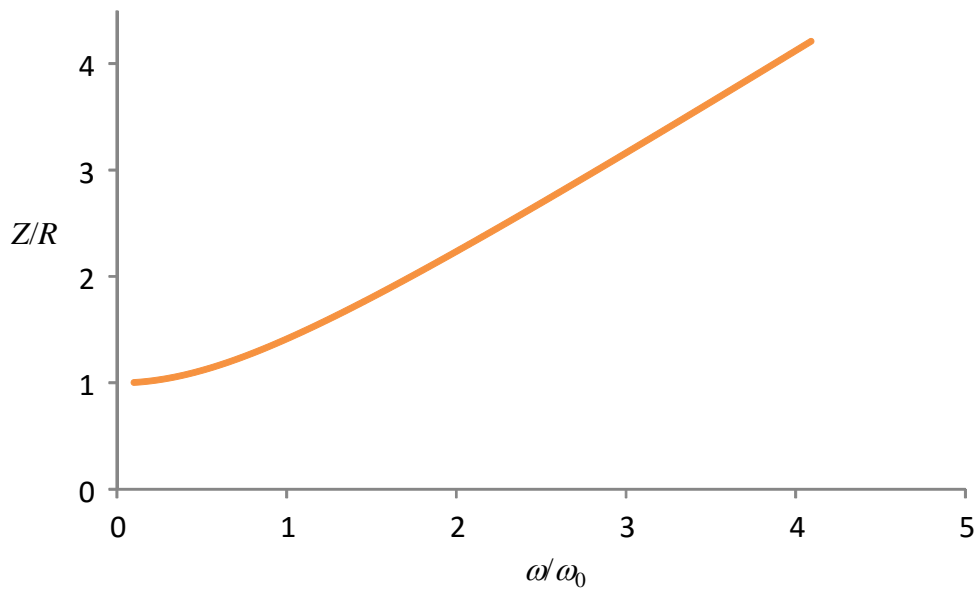
$$= I_m \sqrt{R^2 + X_L^2} \cos(\omega t + \vartheta_o + \theta)$$

yang dapat juga ditulis dalam bentuk

$$V_{ac} = I_m Z \cos(\omega t + \vartheta_o + \theta) \quad (6.24)$$

dengan

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} \quad (7.25)$$

disebut impedansi rangkaian seri RL.

Gambar 7.25 Plot rasio Z terhadap hambatan resistor terhdap ω yang dinyatakan dalam satuan ω_0 pada rangkaian RL.

Karena X_L merupkan fungsi frekuensi maka impedansi rangkaian RL bergantung pada frekuensi. Kita dapat menulis secara eksplisit kebergantungan Z pada frekuensi sebagai berikut

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$

$$= R\sqrt{1 + \left(\frac{\omega L}{R}\right)^2}$$

Selanjutnya kita definisikan

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{R}{L}}$$

Sehingga kita dapat menulis

$$Z = R\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

Gambar 7.25 adalah plot rasio Z terhadap hambatan resistor terhdap ω yang dinyatakan dalam satuan ω_0. Tampak bahwa impedansi makin bertambah dengan bertabahnya frekuensi. Ini artinya bahwa makin tinggi frekuensi maka pengarud induktor makin besar.

Contoh 7.5

Hambatan 30 kΩ dihubungkan secara seri dengan induktor 0,5 H pada suatu rangkaian ac. Hitung impedansi rangkaian jika frekuensi sumber arus adalah (a) 60 Hz, dan b) 5,0 × 10^4 Hz

Jawab

a) *f* = 60 Hz maka $\omega = 2\pi f = 2\times 3{,}14\times 60$ = 376,8 rad/s, $X_L = \omega L = 376{,}8\times 0{,}5$ = 188,4 Ω. Dengan demikian, impedansi rangkaian adalah

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{(3\times 10^4)^2 + (188{,}4)^2} \cong 3\times 10^4 = 30 \text{ k}\Omega$$

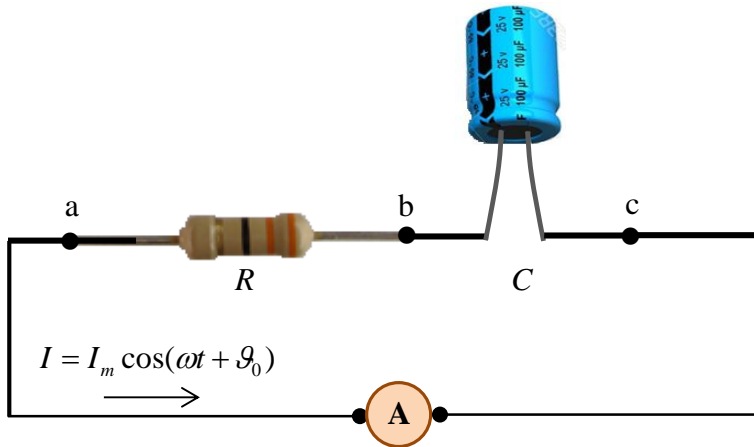
b) *f* = 5,0 × 10^4 Hz maka $\omega = 2\pi f = 2\times 3{,}14\times (5\times 10^4)$ = 3,14 × 10^5 rad/s, $X_L = \omega L = (3{,}14\times 10^5)\times 0{,}5$ = 1,57 × 10^5 Ω. Impedansi rangkaian adalah

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{(3\times 10^4)^2 + (1{,}57\times 10^5)^2} = \sqrt{2{,}55\times 10^{10}} = 1{,}6\times 10^5 \ \Omega =$$

160 kΩ

7.12.2 Rangkaian RC Seri

Rangkaian ini hanya mengandung resistor dan kapasitor yang disusun secara seri seperti ditunjukkan pada **Gambar 7.26**. Kita ingin mencari tegangan antara titik **a** dan **b**, antara titik **b** dan **c** dan antara titik **a**

dan **c**. Mari kita analisis

Gambar 7.26 Contoh rangkaian seri RC

Diberikan $I = I_m \cos(\omega t + \vartheta_o)$. Tegangan antara dua ujung hambatan memiliki fasa yang sama dengan arus. Maka kita langsung dapat menulis

$$V_{ab} = I_m R \cos(\omega t + \vartheta_o)$$

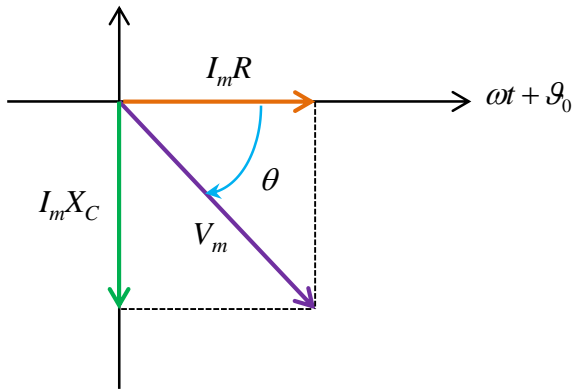
Tegangan antara dua ujung kapasitor memiliki fasa yang mengikuti arus dengan keterlambatan sebesar $\pi/2$. Maka kita langsung dapat menulis

$$V_{bc} = I_m X_C \cos(\omega t + \vartheta_o - \pi/2)$$

dengan $X_C = \dfrac{1}{\omega C}$. Tegangan antara ujung kiri resistor dengan ujung kanan kapasitor menjadi

$$V_{ac} = V_{ab} + V_{bc}$$

$$= I_m R \cos(\omega t + \vartheta_o) + I_m X_C \cos(\omega t + \vartheta_o - \pi/2)$$

Di sini kita menemui penjumlahan trigonometri yang tidak sefasa. Maka kita dapat menggunakan diagram fasor untuk menyelesaikannya. **Gambar 7.27** adalah diagram fasor yang kita gunakan

Gambar 7.27 Diagram fasor untuk penjumlahan tegangan pada rangkalan seri RC

Kita memilih sumbu datar memiliki sudut fasa $(\omega t+\vartheta_o)$ agar memudahkan penyelesaian. Dengan rumus Phitagoras maka

$$V_m=\sqrt{(I_mR)^2+(I_mX_C)^2}$$

$$=\sqrt{I_m^2\left(R^2+X_C^2\right)}$$

$$=I_m\sqrt{R^2+X_C^2} \qquad (7.26)$$

dan

$$\tan\theta=\frac{I_mX_C}{I_mR}=\frac{X_C}{R} \qquad (7.27)$$

Perhatikan **Gambar 7.27**. Sudut θ ada di bawah sumbu datar. Fase yang dimiliki tegangan total sama dengan fase sumbu datar dikurangi sudut θ. Dengan demikian kita dapatkan bentuk umum tegangan antara titik a dan c sebagai berikut

$$V_{ac}=V_m\cos(\omega t+\vartheta_o-\theta)$$

$$=I_m\sqrt{R^2+X_C^2}\cos(\omega t+\vartheta_o-\theta)$$

yang dapat ditulis sebagai sebagai

$$V_{ac} = I_m Z \cos(\omega t + \vartheta_o - \theta) \tag{7.28}$$

dengan

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} \tag{7.29}$$

disebut impedansi rangkaian seri RC.

Karena X_C merupkan fungsi frekuensi maka impedansi rangkaian RC bergantung pada frekuensi. Kita dapat menulis secara eksplisit kebergantungan Z pada frekuensi sebagai berikut

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

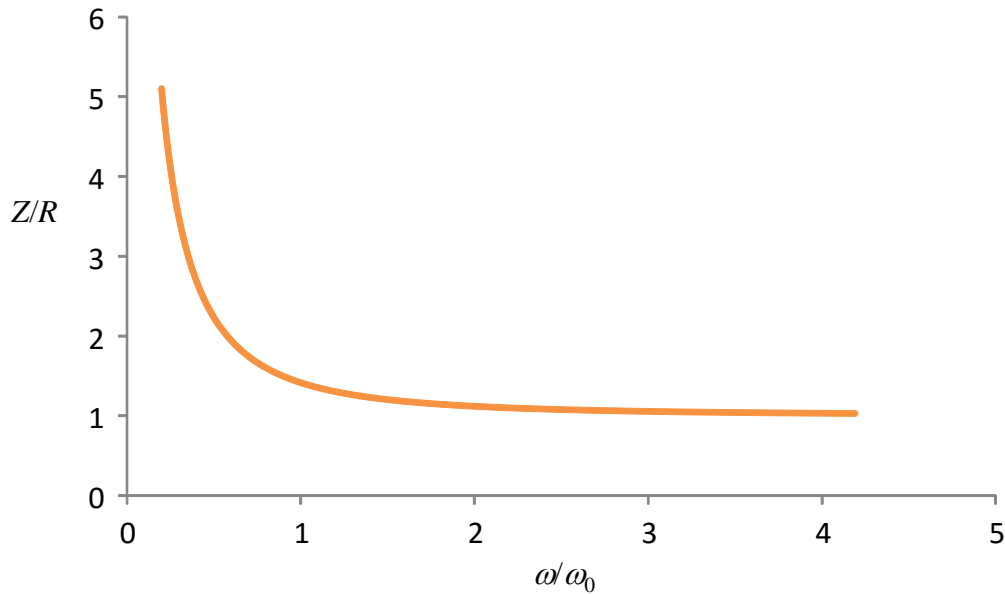
$$= R\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\omega RC}\right)^2}$$

Selanjunta kita definisikan

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{RC}}$$

Sehingga kita dapat menulis

$$Z = R\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}$$

Gambar 7.28 adalah plot rasio Z terhadap hambatan resistor terhdap ω yang dinyatakan dalam satuan ω_0. Tampak bahwa makin tinggi frekuensi maka impedansi makin kecil. Hak ini disebabkan karena pengaruh kapasitor makin kecil (pada frekuensi yang makin tinggi maka impedansi kapasitif makin kecil).

Gambar 7.28 plot rasio Z terhadap hambatan resistor terhdap ω yang dinyatakan dalam satuan ω_0 pada rangkaian RC.

Contoh 7.6

Rangkaian seri RC mengandung hambatan 100 Ω dan kapasitansi 1 μF. Jika tegangan antara dua ujung kapasitor adalah 10 cos(2000 t + π/6) volt tentukan

a) Arus yang mengalir

b) Tegangan antara dua ujung resistor

c) Tegangan total antara ujung resistor dan ujung kapasitor

Jawab

Tegangan antara dua ujung kapasitor

V_C = 10 cos(2000 t + π/6) volt

Dari persamaan sini diperoleh V_{Cm} = 10 V dan ω = 2000 rad/s

a) Impedansi kapasitif

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2000 \times 10^{-6}} = 500\ \Omega$$

Amplitudo arus yang mengalir

$$I_m = \frac{V_{Cm}}{X_C} = \frac{10}{500} = 2 \times 10^{-2} \text{ A}$$

Pada rangkaian seri RC, fase tegangan antara dua ujung kapasitor mengikuti arus dengan keterlambatan fase $\pi/2$. Atau fase arus mendahului fase tagangan antara dua ujung kapasitor dengan beda fase $\pi/2$. Karena fase tagangan antara dua ujung kapasitor adalah ($2000t + \pi/6$) maka fase arus adalah ($2000t + \pi/6 + \pi/2$) = ($2000t + 4\pi/6$). Dengan demikian, fungsi arus adalah

$$I = I_m \cos(2000t + 4\pi/6) = 2\times 10^{-2} \cos(2000t + 4\pi/6) \text{ A}$$

b) Tegangan antara dua ujung resistor.

Fase tegangan antara dua ujung resistor sama dengan fase arus. Amplitudo tegangan antara dua ujung resistor adalah

$$V_{Rm} = I_m R = (2\times 10^{-2})\times 100 = 2 \text{ V}$$

Karena sama dengan fase arus maka

$$V_R = V_{Rm} \cos(2000t + 4\pi/6) = 2 \cos(2000t + 4\pi/6)$$

c) Tegangan total antara ujung resistor dan ujung kapasitor

Impedansi total antara dua ujung komponen adalah

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{100^2 + 500^2} = 500{,}1 \ \Omega.$$

Amplitudo tegangan

$$V_m = I_m Z = (2\times 10^{-2})\times 500{,}1 = 10 \text{ V}$$

Beda fase antara tegangan total dan arus adalah θ yang memenuhi

$$\tan\theta = \frac{X_C}{R} = \frac{500}{100} = 5$$

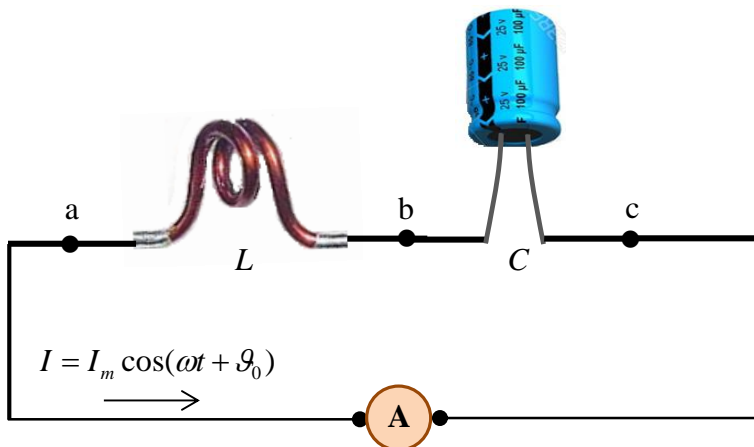
atau

$$\theta = 1{,}373 \text{ rad} = 0{,}44\pi \text{ rad}.$$

Untuk rangkaian RC, fase tegangan mengikuti arus dengan keterlambatan fase $\theta = 0{,}44\pi$. Karena fase arus adalah ($2000t + 4\pi/6$) maka fase tegangan adalah ($2000t + 4\pi/6 - \theta$) = ($2000t + 4\pi/6 - 0{,}44\pi$) = ($2000t + 0{,}23\pi$). Jadi, kebergantungan tegangan total terhadap waktu memenuhi

$$V = V_m \cos(2000t + 0{,}23\pi) = 10\cos(2000t + 0{,}23\pi)$$

7.12.3 Rangkaian LC Seri

Rangkaian ini hanya mengandung induktor dan kapasitor yang disusun secara seri seperti pada **Gambar 7.29**. Kita ingin mencari tegangan antara titik **a** dan **b**, antara titik **b** dan **c** dan antara titik **a** dan **c**. Mari kita analisis

Gambar 7.29 Contoh rangkaian seri LC

Diberikan $I = I_m \cos(\omega t + \vartheta_o)$. Tegangan antara dua ujung induktor mendahului arus dengan fasa sebesar π/2. Maka kita langsung dapat menulis

$$V_{ab} = I_m X_L \cos(\omega t + \vartheta_o + \pi/2)$$

dengan $X_L = \omega L$. Tegangan antara dua ujung kapasitor memiliki fasa yang mengikuti arus dengan keterlambatan sebesar π/2. Maka kita langsung dapat menulis

$$V_{bc} = I_m X_C \cos(\omega t + \vartheta_o - \pi/2)$$

dengan $X_C = \dfrac{1}{\omega C}$. Tegangan antara ujung kiri induktor dengan ujung kanan kapasitor menjadi

$$V_{ac} = V_{ab} + V_{bc}$$

$$= I_m X_L \cos(\omega t + \vartheta_o + \pi/2) + I_m X_C \cos(\omega t + \vartheta_o - \pi/2)$$

Dengan menggunakan sifat $\cos\alpha = -\cos(\alpha + \pi)$ maka kita dapat menulis

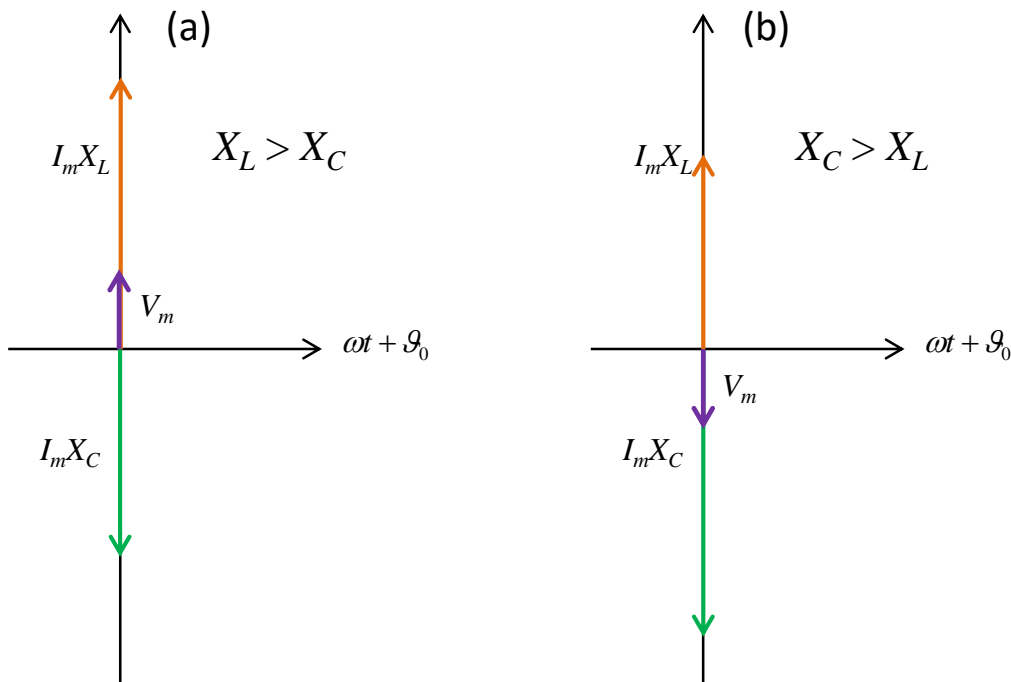
$$\cos(\omega t + \vartheta_o - \pi/2) = -\cos(\omega t + \vartheta_o - \pi/2 + \pi)$$

$$= -\cos(\omega t + \vartheta_o + \pi/2)$$

Dengan demikian kita peroleh

$$V_{ac} = I_m X_L \cos(\omega t + \vartheta_o + \pi/2) - I_m X_C \cos(\omega t + \vartheta_o + \pi/2)$$

$$= I_m (X_L - X_C)\cos(\omega t + \vartheta_o + \pi/2) \quad (7.30)$$

Diagram fasor dari penjumlahan tersebut tampak pada **Gambar 7.30**.

Gambar 7.30 Diagram fasor untuk rangkaian seri LC. (a) Jika $X_L > X_C$ dan (b) jika $X_C > X_L$.

Kasus menarik terjadi jika $X_L = X_C$, karena $V_{ab} = 0$. Kondisi ini terpenuhi jika

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}$$

atau

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad (7.31)$$

Kondisi ini disebut kondisi resonansi dan frekuensi $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ disebut **frekuensi resonansi**.

Pada kondisi resonansi terdapat beda tegangan antara dua ujung induktor dan antara dua ujung kapasitor. Tetapi kedua tegangan tersebut sama besar dan berlawanan fasa sehingga saling menghilangkan. Akibatnya, ketika induktor dan kapasitor tersusun secara seri maka tegangan antara ujung ujung luar induktor dan ujung luar kapasitor nol.

Contoh 7.7

Pada rengkaian seri RC terukur tegangan antara dua ujung induktor memenuhi 2 *sin*(1000*t*) volt. Induktasi induktor adalah 2 mH dan kapasitansi kapasitor adalah 0,25 mF. Tentukan

a) arus yang mengalir dalam rangkaian

b) tegangan antara dua ujung kapasitor

c) tegangan total antara ujung induktor dan ujung kapasitor

d) frekuensi arus agar tegangan total antara ujung kapasitor dan ujung induktor nol

Jawab

Dari soal kita peroleh ω = 1000 rad/s dan $V_{Lm} = 2$ V.

Reaktasi induktif

$$X_L = \omega L = 1000 \times (2 \times 10^{-3}) = 2\ \Omega.$$

Reaktansi kapasitif

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{1000 \times (2{,}5 \times 10^{-4})} = 4\,\Omega$$

a) Arus maksimum yang mengalir memenuhi

$$I_m = \frac{V_{Lm}}{X_L} = \frac{2}{2} = 1 \text{ A}$$

Fase antara dua ujung induktor mendahului arus sebesar π/2 radian. Atau fase arus lebih terbelakang sebesar π/2 radian terhadap fase tegangan antara ujung induktor. Karena fase antara ujung induktor adalah *sin*(1000*t*) maka fase arus adalah *sin*(1000*t* - π/2). Dengan demikian, fungsi arus menjadi

$$I = I_m \sin(1000t - \pi/2) = 1 \sin(1000t - \pi/2) \text{ A}$$

b) Tegangan maksimum antara ujung kapasitor memenuhi

$$V_{Cm} = I_m X_C = 1 \times 4 = 4 \text{ V}$$

Fase antara dua ujung kapasitor mengikuti arus dengan keterlambatan sebesar π/2 radian. Karena fase arus adalah *sin*(1000*t* - π/2) maka fase antara dua ujung kapasitor adalah *sin*(1000*t* - π/2 - π/2) = *sin*(1000*t* - π). Dengan demikian, fungsi tegangan antara dua ujung kapasitor adalah

$$V_C = V_{Cm} \sin(1000t - \pi) = 4 \sin(1000t - \pi)$$

$$= -4 \sin(1000t)$$

c) tegangan total antara ujung induktor dan ujung kapasitor

$$V = V_R + V_C$$

$$= 1 \sin(1000t) - 4 \sin(1000t) = -3 \sin(1000t) \text{ volt}$$

d) frekuensi arus agar tegangan total antara ujung kapasitor dan ujung induktor nol. Kondisi ini dicapai saat resonansi yang memenuhi

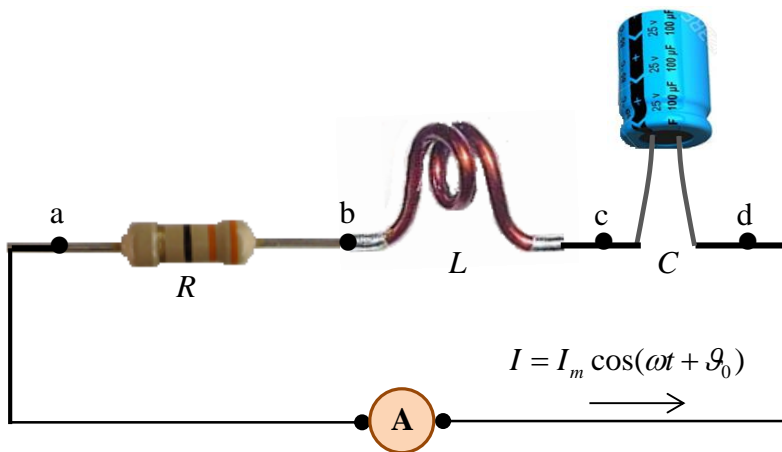
$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{(2\times 10^{-3})\times(2{,}5\times 10^{-4})}} = 1414 \text{ rad/s}$$

7.12.4 Rangkaian RLC Seri

Sekarang kita meningkat lebih lanjut ke rangkaian RLC yang disusun secara seri seperti pada **Gambar 7.31**. Pada rangkaian tersebut mengalir arus $I = I_m \cos(\omega t + \vartheta_o)$. Kita akan menghitung V_{ab}, V_{bc}, V_{cd}, V_{ac}, V_{bd}, dan V_{ad}. Berdasarkan pembahasan di atas dengan segera kita dapatkan

$$V_{ab} = I_m R \cos(\omega t + \vartheta_o)$$

$$V_{bc} = I_m X_L \cos(\omega t + \vartheta_o + \pi / 2)$$

$$V_{cd} = I_m X_C \cos(\omega t + \vartheta_o - \pi / 2)$$

Gambar 7.31 Contoh rangkaian seri RLC

Antara titik **a** dan **c** terdapat resistor dan induktor yang disusun secara seri sehingga

$$V_{aC} = I_m \sqrt{R^2 + X_L^2} \cos(\omega t + \vartheta_o + \theta_1)$$

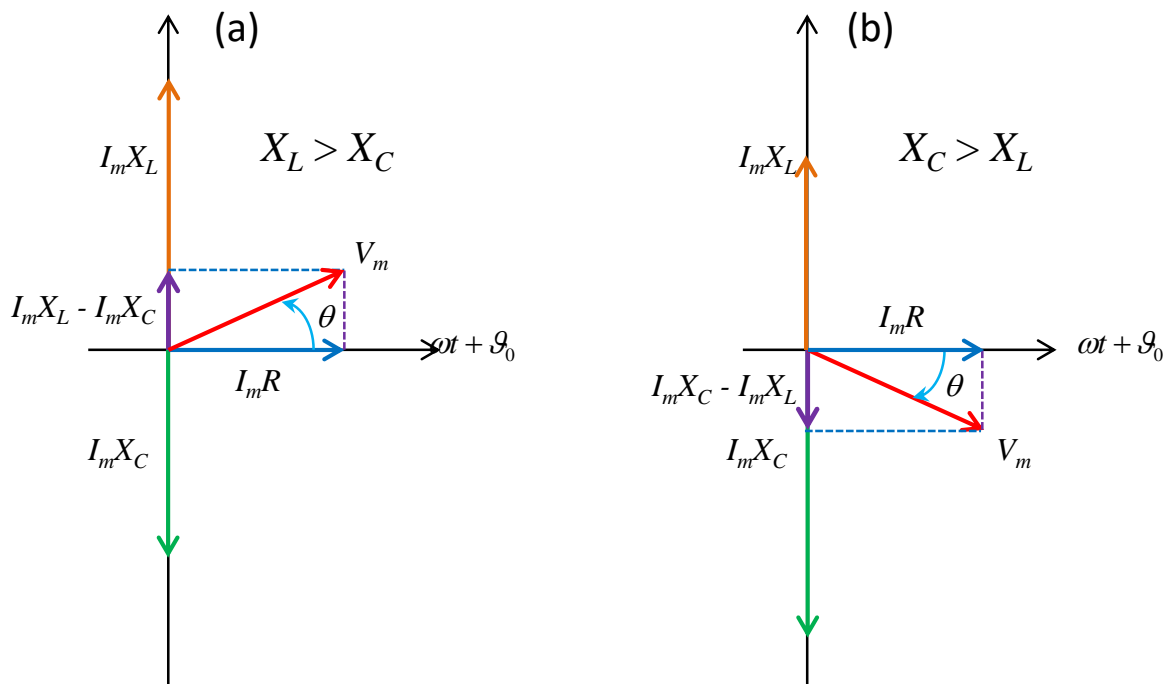
dengan $\tan\theta_1 = X_L / R$. Antara titik **b** dan **d** terdapat induktor dan kapasitor yang disusun secara seri sehingga

$$V_{bd} = I_m (X_L - X_C) \cos(\omega t + \vartheta_o + \pi / 2)$$

Antara titik **a** dan **d** terdapat tiga komponen yang disusun secara seri sehingga tegangan total memenuhi

$$V_{ad} = V_{ab} + V_{bc} + V_{cd}$$

$$= I_m R\cos(\omega t + \vartheta_o) + I_m X_L \cos(\omega t + \vartheta_o + \pi/2) + I_m X_C \cos(\omega t + \vartheta_o - \pi/2)$$

Penjumlahan tiga suku trigonometri di atas dapat diungkapkan dalam diagram fasor seperti pada Gambar 7.32.

Gambar 7.32 Diagram fasor untuk penjumlahan pada persamaan (8.58). (a) Jika $X_L > X_C$ dan (b) jika $X_C > X_L$.

Dengan dalil Phitagoras maka

$$V_m = \sqrt{(I_m R)^2 + (I_m X_L - I_m X_C)^2}$$

$$= I_m \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$= I_m Z \qquad (7.32)$$

di mana

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \tag{7.33}$$

adalah impedansi rangkaian seri RLC. Dari gambar kita juga melihat bahwa

$$\tan\theta = \frac{I_m X_L - I_m X_C}{I_m R} = \frac{X_L - X_C}{R} \tag{7.34}$$

Dengan demikian, bentuk umum tegangan antara titik a dan d sebagai fungsi waktu adalah

$$V_{ad} = I_m Z \cos(\omega t + \vartheta_o + \theta) \tag{7.35}$$

Juga jelas di sini bahwa Z merupakan fungsi frekuensi arus. Jika dieksplistkan maka impendasi total rangkaian RLC adalah

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$$= R\sqrt{1 + \left(\omega\frac{L}{R} - \frac{1}{\omega RC}\right)^2}$$

$$= R\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_{01}} - \frac{\omega_{02}}{\omega}\right)^2}$$

di mana

$$\omega_{01} = \sqrt{\frac{R}{L}}$$

dan

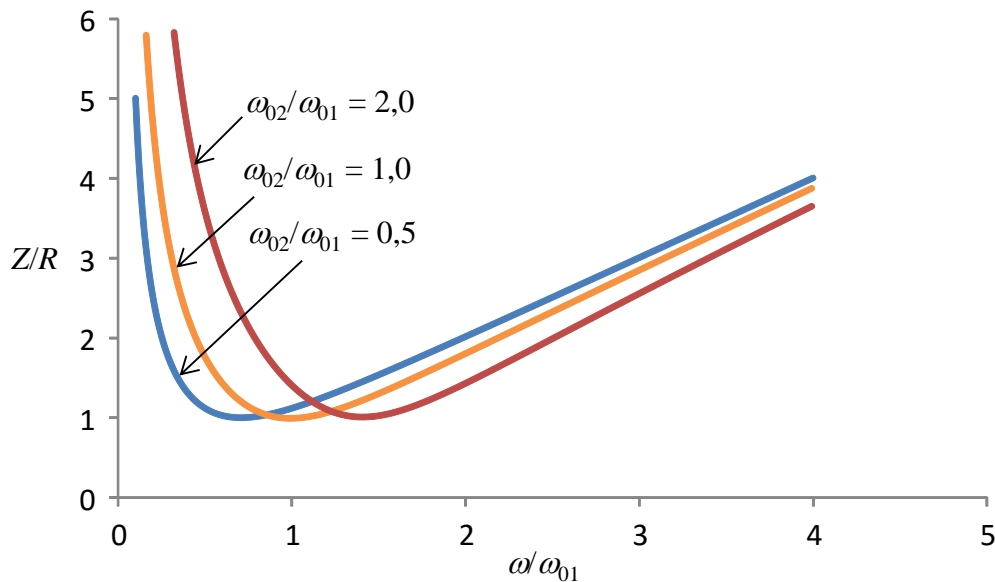
$$\omega_{02} = \frac{1}{\sqrt{RC}}$$

Resonansi terjadi jika

$$\frac{\omega}{\omega_{01}} - \frac{\omega_{02}}{\omega} = 0$$

atau

$$\omega = \sqrt{\omega_{01}\omega_{02}}$$

Gambar 7.33 adalah contoh plot impedansi sebagai fungsi frekuensi. Impedansi dinyatakan dalam satuan R dan frekuensi dinyatakan dalam satuan ω_{01}. Kurva dibuat untuk berbagai rasio ω_{02}/ω_{01}. Tampak bahwa mula-mula impedansi tutun dengan bertambahnya frekuensi, kemudian naik terus dengan naiknya frekuensi setelah menacpai nilai minimum. Nilai minimum tersebut berseauaian dengan frekeunsi resonansi.

Gambar 7.33 contoh plot impedansi sebagai fungsi frekuensi. Impedansi dinyatakan dalam satuan R dan frekuensi dinyatakan dalam satuan ω01. Kurva dibuat untuk berbagai rasio ω_{02}/ω_{01}: 0,5, 1,0, dan 2,0.

Contoh 7.8

Rangkaian RLC seri mengandung hambatan 100 Ω, induktor 0,05 H, dan kapasitor 5 μF. Tegangan antara dua ujung kapasitor adalah 8 $\cos(1000t + \pi/3)$ volt. Tentukan

a) fungsi arus yang mengalir

b) tegangan antara dua ujung resistor

c) tegangan antara dua ujung induktor

d) tegangan total antara ujung kiri komponen paling kiri dan ujung kanan komponen paling kanan

Jawab

Dari informasi soal kita dapatkan ω = 1000 rad/s.
Tegangan antara dua ujung kapasitor

$$V_C = 8\cos(1000t + \pi/3) \ \text{volt}$$

Dari sini tampak bahwa $V_{Cm} = 8$ volt.
Reaktansi induktif

$$X_L = \omega L = 1000 \times 0{,}05 = 50 \ \Omega$$

Reaktansi kapasitif

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{1000 \times (5 \times 10^{-6})} = 200 \ \Omega$$

a) Arus maksimum yang mengalir

$$I_m = \frac{V_{Cm}}{X_C} = \frac{8}{400} = 0{,}02 \ \text{A}$$

Fase arus mendahului fase tegangan antara ujung kapasator dengan fase sebesar $\pi/2$. Fase tegangan antara ujung kapasitor adalah ($1000t + \pi/3$). Maka fase arus adalah ($1000t + \pi/3 + \pi/2$) = ($1000t + 5\pi/6$). Jadi fungsi arus menjadi

$$I = I_m \cos(1000t + 5\pi/6) = 0{,}02\ \cos(1000t + 5\pi/6) \ \text{A}$$

b) Tegangan maksimum antara dua ujung resistor

$$V_{Rm} = I_m R = 0{,}02 \times 100 = 2 \ \text{volt}$$

Fase tagangan antara ujung resistor sama dengan fase arus. Dengan demikian, fungsi tegangan antara ujung resistor adalah

$$V_R = V_{Rm} \cos(1000t + 5\pi/6) = 2\ \cos(1000t + 5\pi/6) \ \text{volt}$$

c) Tegangan maksimum antara dua ujung induktor

$$V_{Lm} = I_m X_L = 0{,}02 \times 50 = 1 \text{ volt}$$

Fase tagangan antara ujung induktor mendahui fase arus dengan fase sebesar $\pi/2$. Fase arus adalah ($1000t + 5\pi/6$). Dengan demikian, fase tegangan antara ujung induktor adalah ($1000t + 5\pi/6 + \pi/2$) = ($1000t + 8\pi/6$). Akhirnya, fungsi tegangan antara ujung induktor adalah

$$V_L = V_{Lm} \cos(1000t + 8\pi/6) = 1 \cos(1000t + 8\pi/6) \text{ volt}$$

d) Impedansi total rangkaian

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{100^2 + (50-200)^2} = \sqrt{32500} = 180\,\Omega.$$

Tegangan maksimum antara ujung kiri dan ujung kanan rangkaian

$$V_m = I_m Z = 0{,}02 \times 180 = 3{,}6 \text{ volt}$$

Beda fase antara arus dengan tegangan maksimum ini memenuhi

$$\tan\theta = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{50-200}{100} = -\frac{150}{100} = -1{,}5$$

atau

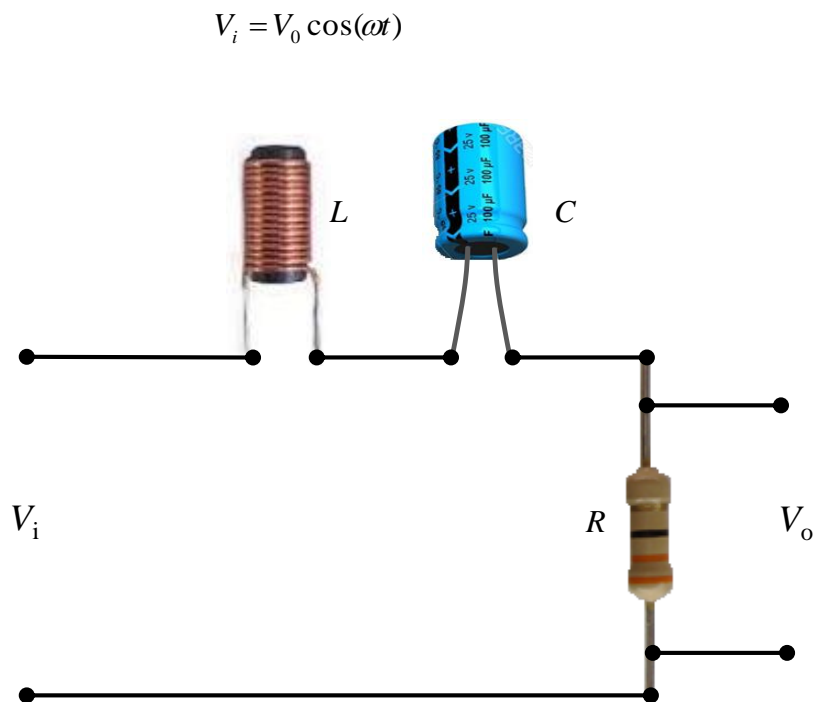
θ = -0,98 rad = - 0,31π rad.

Karena sifat kapasitif lebih kuat dari sifat konduktif maka secera keseluruhan rangkaian bersifat kapasitif. Fasa tegangan antara ujung ke ujung rangkaian mengalami keterlambatan dari fasa arus. Fasa arus adalah ($1000t + 5\pi/6$). Maka fasa tegangan adalah ($1000t + 5\pi/6 - 0{,}31\pi$) = ($1000t +$ $+0{,}52\pi$). Jadi, fungsi tegangan total menjadi

$$V = V_m \cos(1000t + 0{,}52\pi) = 3{,}6 \cos(1000t + 0{,}52\pi) \text{ volt}$$

7.13 Filter

Mari kita kembali melihat rangkaian seri RLC. Kita menganalisis rangkaian seperti pada **Gambar 7.34**. Tegangan AC diberikan sebagai input (bukan arus) dan kita bermaksud mengukur tegangan antara dua kaki hambatan. Misalkan tegangan masukan yang diberikan memenuhi

$$V_i = V_0 \cos(\omega t)$$

Gambar 7.34 Rangkaian seri RLC di mana yang dimasukkan adalah tegangan dan kita mengukur tegangan outpur pada dua ujung hambatan.

Langkah pertama adalah mencari impedansi rangkaian dan nilai itu diberikan oleh persamaan (7.33) serta perubahan fasa diberikan oleh persamaan (7.34). Dengan demikian, arus yang mengalir dalam rangkaian dapat ditulis

$$I = \frac{V_0}{Z}\cos(\omega t - \theta)$$

dengan

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}$$

dan

$$\tan\theta = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R}$$

Setelah arus diperoleh maka kita dapat segera menentukan beda potensial antara dua ujung resistor. Karena fase tegangan pada resistor sama dengan fase arus maka tegangan antara dua kaki resistor menjadi

$$V_o = IR$$

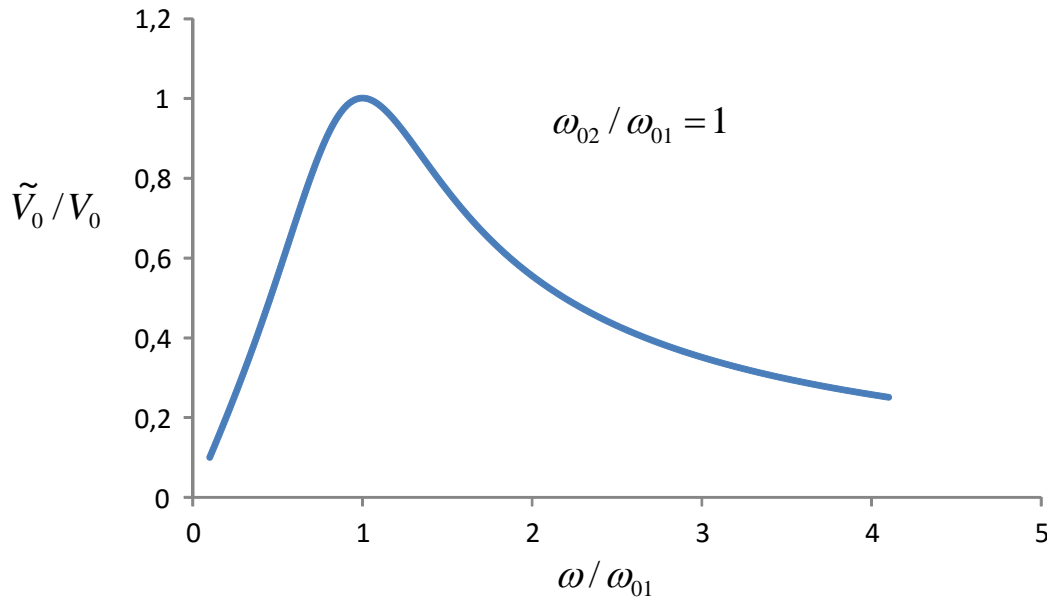
$$= \frac{RV_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}} \cos(\omega t - \theta)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_{01}} - \frac{\omega_{02}}{\omega}\right)^2}} V_0 \cos(\omega t - \theta)$$

$$= \tilde{V}_0 \cos(\omega t - \theta)$$

dengan

$$\tilde{V}_0 = \frac{V_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_{01}} - \frac{\omega_{02}}{\omega}\right)^2}} \qquad (7.36)$$

Apa yang menarik dari persamaan (7.36). Yang menarik adalah ketika sinyal dengan frekuensi sudut ω dimasukkan dalam rangkaian dengan amplitudo V_0 maka pada dua ujung hambatan kita deteksi sinyak dengan amplitudo baru yang memenuhi persamaan (7.36). Jelas di sini bahwa $\tilde{V}_0 < V_0$. Jika frekuensi sinyal yang masuk sangat besar ($\omega \to \infty$) maka $\tilde{V}_0 \to 0$. Sebaliknya, jika frekuensi yang masuk sangat kecil atau $\omega \to 0$ maka $\tilde{V}_0 \to 0$. **Gambar 7.35** adalah plot $\tilde{V}_0 / V_0$ pada berbagai frekuensi. Tampak jelas bahwa pada frekuensi sangat tinggi maupun sangat rendah, nilai $\tilde{V}_0 / V_0$ menuju nol. Lalu apa yang menarik dari sifat ini?

Gambar 7.35 Plot $\tilde{V}_0 / V_0$ pada berbagai frekuensi

Jika kita masukkan secara bersama-sama pada input beberapa sinyal AC yang memiliki frekuensi yang berbeda-beda, maka sinyal dengan frekuensi sangat kecil maupun sangat besar mengalami pengurangan amplitudio yang tajam sedangkan sinyal dengan frekuensi di sekiatar punncak kurva pada Gambar 7.35 hampir tidak mengalami perubahan amplitudo. Inilah prinsip filter. Filter adalah piranti atau rangkaian yang hanya meloloskan sinyal dengan frekuensi tertentu dan tidak meloloskan sinyal dengan frekuensi lainnya. Sinyal yang amplitudonya menjadi sangat kecil artinya tidak diloloskan. Sinyal yang frekuensinya tidak berubah jauh dari amplitudo yang dimasukkan artinya sinyal yang diloloskan.

Sebagai ilustrasi, misalkan kita menasukkan secara bersamaan sinyal dengan frekuensi

$$\omega_1 = 0{,}1\sqrt{\omega_{01}\omega_{02}}$$

$$\omega_2 = \sqrt{\omega_{01}\omega_{02}}$$

$$\omega_3 = 10\sqrt{\omega_{01}\omega_{02}}$$

Misalkan amplitudo semua sinyal tersebut sama. Bentuk sinyal input dapat ditulis

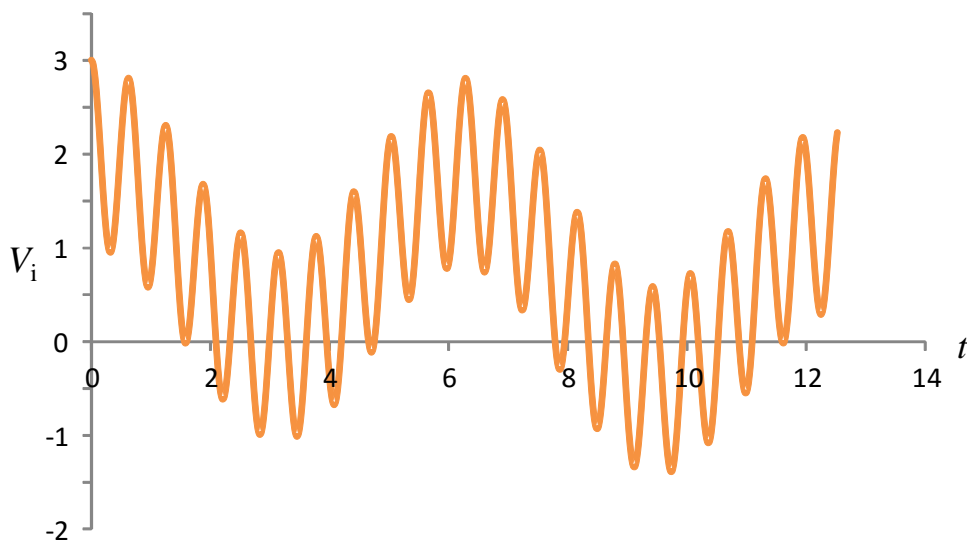
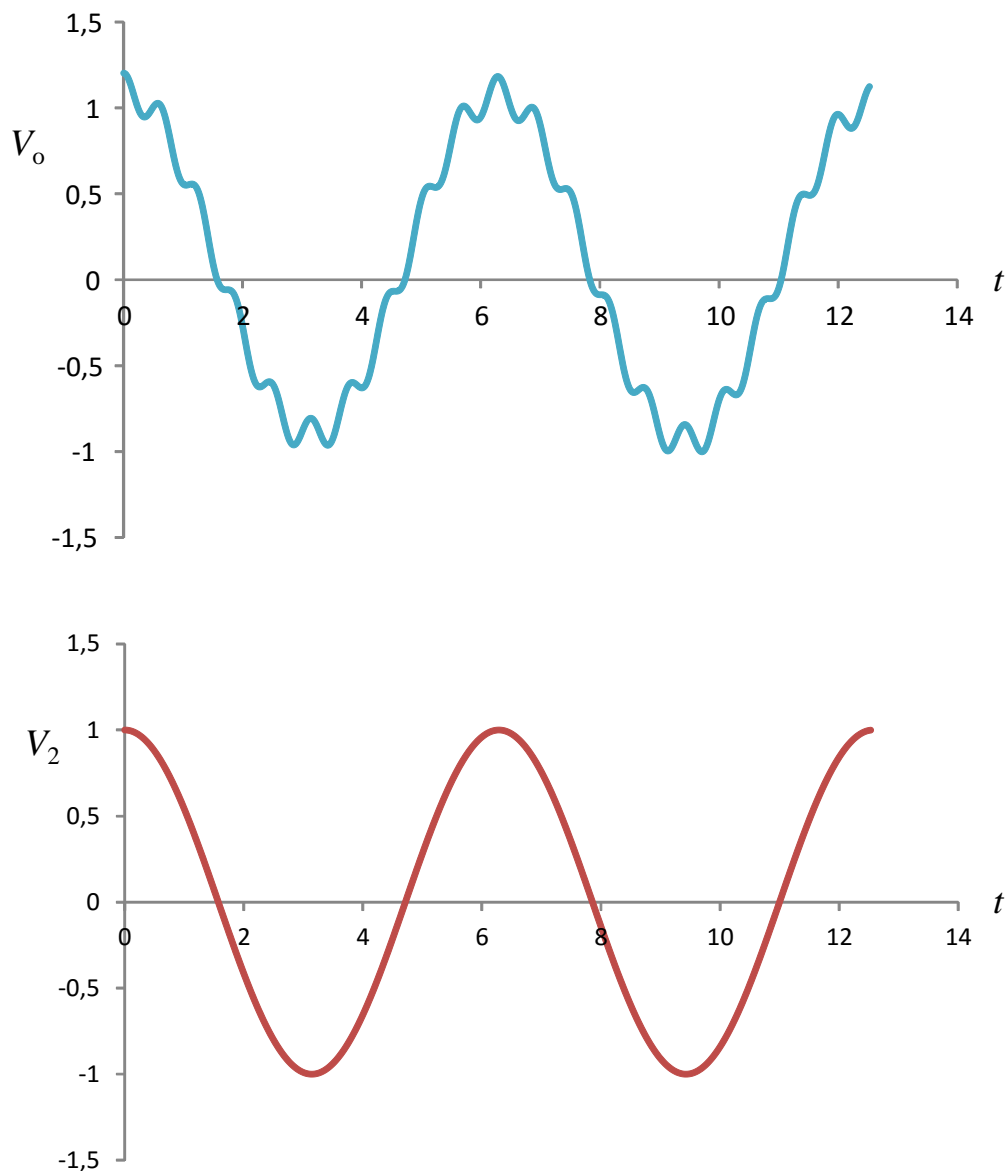
$$V_1 = V_0 \cos(\omega_1 t)$$

$$V_2 = V_0 \cos(\omega_2 t)$$

$$V_3 = V_0 \cos(\omega_3 t)$$

Tegangan total yang dimasukkan menjadi

$$V_i = V_1 + V_2 + V_3$$

Gambar 7.36 adalah plot tegangan yang dimasukkan di input rangkaian. Tampak bahwa tegangan yang dimasukkan tidak memilkiki frekuensi yang jelas dan perubahannya pun tidak teratur. Namun, setelah melewati rangkaian maka tegangan yang dideteksi pada ujung dua hamnbatan berubah. Tegangan yang dideteksi sangat menyerupat tegangan V_2 seperti ditunjukkan pada **Gambar 7.37**. Inilah proses filtering. Semua tegangan dengan frekuensi sangat kecil dan sangat besar ditahan atau dihilangkan. Yang dilewatkan hanya tegangan dengan frekuensi tertentu. Dalam kasus ini tegangan V_1 dan V_3 ditahan sedangkan tegangan V_2 diloloskan.

Gambar 7.36 Pola tegangan yang dimasukkan pada rangkaian yang merupakan jumlah tiga tegangan yang memiliki frekuensi berbeda.

Gambar 7.37 (atas) Pola tegangan yang dideteksi antara dua ujung hambatan dan (bawah) pola tegangan V_2.

Mekanisme filtering memegang peranan vital dalam teknologi komunikasi. Komunikasi radio atau televisi mengandalkan mekanisme filtering. Misalnya antene radio menerima gelombang dari semua stasiun radio. Jadi sinyal yang ditangkap antena sangat rumit. Sinyal yang ditangkap antene kemudian dilewatkan pada filter sehingga hanya sinyal dengan frekuensi tertentu saja yang diloloskan. Sinyal ini kemudian diperkuat dan terakhir dikirim ke loudspeaker. Akibatnya kita hanya mendengar siaran dari satu pemancar walaupun antene menangkap sinyal dari semua pemancar.

7.14 Faktor daya

Selanjutnya kita akan menghitung disipasi daya pada rangkaian RLC yang disusun secara seri. Jika rangkaian tersebut dialiri arus $I = I_m \cos(\omega t)$ maka dengan segera kita dapat menentukan tegangan antara ujung kiri komponen paling kiri dengan ujung kanan komponen paling kanan adalah

$$V = I_m Z \cos(\omega t + \theta)$$

di mana

$$\tan\theta = (X_L - X_C)/R$$

Disipasi daya dalam rangkaian

$$P = IV$$

$$= I_m^2 Z \cos(\omega t)\cos(\omega t + \theta)$$

Dengan menggunakan kesamaan trigonometri $\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}\cos(\alpha+\beta) + \frac{1}{2}\cos(\alpha-\beta)$ maka mudah ditunjukkan bahwa

$$\cos(\omega t)\cos(\omega t + \theta) = \frac{1}{2}\cos(2\omega t + \theta) + \frac{1}{2}\cos(\theta)$$

Dengan demikian disipasi daya menjadi

$$P = \frac{I_m^2 Z}{2}\cos(2\omega t + \theta) + \frac{I_m^2 Z}{2}\cos(\theta)$$

Disipasi daya rata-rata adalah

$$\langle P \rangle = \left\langle \frac{I_m^2 Z}{2}\cos(2\omega t + \theta) \right\rangle + \left\langle \frac{I_m^2 Z}{2}\cos(\theta) \right\rangle$$

$$= \frac{I_m^2 Z}{2}\langle \cos(2\omega t + \theta) \rangle + \frac{I_m^2 Z}{2}\langle \cos(\theta) \rangle$$

Kalian dapat mebuktikan bahwa $\langle \cos(2\omega t + \theta) \rangle = 0$. Dan karena $\cos\theta$ konstan (tidak mengandung waktu) maka $\langle \cos(\theta) \rangle = \cos(\theta)$. Akhirnya diperoleh

$$\langle P \rangle = \frac{I_m^2 Z}{2} \cos\theta \qquad (7.36)$$

Di sini, *cos θ* disebut ***faktor daya***. Besaran ini menentukan daya yang dibuang pada rangkaian meskipun besar tegangan dan arus maksimum konstan. Faktor daya bergantung pada frekuensi arus. Jadi, untuk rangkaian yang sama, disipasi daya yang dibuang bergantung pada frekuensi. Nilai terbesar *cos θ* adalah satu. Kondisi ini menyebabkan disipasi daya mencapai nilai maksimum. Kondisi ini dicapai saat resonansi di mana $X_L = X_L$ sehingga *tan θ* = 0 atau *cos θ* = 1.

Daya rata-rata dapat pula ditulis dalam bentuk lain. Mengingat $I_m Z = V_m$ maka

$$\langle P \rangle = \frac{I_m V_m}{2} \cos\theta$$

$$= \frac{I_m}{\sqrt{2}} \frac{V_m}{\sqrt{2}} \cos\theta$$

$$= I_{rms} V_{rms} \cos\theta \qquad (7.37)$$

Contoh 7.9

Tegangan V = 4,8 *sin* (754t) diterapkan pada rangkaian RLC seri. Jika L = 3,0 mH, R=1,4 kΩ, dan C = 3,0 μF, berapa disipasi daya dalam rangkaian?

Jawab

Persamaan umum tegangan dapat ditulis

$V = V_m \sin(\omega t)$

Dari bentuk tegangan yang diberikan kita dapat simpulkan

V_m = 4,8 volt

ω = 754 rad/s

Reaktansi kapasitif

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{(754)\times(3{,}0\times 10^{-6})} = 442\ \Omega$$

Reaktansi induktif

$$X_L = \omega L = 754\times(3{,}0\times 10^{-3}) = 2{,}3\ \Omega$$

Impedansi rangkaian

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$= \sqrt{(1{,}4\times 10^3)^2 + (2{,}3 - 442)^2} = 1467\ \Omega$$

Sudut fase antara arus dan tegangan, θ, memenuhi

$$\tan\theta = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{2{,}3 - 442}{1{,}4\times 10^3} = -0{,}314$$

atau θ = -17,4°. Arus maksimum yang mengalir dalam rangkaian

$$I_m = \frac{V_m}{Z} = \frac{4{,}8}{1467} = 3{,}3\times 10^{-3}\ \text{A}$$

Disipasi daya rata-rata dalam rangkaian

$$\langle P\rangle = \frac{I_m V_m}{2}\cos\theta = \frac{(3{,}3\times 10^{-3})\times 4{,}8}{2}\times\cos(-17{,}4^o) = 0{,}015\ \text{W}$$

Kita tidak membahas rangkaian paralel untuk arus bolak-balik karena cukup rumit. Pembahasan rangkaian paralel yang melibatkan arus bolak-balik akan sederhana jika menggunakan bilangan komples secara intensif. Pada pembahasan tersebut maka reaktansi kapasitif harus dinyatakan dalam bentuk bilangan kompleks $X_C = 1/i\omega C$ dan reaktansi induktif harus dinayatakan dalam bilangan kompleks $X_L = i\omega L$ di mana i adalah bilangan imajiner yang memenuhi $i = \sqrt{-1}$. Sebagai contoh, impedansi penganti untuk rangkaian paralel hambatan dan induktor memenuhi

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{R} + \frac{1}{X_L}$$

$$= \frac{1}{R} + \frac{1}{i\omega L}$$

Dengan demikian impedansi mememenuhi persamaan

$$Z = \frac{i\omega RL}{R + i\omega L}$$

Kita berhenti di sampai di sini saja. Pemb ahasan yang lebih lengkap akan ditemui di kuliah elektrodinamika lanjut. Dan nanti akan kalin temui bahwa bilangan kompleks merupakan bilangan yang luar biasa. Bilangan kompleks sangat memudahkan kita mencari solusi yang sulit diselesaikan dengan bilangan real. Ketika orang buntu dengan penyelesaian menggunakan bilangan rill, maka yang dilakukan adalah mentransformasi persoalan tersebut ke dalam bilangan kompleks. Kemudian menyelesaikan persoalan di dalam ranah bilangan komplks. Setelah solusi diperoleh maka dilakukan transformasi balik ke bilangan riil.

Soal-Soal

Sebuah kumparan memiliki hambatan R = 1,0 Ω dan induktansi L = 0,3 H. Tentukan arus dalam kumparan jika dihubungkan dengan tegangan (a) 120 volt dc, (b) 120 votl (rms) dengan frekuensi 60 Hz

Tiga komponen R, L, dan C dihubungkan secara seri. Misalkan R = 25,0 Ω, L

= 30,0 mH, dan C = 12,0 μF. Rangkaian tersebut dihubungkan dengan tegangan ac 90 V (rms) dengan frekuensi 500 Hz. Hitung (a) arus dalam rangkaian, (b) pembacaan voltmeter pada dua ujung masing-masing komponen, (c) beda fase θ, dan (d) disipasi daya dalam rangkaian.

Ketika diukur, reaktansi sebuah kapasitor 9,20 μF adalah 250 Ω. Pada frekuensi berapakah pengukuran dilakukan?

Hitung impedansi dan arus rms dalam kumparan radio 160 mH yang dihubungkan ke tagangan 220 V (rms) pada frekuensi 10,0 kHz. Abaikan hambatan kumparan

Berapa impedansi kapasitor 0,030 μF jika dihubungkan dengan tegangan rms 2,0 kV dan frekuensi 700 Hz? Berapa pula nilai arus maksimum yang mengalir?

Sebuah hambatan 30 kΩ dipasang seri dengan induktor 0,5 H dan sebuah sumber tagangan ac. Hitung impedansi rangkaian jika frekuensi sumber adalah (a) 50 Hz, (b) $3,0 \times 10^4$ Hz.

Sebuah hambtan 2,5 kΩ dipasang seri dengan induktor 420 mH. Pada frekuensi berapakah impedansi sama dengan dua kali impedansi pada saat frekuensi 60 Hz?

Berapa impedansi total, sudut fase, dan arus rms dalam rangkaian RLC seri yang dihubungkan dengan sumber tagangan 300 V (rms) dan frekuensi 10,0 kHz jika L = 22,0 mH, R = 8,70 kΩ, dan C = 5 000 pF?

Suatu rangkaian mengandung resistor 250 Ω yang diseri dengan induktor 40,0 mH dan generator 50,0 V (rms). Disipasi daya adalah 9,50 W. Berapa frekuensi generator?

Kapasitor 3500 pF dihubungkan dengan induktor 50 μH yang memiliki hambatan 3,0 Ω. Berapa frekuensi resonansi rangkaian?

Kapasitor variable dalam tuner radio AM memiliki kapasitansi 2 800 pF jika radio tersebut di-tune ke stasiun 580 kHz. (a) berapa kapasitansi kapasitor jika radio tersebut ditune ke satsiun 1 600 kHz? (b) berapa induktansi

rangkaian?

Rangkaian RLC memiliki L = 4,8 mH dan R = 4,4 Ω. (a) Berapa C agar terjadi resonansi pada frekuensi 3 600 Hz. (b) berapa arus maksimum pada saat resonansi jika tegangan puncak eksternal adalah 50 volt?

Berapa arus yang mengalir pada rangkaian RL seri jika V(rms) = 120 volt dan frekuensi 60 Hz? Besar hambatan adalah 1,8 kΩ dan induktansi adalah 900 mH. b) Berapa sudut fasa antara arus dan tegangan? (c) berapa daya yang dibuang rangkaian? (d) berapa tegangan rms antara dua ujung hambatan dan antara dua ujung induktor?

Sebuah kumparan induktor bekerja pada tegangan 220 V (rms) dan frekuensi 60 Hz. Kumparan tersebut menarik arus 12,8 A. berapa induktansinya?

Sebuah hambtan 2,5 kΩ dihubungkan secara seri dengan kapasitor 4,0 μF dan sumber tagangan ac. Hitung impedansi rangkian jika frekuensi sumber adalah (a) 100 Hz, dan (b) 10 000 Hz

Tulislah arus sebagai fungsi waktu yang dihasilkan oleh generator yang memberikan arus rms 10 A dan frekuensi 50 Hz

Arus rms yang melewati sebuah hambatan R adalah 2,0 A. Berapa tegangan maksimum antara dua ujung hambatan jika R = 1 000 Ohm?

Tentukan arus maksimum yang ditarik oleh bohlam lampu yang tertulis 100 W dan 220 V

Sebuah tegangan yang dihasilkan oleh generator dapat ditulis dalam bentuk $V(t) = 200\cos(140\pi t)$ volt. Berapa tegangan rms dan frekuensi tegangan tersebut?

Sebuan resistor dihubungkan seri dengan sebuah generator. Semuab amperemeter yang dihubungklan seri dengan resistor tersebut memberikan bacaan 1,5 A dan voltmeter yang mengukur beda tegangan antara dua ujung resistor memberikan bacaan 75,0 V. Berapa daya rata-rata yang diberikan generator pada resistor tersebut?

Sebuah hambatan 1,0 Ω dihubungkan ke generator tegangan ac. Osiloskop mencatat arus ac yang mengalir pada resistor dan memperlihatkan arus maksimum 0,5 A. Berapa daya rata-rata yang dibuang oleh resistor?

Sebuah kapasitor 80 μF dihubungkan ke sumber tegangan ac yang memiliki frekurisn 60 Hz. Berapa reaktansi kapasitof?

Jika sebuah kapasitor dihubungkan secara seri dengan sumber tegangan ac yang memiliki frekuensi 50,0 H diperoleh reaktansi kapasitif 200 Ω. Berapa reaktansi jika kapasitor tersebut dihubungkan ke sumber yang memiliki frekeuensi 10 kHz?

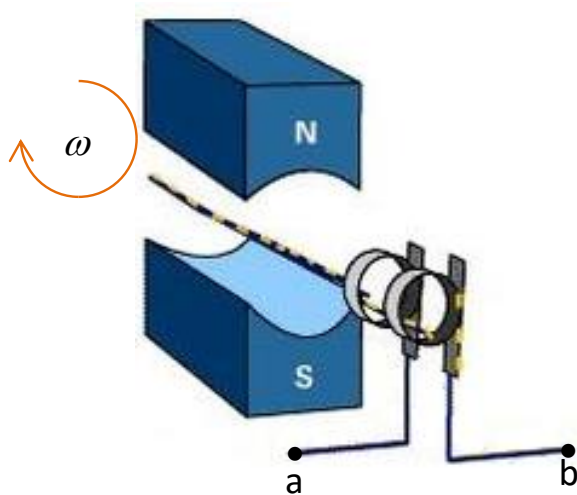
Tentukan arus yang ditarik oleh kapasitor 45 μF jika dihubungkan dengan sumber tegangan 220 V, 50 Hz.

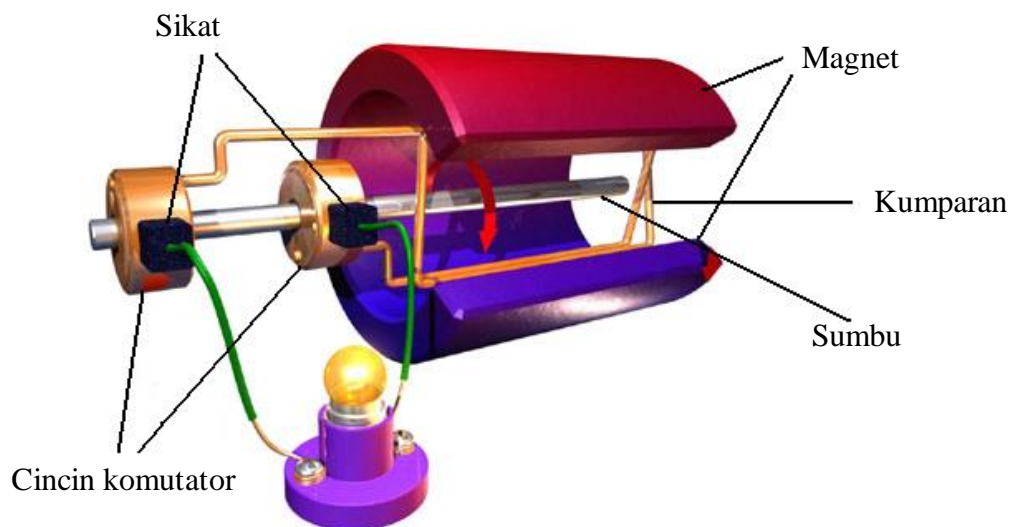
Sebuah sumber tegangan ac dengan frekuensi 60 Hz memiliki tegangan output 120 V. Berapa kapasitansi kapasitor yang dihubungkan ke sumber tegangan tersebut agar dihasilkan arus 1,00 A?

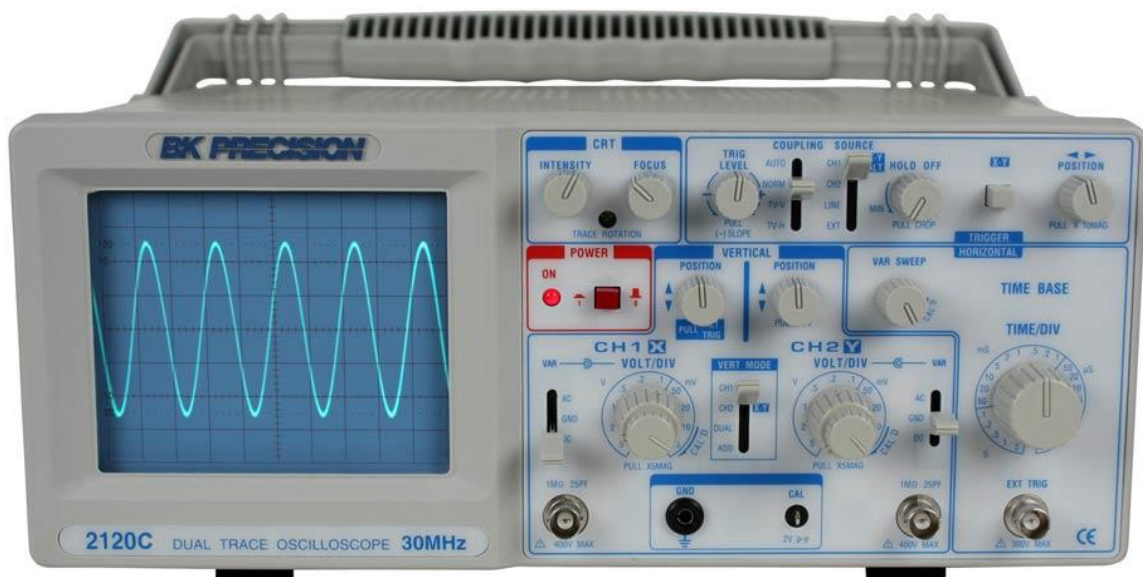
Kumparan 0,15 H yang tidak memiliki hambatan menghasilkan rekatansi 10 Ω ketika dihubungkan dengan sebuah sumber tegangan ac. Tentukan frekuensi sumber

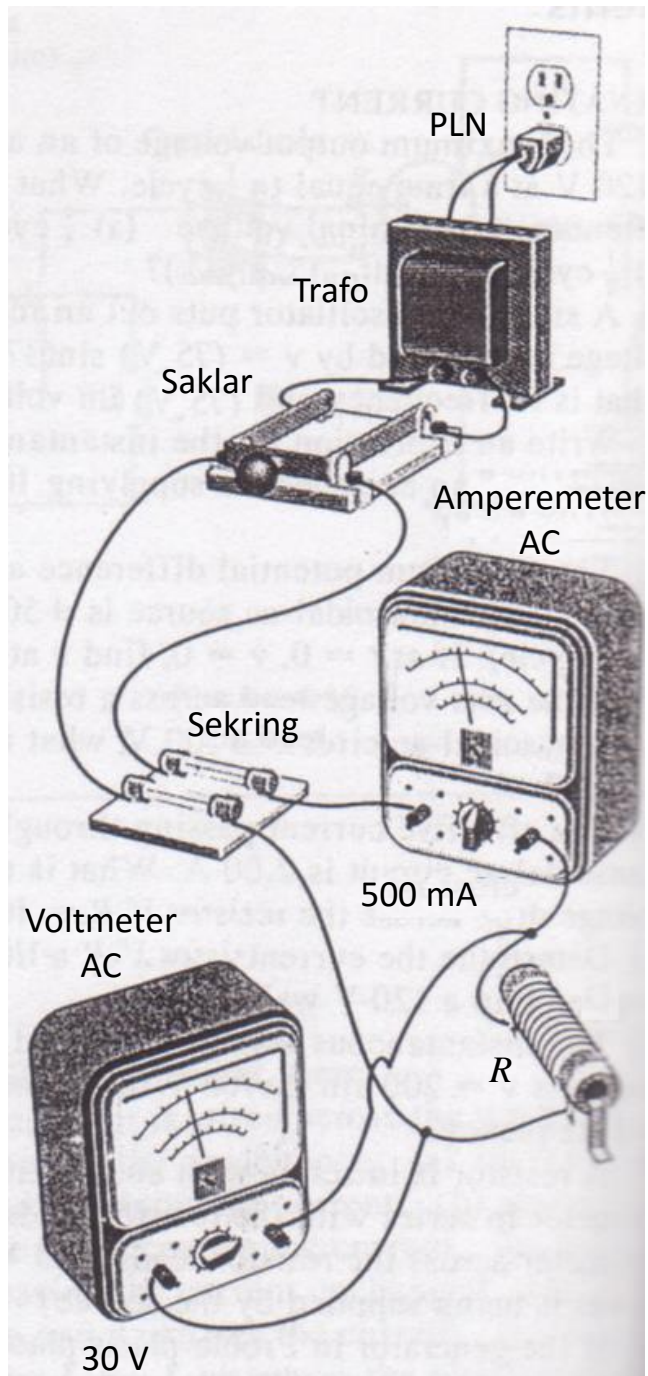
Tentukan reaktansi induktif sebuah kumparan 10,0 mH yang dihubungkan dengan sumber tegangan yang memiliki frekuensi 100 Hz

Sebuah hair dryer 1200 W bekerja pada tegangan 120 V. Berapa hambatannya dan berapa arus yang ditarik?

Dari **Gambar 7.38**, buat sketsa tegangan tang terdeteksi antara titik a dan b

Gambar 7.38 Gambar untuk soal **

Berdasarkan **Gambar 7.39**, jelaskan fungsi dan prinsip kerja sikat dan cincin komutator.

Gambar 7.39 Gambar untuk soal ***

Gambar 7.40 memperlihatkan tegangan bolak-balik pada layat osiloskop. Misalkan satu skala pada sumbu datar menyatakan waktu selama 40 ms dan satu skala pada sumbu vertical menyatakan tegangan 1 volt, tentukan frekuensi arus dan persamaan fungsi tegangan.

Gambar 7.40 Gambar untuk soal *** (B&K Precision)

Gambar 7.41 memperlihatkan rangkaian eksperimen untuk mempelajari sifat hambatan R dalam rangkaian ac. Transformator yang memiliki input 220 V memberikan tegangan keluaran 30 V pada frekuensi 60 Hz dan amperemeter memberikan pembacaan 500 mA. Dianggap tidak ada kehilangan daya pada kabel-kabel yang digunakan. Berapa daya rata-rata yang terbuang pada hambatan? Berapa daya yang dihasilkan jika tidak digunakan transfomator, tetapi rangkaian langsung disambungkan ke tegangan PLN?

Gambar 7.41 Gambar untuk soal ***

Bab 8
BESARAN GELOMBANG

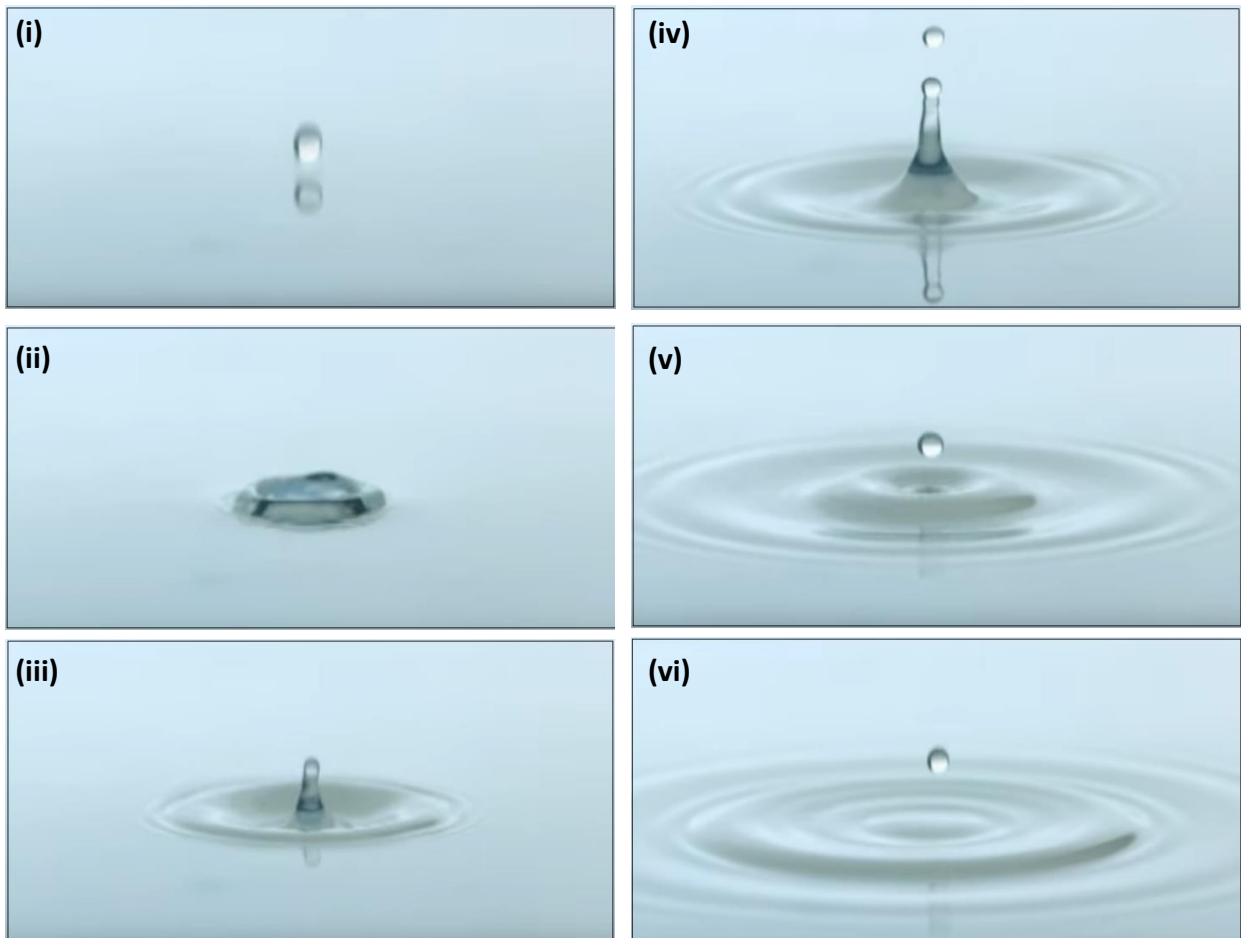
Kalian tentu sudah sering mendengar istilah gelombang seperti gelombang suara, gelombang cahaya, gelombang laut, dan sebagainya. Kalian juga tentu pernah mengamati gelombang seperti gelombang air ketika batu dijatuhkan di permukaan air atau ketika perahu sedang bergerak. Tetapi apakah kalian sudah memahami apa gelombang itu? Bagaimana persamaan-persamaan fisika yang menerangkan gejala gelombang?

Memahami persamaan fisis gelombang sangat penting mengingat aplikasi luar biasa gelombang dalam kehidupan kita. Dalam abad informasi dan komunikasi saat ini hidup kita tidak pernah lepas dari gelombang. Sebagai contoh, komunikasi hp menggunakan gelombang elektromagnetik sebagai pembawa suara atau gambar dari hp ke hp lain atau ke menara pemancar. Internet berbasis WiFi menggunakan gelombang untuk mengirim informasi. Kita melihat layar hp karena adanya gelombang cahaya dan kita mendengar suara percakapan atau musik karena adanya gelombang suara. Manusia menjadi tidak berdaya tanpa kehadiran gelombang. Dan makin hari manusia makin bergantung pada gelombang dan selalu mencarai cara untuk memanfaatkan elombang lebih besar lagi.

8.1 Definisi gelombang

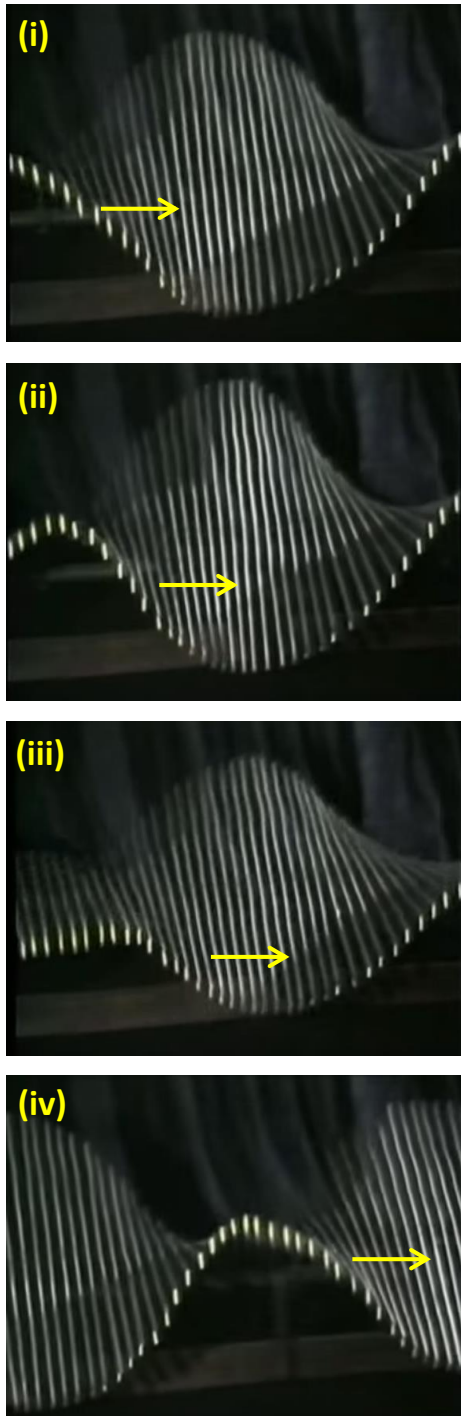
Kita mulai dengan definisi gelombang secara fisika. Apabila kita amati gelombang seperti penyebaran pola riak air ketika di permukaan air dijatuhkan batu, maka akan ada dua fenomena yang diamati sekaligus, yaitu

a) Ada osilasi atau getaran, seperti titik di permukaan air yang bergerak naik dan turun
b) Adanya perambatan pola

Dua peristiwa tersebut dapat dilihat pada **Gambar 8.1** mulai dari (i) sampai (vi). Titik-titik di permukaan air yang semula diam menjadi berosilasi naik turun. Pola yang semula berupa titik seukuran tetes air yang jatuh merambat keluar sehingga ukuran pola makin besar.

Gambar 8.1 Pada gelombang diamati dua fenomena sekaligus, yaitu osilasi titik pada medium dan perambatan pola osilasi. Titik-titik di permukaan air yang semula diam menjadi berosilasi naik turun. Pola yang semula berupa titik seukuran tetes air yang jatuh merambat keluar sehingga ukuran pola makin besar.

Dua fenomena ini pasti diamati pada gelombang apa saja. Ketika kalian menggetarkan salah satu ujung tali maka kalian akan melihat pola simpangan pada tali bergerak ke ujung tali yang lain. Namun kalian amati pula bahwa bagian-bagian tali itu sendiri tidak bergerak bersama pola gelombang. Titik-titik pada medium tempat perambatan hanya berosilasi di

sekitar titik seimbangnya. Dari pengamatan tersebut kita dapat membuat definisi umum gelombang, yaitu:

Gelombang adalah osilasi yang merambat

Gambar 8.2 pada gelombang yang merambat hanya pola osilasi, sedangkan medium itu sendiri tidak merambat. Tampak batang-batang hanya bersosilasi naik-dan turun tetapi tidak bergerak arah ke kiri atau ke kanan.

Jika perambatan gelombang memerlukan keberadaan suatu medium maka kita dapat mendefinisikan gelombang semacam ini sebagai **osilasi yang merambat pada suatu medium tanpa diikuti perambatan bagian-bagian medium itu sendiri.**

Gambar 8.2 lebih jelas menunjukkan bahwa pada gelombang yang merambat hanya pola osilasi, sedangkan medium itu sendiri tidak merambat. Pada gambar ini medium perambatan gelombang berupa batang-batang kecil yang ditempelkan pada sebuah kain atau kertas panjang. Tampak batang-batang hanya bersosilasi naik-dan turun tetapi tidak bergerak arah ke kiri atau ke kanan. Namun osilasi batang-batang tersebut menghasilkan pola yang merambat ke kanan.

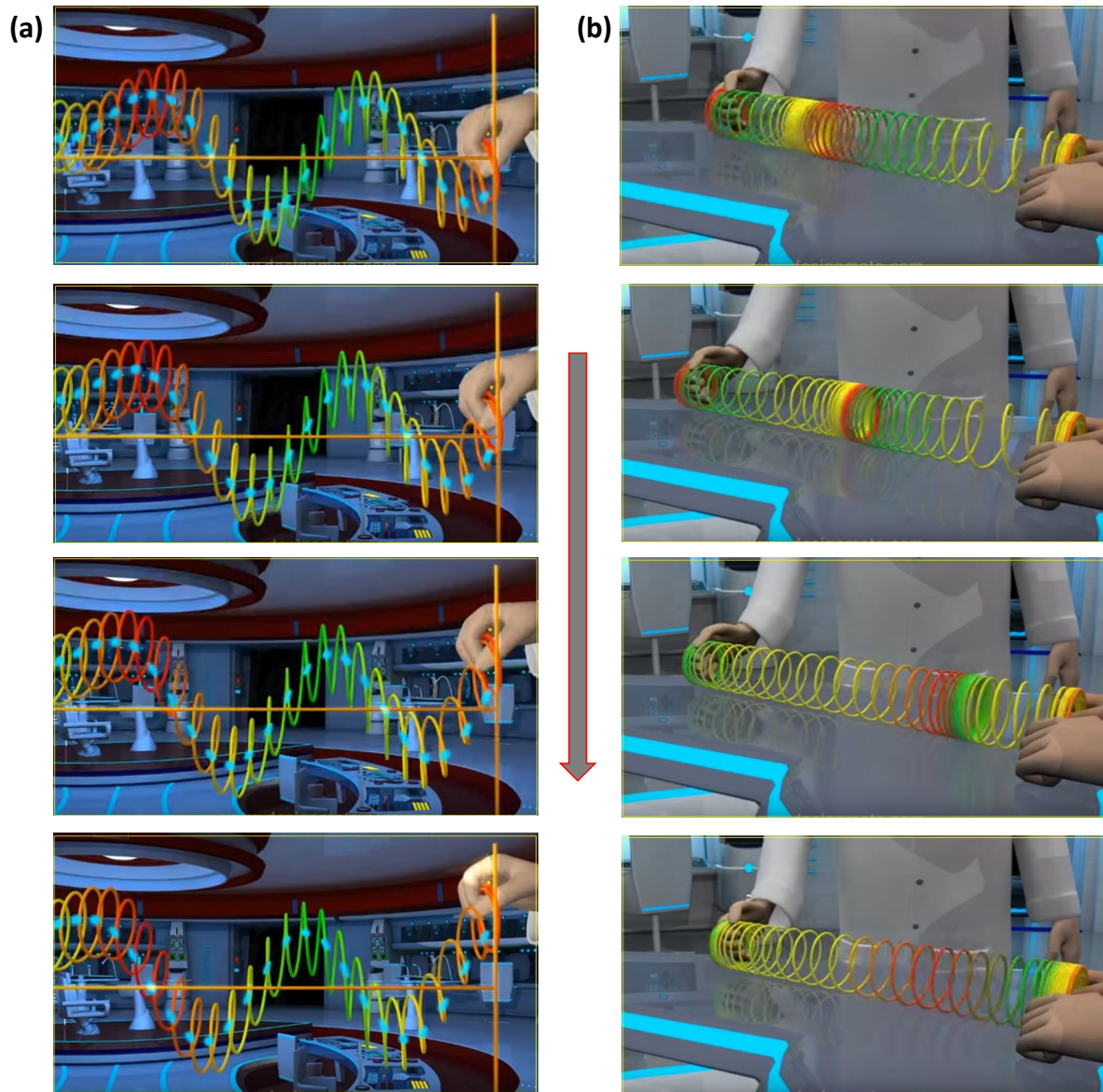
8.2 Gelombang transversal dan longitudinal

Kalau kalian amati gelombang tali, pola yang terbentuk merambat sepanjang tali sedangkan gerakan komponen tali (simpangan) terjadi dalam arah tegak lurus tali. Gelombang dengan arah osilasi tegak lurus arah rambat dinamakan **gelombang transversal**. Untuk gelombang bunyi yang dihasilkan akibat pemberian tekanan, arah osilasi yang terjadi searah dengan perambatan gelombang. Contohnya, gelombang bunyi di udara. Gelombang ini dihasilkan dengan memberikan tekanan secara periodik pada salah satu bagian udara sehingga molekul-molekul udara di sekitar daerah tersebut ikut bergetar. Molekul yang bergetar menumbuk molekul di sekitarnya yang diam, sehingga molekul yang mula-mula diam ikut bergetar dalam arah yang sama. Begitu seterusnya sehingga molekul yang makin jauh ikut bergetar. Ini adalah fenomena perambatan gelombang. Arah getaran persis sama dengan arah rambat gelombang. Gelombang dengan arah osilasi sama dengan arah rambat gelombang dinamakan **gelombang longitudinal**.

Gambar 8.3 adalah contoh gelombang transversal dan gelombang longitudinal yang merambat pada slinki. Gelombang tersebut dihasilkan dengan cara osilasi yang berbeda. Gelombnag transfersal dihasilkan dengan mengosilasikan ujung slinki dalam arah tegak lurus panjang slinki. Gelombang longitudinal dihasilkan dengan mengosilasikan slinki dalam arah sejajar sumbu slinki.

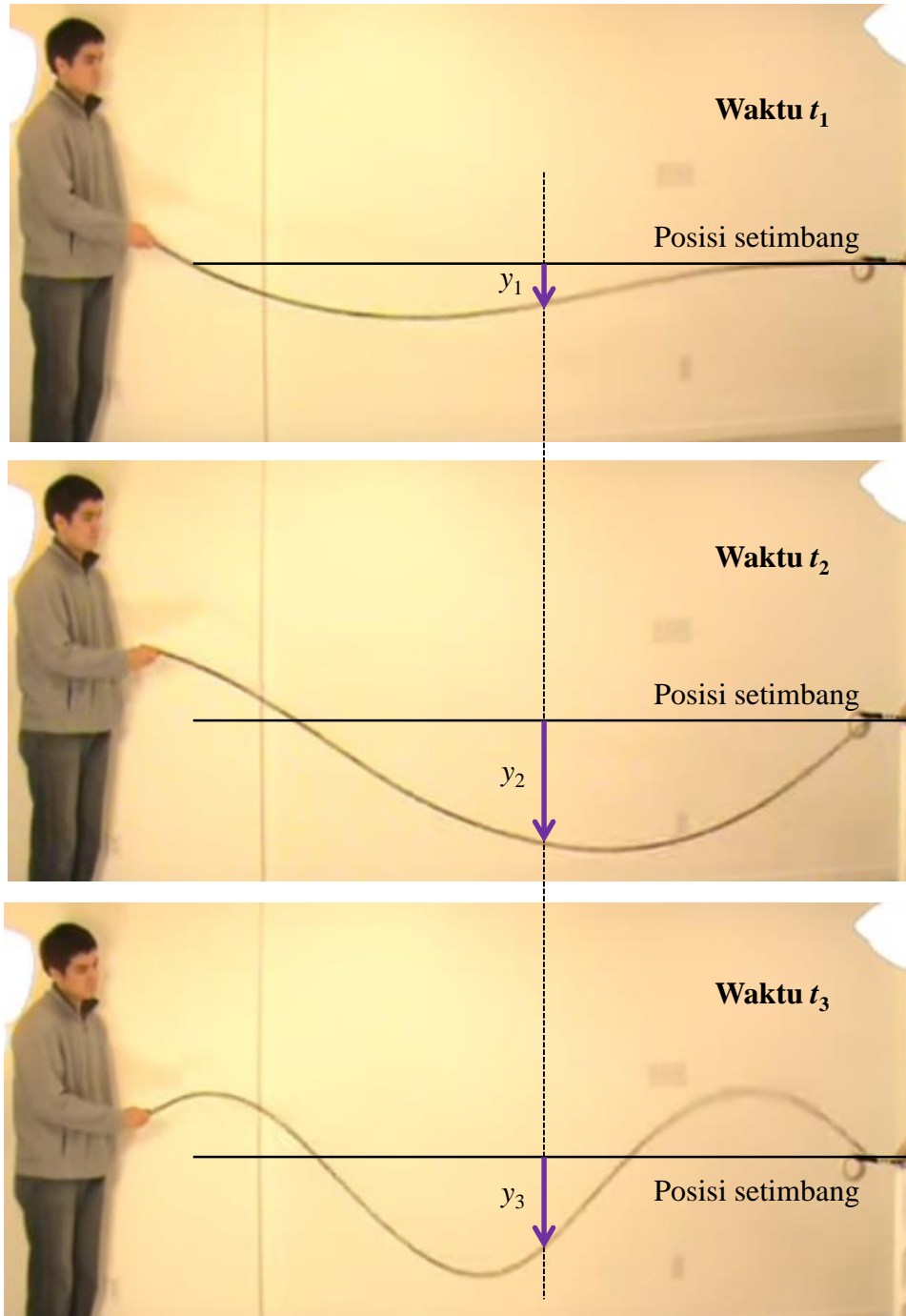
8.3 Besaran-besaran gelombang

Mari kita pelajari besaran-besaran apa yang dimiliki gelombang.

Besaran-besaran tersebut akan menentukan secara langsung sifat-sifat fisis gelombang.

Gambar 8.3 Contoh gelombang transfersal (a) dan gelombang longitudinal (b) yang merambat pada slinki. Kedua jenis jelombang dihasilkan dengan memberikan arah simpangan yang berbeda. Untuk menghasilkan gelombang transversal maka slinki harus disimpangkan dalam arah tegak lurus. Untuk menghasilkan gelombang longitudinal maka slinki harus ditekan dan didorong sejajar slinki.

Simpangan

Simpangan adalah jarak perpindahan titik pada medium diukur dari posisi keseimbangan. Selama gelombang merambat, simpangan suatu titik pada medium selalu berubah-ubah, mulai dari nilai minimum hingga nilai

maksimum. Nilai maksimum dan minimum dicapai secara periodik. **Gambar 8.4** memperlihatkan simpangan suatu titik pada tali pada selang waktu yang berbeda. Simpangan terjadi karena titik tersebut berosilasi.

Gambar 8.4 Simpangan suatu gelombang. Simpangan adalah jarak suatu titik pada medium ke posisi kesetimbangan. Jarak tersebut selalu berubah terhadap waktu dan bisa positif atau negatif.

Amplitudo

Amplitudo adalah simpangan maksimum titik dalam medium yang dilewati gelombang. **Gambar 8.5** adalah contoh amplitude pada gelombang tali. Simpangan maksimum dapat positif maupun negaitf. Nilai absolut simpangan maksimum tersebut adalah amplitudo.

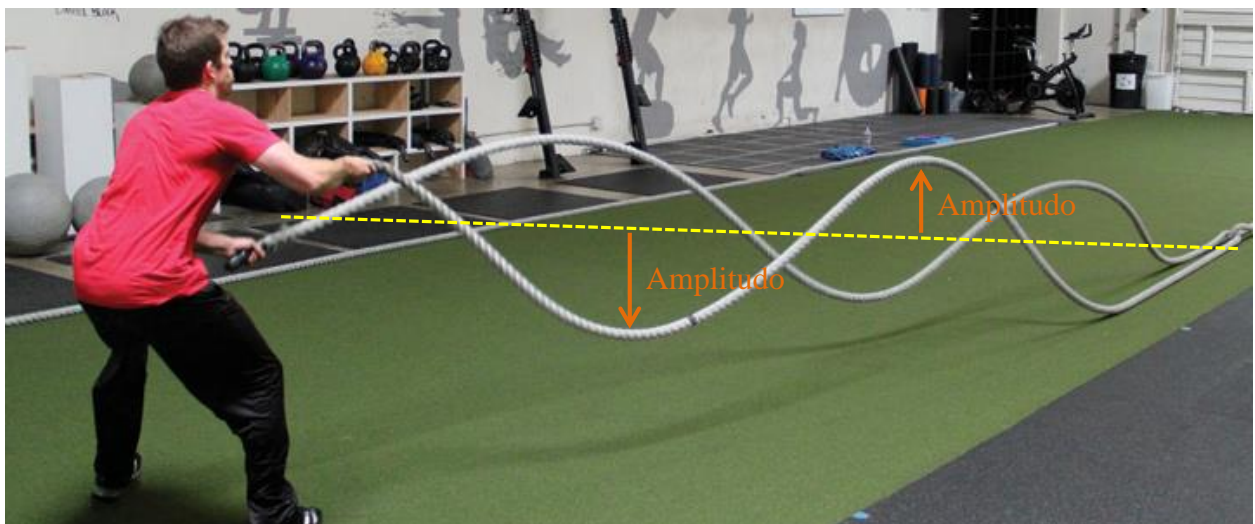
Periode

Periode adalah waktu yang diperlukan oleh satu titik pada medium kembali ke keadaan osilasi semula.

i. Misalkan suatu titik berada pada simpangan nol.
ii. Kemudian simpangannya membesar dan mencapai maksimum.
iii. Terus mengecil menjadi nol.
iv. Lalu bergerak menuju simpangan maksimum negatif.
v. Kemudian kembali menjadi nol.

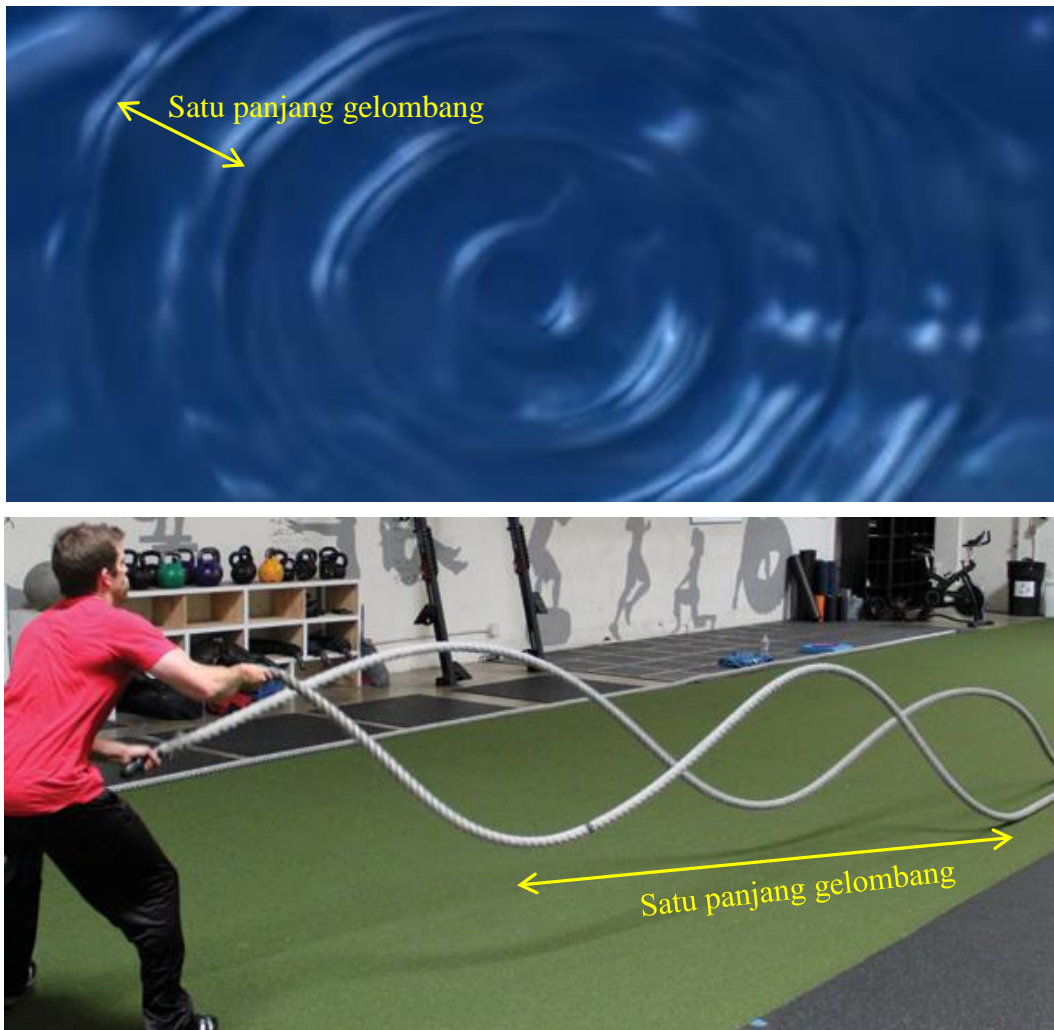
Selang waktu untuk urutan gerakan i) sampai v) di atas disebut satu periode.

Frekuensi

Frekuensi adalah jumlah osilasi yang dilakukan titik-titik pada medium selama satu detik. Berapa kali satu proses lengkap i) sampai v) di atas berlangsung selama satu detik mendefinisikan frekuensi gelombang.

Gambar 8.5 Amplitudo gelombang adalag panjang simpangan maksimum (www.onnit.com)

Panjang gelombang

Coba kalian amati gelombang yang terjadi pada permukaan air saat

menjatuhkan batu di permukaan air tersebut. Kalian amati puncak dan lembah yang lokasinya bergantian. Yang didefinisikan sebagai panjang gelombang adalah jarak dua puncak berdekatan atau jarak dua lembah berdekatan. Atau jarak antara dua titik yang lokasinya paling dekat yang memiliki keadaan gerak yang sama. Panjang gelombang di permukaan air dan gelombang tali ditunjukkan pada **Gambar 8.6**.

Gambar 8.6 Panjang gelombang untuk gelombang permukaan air dan gelombang tali. Panjang gelombang adalah jarak dua titik yang memiliki keadaan osilasi yang sama, seperti sama-sama di puncak atau sama-sama di lembah.

Kecepatan Osilasi

Kecepatan osilasi mengukur berapa cepat perubahan simpangan titik-titik pada medium. Untuk gelombang transversal, kecepatan osilasi mengukur berapa cepat gerakan naik dan turun simpangan (dalam arah

tegak lurus arah gerak gelombang). Untuk gelombang longitudinal, kecepatan osilasi mengukur berapa cepat getaran maju mundur titik-titik dalam medium.

Kecepatan rambat gelombang

Kecepatan rambat gelombang mengukur berapa cepat pola osilasi berpindah dari satu tempat ke tempat lain. Untuk gelombang di permukaan air yang dihasilkan dengan menjatuhkan batu, kecepatan rambat gelombang mengukur berapa cepat sebaran gelombang arah radial keluar meninggalkan titik jatuhnya batu seperti diilustrasikan pada Gambar 8.7

Gambar 8.7 Arah kecepatan rambat gelombang

8.4 Persamaan gelombang

Sekarang mari kita tentukan persamaan gelombang secara matematis. Kita akan focus pada gelombang dengan pola sederhana, yaitu gelombang sinusoidal. Untuk gelombang yang memiliki pola sinusoidal, artinya, pola gelombang merupakan fungsi sinus atau cosinus, bentuk umum simpangan gelombang memenuhi

$$y(x,t) = A\cos\left(2\pi\frac{t}{T} - 2\pi\frac{x}{\lambda} + \varphi_o\right) \tag{8.1}$$

dengan

$y(x,t)$ adalah simpangan titik pada medium yang berada pada koordinat x pada waktu t,

A amplitudo simpangan,

T periode gelombang,

λ panjang gelombang, dan

φ_o fase awal gelombang.

Semua bagian yang berada dalam tanda kurung cosinus dinamakan **fase gelombang**. Jadi fase gelombang adalah $2\pi\frac{t}{T}-2\pi\frac{x}{\lambda}+\varphi_o$.

Dengan mendefinisikan

Frekuensi sudut: $$\omega=\frac{2\pi}{T} \qquad (8.2)$$

Bilangan gelombang $$k=\frac{2\pi}{\lambda} \qquad (8.3)$$

maka kita dapat juga menulis persamaan gelombang sebagai berikut

$$y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_o) \qquad (8.4)$$

Berapa kecepatan gelombang yang diungkapkan persamaan (8.1) atau (8.4)? Kita tinjau gelombang tali yang baru terbentuk. Di depan pola tersebut belum terbentuk simpangan. Kita amati pola yang terjadi pada waktu yang berbeda-beda seperti diilustrasikan pada **Gambar 8.8**. Berdasarkan gambar tersebut kita melihat kadaan-keadaan dari atas ke bawah sebagai berikut:

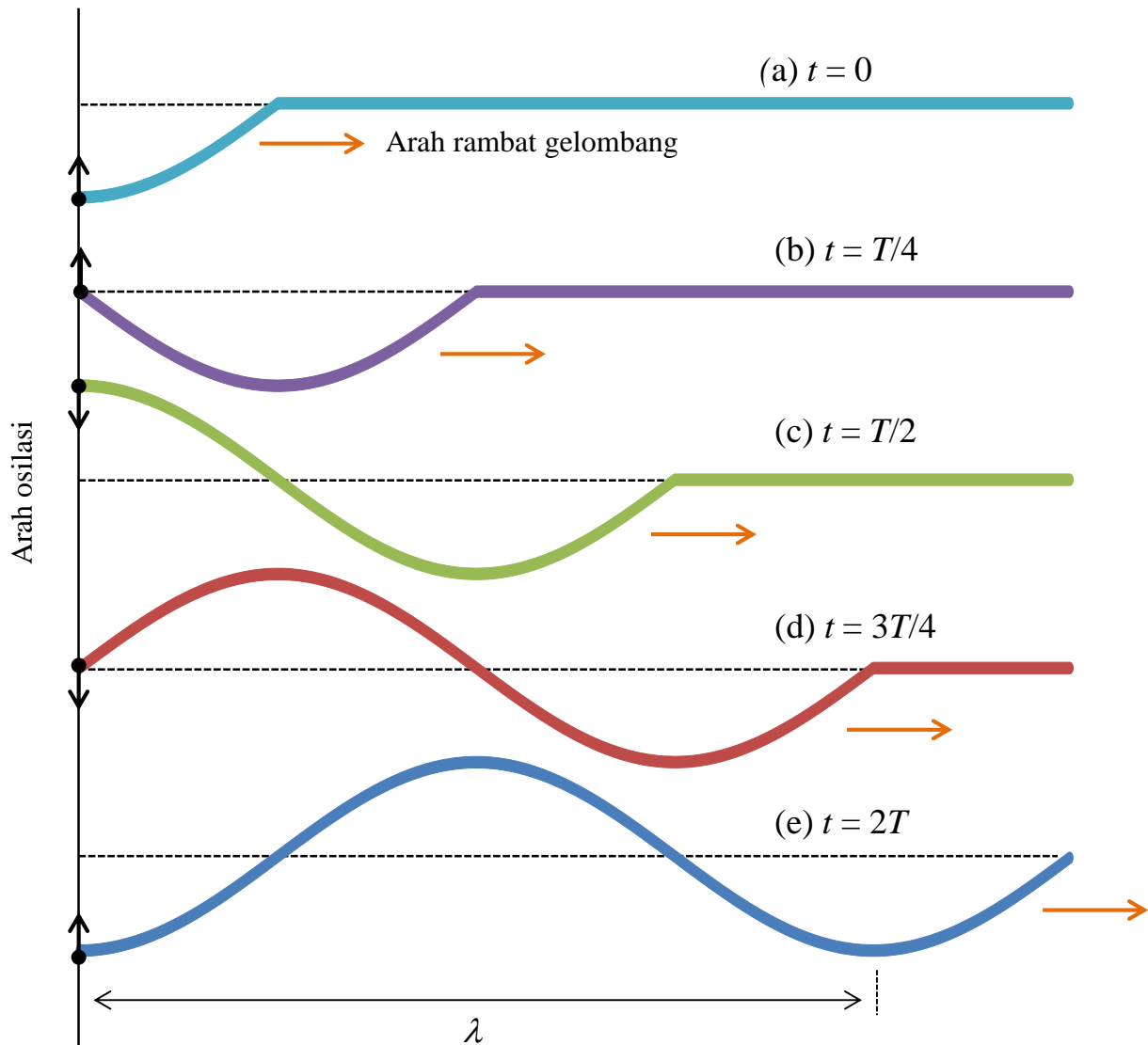
a) titik ujung kiri memiliki simpangan maksimum dan sedang bergerak ke atas
b) titik ujung kiri memiliki simpangan nol dan sedang bergerak ke atas
c) titik ujung kiri memiliki simpangan maksimum positif dan sedang bergerak ke bawah
d) titik ujung kiri memiliki simpangan nol dan sedang bergerak ke bawah
e) titik ujung kiri memiliki simpangan maksimum dan sedang bergerak ke atas. Keadaan ini persis sama dengan keadaan (a).

Dengan demikian, waktu yang diperlukan gelombang berubah dari keadaan (a) ke keadaan (e) sama dengan satu periode, atau $t = T$. Namun, selama selang waktu ini, gelombang telah berpindah sejauh λ. Dengan demikian, kecepatan rambat gelombang memenuhi

$$v=\frac{\lambda}{T} \qquad (8.5)$$

Dengan menggunakan definisi pada persamaan (8.2) dan (8.3) kita dapat

juga menulis

$$v = \frac{\omega}{k} \tag{8.6}$$

Gambar 8.8 Bentuk gelombang pada berbagai waktu. Tampak bahwa dengan berubahnya waktu maka posisi pola juga berubah. Pola tampak bergeser ke kanan, namun materi sendiri tidak bergeser ke kanan. Materi hhanya berosilasi ke atas dan ke bawah.

Contoh 8.1

Ujung tali digetarkan dengan peroide 0,4 s. Simpangan maksimum yang dibentuk adalah 10 cm. Jika pada saat t = 0,2 s ujung tali mengalami simpangan maksimum dan gelombang yang terbentuk merambat dengan laju 4 m/s, Tentukan persamaan simpangan gelombang.

Jawab

Dari soal kita dapatkan infornasi T = 0,4 s, A = 10 cm = 0,1 m, dan v = 4 m/s. Frekuensi sudut, ω = 2π/T = 5π dan bilangan gelombang k = ω/v = 5π/4. Persamaan umum simpngan gelombang diberikan oleh persamaan (9.1), yaitu

$$y(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \varphi_o)$$

$$= 0{,}1\cos(5\pi t - 5\pi x/4 + \varphi_o)$$

Pada saat t = 0,2 s, ujung tali (yaitu x = 0) mengalami simpangan maksimum. Jadi y(0,0) = 0,1. Masukkan ke persamaan di atas maka

$$0{,}1 = 0{,}1\cos(\pi + \varphi_o)$$

$$1 = \cos(\pi + \varphi_o)$$

yang menghasilkan $\pi + \varphi_o = 0$, atau $\varphi_o = -\pi$. Dengan demikian, persamaan simpangan gelombang adalah

$$y(x,t) = 0{,}1\cos(5\pi t - 5\pi x/4 - \pi)$$

Persamaan umum gelombang (Bagian ini boleh diloncati, dan yang merasa tertantang bisa memelajarinya). Bagian ini bisa dilewati, kecuali bagi mahasiswa yang berminat memahami persmaaaan-persamaan mendsar tentang gelombang. Mari kita lihat sifat turunan fungsi gelombang pada persamaan (9.4) dengan melakukan diferensial parsial terhadap posisi dan waktu.

$$\frac{\partial y}{\partial x} = kA\sin(\omega t - kx + \varphi_o)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -k^2 A\cos(\omega t - kx + \varphi_o)$$

$$= -k^2 y$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = -\omega A \sin(\omega t - kx + \varphi_o)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\omega^2 A \cos(\omega t - kx + \varphi_o)$$

$$= -\omega^2 y$$

Tampak bahwa

$$\frac{\partial^2 y / \partial x^2}{k^2} = \frac{\partial^2 y / \partial t^2}{\omega^2}$$

atau

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{k^2}{\omega^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0$$

Karena $v = \omega / k$ maka kita dapat menulis

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \qquad (8.7)$$

Persamaan (8.7) merupakan bentuk umum persamaan gelombang satu dimensi. Setiap gelombang satu dimensi memenuhi fungsi di atas. Untuk gelombang yang merambat dalam ruang lebih dari satu dimensi maka persamaannya dapat diperluas dari persamaan gelombang satu dimensi di atas. Misalkan $\Psi(x,y,z)$ adalah simpangan gelombang yang merambat dalam ruang tiga dimensi. Persamaan yang dipenuhi simpangan tersebut adalah

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = 0 \qquad (8.8)$$

8.5 Hubungan antara kecepatan gelombang dan sifat medium

Bagaimana pengaruh sifat medium terhadap kecepatan rambat gelombang? Sifat medium berpengaruh besar pada laju perambatan gelombang dalam medium tersebut. Mari kita bahas untuk beberapa kasus.

Gelombang Tali

Kecepatan rambat gelombang pada tali bergantung pada tegangan tali dan massa jenis tali. Kecepatan tersebut memenuhi

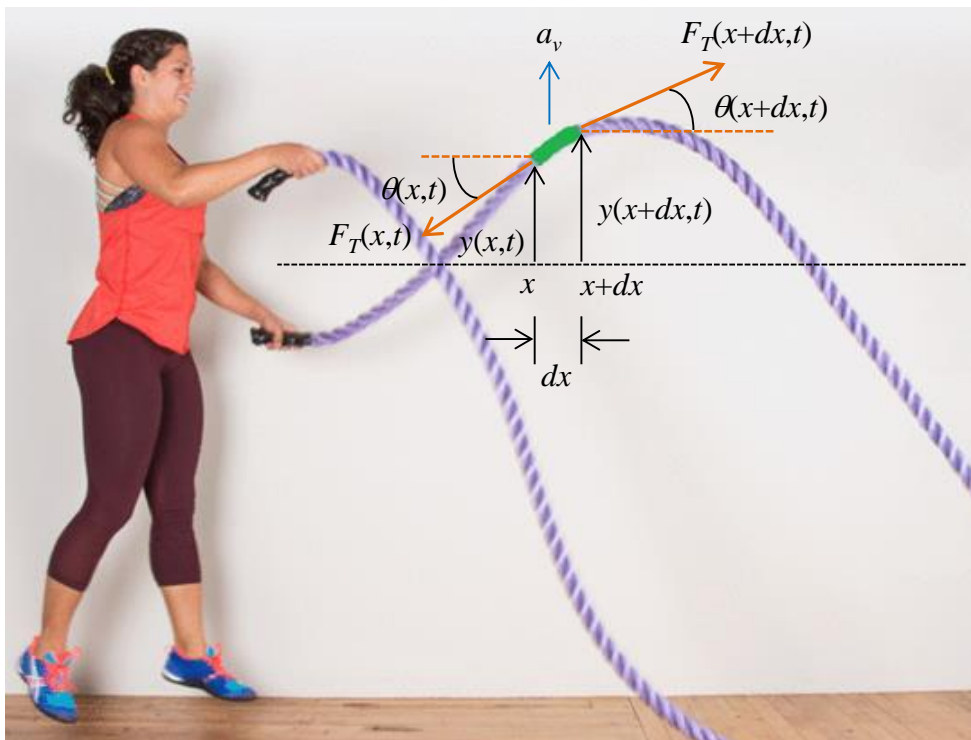
$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \tag{8.9}$$

dengan

F_T adalah gaya tegangan tali dan

μ adalah massa tali per satuan panjang.

Penurunan persamaan (8.9) diuraikan berikut ini dan dianjurkan untuk dipelajari bagi mahasiswa yang menyukai tantangan.

Penurunan kecepatan rambat gelombang tali (boleh diloncati). Lihat segmen kecil tali yang sedang dilewati gelombang seperti pada **Gambar 8.9**. Segmen tersebut berada antara posisi x dan $x+dx$. Dengan demikian panjang segmen tersebut adalah dx. Kita anggap tali homogen dan gaya tegangan tali konstanta sepanjang tali.

Gambar 8.9 Simpangan elemen tali yang dilewati gelombang. Ujung kiri dan kana segmen menerima gaya yang berbeda besarnya sehingga bergerak ke atas atau ke bawah.

Tinjau ujung segmen pada posisi *x*. Ujung ini ditarik oleh gaya $F_T(x,t)$ ke kiri yang membentuk sudut $\theta(x)$ ke bawah. Dengan demikian, gaya $F_T(x,t)$ dapat diuraikan atas dua komponen yang saling tegak lurus, yaitu

$$F(x)_h = F_T(x,t)\cos\theta(x)$$

$$F(x)_v = F_T(x,t)\sin\theta(x)$$

Tinjau ujung segmen pada posisi $x+dx$. Ujung ini ditarik oleh gaya $F_T(x+dx,t)$ ke kanan yang memmbentuk sudut $\theta(x+dx)$ ke atas. Gaya $F_T(x+dx,t)$ juga dapat diuraikan atas dua komponen yang saling tegak lurus, yaitu

$$F(x+dx)_h = F_T(x+dx,t)\cos\theta(x+dx)$$

$$F(x+dx)_v = F_T(x+dx,t)\sin\theta(x+dx)$$

Untuk simpangan yang tidak terlalu besar, atau $\theta(x) << 1$ radian dan $\theta(x+dx) << 1$ maka kita dapat mengaproksimasi

$$\cos\theta(x) \to 1$$

$$\cos\theta(x+dx) \to 1$$

$$\sin\theta(x) \to \tan\theta(x) = \left.\frac{\partial y}{\partial x}\right|_x$$

$$\sin\theta(x+dx) \to \tan\theta(x+dx) = \left.\frac{\partial y}{\partial x}\right|_{x+dx}$$

Dengan aproksimasi ini maka

$$F(x,t)_h \cong F_T(x,t)$$

$$F(x,t)_v = F_T(x,t)\left.\frac{\partial y}{\partial x}\right|_x$$

$$F(x+dx,t)_h \cong F_T(x+dx,t)$$

$$F(x+dx,t)_v = F_T(x+dx,t)\left.\frac{\partial y}{\partial x}\right|_{x+\Delta x}$$

Karena elemen tidak mengalami gerakan arah horizontal maka gaya netto arah horisontal yang bekerja pada segmen tali nol yang menyebabkan

$$F(x+dx,t)_h \cong F(x,t)_h$$

yang berimplikasi

$$F_T(x+dx,t) = F_T(x,t)$$

Hubungan ini menyatakan bahwa gaya F_T tidak bergantung pada posisi. Gaya F_T hanya bergantung pada waktu, atau $F_T(t)$.

Gaya netto pada segmen tali dalam arah vertikal adalah

$$F_v = F(x+dx,t)_v - F(x,t)_v = F_T\left.\frac{\partial y}{\partial x}\right|_{x+dx} - F_T\left.\frac{\partial y}{\partial x}\right|_{x}$$

$$= F_T(t)\left.\frac{\partial y}{\partial x}\right|_{x+dx} - F_T(t)\left.\frac{\partial y}{\partial x}\right|_{x}$$

$$= F_T(t)\left(\left.\frac{\partial y}{\partial x}\right|_{x+dx} - \left.\frac{\partial y}{\partial x}\right|_{x}\right)$$

$$= F_T(t)\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}dx$$

Karena gaya netto arah horisontal nol maka tidak ada percepatan arah horisontal. Dan karena gaya netto arah vertikal tidak nol maka ada percepatan arah vertikan pada segmen tali. Jika massa segmen tali *dm* maka dengan hukum Newton II diperoleh

$$F_v = dm\, a_v$$

Percepatan arah vertikal merupakan turunan dua kali simpangan terhadap waktu, atau

$$a_v = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

Karena rapat massa tali persatuan panjang μ maka massa segmen tali adalah

$$dm = \mu dx$$

Dengan demikian

$$F_T(t)\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}dx = (\mu dx)\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

atau

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{\mu}{F_T(t)}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \qquad (8.10)$$

Kalau kita bandingkan persamaan (8.10) dengan persamaan umum gelombang satu dimensi, yaitu persamaan (8.7), maka kita simpulkan bahwa kecepatan gelombang tali memenuhi persamaan (8.9). Tampak dari persamaan (8.10) bahwa kcepatan gelombang tali dapat merupakan fungsi waktu jika gaya tegang tali berubah-ubanh terhadap waktu. Misalkanya saat gelombang metambat, tarikan yang diberikan pada tali diubah-ubah (misalknya dikencangkan dan diregangkan) maka kecepatan gelombang dalam tali tersebut berubah-ubah. Untuk kasus khsusu di mana gaya tegang tali konstan, atau $F_T(t)$ = konstan maka kecepatan rambang gelombang pada tali terntuk konstan, kecuali tali yang massa jenisnya bergantung pada posisi.

Gelombang Longitudinal dalam Zat Padat

Permbatan gelombang dalam zat padat cukup sering kita alami. Salah satu yang terkenal adalah gempa bumi. Gelombang gempa berasl dari pusat gempa yang berada di dalam lapisan bumi. Gempa bumi dapat disebabkan oleh tabrakan lempeng bumi, runtuhan, atau letusan vulkanik. Lokasi di permukaan bumi tepat di atas pusat gempa dinamakan

episentrum. Kebanyakan gelombang yang merambat dalam zat padat merupakan gelombang longitudinal. Laju perambatan gelombang longitudinal dalam zat padat memenuhi hubungan

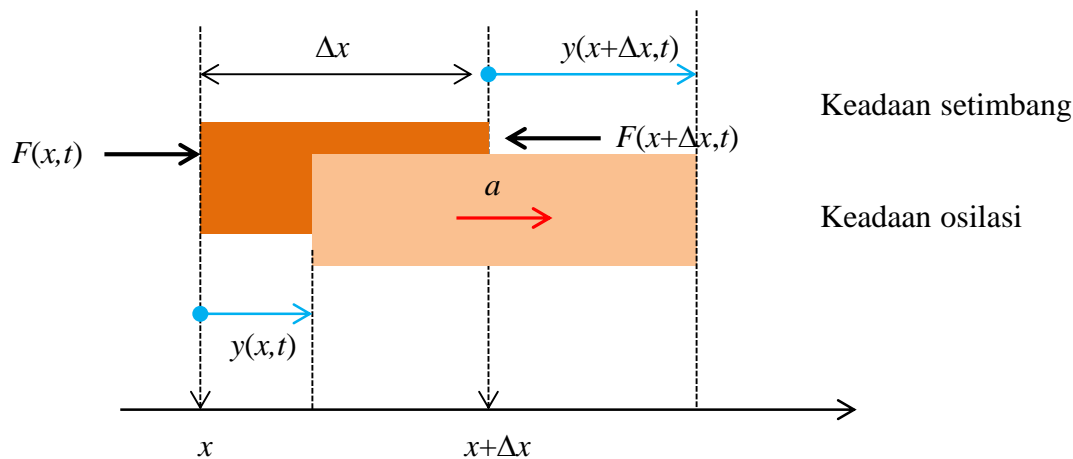
$$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}} \tag{8.11}$$

dengan

Y adalah modulus elastisitas zat padat, dan

ρ adalah massa jenis zat padat.

Penurunan persamaan (8.11) diuraikan berikut ini dan dianjurkan untuk dipelajari bagi mahasiswa yang menyukai tantangan.

Penurunan kecepatan rambat gelombang longitudinal dalam zat padat (boleh diloncati). **Gambar 8.10** adalah sebuah batang dengan luas penampang A dan massa jenis homogen ρ. Mula-mula batang dalam keadaan seimbang. Tinjau segemen batang sepanjang Δx ketika batang dalam keadaan seimbang. Ujung kiri segmen tersebut berada pada posisi x dan ujung kanan berada pada posisi $x+\Delta x$. Ketika terjadi osilasi, ujung kiri menyimpang sejauh $y(x,t)$ dan ujung kanan menyimpang sejauh $y(x+\Delta x,t)$. Perubahan panjang segmen adalah

Gambar 8.10 Simpangan segmen zat padat yang dilewati gelombang

$$\Delta y = y(x + \Delta x, t) - y(x,t)$$

Tampak di sini bahwa segmen yang mula-mula memiliki panjang Δx mengalami perubahan panjang Δy. Dengan demikian, strain

yang bekerja pada batang adalah

$$\delta = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$= \frac{y(x+\Delta x,t) - y(x,t)}{\Delta x}$$

$$= \frac{\partial y}{\partial x}$$

Stress yang bekerja pada segmen batang adalah

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

Jika Y adalah modulus Young maka terpenuhi $Y = \sigma / \delta$ atau

$$\delta = \frac{\sigma}{Y} = \frac{1}{AY} F$$

atau

$$F = AY \frac{\partial y}{\partial x}$$

Gaya yang bekerja pada sisi kiri segmen adalah

$$F(x,t) = AY \left. \frac{\partial y}{\partial x} \right|_x$$

dan gaya yang bekerja pada sisi kanan segmen adalah

$$F(x+\Delta x,t) = AY \left. \frac{\partial y}{\partial x} \right|_{x+\Delta x}$$

Gaya netto yang bekerja pada segmen batang adalah

$$\Delta F = F(x+\Delta x,t) - F(x,t)$$

$$= AY\frac{\partial y}{\partial x}\bigg|_{x+\Delta x} - AY\frac{\partial y}{\partial x}\bigg|_{x}$$

$$= AY\left(\frac{\partial y}{\partial x}\bigg|_{x+\Delta x} - \frac{\partial y}{\partial x}\bigg|_{x}\right)$$

$$= AY\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\Delta x$$

Massa segmen batang adalah

$$\Delta m = \rho dV = \rho A \Delta x$$

Percepatan osilasi segmen batang adalah

$$a = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

Dengan menggunakan hukum Newton II maka

$$\Delta F = \Delta m a$$

$$AY\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\Delta x = \rho A \Delta x \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

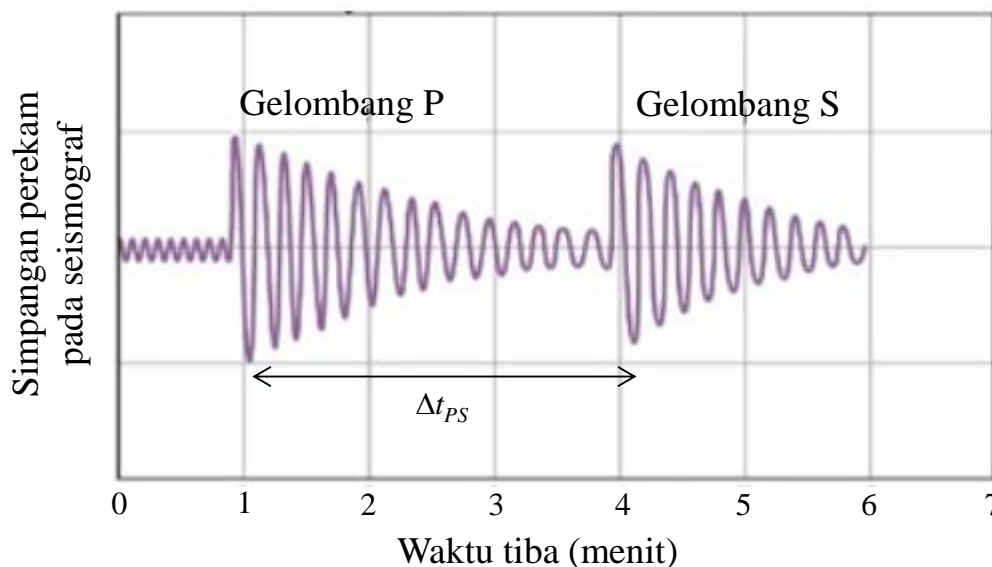
$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\rho}{Y}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{\rho}{Y}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \qquad (8.12)$$

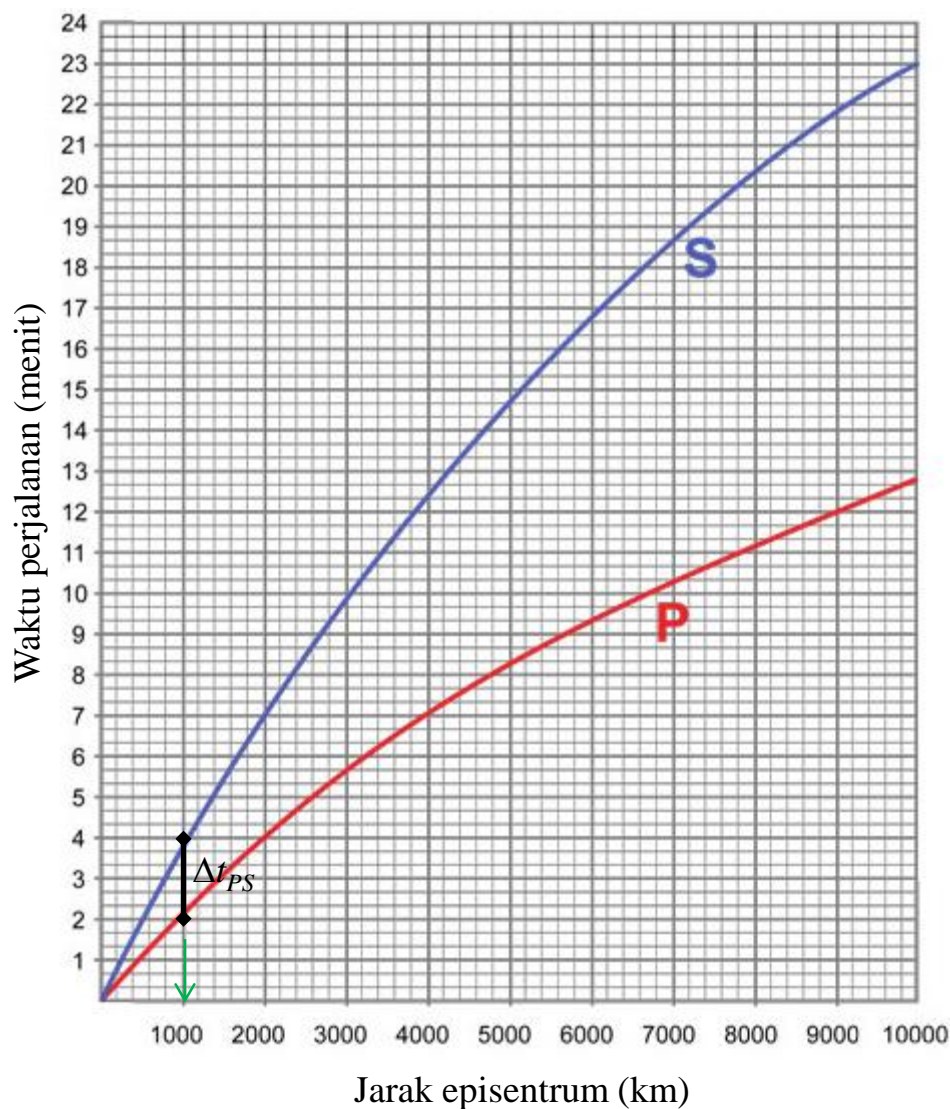
Dengan membandingkan persamaan (8.12) dengan persamaan umum gelombang, yaitu persamaan (8.7), kita simpulkan bahwa laju perambatan gelombang memenuhi persamaan (8.11).

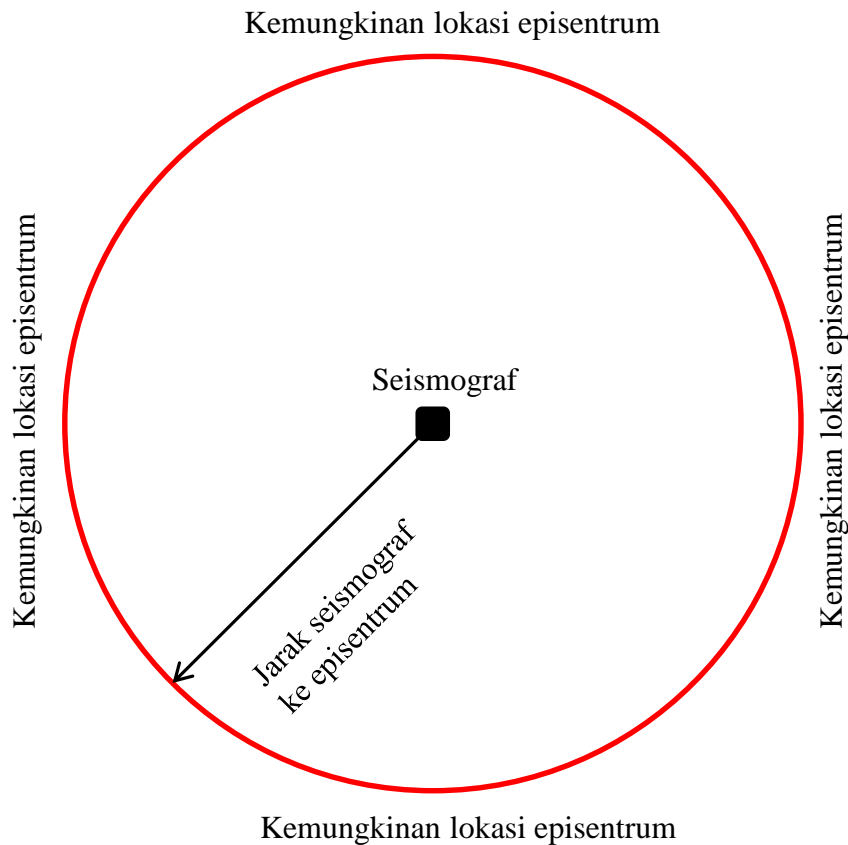
Menentukan lokasi episentrum gempa bumi. Ketika terjadi gempa bumi, maka dalam hitungan menit BMKG (Badan Meteorologi, Klimatologi, dan Geofisika) langsung dapat

meninformasikan lokasi gempa. Bagaimana cara mengetahui lokasi gempa dalam waktu yang begitu cepat? Ternyata caranya cukup mudah.

Di negara kita, termasuk di seluruh dunia banyak dipasang alat pencatan gempa yang dikenal dengan seismograf. Alat inilah yang mencatat geratan tanah akibat terdadinya gempa. Alat tersebut sangat senditif hingga getaran gempa yang tidak dirasakan manusia pun dapat dicatat. Ketika terjadi gempa maka terjadi getaran tanah dari pusat gempa ke segala arah hingga mencapai sejumlah sismograf. Satu fenomena yang sangat spesidik adalah setiap terjadi gempa bumi maka akan muncuk dua getaran kuat yang berturutan dan sismograf selalu mencatan dua getaran kuat tersebut. Dua getaran kuat tersebut dinamakan gelombang P dan gelombang S (**Gambar 8.11**). Getaran kuat pertama yang dicatan seismograf pasti gelombang P dan getaran kuat kedua pastilah gelombang S. Selang waktu munculnya gelombang P dan gelombang S tergandung pada jarak episentrum ke seismogram. Jadi, dengan mengukur selang waktu gelmabng P dan gelombang S, Δt_{PS}, maka jarak episentrum ke seismograf tersebut dapat dihitung.

Gambar 8.11 Simpangan perekan seismograf ketika mencatat kedatangan gelombang P dan gelombang S. Informasi yangpenting undutk diketaui adalah adalah perbedaan waktu tibanyak gelombang P dan gelombang S, Δt_{PS}.

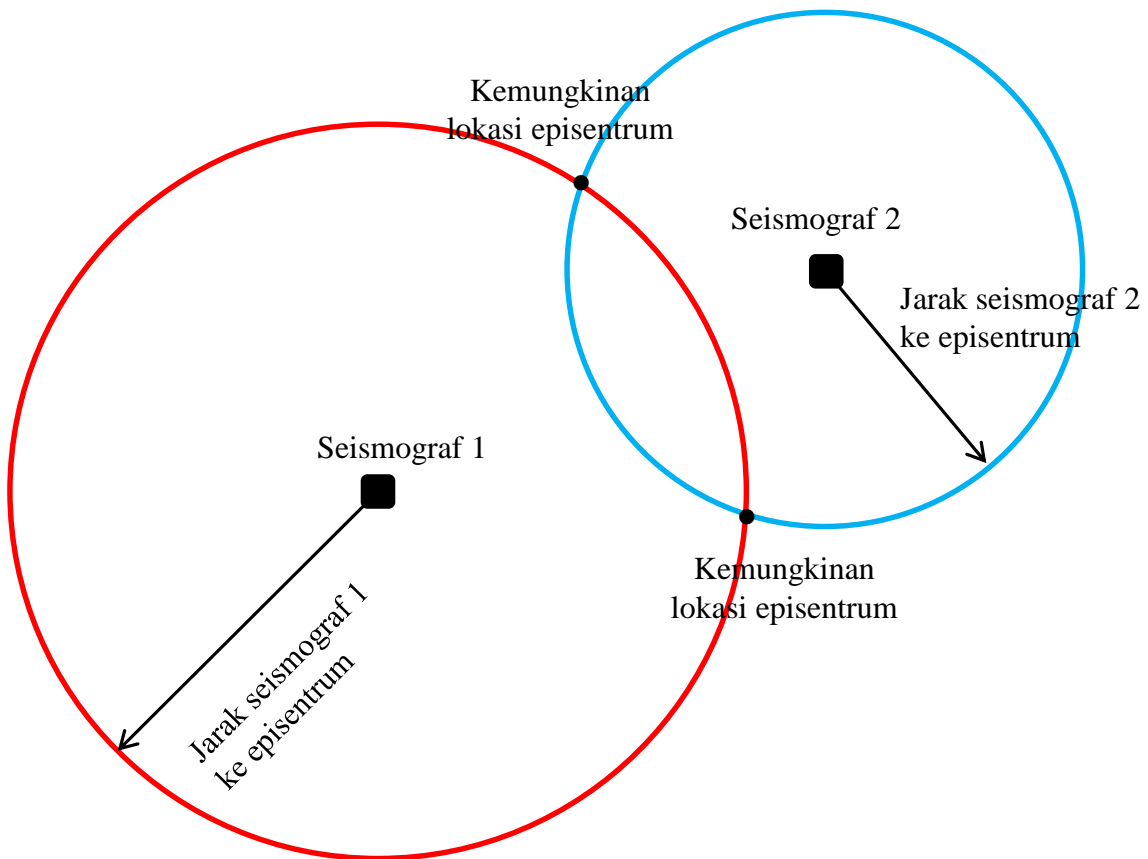
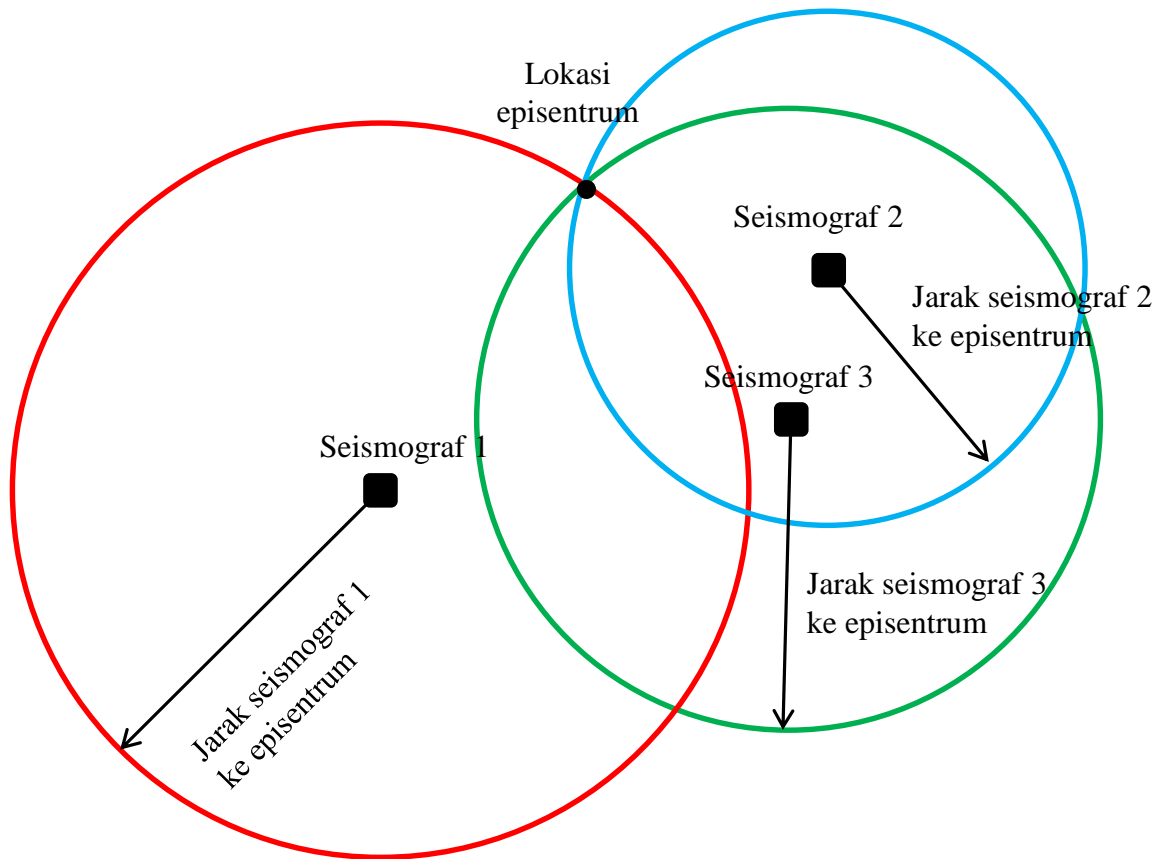
Setelah menentukan selisih waktu tibanya gelombang P dan

gelombang S berdasarkan cattan seismograf maka kita gunakan kurva gelombang-P dan gelombang-S yang telah dibakukan. Kurva tersebut tampak pada **Gambar 8.12**. Sumbu datar adalah jarak episentrum dalam km dan sumbu vertikal adalah waktu perjalanan dalam menit. Setelah mengetahui Δt_{PS} dalam satuan menit, maka tentukan lokasi pada kurva **Gambar 8.12** sedemikian sehingga jarak vertikal antara dua kurva persis sama dengan Δt_{PS} . Setelah menentukan posisi tersebut maka, korrdinat sumbu datar tepat di bawah posisi tersebut menyatakan jarak episentrum dari seismograf. Contohnya, pada **Gambar 8.12**, jarak seismograf ke episentrum adalah 1.000 km.

Gambar 8.12 kurva waktu perjalanan gelombang-P dan gelombang-S yang telah dibakukan.

Setelah jarak tersebut ditentukan maka lokasi episentrum belum dapat ditentukan. Yang pasti episentrul berada pada keliling lingkaran di mana seismogram tersebut merupakan pusat lingkaran, seperti diilustrasikan pada **Gambar 8.13**.

Gambar 8.13 Kemungkinan lokasi episentrum berada pada keliling lingkaran yang berpusat pada seismograf.

Untuk menentukan dengan pasti lokasi episetrum kita gunakan data yang dicatat oleh sejumlah seismogram. Seismogram lain mencatar selisih waktu kedatangan gelombang P dan delombang S yang berbeda. Dengan demikian, jarak episentruk ke seismogram kedua berbeda. Kita kembali membuat lingkaran dengan pusat seismogram kedua, seperti ditunjukkan pada **Gambar 8.14**. Lokasi episetrum ada di perpotongan dua lingkaran tersebut. Jadi, dengan menggunakan data dua seismogram maka kita peroleh hanya dua kemungkinan lokasi episentrum.

Dengan menggunakan catatac dua seismograf maka kita sudah mereduksi kemugkinan lokasi episentrum menjadi dua lokasi.

Untuk menentukan lokasi tepat episentrukm kita gunakan data dari seismograf ketiga. Kita buat pula lingkaran dari hasil catatan seismograf ketiga. Ketika lingkaran akan berpotongan pada satu titik (Gambar 8.15). Nah, titik perpotongan itulah yang merupakan lokasi pasti episentrum.

Gambar 8.14 Perpotongan dua lingkaran yang diperoleh dari catatan dua seismograf merupakan dua kemungkinan lokasi episentrum.

Gambar 8.15 Perpotongan tiga lingkaran yang diperoleh dari catatan tiga seismograf merupakan berada pada satu titik. Lokasi titik tersebut merupakan lokasi episentrum.

Gelombang longitudinal dalam fluida

Untuk gelombang longitudinal yang merambat dalam fluida (zat cair atau gas), laju perambatan gelombang memenuhi

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} \tag{8.13}$$

dengan

B adalah modulus volum (bulk) fluida dan

ρ adalah massa jenis fluida.

Penurunan persamaan (8.13) diuraikan berikut ini dan dianjurkan untuk dipelajari bagi mahasiswa yang menyukai tantangan.

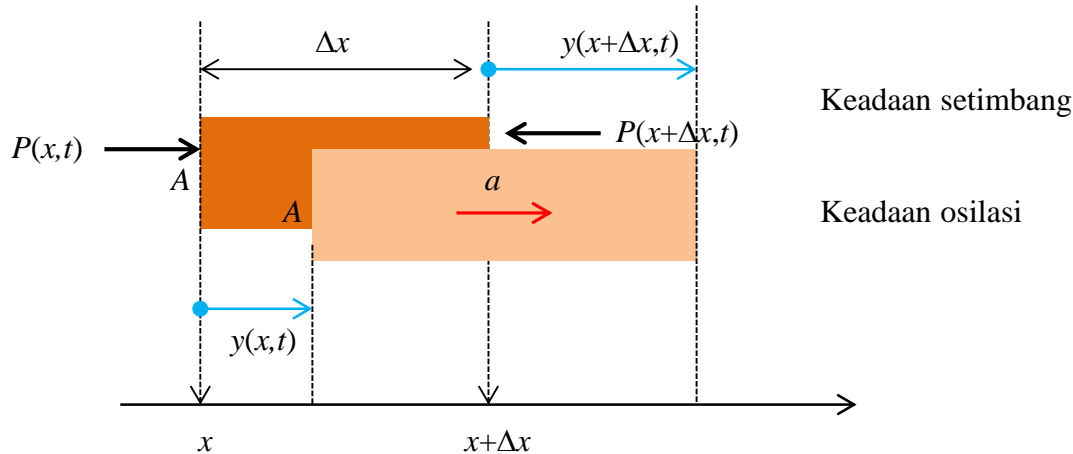
Penurunan kecepatan rambat gelombang longitudinal dalam zat padat (boleh diloncati)**.** Pembukitan persamaan ini

mirip dengan pembuktian pada gelombang yang merambat dalam zat padat. Lihat **Gambar 8.16**. Kita memiliki elemen volum fluida yang memiliki luas penampang *A*. Dalam keadaan seimbang panjang elemen ini adalah Δx sehingga volumnya adalah $\Delta V = A\Delta x$. Ujung kiri elemen berada pada posisi *x* dan ujung kanannya berada pada posisi $x+\Delta x$. Ketika berosilasi, ujung kiri elelem menyimpnag sejauh $y(x,t)$ dan ujung kanan menyimpnang sejauh $y(x+\Delta x,y)$. Dengan demikian, perubahan volum elemen adalah $A[y(x+\Delta x,t) - y(x,t)]$. Jika B adalah modulus bulk dari fluida maka terpenuhi

$$B = -\frac{P}{A[y(x+\Delta x,t) - y(x,t)]/\Delta V}$$

atau

$$P = -BA\frac{y(x+\Delta x,t) - y(x,t)}{\Delta V} = -BA\frac{y(x+\Delta x,t) - y(x,t)}{A\Delta x}$$

$$P = -B\frac{\partial y}{\partial x}$$

Gambar 8.16 Osilasi elemen volum dalam fluida

Gaya yang bekerja di sisi kiri elemen adalah

$$F(x) = P(x)A = -BA\left.\frac{\partial y}{\partial x}\right|_x$$

dan gaya yang bekerja di sisi kanan elemen adalah

$$F(x+\Delta x) = P(x+\Delta x)A = -BA\left.\frac{\partial y}{\partial x}\right|_{x+\Delta}$$

Gaya netto yang bekerja pada elemen adalah

$$\Delta F = F(x+\Delta x) - F(x)$$

$$= -BA\left.\frac{\partial y}{\partial x}\right|_{x+\Delta x} + BA\left.\frac{\partial y}{\partial x}\right|_{x} = -BA\left(\left.\frac{\partial y}{\partial x}\right|_{x+\Delta x} - \left.\frac{\partial y}{\partial x}\right|_{x}\right) = -BA\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\Delta x$$

Gaya ini arahnya menekan elemen ke dalam. Gaya arah ke luar yang menyebabkan elemen memiliki percepatan adalah negatif dari gaya ini, yaitu

$$\Delta F' = -\Delta F = BA\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\Delta x$$

Massa elemen adalah

$$\Delta m = \rho dV = \rho A\Delta x$$

Percepatan osilasi elemen fluida adalah

$$a = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

Dengan menggunakan hukum Newton II maka

$$\Delta F' = \Delta m a$$

$$BA\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\Delta x = \rho A\Delta x\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\rho}{B}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{\rho}{B}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0$$

Dengan membandingkan persamaan di atas dengan persamaan umum gelombang, yaitu persamaan (8.7), kita simpulkan bahwa laju perambatan gelombang dalam fluida memenuhi memenuhi persamaan (8.13).

Contoh 8.2

Gelombang dengan panjang 0,3 m merambat sepanjang tali yang memiliki panjang total 300 m dan massa 15 kg. Jika tegangan tali adalah 1000 N, berapa laju perambatan gelombang dan berapa pula frekuensinya?

Jawab

Massa tali per satuan panjang

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{15}{300} = 0{,}05 \text{ kg/m}$$

Laju perambatan gelombang pada tali

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} = \sqrt{\frac{1000}{0{,}05}} = \sqrt{20000} = 141 \text{ m/s}$$

Periode gelombang

$$T = \frac{\lambda}{v} = \frac{0{,}3}{141} = 0{,}002 \text{ s}$$

Frekuensi gelombang

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}002} = 500 \text{ Hz}$$

Contoh 8.3

Berapa lama waktu yang diperlukan gelombang bunyi merambat

sepanjang rel kereta api sepanjang 1 km? Massa jenis baja adalah $7{,}8\times 10^3$ kg/m^3 dan modulus elastisitasnya $2{,}0\times 10^{11}$ N/m^2.

Jawab

Laju perambatan gelombang

$$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}} = \sqrt{\frac{2{,}0\times 10^{11}}{7{,}8\times 10^{3}}} = 5{,}1\times 10^{3} \text{ m/s}$$

Waktu yang diperlukan gelombang merambat sejauh x = 1 km = 1000 m adalah

$$\Delta t = \frac{x}{v} = \frac{1000}{5{,}1\times 10^{3}} = 0{,}2 \text{ s}$$

Khusus untuk gelombang air yang berosilasi di bawah pengaruh gaya gravitasi, kita memiliki rumus aproksimasi. Khusus untuk air yang tidka terlalu dalam, kecepatan rambat gelombang air dapat didekati dengan persamaan

$$v = \sqrt{gd} \tag{8.14}$$

dengan

g adalah percepatan gravitasi

d adalah kedalaman air.

Kecepatan gelombang tsunami akibat letusan Tambora. Letusan gunung Tambora di Kabupaten Dompu, NTB 200 tahun yang lalu merupakan letusan gunung api terbesar yang tercatat dalam sejarah manusia. Letusan mulai terjadi 5 April 1815 dan mencaai puncak mulai jam 7 sore tanggal 10 April hingga 11 April 1815. Suara letusan besar terdengar hingga Fort Marlborough, Bengkulen (Bengkulu) (1.800 km), Mukomuko (2.000 km), dan Trumon (2.600 km) di pulau Sumatera, serta Ternate (1.400 km) di Maluku. Letusan 10 April 1815 juga menyebabkan tsunami setinggi 4 meter di Sanggar (yang berjarak 30 km ke arah timur), pada jam 10 malam. Tsunami bergerak ke arah barat dan mencapai Besuki, Jawa Timur (jarak 500 km) setinggi 1-2 meter tengah malam. Apakah data ini dapat dijelaskan dengan menggunakan persamaan (8.18)? Mari kita bahas.

Perhatikan peta pada **Gambar 8.17**. Besuki di Jawa Timur memiliki

jarak sekitar 500 km dari gunung Tambora. Karena tsunami mencapai Besuki tengah malam, maka waktu tempuh tsumani (sejak letusan jam 7 malam) sekitar 5 jam. Dengan demikian, kecepatan gelombang tsunami sekitar 500 km/7 jam ≈ 71 km/jam.

Gambar 8.17 Besuki di Jawa Timur memiliki jarak sekitar 500 km dari gunung Tambora. Pada lokasi ini terjadi tsunami dengan ketinggian 1-2 m akibat letusan Tambora (GoogleMap).

Tsunami bergerak dari laut sekitar Tambora melewati pantai utara Sumbawa, Lombok, dan Bali. Kedalaman air di sepanjang pantai tersebut mencapai sekitar 50 meter. Data diestimasi dari Data dari website aquamarinediving.com yang menyebutkan kedaaman pantai timur laut Bali antara 3 – 40 meter. Dengan menggunakan persamaan (8.18) maka kecepatan gelombang tsunami sekitar $\sqrt{9{,}8\times 50}$ = 22 m/s = 80 km/jam. Angka ini dekat dengan perhitungan sebelumnya. Dengan perkataan lain, persamaan (8.18) dapat memprediksi dengan cukup baik kecepatan gelombang tsunami sepanjang pantai utara Sumbawa, Lombok, Balin, dan Jawa Timur bagian timur.

8.6 Energi yang dibawa gelombang

Gelombang memindahkan pola simpangan dari sumber ke lokasi lain di medium. Bagian medium yang semula diam, akhirnya bergerar dengan adanya gelombang yang menjalar. Karena getaran memiliki energi, maka bagian medium yang semula tidak memiliki energi (diam) menjadi memiliki energi (bergetar) dengan adanya gelombang yang menjalar. Ini hanya mungkin terjadi jika gelombang berperan memindahkan energi dari sumber ke tempat yang dilaluinya. Berapa energi yang dibawa gelombang?

Gambar 8.18 Menentukan energi yang dimiliki gelombang dalam elemen ΔV

Untuk gelombang sinusoidal di mana simpangannya berubah menurut fungsi harmonik (sinus atau kosinus), partikel-partikel medium memiliki energi rata-rata yang berbanding lurus dengan amplitudo gelombang, yaitu $E = (1/2)kA^2$. Kita tinjau medium dalam kotak yang panjangnya Δx dan luas penampangnya S seperti diilustrasikan pada **Gambar 8.18**.

Volume elemen: $\Delta V = \Delta x\ S$

Massa elemen: $\Delta m = \rho\ \Delta V = \rho\ \Delta x\ S$

Energi gelombang dalam elemen tersebut $\Delta E = \frac{1}{2}kA^2$

Dalam pelajaran tentang osilator harmonik kita memiliki hubungan: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$. Dengan demikian, untuk elemen massa Δm berlaku: $k = \omega^2 \Delta m = \omega^2 \rho \Delta x\, S$ sehingga energi gelombang dalam elemen massa Δm adalah

$$\Delta E = \frac{1}{2}(\omega^2 \rho \Delta x S)A^2$$

$$= \frac{1}{2}\omega^2 \rho \frac{\Delta x}{\Delta t} S A^2 \Delta t$$

$$= \frac{1}{2}\omega^2 \rho v S A^2 \Delta t$$

Daya yang dibawa gelombang menjadi

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

$$= \frac{(1/2)\rho v \omega^2 S A^2 \Delta t}{\Delta t}$$

$$= \frac{1}{2}\rho v \omega^2 S A^2 \qquad (8.15)$$

Intensitas gelombang adalah daya per satuan luas, yaitu

$$I = \frac{P}{S}$$

$$= \frac{1}{2}\rho v \omega^2 A^2 \qquad (8.16)$$

8.7 Kebergantungan intensitas pada jarak

Pada peorses perambatan gelombang, energi yang dipindahkan berasal dari sumber. Karena energi kekal, maka ketika melewati suatu permukaan yang berbeda-beda maka daya yang dimiliki gelombang selalu tetap. Karena daya selalu tetap sedangkan luas permukaan bisa berubah-ubah maka intensitas bisa berubah-ubah selama gelombang menjalar.

Dari persamaan (8.16) tampak bahwa

$$A^2 = \frac{2P}{\rho v \omega^2}\frac{1}{S}$$

Mangingat P, ρ, v, dan ω semuanya konstan maka kita dapat menulis

$$A^2 \propto \frac{1}{S}$$

Dan berdasarkan persamaan (8.16) kita juga peroleh hubungan

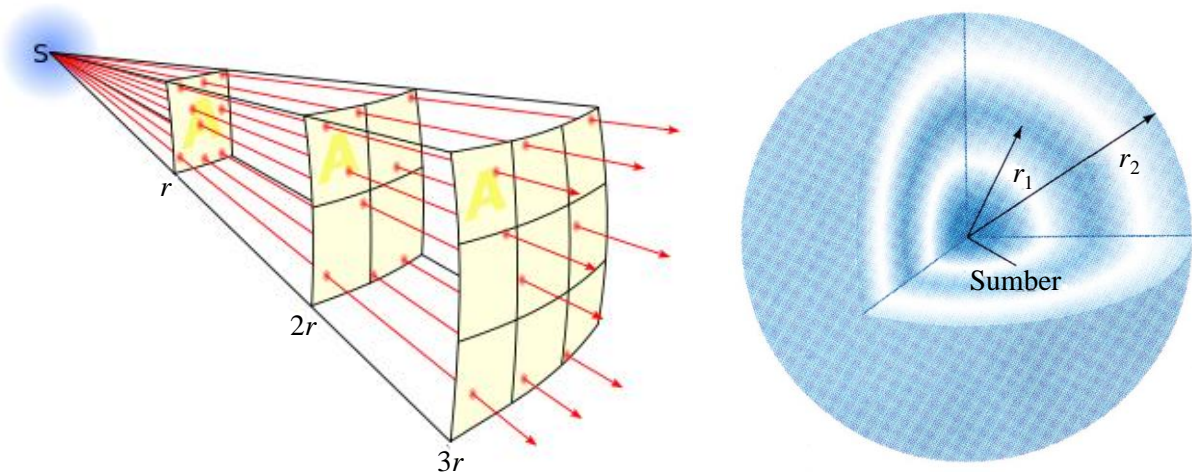
$$I \propto A^2$$

yang berakibat

$$I \propto \frac{1}{S} \quad (8.17)$$

Gelombang bola

Sebagai contoh kita tinjau gelombang bola yang berasal dari sebuah sumber titik yang merambat ke segala arah. Permukaan yang dilewati gelombang adalah permukaan bola seperti diilustrasikan pada **Gambar 8.19**. Jika jarak tempat pengamatan ke sumber gelombang r, maka luas permukaan yang dilewati gelombang adalah

$$S = 4\pi r^2 \quad (8.18)$$

Gambar 8.19 Luas permukaan yang dilewati gelombang bola sama dengan luas permukaan bola.

Dari persamaan (8.17) dan (8.18) kita dapatkan hubungan

$$I \propto \frac{1}{r^2} \quad (8.19)$$

Untuk dua tempat yang berjarak r_1 dan r_2 dari sumber, hubungan (8.19) memiliki konsekuensi

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{r_1^2}{r_2^2} \tag{8.20}$$

Karena $I \propto A^2$ maka kita dapatkan kebergantungan amplitudo terhadap jarak dari sumber gelombang

$$A \propto \frac{1}{r} \tag{8.21}$$

yang memiliki konsekuensi

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{r_1}{r_2} \tag{8.22}$$

Gelombang Lingkaran

Untuk gelombang yang merambat dalam arah dua dimensi, seperti gelombang permukaan air setelah menjatuhkan sebutir batu, luas permukaan yang dilewati gelombang sebanding dengan keliling lingkaran di sekitar sumber. Jadi

$$S \propto 2\pi r \tag{8.23}$$

Berdasarkan persamaan (8.17) dan (8.23) kita mendapatkan

$$I \propto \frac{1}{r}$$

yang memiliki konsekuensi

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{r_1}{r_2} \tag{8.24}$$

Karena $I \propto A^2$ maka kita dapatkan kebergantungan amplitudo terhadap jarak dari sumber gelombang

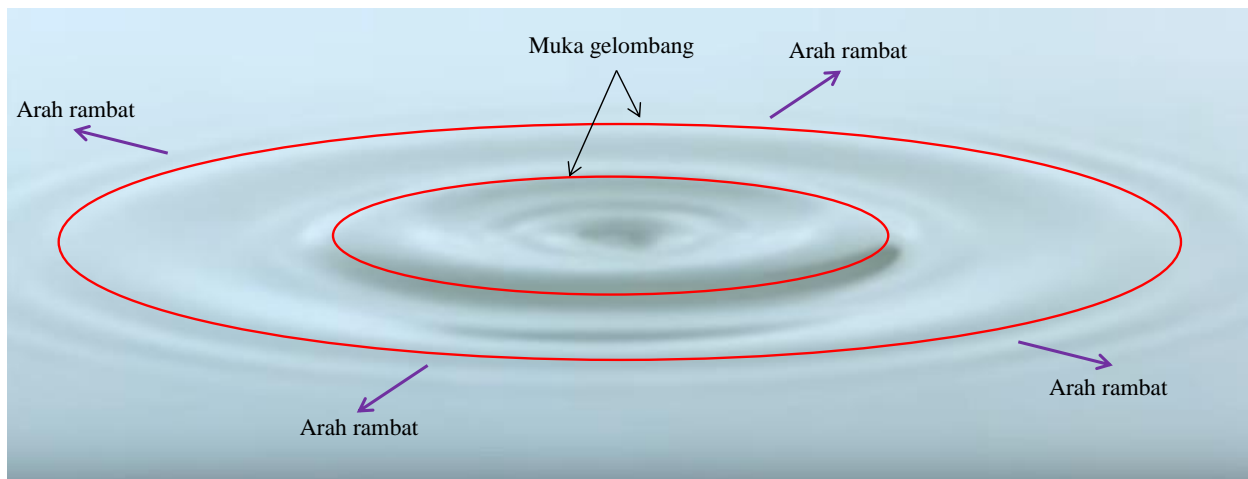
$$A \propto \frac{1}{\sqrt{r}} \tag{8.25}$$

yang memiliki konsekuenai

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{\sqrt{r_1}}{\sqrt{r_2}} \qquad (8.26)$$

8.8 Muka gelombang

Setelah membahas besaran-besaran gelombang, mari kita meningkat ke pambahasan yang berkaitan dengan fenomena-fenomena gelombang. Pada bagian ini kita akan mempelajari sifat pemantulan, pembiasan, dan superposisi gelombang. Fenomena ini merupakan cirri khas gelombang apa saj asehingga sangat penting untuk dipahami.

Mari kita awali dengan mendefinisikan muka gelombang. Untuk mudahnya, kita lihat gelombang yang merambat di permukaan air akibat dijatuhkan sebutir batu. Kalian amati pola yang bergerak secara radial keluar bukan? Bagaimana bentuk pola tersebut? Berbentuk lingkaran bukan? Nah, pola lingkaran yang diamati tersebut, seperti diilustrasikan pada **Gambar 8.20**, adalah contoh muka gelombang.

Gambar 8.20 Muka gelombang air yang berbentuk lingkaran

Secara formal muka gelombang dapat didefinisikan sebagai

Kumpulan titik-titik pada medium yang memiliki fase simpangan yang sama.

Ingat, fase simpangan memenuhi $\varphi = \omega t - kx + \varphi_o$. Jadi muka gelombang adalah kumpulan titik-titik yang memiliki φ yang sama.

i. Untuk gelombang air yang kita bahas di atas, titik-titik dengan fase yang sama tentu berada pada keliling lingkaran dengan pusat adalah titik tempat menjatuhkan batu.

ii. Untuk gelombang bunyi yang bersumber dari satu titik, muka gelombang adalah permukaan bola yang pusatnya berada pata lokasi sumber bunyi.

iii. Untuk gelombang air yang dihasilkan dengan menaik-turunkan pelat yang panjang, maka muka gelombang akan berbentuk garis datar.

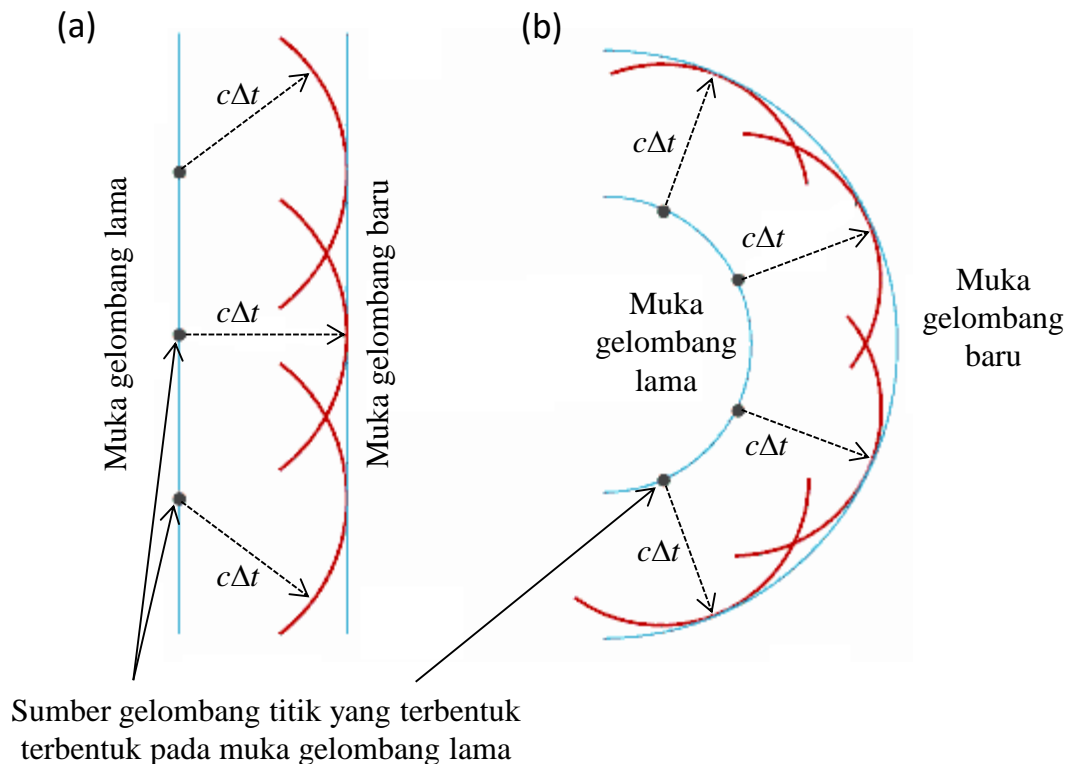
Satu sifat yang menarik adalah, ***arah perambatan gelombang selalu tegak lurus muka gelombang***.

8.9 Prinsip Huygens

Salah satu prinsip yang penting pada pembahasan tentang gelombang adalah **prinsip Huygens**. Prinsip ini mengabtrasikan terbantuknya sumber gelombang baru secara terus menerus. Prinsip ini menyatakan bahwa

Setiap titik pada muka gelombang berperan sebagai sumber gelombang titik yang baru.

Muka gelombang baru dapat dipandang sebagai gabungan muka gelombang yang dihasilkan sumber gelombang titik pada muka gelombang lama. Tiap sumber gelombang titik menghasilkan muka gelombang berbentuk bola. Penjumlahan semua muka gelombang titik menghasilkan muka gelombang baru. **Gambar 8.21** adalah ilustrasi prinsip Huygens. (a) Gelombang datar. Muka gelombang berupa bidang datar. Tiap titik pada bidang datar emjadi sumber gelombang baru yang memiliki muka gelombang berbentuk bola. Setelah selang waktu Δt muka gelombang titik tersebut telah bergerak sejauh $c\Delta t$ dengan c adalah kecepatan rambat gelombang. Jumlah gelombang titik pada muka gelombang lama terebut tak berhingga sehingga terbentuk tak berhingga muka gelombang berbentuk bola. Penjumlahan semua muka gelombang berbentuk bola tersebut menhasilkan muka gelombang baru yang berupa bidang datar. Mekanisme yang sama terjadi pada muka gelombang lingkaran seperti diilustrasikan pada gambar (b). Pada tiap titik di permukaan bola terbentuk sumber gelombang titik yang bergerak dengan kecepatan c ke segala arah. Bentuk muka gelombang titik berupa lingkaran dengan jari-jari

$c\Delta t$. Jumlah sumber gelombang titik tak berhingga. Namun, penjulahan semua muka gelombang titik tersebut menghasilkan permukaan berbentuk bola dengan jari-jari lebih besar.

Gambar 8.21 Prinsip Huygens: (a) muka gelombang datar, dan (b) mula gelombang lingkaran atau bola. Setiap titik pada muka gelombang berperan sebagai sumber gelombang titik yang baru. Tiap sumber gelombang titik menghasilkan muka gelombang berbentuk bola. Penjumlahan semua muka gelombang titik menghasilkan muka gelombang baru. (a) Gelombang datar. Muka gelombang berupa bidang datar. Tiap titik pada bidang datar emjadi sumber gelombang baru yang memiliki muka gelombang berbentuk bola. Setelah selang waktu Δt muka gelombang titik tersebut telah bergerak sejauh $c\Delta t$ dengan c adalah kecepatan rambat gelombang. Jumlah gelombang titik pada muka gelombang lama terebut tak berhingga sehingga terbentuk tak berhingga muka gelombang berbentuk bola. Penjumlahan semua muka gelombang berbentuk bola tersebut menhasilkan muka gelombang baru yang berupa bidang datar. Mekanisme yang sama terjadi pada muka gelombang lingkaran seperti diilustrasikan pada gambar (b).

8.10 Gelombang bunyi

Bunyi adalah gelombang mekanik yang merambat dalam medium. Bunyi timbul karena getaran partikel-partikel penyusun medium. Getara partikel-partikel inilah yang menyebabkan energi yang berasal dari sumber bunyi merambat dalam medium tersebut. Dengan demikian, bunyi hanya

bisa merambat jika ada medium. Dalam ruang hampa bunyi tidak dapat merambat. Di udara bunyi merambat akibat getaran molekul-molekul udara. Di dalam zat padat bumi merambat akibat getaran atom-atom zat padat. Di dalam zat cair bunyi merambat akibat getaran atom-atom atau molekul-molekul penyusun zat cair.

Laju rambat bunyi berbeda dalam material yang berbeda. Dalam zat padat laju rambat bunyi lebih besar daripada dalam zat cair. Dan dalam zat cair laju rambat bunyi lebih besar daripada dalam gas. Tabel 8.1 adalah laju rambat bunyi pada sejumlah zat. Laju rambat bunyi juga dipengaruhi oleh suhu. Kebergantungan laju rambat bunyi di udara dapat didekati dengan persamaan

$$v = (331 + 0,6T) \text{ m/s} \tag{8.27}$$

dengan T dalam derajat Celcius.

Tabel 10.1 Laju rambat bunyi di dalam beberapa meterial pada suhu 20 ^oC.

Material	Laju rambat bunyi (m/s)
Udara	343
Udara (0 ^oC)	331
Helium	1005
Hidrogen	1300
Air	1440
Air laut	1560
Besi dan Baja	5000
Glas	4500
Aluminium	5100
Kayu keras	4000

Kuat dan Tinggi Bunyi

Dua aspek bunyi yang dirasakan telinga adalah kekuatan bunyi (loudness) dan ketinggian bunyi (pitch). **Kekuatan bunyi** merepresentasikan energi yang dibawa oleh gelombang bunyi. **Ketinggian bunyi** merepresentasikan apakah bunyi tersebut tinggi seperti bunyi biola atau rendah seperti bunyi bass gitar. Tinggi rendah bunyi berkaitan dengan frekuensi pembawa bunyi tersebut. Bunyi tinggi memiliki frekuensi tinggi

dan bunyi rendah memiliki frekuensi rendah.

Secara umum terlinga manusia dapat mendengar bunyi pada jangkauan frekuensi antara 20 Hz sampai 20.000 Hz. Jangkauan frekuensi ini dikenal dengan nama **daerah pendengaran**. Bunyi dengan frekuensi di atas 20.000 Hz dinamakan bunyi **ultrasonik**. Beberapa binatang dapat mendengar bunyi ultrasonik. Anjing dapat mendengar bunyi hingga frekuensi 50.000 Hz. Kelelawar dapat mendengar bunyi hingga 100.000 Hz. Bunyi dengan frekuensi di bawah 20 Hz dinamakan infrasonik. Sumber bunyi infrasonik di antaranya gempa bumi, gunung api, dan getaran mesin-mesin berat.

Intensitas Bunyi

Kekuatan bunyi mengungkapkan energi yang dibawa gelombang bunyi. Untuk memudahkan dilakukan pengukuran kekuatan bunyi maka didefinisikan besaran yang namanya **intensitas bunyi**. Definisi intensitas secara umum adalah

Intensitas = energi yang dibawa gelombang per satuan waktu per satuan luas

Karena enenrgi per satuan waktu adalah daya maka kita juga dapat mendefinisikan

Intensitas = daya gelombang per satuan luas

atau

$$I = \frac{P}{A} \qquad (8.28)$$

dengan I intensitas gelombang, P daya yang dibawa gelombang, A luas permukaan yang dikenai energi gelombang.

Contoh 8.6

Gelombang bunyi dihasilkan oleh sebuah loudspeaker kecil dan merambat secara merata ke segala arah. Jika daya loudspeaker adalah 10 Watt, berapakah intensitas bunyi pada jarak 5 meter dari loudspeaker?

Jawab

Daya loudspeaker sama dengan daya gelombang bunyi yang

dihasilkannya. Jadi P = 10 W. Karena gelombang bunyi merambat ke segala arah, maka gelombang tersebut menembus permukaan kulit bola (loudspeaker sebagai pusat) pada saat yang bersamaan. Dengan demikian, pada jarak R = 5 m dari loudspeaker, gelombang tersebut menembus permukaan seluas

$$A = 4\pi R^2$$

$$= 4 \times 3{,}14 \times 5^2 = 314 \text{ m}^2$$

Dengan demikian, intensitas bunyi pada jarak 5 m dari loudspeaker adalah

$$I = \frac{P}{A}$$

$$= \frac{10}{314} = 0{,}03 \text{ W/m}^2$$

Level Intensitas

Telinga manusia umumnya dapat mendeteksi intensitas gelombang bunyi paling rendah 10^{-12} W/m^2 dan paling tinggi 1 W/m^2. Intensitas 10^{-12} W/m^2 disebut juga **ambang pendengaran**. Untuk menghindari penggunaan variasi angka yang sanat besar, maka didefinisikan suatu besaran yang namanya level intensitas. **Level intensitas** β dirumuskan sebagai

$$\beta = 10 \log\left(\frac{I}{I_o}\right) \tag{8.29}$$

dengan I_o ambang pendengaran (10^{-12} W/m^2), dan I intensitas bumyi dalam satuan. Satuan β adalah decibel yang disingkat dB. Tabel 8.2 adalah level intensitas sejumlah sumber bunyi.

Contoh 8.7

Intensitas suara yang dihasilkan lalu lintas dalam keadaan sibuk sekitar 10^{-5} W/m2. Berapa level intensitas lalulintas tersebut?

Jawab

$$\beta = 10\log\left(\frac{I}{I_o}\right) = 10\log\left(\frac{10^{-5}}{10^{-12}}\right) = 10\log\left(10^{7}\right) = 10\times 7 \;\; = 70 \text{ dB}$$

Tabel 8.2 Level intensitas beberapa sumber bunyi

Sumber bunyi	**level intensitas (dB)**
Pesawat jet pada jarak 30 m	100
Ambang batas kesakitan	120
Suara konser rock pada ruangan tertutup	120
Sirine pada jarak 30 m	100
Ruangan dalam mobil yang sedang melaju 90 km/jam	75
Lalu lintas sibuk	70
Percakapan biasa pada jarak 50 cm	65
Daun yang bergesekan	10
Ambang pendengaran	0

Contoh 8.8

Loudspeaker kualitas tinggi dirancang sehingga pada jangkauan frekuensi 30 Hz sampai dengan 18 000 Hz hampir konstan dengan variasi hanya sekitar ± 3 dB. Artinya, pada jangkauan frekuensi ini level intensitas tidak boleh menyimpang melebihi 3 dB. Artinya, level intensitas maksimum dan minimum yand diijinkan tidak boleh lebih dari 3 dB. Dengan factor berapakah intensitas diijinkan bervariasi?

Jawab

$$\beta_{maks} = 10\log\left(\frac{I_{maks}}{I_o}\right)$$

$$\beta_{\min} = 10\log\left(\frac{I_{\min}}{I_o}\right)$$

$$\beta_{maks} - \beta_{\min} = 10\log\left(\frac{I_{maks}}{I_o}\right) - 10\log\left(\frac{I_{\min}}{I_o}\right)$$

$$= 10\log\left(\frac{I_{maks}}{I_o} \times \frac{I_o}{I_{\min}}\right) = 10\log\left(\frac{I_{maks}}{I_{\min}}\right)$$

$$3 = 10\log\left(\frac{I_{maks}}{I_{\min}}\right)$$

$$\frac{I_{maks}}{I_{\min}} = 10^{0,2} = 2$$

Artinya, perbandingan intensitas maksimum dan minimum tidak boleh lebih dari dua.

Contoh 8.9

Pada jarak 30 m dari sirine, level intensitas adalah 100 dB. Berapa level intensitas pada jarak 90 m dari sumber bunyi?

Jawab

$$\beta_1 = 10\log\left(\frac{I_1}{I_o}\right)$$

Karena $I \propto 1/r^2$ maka

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{1/r_2^2}{1/r_1^2} = \frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{30^2}{90^2} = \frac{1}{9}$$

$$I_2 = \frac{1}{9} I_1$$

Level intensitas

$$\beta_2 = 10\log\left(\frac{I_2}{I_o}\right)$$

$$= 10\log\left(\frac{1}{9}\frac{I_1}{I_o}\right)$$

$$= 10\log\left(\frac{1}{9}\right) + 10\log\left(\frac{I_1}{I_o}\right)_1$$

$$= -10\log 9 + \beta_1$$

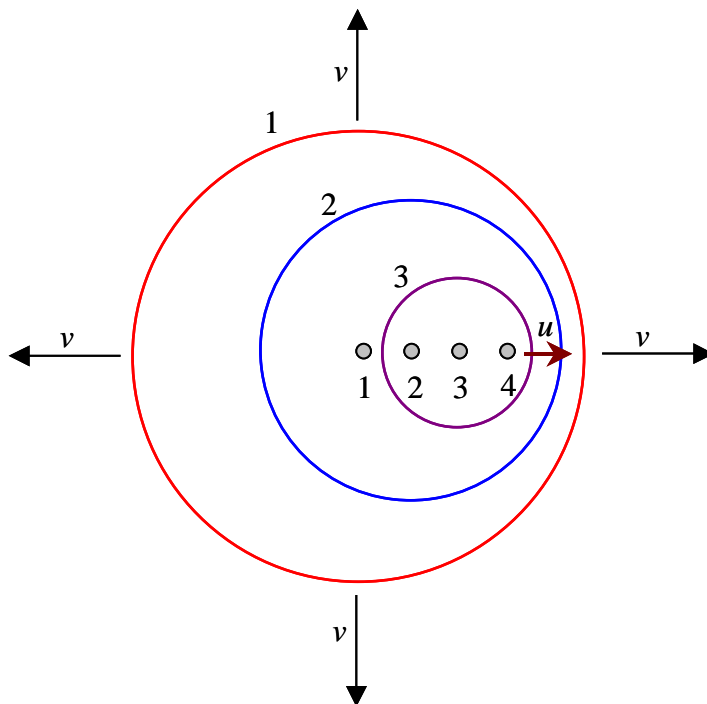
$$= -9{,}5 + 100 \quad = 90{,}5 \text{ dB}$$

Dapatkah kamu membuktikan bahwa kecepatan bunyi tidak terlalu bergantung pada frekuensi? Suara sebenarnya tersusun atas sejumlah frekuensi. Frekuensi yang berbeda-beda tersebut bersuperposisi membentuk pola gelombang bunyi. Jika kecepatan gelombang bunyi sangat bergantung pada frekuensi maka komponen bunyi yang berasal dari frekuensi yang berbeda akan bergerak dengan kecepatan yang berbeda. Komponen bunyi dengan frekuensi yang berbeda akan mencapai pendengar pada saat yang berbeda. Akibatnya, pola gelombang bunyi yang diterima pendengar dan yang dihasilkan sumber bunyi berbeda. Atau suara yang didengar pendengar tidak samam dengan suara yang dihasilkan sumber bunyi. Tetapi hal tersebut tidak pernah terjadi. Suara yang didengar pendengar persis sama dengan suara yang dihasilkan sumber bunyi. Ini hanya mungkin terjadi jika kecepatan bunyi tidak bergantung pada frekuensi.

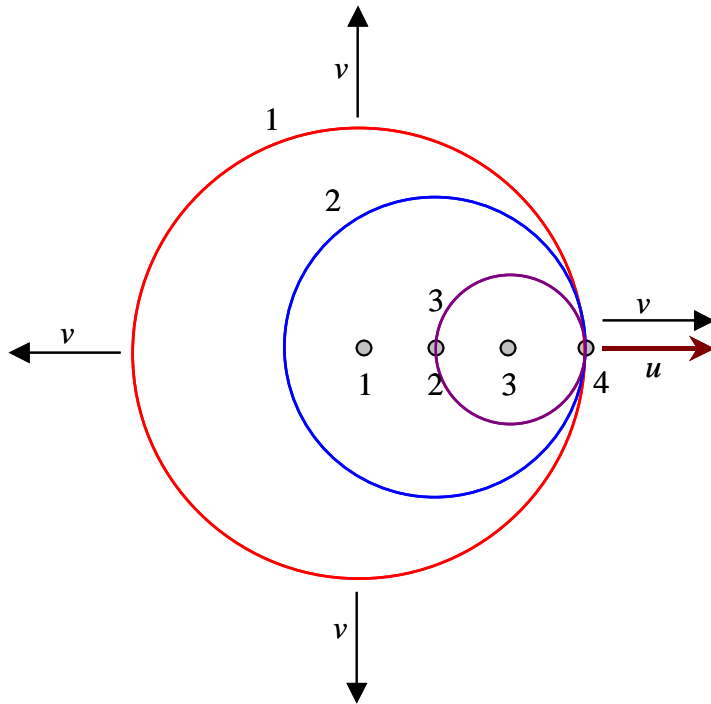
Supersonik

Kalian masih ingat dengan pesawat Concord? Itulah pesawat yang dapat bergerak dengan kecepatan melebihi kecepatan bumi di udara. Kecepatan bunyi di udara sekitar 340 m/s. Kecepatan pesawat Concord lebih besar daripada itu. Pesawat-pesawat tempur hampir semuanya memiliki kecepatan yang lebih besar dari kecepatan bunyi. Kecepatan yang lebih besar dari kecepatan bunyi dinamakan kecepatan **supersonik.**

Ketika benda bergerak menembus udara maka terbentuk pola gangguan di udara yang bergerak sama dengan kecepatan gelombang bunyi. **Gambar 8.22** adalah benda (pesawat) yang bergerak dengan laju u yang lebih kecil daripada laju rambat bunyi di udara, v. Bunyi yang dihasilkan pesawat bergerak ke segala arah pada permukaan yang berbentuk bola. Kita

tinjau bunyi yang dihasilkan pesawat saat berada di lokasi 1, 2, 3, dan 4 pada **Gambar 10.22**. Saat pesawat berada di titik 4, gelombang yang dikelurkan ketika berada pada posisi 1, 2, dan 3 digambarkan sebagai lingkaran. Tampak bahwa, di depan pesawat puncak-puncak gelombang lebih rapat dan di belakang pesawat puncak-puncak gelombang lebih renggang. Akibatnya, di depan pesawat frekuensi gelombang lebih besar dan di belakang pesawat lebih kecil. Ini adalah efek Dopler.

Gambar 8.22 Gambar muka gelombang ketika pesawat bergerak dengan laju yang lebih kecil daripada laju rambat bunyi.

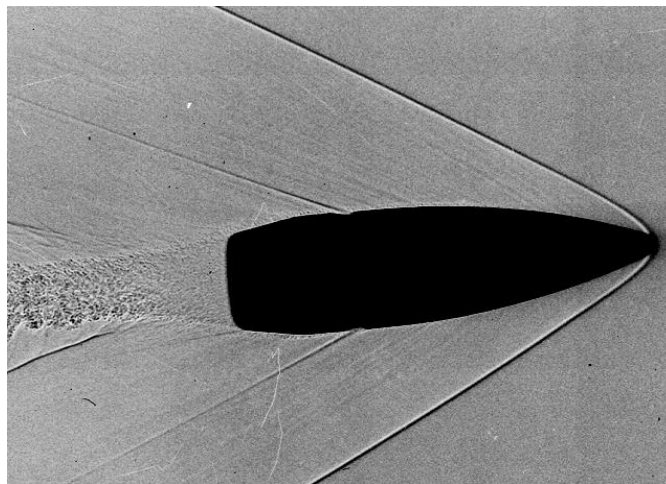
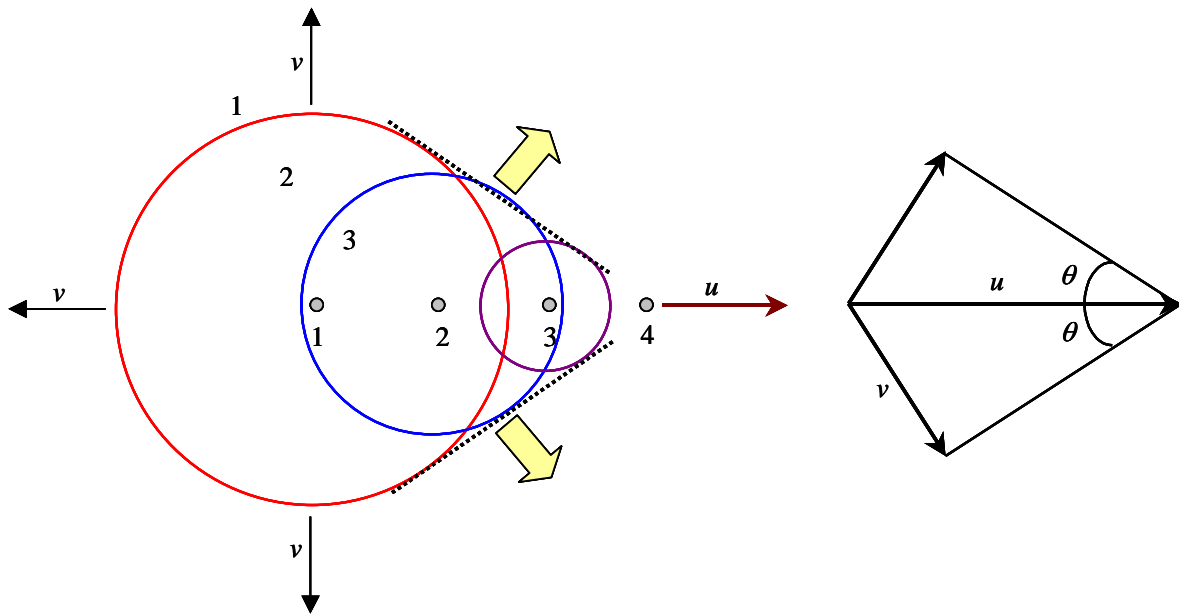
Gambar 8.23 adalah kondisi ketika kecepatan pesawat persis sama dengan kecepatan bunyi. Lokasi pesawat tepat berimpit dengan muka gelombang yang bergerak ke depan. Akibatnya, udara di depan pesawat mengalami kompresi yang sangat besar. Panjang gelombang di depan pesawat mendekati nol atau frekuensinya mendekati tak berhingga. Akibatnya dihasilkan bunyi yang sangat keras.

Jika kecepatan pesawat lebih besar daripada laju rambat bunyi di udara maka saat pesawat menghasilkan gelombang berikutnya, gelombang yang dihasilkan sebelumnya belum mencapai lokasi tersebut. Akibatnya, muka gelombang yang terbentuk berbentuk kerucut (**Gambar 8.24**).

Gambar 8.23 Gambar muka gelombang ketika pesawat bergerak dengan laju yang sama dengan laju rambat bunyi.

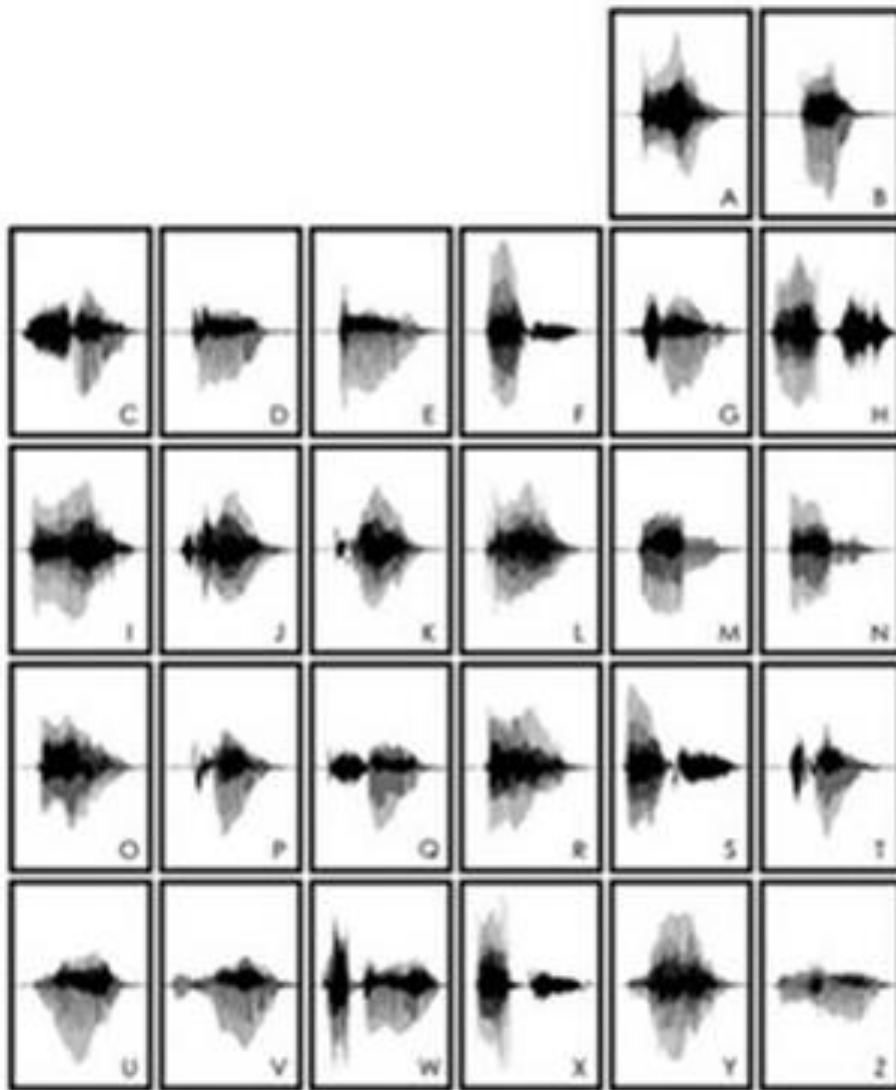
Arah perambatan gelombang tidak lagi ke depan, tetapi agak menyamping. Tampak pada gambar bahwa arah yang dibentuk gelombang dengan arah gerak pesawat membentuk sudut θ yang memenuhi

$$\sin\theta = \frac{v}{u} \tag{8.30}$$

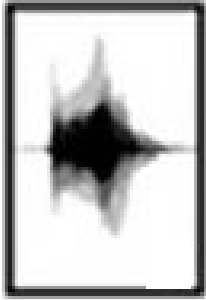
dengan u laju sumber bunyi (pesawat) dan v laju perambatan bunyi di udara.

Jika kecepatan benda sudah melebihi kecepatan rambat bunyi di udara, ukuran kecepatan sering dinyatakan dalam **bilangan Mach**. Jika kecepatan benda berada pada bilangan Mach 1 berarti kecepatan benda yang sama dengan kecepatan bunyi di udara. Jika kecepatan bunyi di udara adalah 343 m/s, maka pesawat yang memiliki bilangan Mach 2,5 berarti memiliki kecepatan 2,5 × 343 = 857,5 m/s.

Gambar 8.24 Gambar muka gelombang ketika pesawat bergerak dengan laju yang melebihi laju rambat bunyi.

Mengapa ketika seseorang bicara huruf A kita juga bisa mendengarnya huruf A? Sejak anak-anak telinga sudah dilatih untuk mengenal pola vibrasi gelombang suara di udara. Pola tersebut terekam di otak. Kalau telinga mendengar pola gelombang suara seperti yang terekan di otak maka otak langsung memberi kesimpulan jenis suara yang disengar tersebut. **Gambar 8.25** adalah pola-pola gelombang suara yang terekam di otak dan alfabet yang terkait dengan pola tersebut. Daftar pola ini sering disebut tabel alfabet bentuk gelombang.

Sebagai contoh, sejak kecil otak merekam pola pada **Gambar 8.26** sebagai huruf A (dalam bahasa Inggris). Jika suatu saat telinga menerima gelombang suara dengan pola seperti itu maka otak langsung memberikan kesimpulan bahwa itu adalah suara huruf A.

Gambar 8.25 Tabel alfabet bentuk gelombang (www.bestspokenart.com)

Gel pada USG. Yang pernah USG di rumah sakit atau laboratorium klinik tentu tahu bahwa saat probe USG digerakkan pada bagian tubuh, maka semacam gel dioleskan terlebih dahulu. Apa manfaat gel tersebut? USG menggunakan gelombang bunyi ultrasonik untuk memindai bagian tubuh pasien. Karena bunyi adalah gelombang maka ketika berpindah dari satu medium ke medium lain maka selalu terjadi transmisi dan pemantulan. Untuk

gelombang bunyi, jumlah gelombang yang dipantulkan bergantung pada selisih impedansi medium pertama dan medium kedua. Agar deteksi USG akurat, diharapkan gelombang yang dipantulkan sekecil mungkin.

Gambar 8.26 Pola huruh A yang direkam otak sejak masih anak-anak.

Gelombang ultrasonic pada transducer USG berasal dari bahan piezoelektrik. Impedansi bahan piezoelektrik sekitar $2,9 \times 10^7$ kg/m^2 s. Sedangkan tubuh manusia memiliki impedansi rata-rata $1,63 \times 10^6$ kg/m^2 s - $2,9 \times 10^6$ kg/m^2 s. Tabel 8.4 adalah impedansi sejumlah material serta bagian-bagian tubuh manusia. Jadi terdapat perbedaan impedansi yang sangat besar antara piezoelektik dan tubuh manusia. Perbedaan ini menyebabkan banyak gelombang dipabtulkan ketika probe USD langsung diarahak ke tubuh manusia.

Tabel 8.4 Impedansi sejumlah bagian tubuh manusia

Bagian tubuh	Impedansi (10^6 kg/m^2 s)
Piezoelektrik (penghasil gelombang ultrasonik)	29
Udara	0,00041
Lemak	1,38
Air	1,43
Otot	1,63
Hati	1,64
Darah	1,67
Tulang	3,7 – 7,4

Masalah lebih bear lagi timbul jika probe USG tidak kontak

sempurna dengan bagian tubuh. Dapat terjadi celah udara terbentuk antara probe USG dengan tubuh. Karena udara memiliki impedansi sangat jauhd ari impedansi tubuh maupun piezoelektrik pada probe USG maka pemantulan yang lebih besar lagi akan terjadi. Oleh karena itu, penggunakan gel akan menjembatani peramatan bunyi dari probe USG ke tubuh serta meniadakan munculnya ruang udara angata probe USG dan tubuh.

Koefisien pantulan bunyi yang berpindah dari medium dengan impedansi Z1 ke medium dengan impedansi Z2 memenuhi

$$R = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

Jika gelombang ultrasonik dari transducer langsung diarahkan ke tubuh maka terjadi pemantulan gelombang yang cukup besar, dan hanya sedikit yang masuk ke dalam tubuh. Akibatnya, sinyal yang dipantulkan bagian dalam tubuh menjadi kecil dan deteksi menjadi kurang akurat.

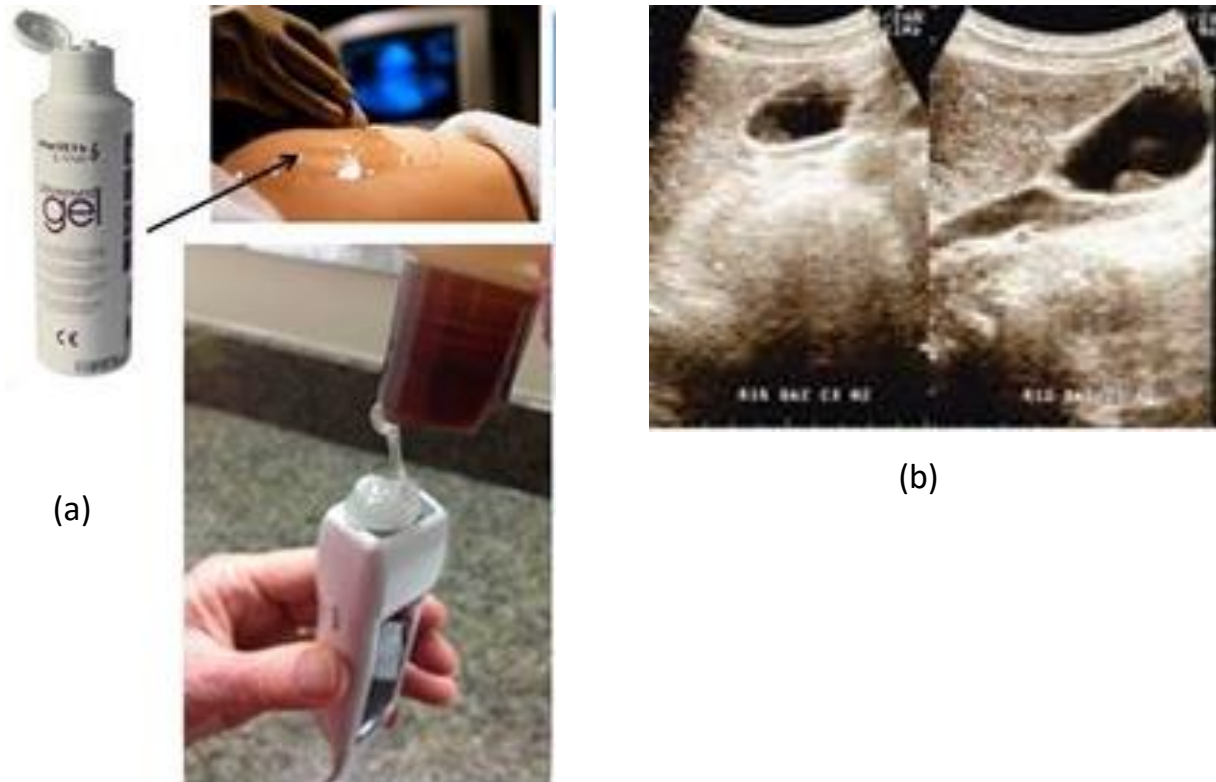
Untuk memperbanyak gelombang masuk ke tubuh maka diselipkan material lain antara transducer dan tubuh. Salah satu material tersebut adalah gel. **Gambar 8.27**(a) adalah contoh gel yang digunakan pada proses USG dan (b) adalah contoh hasil USG. Untuk memaksimalkan penetrasi gelombang ke dalam tubuh maka impedansi gel harus tertentu. Misalkan impedansi gel adalah Z_g. Dengan demikian terjadi dua kali pemantulan, yaitu pada bida batas udara dan gel dan pada bidang batas gel dan tubuh. Koefisien pemantulan total menjadi

$$R_t = \frac{Z_g - Z_1}{Z_g + Z_1} \times \frac{Z_2 - Z_g}{Z_2 + Z_g}$$

Impendasi gel dipilih sedemikian rupa sehingga koefieisn pantulan total menjadi minimum. Untuk menentukan nilai Z_g yang menghasilkan R_t maksimum maka kita diferensial R_t lalu samakan dengan nol, atau

$$\frac{dR_t}{dZ_g} = 0$$

Kalian dapat membuktikan dengan mudah bahwa impedansi gel yang menghasilkan koefisien pantulan total paling kecil adalah

$$Z_g = \sqrt{Z_1 Z_2}$$

Gambar 8.27 (a) Contoh gel yang digunakan dalam proses USG dan (b) contoh hasil USG.

Soal-Soal

Gelombang dengan frekuensi 2 Hz dan panjang gelombang 1,6 m merambat pada seutas tali.

a) berapa kecepatan gelombang?

b) Berapa beda fase antara dua titik yang berjarak 0,4 meter?

Dua batang zat padat memiliki modulus elastisitas yang sama. Namun, salah satu batang memiliki massa jenis dua kali lebih esar daripada batang yang lain. Batang manakan yang diramabti gelombang dengan kecepatan lebih besar dan berapa kali lebih cepat dibandingkan dengan kecepatan

gelombang pada batang yang lain?

Tali yang memiliki massa 0,55 kg ditegangkan pada dua penyangga pada kedua ujungnya. Panjang tali 30 m. Jika tegangan tali 150 N, berapa lama waktu yang diperlukan pulsa merambat dari satu ujung ke ujung yang lain dari tali tersebut?

Bandingkan intensitas dan amplitudo gelombang gempa bumi yang melewati dua lokasi yang berjarak 10 km dan 20 km dari pusat gempa (episentrum).

Sebuah gelombang merambat pada tali dengan laju 10 m/s. Gelombang tersebut dihasilkan dengan mengetarkan ujung tali sebanyak 20 kali per detik dengan simpangan 4 cm. Jika pada saat $t = 0$ titik pada posisi 0,5 m berada pada simpangan minimum, tentukan persamaan simpangan.

Cepat rambat gelombang di air dalam bergantung pada panjang gelombang menurut persamaan $v = \sqrt{\lambda g / 2\pi}$. Untuk gelombang air dalam yang memiliki panjang gelombang 100 m, hitunglah

(a) Laju gelombang

(b) Frekuensi gelombang

(c) Waktu yang diperlukan molekul air untuk melakukan satu getaran penuh.

Sebuah gelombang berjalan melalui titik A dan B yang berjarak 8 cm dalam arah dari A ke B. Pada saat t = 0 simpangan gelombang di A adalah 0. Jika panjang gelombang 12 cm dan amplitudo = 4 cm maka simpanmgan titik B pada saat fase titik A $3\pi/2$ adalah (dalam cm)

Seorang nelayan memukul bagian sisi perahunya tepat pada posisi permukaan air. Ia mendengar bunyi pantulan oleh dasar laut 3,0 s kemudian. Jika diketahui modulus volum air laut adalah 2,0 10^9 N/m2, berapa kedalaman dasar laut?

Gelombang radio merambat di udara dengan laju 3×10^8 m/s. Hitunglah:

(a) Panjang gelombang di udara untuk gelombang radion yang memiliki frekuensi 105 MHz

(b) Frekuensi gelombang radio yang memiliki panjang gelombang 1500 m.

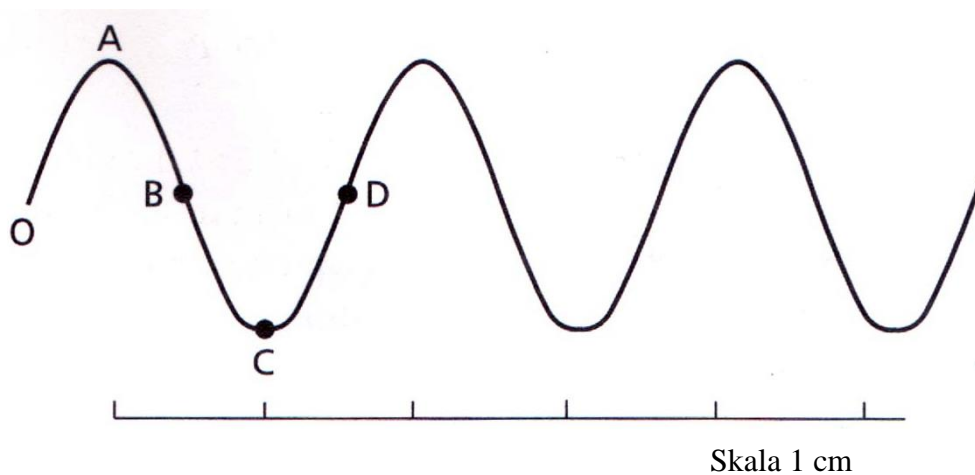
Dua gelombang merambat melalui tali memiliki frekuensi yang sama. Namun satu gelombang membawa daya tiga kali lebih besar dari gelombang kedua. Berapa perbandingan amplitudo dua gelombang tersebut?

Gambar 8.28 memperlihatkan pola simpangan gelombang yang sedang merambat ke kanan yang dipotret pada saat tertentu. Frekuensi gelombang adalah 0,25 Hz.

(a) Berapa apmlitudo, panjang gelombang, dan laju perambatan gelombang?

(b) Manakah dari titik A, B, C, atau D yang bergetar dengan fase berbeda $3\pi/2$ dengan titik O?

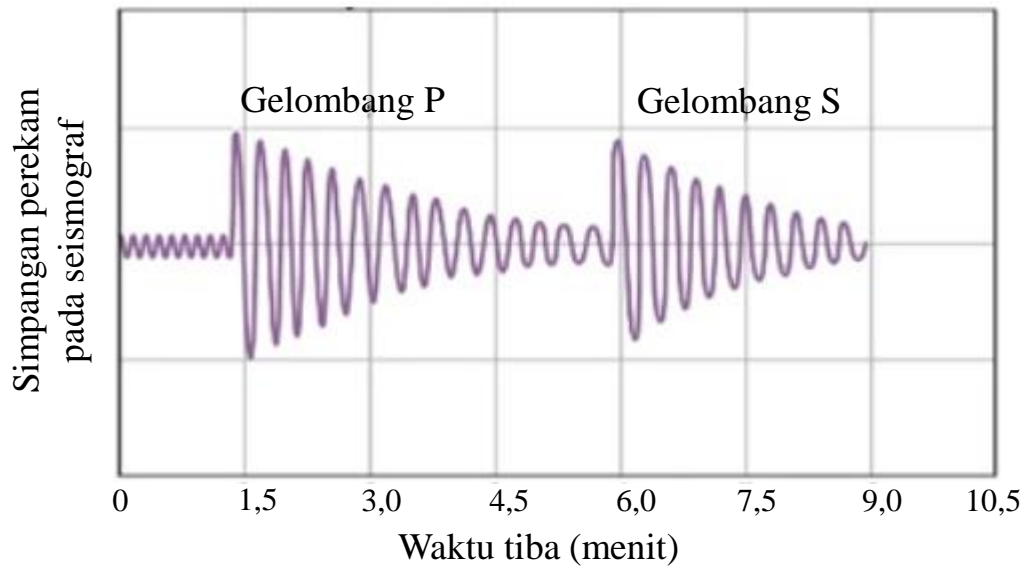
(c) Berapa beda fase antara titik A dan D?

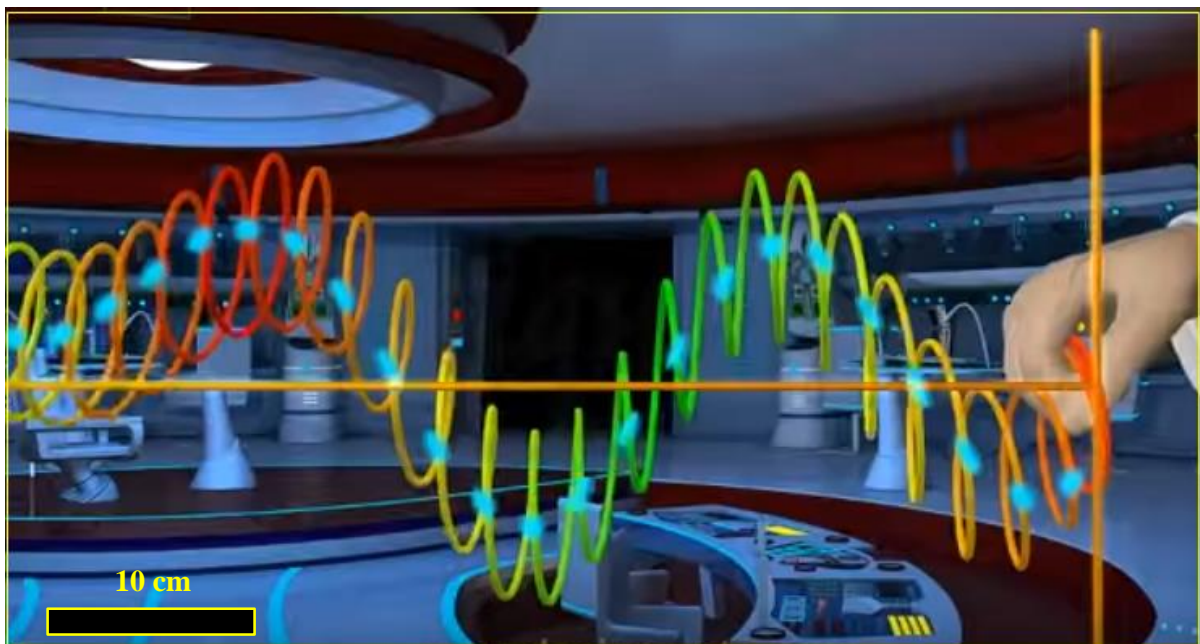
(d) Berapa perubahan simpangan titik A satu detik kemudian?

Gambar 8.28 Gambar untuk soal **

Level intensitas suara yang dihasilkan mesin pesawat jet pada jarak 30 m adalah 140 dB. Berapakah level intensitas mesin tersebut pada jarak 300 m?

Berapa intensitas bunyi pada ambang sakit 120 dB? Berapa pula intensitas bunyi yang memiliki level intensitas 20 dB?

Telinga manusia dapat membedakan bunyi dengan perbedaan level intensitas 2,0 dB. Berapa perbandingan amplitudo dua bunyi depnagn perbedaan level intensitas di atas?

Berdasarkan **Gambar 8.29** tentukan jarak episentrum ke posisi seismograf.

Gambar 8.29 Gambar untuk soal ***

Pola gelombang pada **Gambar 8.30** dihasilkan dengan menggerakkn ujung slinki sebanyak 5 kali per detik. Dengan mengacu pada skala yang ada di sisi kiri bawah gambar, perkirakan panjang gelombang dan kecepatan gelombang yang dihasilkan.

Gambar 8.30 Gambar untuk soal ***

Dengan mengacu pada dimensi badan orang pada **Gambar 8.31**, perkirakan

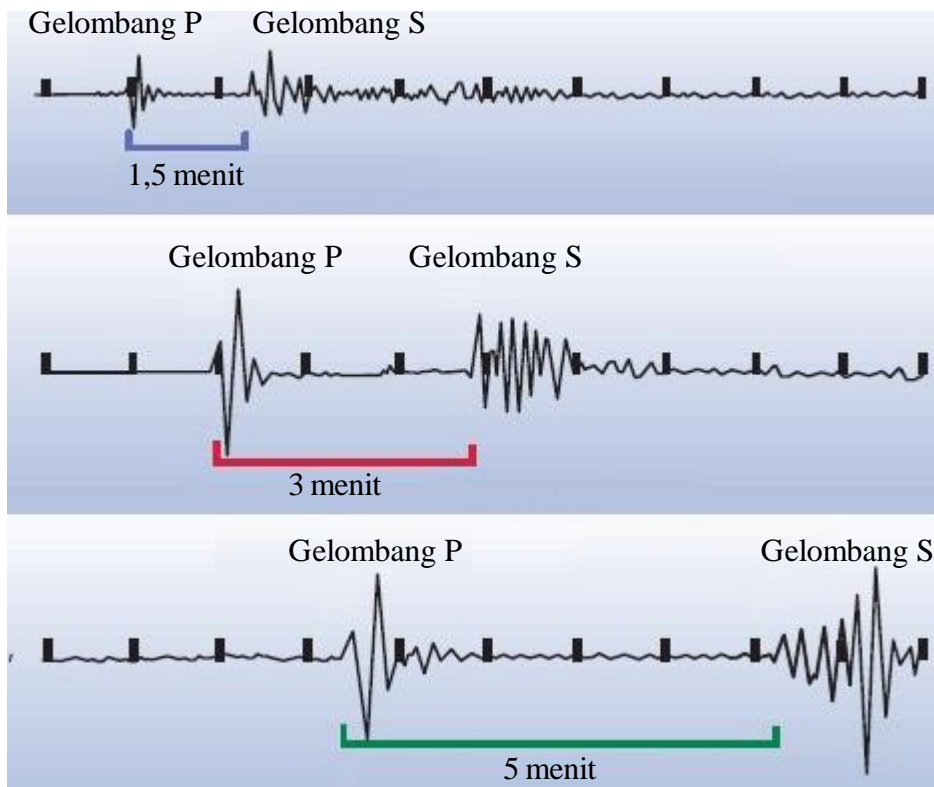
panjang gelombang air yanh dihasilkan.

Gambar 8.31 Gambar untuk soal ***

Berdasarkan **Gambar 8.32**, perkirakan lokasi sumber-sumber bunyi. Kalian dalam penggunakan penggaris atau alat bantu lainnya.

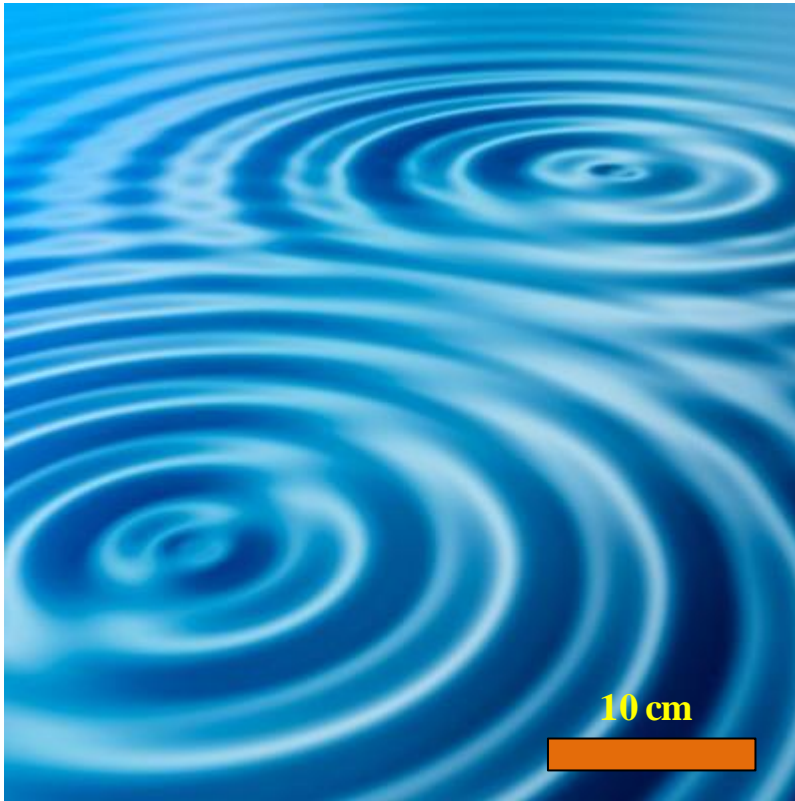
Gambar 8.32 Gambar untuk soal ***

Gambar 8.33 adalah rekaman dari tiga buag seismograf dari suatu gempa

bumi. Tentukan jarak seismograf-seismograf tersebut dari episentrum

Gambar 8.33 Gambar untul soal ***

Gelombang bunyi 50 dB memasuki gendang telinga yang memilikim luas penampang $5{,}0 \times 10^{-5}$ m^2. (a) Berapa energi yang diserap gendang telinga per detik? (b) Berapa lama waktu yang diperlukan agar gendang telinga menerima energi 1,0 J?

Hitunglah pergeseran maksimum molekul udara ketika bunyi dengan frekuensi 131 Hz merambat di udara pada level intensitas yang sama dengan ambang kesakitan terilnga (120 dB).

Pada **Gambar 8.34**, gelombang merambat di air. Yang berada di dalam kolam. Kedalaman kolah adalah 2 meter. Kecepatan rambag gelombang di air dangkal memenuhi persamaan $v = \sqrt{gh}$ dengan g konstanta gravitasi dan h kedalamn air. Dengan mencacu pada skala yang ada pada gambar, perkirakan: panjang dan frekuensi gelombang tersebut.

Gambar 8.34 Gambar untuk soal ***

Misalkan suatu saat kamu sedang terbang dengan helikopter di teluk Jakarta dan melihat sebuah boat sedang bergerak di teluk Jakarta. Tampak olehmu bahwa muka gelombang air yang dihasilkan oleh boat membentuk sudut 20o. Jika laju gelombang air adalah 2,0 m/s, berapakah laju boat?

Seseorang berdiri pada jarak tertentu dari sebuah pesawat jet yang memiliki empat mesin. Keempat mesin tersebut serupa. Ketika empat mesin hidup orang tersebut mendengar bunyi dengan level intensitas 120 dB. Jika kemudian kapten mematikan riga mesin sehingga hanya satu mesin yang hidup, berapakah taraf intensitas yang didengar orang tersebut?

Tape recorder stereo dikatakan memiliki signal-to-noise ratio (SNR) 58 dB. Berapakah perbandingan intensitas sinyal dengan noise yang dimiliki piranti tersebut?

Pada suatu konser rock, sebuah dB meter mencatat level intensitas 130 dB ketika ditempatkan pada jarak 2,5 m di depan louspeaker. (a) Berapa daya

output loudspeaker jika dianggap energi yang dihasilkan loudspeaker merambat ke segala arah dalam bentuk gelombang bola. (b) Berapa jarak dB meter ke loudspeaker saat mencatat level intensitas 90 dB?

Jika amplitudo gelombang bunyi dijadikan tiga kali lebih besar: (a) menjadi berapa kali lebih besarkan intensitasnya? (b) berapa besar pertambahan level intensitas?

Sebuah pesawat jet mengeluarkan bunyi dengan energi $5{,}0 \times 10^5$ J per detik. (b) berapakah level intensitas pada jarak 30 meter dari mesin jet? (b) Udara menyerap bunyi pada laju 7,0 dB/km; hitunglah level intensitas pada (b) 1,0 km dan (c) 5,0 km dari mesin jet.

a) Berapa kecepatan benda yang bergerak di darat jika benda tersebut bergerak pada bilangan Mach 0,33? B) Pesawat Concorde yang sedang bergerak pada ketinggian tertentu memperlihatkan angka 3000 km/s dan 3,2 Mach pada layarnya. Berapa kecepatan bunyi pada ketinggian tersebut?

Sebuah pesawat bergerak pada bilangan Mach 2,3. Kecepatan udara pada tempat itu adalah 310 m/s. (a) Berapa sudut yang dibentuk oleh gelombang shock dengan arah gerak pesawat? (b) Jika pesawat bergerak pada ketinggian 7100 m di atas tanah, berapa jauh setelah pesawat melewati orang di tanah ketika bunyi pesawat di dengar orang di tanah tersebut?

Sebuah pesawat luar angkasa memasuki atmosfer tipis sebuah planet di mana laju perambatan bunyi di atmosfer tersebut hanya 35 m/s. (a) Berapa bilangan Mach pesawat tersebut jika kecepatannya 15 000 km/jam, (b) berapakah sudut puncak yang dibentuk oleh gelombang shock?

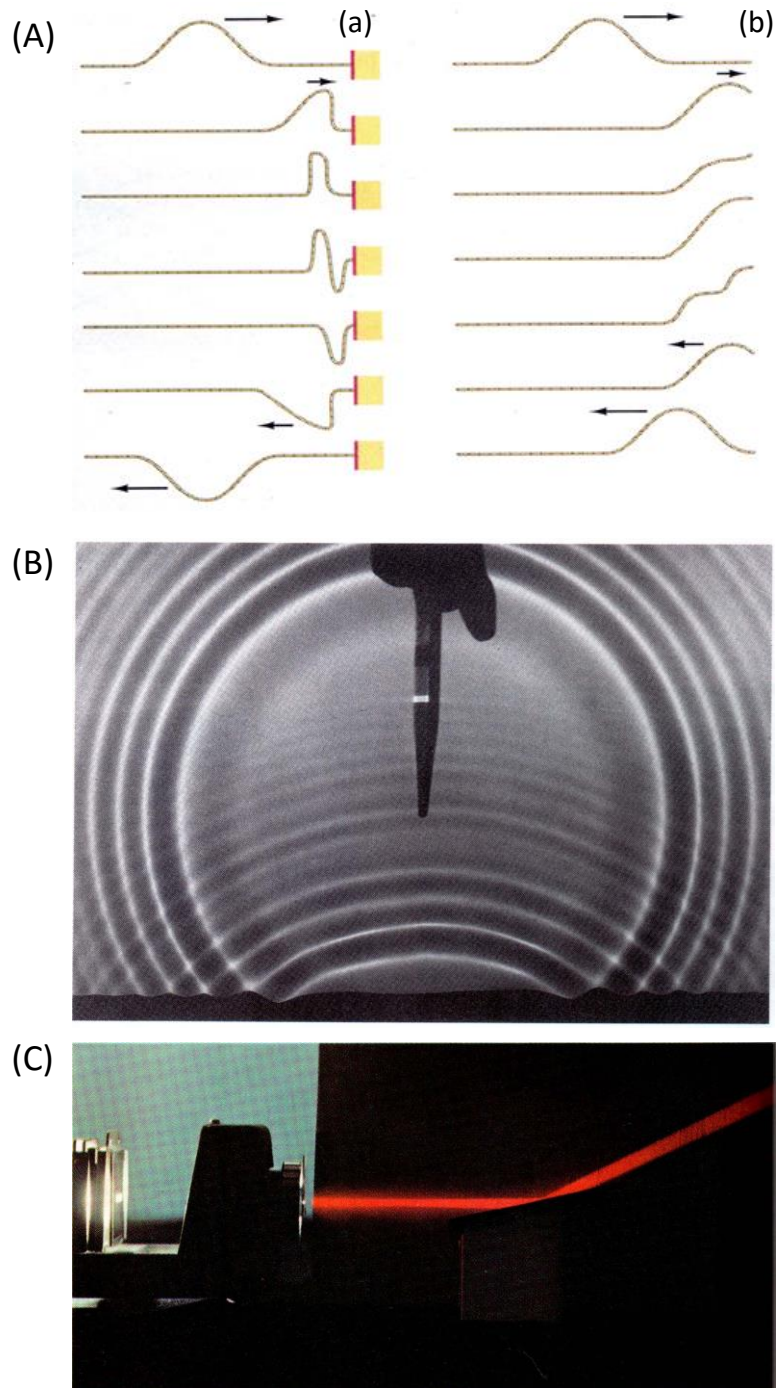
Bab 9
GEJALA GELOMBANG

Kita sudah mempelajari beberapa besaran yang dimiliki gelombang serta persamaan umum yang berlaku bagi gelombang. Pada bab ini kita meningkatkan pemahaman kita tentang gelombang dengan mempelajari beberapa sifat yang dimiliki gelombang. Kita pentingmemahami sifat-sifat gelombang karena sifat itulah yang diaplikasikan dalam kehidupan kita-sehari-hari. Semua teknologi yang memanfaat gelombang didasarkan pada pengetahuan sifat-sifat gelombang. Dengan kata lain, teknologi-teknologi tersebut merupakan aplikasi sifat-sifat gelombang.

9.1 Pemantulan gelombang

Kita mulai dengan mempejari fenomena pemantulan. Pemantulan adalah pembelokan arah rambat gelombang karena mengenai bidang batas medium yang berbeda. Gelombang pantul adalah gelombang yang berada pada medium yang sama dengan gelombang datang. Pada gelombang tali, pemantulan terjadi pada ujung tali, baik ujung tersebut diikatkan pada penyangga yang tetap atau dibiarkan bebas (**Gambar 9.1**(A)). Medium yang berada di seberang ujung tali adalah medium yang berbeda (penyangga atau udara). Ketika gelombang sampai ke ujung tali gelombang tersebut mengalami pemantulan dan merambat dalam arah berlawanan.

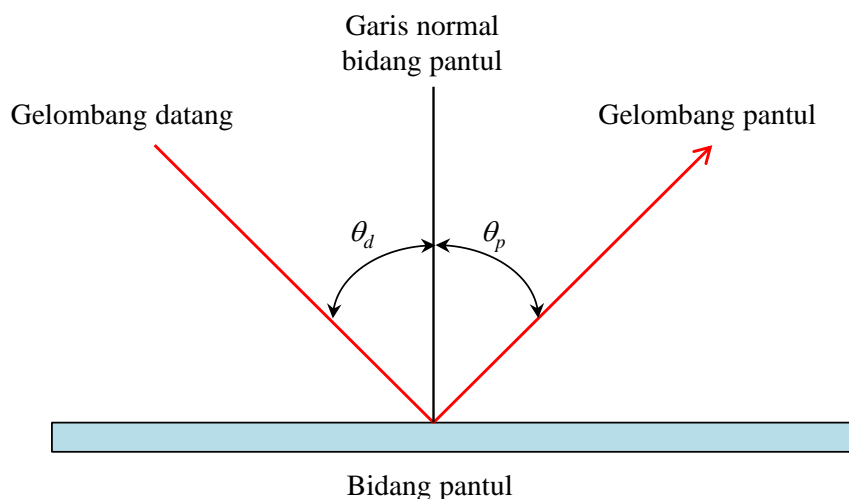
Gelombang air yang sedang merambat mengalami pemantulan ketika mengenai dinding penghalang (**Gambar 9.1**(B)). Gelombang cahaya yang datang dari udara dan mengenai permukaan kaca, sebagian akan masuk ke dalam kaca dan sebagian mengalami pemantulan (**Gambar 9.1**(C)). Gelombang cahaya yang jatuh pada cermin hampir semuanya mengalami

pemantulan. Pertanyaan selanjutnya adalah bagaimanakah hubungan antara arah gelombang datar dan gelombang pantul?

Gambar 9.1 Contoh peristiwa pemantulan gelombang. (A) Pemantulan gelombang tali: (a) pemantulan pasa ujung tetap dan (b) pemantulan pada ujung bebas. (B) pemantulan gelombang permukaan air oleh dinding. (C) pemantulan gelombang cahaya oleh logam.

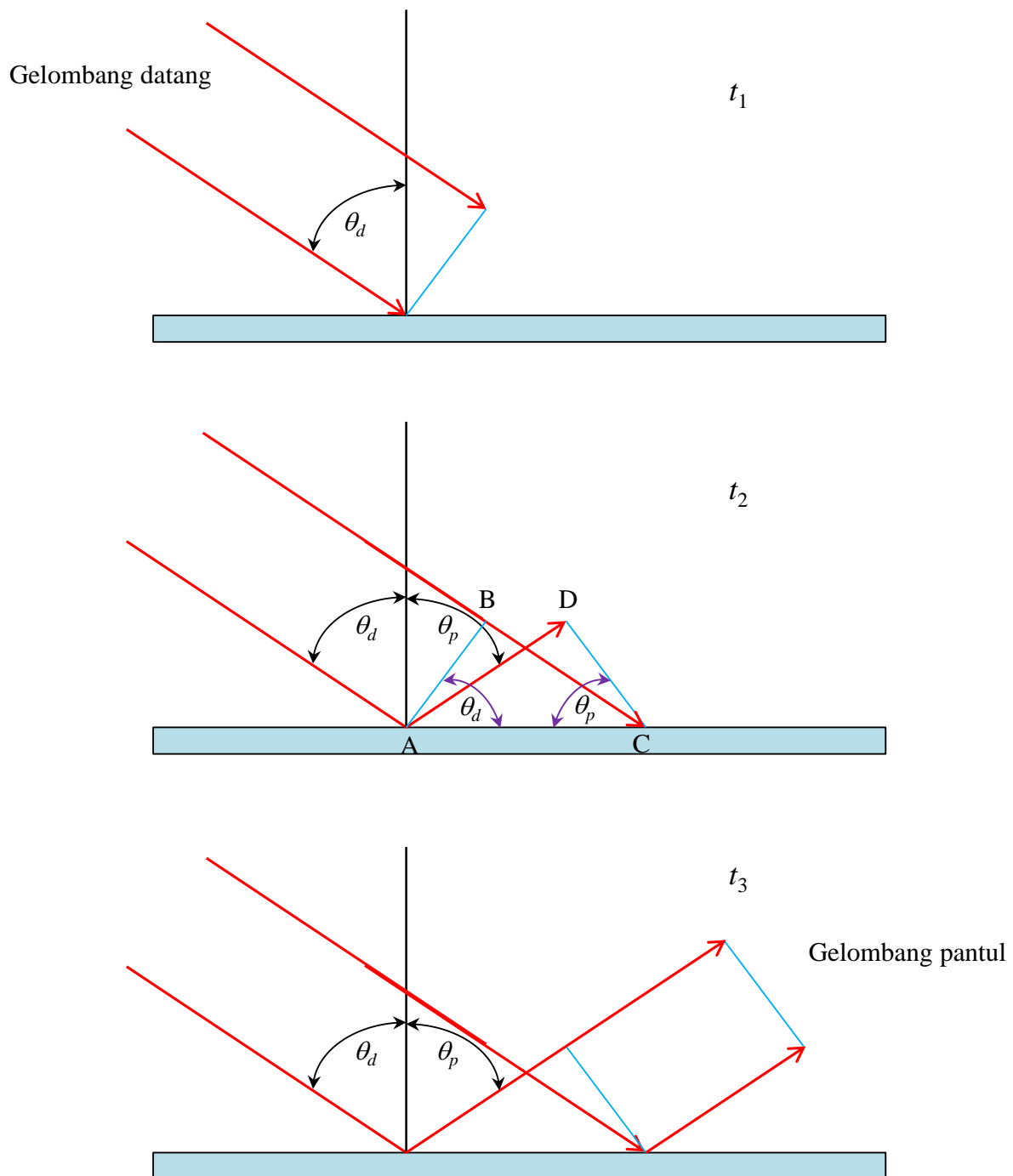
Sebelum menentukan hubungan tersebut, mari kita terlebih dahulu berkenalan dengan definisi besaran-besaran yang terkait dengan peristiwa pemantulan. Besaran-besaran tersebut diilustrasikan pada **Gambar 9.2**:

a) Arah normal, yaitu adalah arah yang tegak lurus bidang pantul.
b) Sudut datang (θ_d) adalah sudut yang dibentuk oleh arah sinar datang dan arah normal
c) Sudut pantul (θ_p) adalah sudut yang dibentuk oleh arah sinar pantul dan arah normal

Hukum pemantulan menyatakan bahwa sudut datang persis sama dengan sudut pantul, atau

$$\theta_d = \theta_p \quad (9.1)$$

Gambar 9.2 Arah gelombang datang dan gelombang pantul

Pembuktian hukum pemantulan (dapat dilewati). Untuk membuktikan hokum pemantulan, mari kita perhatikan **Gambar 9.3** Gelombang yang dipantulkan berupa gelombang bidang.

a) Pada saat t_1 (gambar atas), baru bagian bawah gelombang yang menyentuh bidang pantul. Bagian atas masih belum mencapai bidang pantul.
b) Pada saat t_2 (gambar tengah), bagian atas gelombang telah menyentuh bidang pantul sedangkan bagian bawah sudah dipantulkan.

Gambar 9.3 Pembuktian hukum pemantulan. Dari atas ke bawah adalah perambatan gelombang saat t_1, t_2, dan t_3. Pada saat t_1, berkas cahaya ujung bawah tepat mencapai bidang batas sedangkan berkas cahaya ujung atas belum mencapai bidang batas. Pada saat t_2, berkas cahaya ujung atas baru sampai bidang batas sedangkan berkas cahaya ujung bawah sudah dipantulkan. Pada saat t_3 kedua berkas cahaya sudah dipantulkan. Pembuktian dilakukan hanya dengan menggunakan aturan geometri sederhana.

c. Pada saat t_3 (gambar bawah), bagian atas dan bawah gelombang sudah meninggalkan bidang pantul dan menjadi gelombang pantul.

Mari kita perhatikan gambar tengah. Perhatika titik A, B, C, dan D. Waktu yang diperlukan gelombang merambat dari titik A ke titik D persis sama dengan waktu yang diperlukan gelombang merambat dari ririk B ke titik C. Dengan demikian kita dapatkan panjang AD = BC. Segitiga ADC dan ABC adalah segitiga siku-siku dengan sudut siku-siku berada di titik D dan titik B. Dengan demikian

sudut BAC = sudut datang θ_d

sudut DCA = sudut pantul θ_p

Dengan aturan trigonometri sederhana maka

BC = AC sin θ_d

AD = AC sin θ_p.

Selanjutnya, karena AD = BC maka

$$\sin\theta_d = \sin\theta_p,$$

yang menghasilkan $\theta_d = \theta_p$.

9.2 Pembiasan

Pembiasan terjadi karena gelombang memasuki medium yang berbeda dan kecepatan gelombang pada medium awal dan medium yang dimasuki berbeda. Jika arah datang gelombang tidak sejajar dengan garis normal maka pembiasan menyebabkan pembelokan arah rambat gelombang. Gelombang air yang melalui daerah yang lebih dangkal mengalami perubahan kecepatan, sehingga terjadi pembiasan. Cahaya yang bergerak dari udara ke air mengalami pembiasan karena perbedaan kecepatan cahaya di udara dan di air. **Gambar 9.4** adalah contoh pembiasan gelombang air dan gelombang cahaya.

Pertanyaan berikutnya adalah bagaimana hubungan antara arah gelombang datang dan arah gelombang bias? Misalkan kecepatan gelombang pada medium pertama adalah v_1 dan kecepatan gelombang pada medium kedua adalah v_2. Misalkan gelombang datang dari medium pertama ke medium kedua, maka hubungan antara sudut datang dan sudut bias

memenuhi

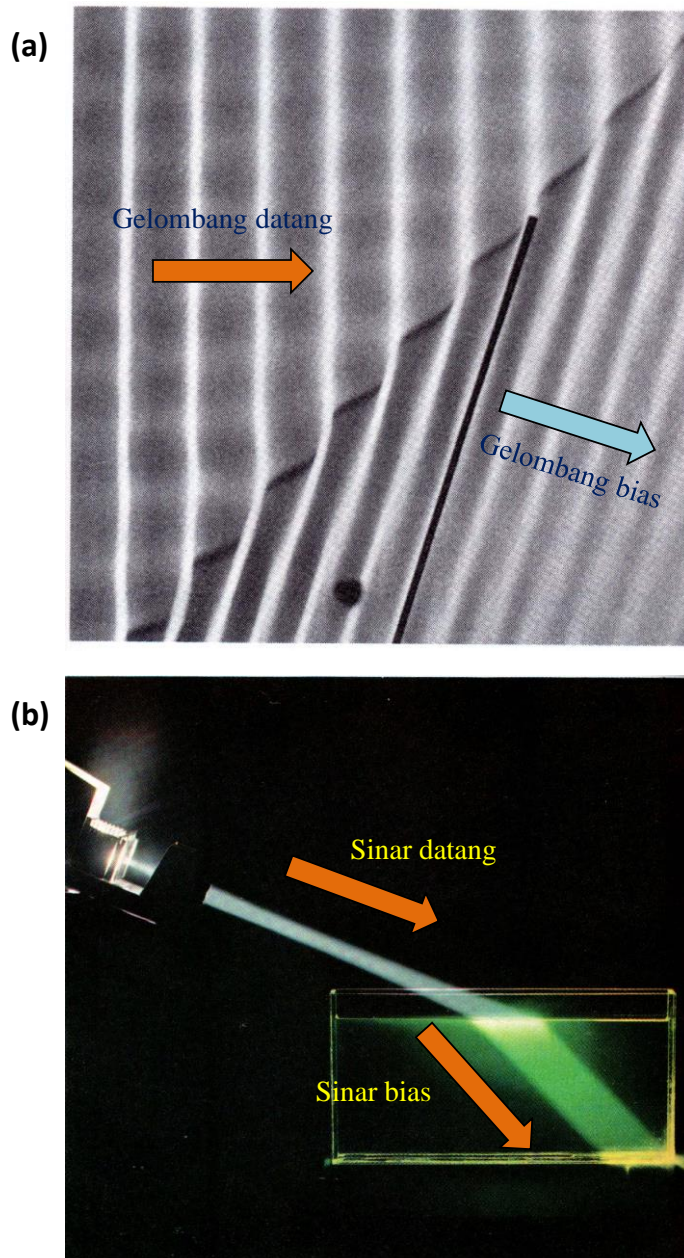
$$\frac{\sin\theta_d}{v_1} = \frac{\sin\theta_b}{v_2} \qquad (9.2)$$

dengan

θ_d sudut datang dan

θ_b sudut bias.

(a)

(b)

Gambar 9.4(a) Pembiasan gelombang permukaan air dan (b) gelombang cahaya

Pembuktian hukum pembiasan (dapat dilewati). Kita dapat membuktikan persamaan di atas seperti saat membuktikan hokum pemantulan. Mari kita perhatikan **Gambar. 9.5**. Gelombang yang dibiaskan berupa gelombang bidang.

a) Pada saat t_1 (gambar atas), baru bagian bawah gelombang yang menyentuh bidang batas. Bagian atas masih belum mencapai bidang batas.
b) Pada saat t_2 (gambar tengah), bagian atas gelombang telah menyentuh bidang pantul sedangkan bagian bawah sudah dibiaskan.
c) Pada saat t_3 (gambar bawah), bagian atas dan bawah gelombang sudah dibiaskan mengikuti bagian bawah.

Mari kita perhatikan gambar tengah. Perhatikan titik A, B, C, dan D. Waktu yang diperlukan gelombang merambat dari titik A ke titik D persis sama dengan waktu yang diperlukan gelombang merambat dari titik B ke titik C. Jika selang waktu tersebut adalah Δt maka

$$AD = v_2 \Delta t$$

$$BC = v_1 \Delta t$$

Segitiga ADC dan ABC adalah segitiga siku-siku dengan sudut siku-siku berada di titik D dan titik B. Dengan demikian

$$BC = AC \sin \theta_d$$

$$AD = AC \sin \theta_b$$

Selanjutnya dengan menggunakan empat persamaan di atas maka kita dapat menulis

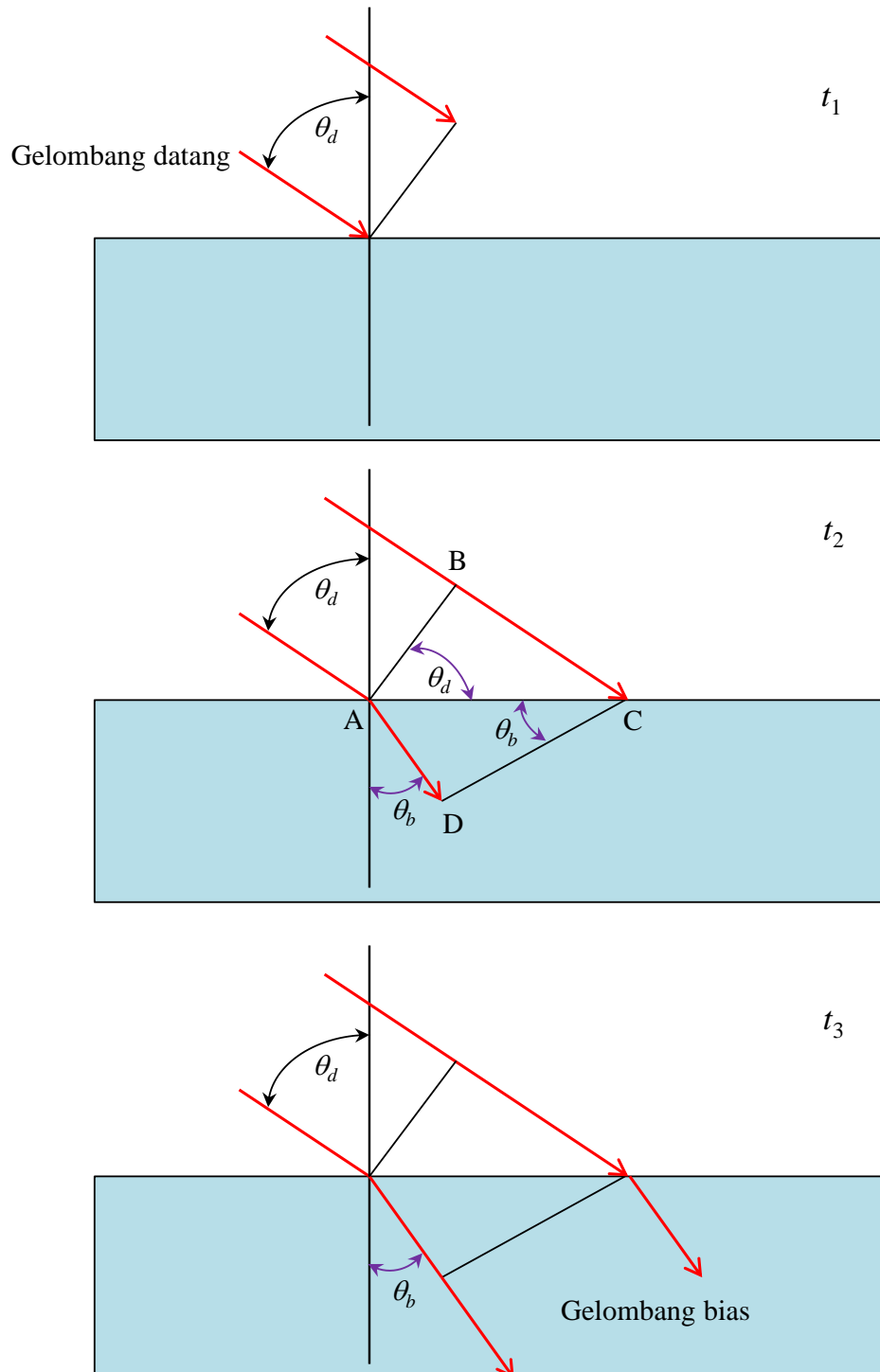
$$v_1 \Delta t = AC \sin \theta_d$$

$$v_2 \Delta t = AC \sin \theta_b$$

Jika dua persamaan terakhir dibagi maka diperoleh

$$\frac{v_1 \Delta t}{v_2 \Delta t} = \frac{AC \sin \theta_d}{AC \sin \theta_b}$$

atau

$$\frac{\sin\theta_d}{v_1} = \frac{\sin\theta_b}{v_2}$$

Gambar 9.5 Pembuktian hukum pembiasan. Dari atas ke bawah adalah perambatan gelombang saat t_1, t_2, dan t_3.

Khusus untuk **gelombang cahaya**, kecepatan rambat gelombang dalam medium dengan indekas bias n adalah $v = c/n$. Dengan demikian, hokum pembiasan untuk gelombang cahaya dapat ditulis

$$\frac{\sin\theta_d}{c/n_1} = \frac{\sin\theta_b}{c/n_2}$$

atau

$$n_1 \sin\theta_d = n_2 \sin\theta_b \qquad (9.3)$$

yang merupakan ungkapan **hukum Snell**. Jelas dari hokum ini bahwa jika gelombang masuk ke medium dengan indeks bias lebih besar maka arah rambat mendekati garis normal, dan sebalknya.

Contoh 9.1

Di dalam suatu tabung dimasukkan air dan alcohol (air di bawah dan alcohol di atas). Modulus volum masing-masing zat cair tersebut adalah $2{,}0 \times 10^9$ N/m^2 untuk air dan $1{,}0 \times 10^9$ N/m^2 untuk alcohol. Massa jenis air dan alcohol masing-masing 10^3 kg/m^3 dan $7{,}9 \times 10^2$ kg/m^3. Gelombang udara merambat dalam alcohol dan mengenai bidang batas antara alcohol dan air dengan sudut datang 45^o. Tentukan

a) Kecepatan rambat gelombang dalam air dan dalam alkohol

b) Sudut bias gelombang ketika memasuki air.

Jawab

a) Kecepatan rambat gelombang bunyi dalam fluida memenuhi

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

Kecepatan rambat bunyi dalam alkohol

$$v_1 = \sqrt{\frac{1{,}0\times 10^9}{7{,}9\times 10^2}} = 1125 \text{ m/s}$$

Kecepatan rambat bunyi dalam air

$$v_2 = \sqrt{\frac{2{,}0\times 10^9}{10^3}} = 1414 \text{ m/s}$$

b) Diberikan sudut datang, θ_D = 45^o

Dengan menggunakan hukum pemantulan

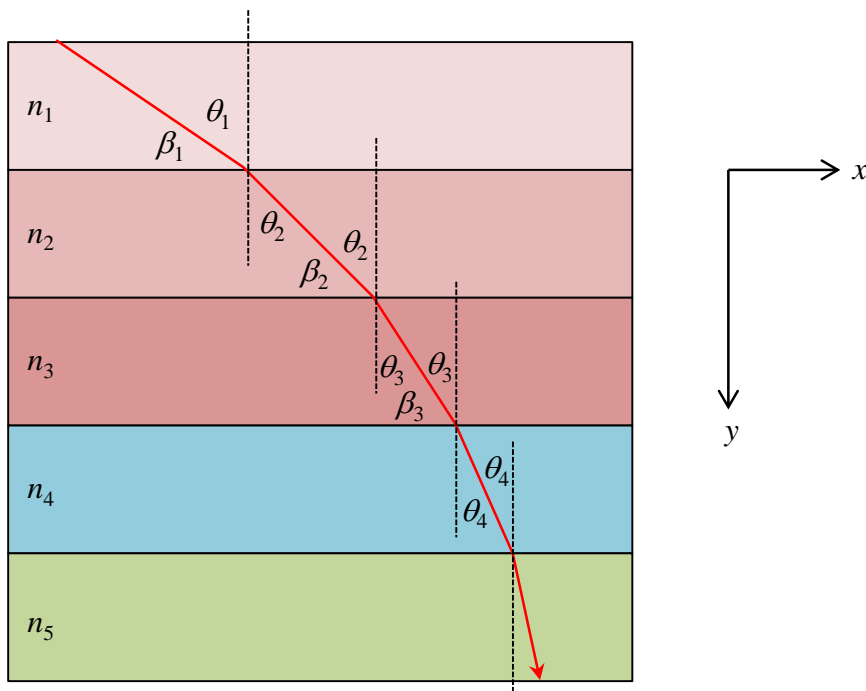
$$\frac{\sin\theta_d}{v_1} = \frac{\sin\theta_b}{v_2}$$

atau

$$\sin\theta_b = \frac{v_2}{v_1}\sin\theta_d = \frac{1414}{1125}\times\sin 45^o = 1{,}26\times 0{,}71 \;= 0{,}895$$

atau

$$\theta_b \;= 63{,}5^o$$

***Pembiasan gelombang oleh medium tidak homogen (dapat dilewati)*.** Pembahasan tentang pembaisan gelombang umumnya difokuskan pada dua medium. Jadi, pembiasan hanya terjadi stu kali. Peroslan ini dapat kita kembangkanuntuk mempelajari pembiasan terus menerus pada medium bersusun yang memiliki indeks bias berbeda. Dan lebih lanjut lagi kita dapat kembangkan pembiasan pada medium dengan indeks bias berubah secara kontinu. Yang paga akhirnya akan menentukan lintasan yang ditempuh cahaya.

Gambar 9.6 Cahaya merambat dalam medium berlapis dengan indeks bias berbeda-beda.

Misalkan kita memiliki susunan medium seperi pada **Gambar 9.6** yang memiliki indeks bias dari atas ke bawah adalah n_1, n_2, n_3, dan seterusnya. Cahaya dating dari medium pertama ke medium kedua dengan sudut datanng θ1 dan dibiaskan di medium kedua dengan sudut bias θ_2. Dengan demikian berlaku hokum Snell $n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$. Cahaya pada medium kedua masuk ke medium ketika dengan sudut θ2 dan dibiaskan dengan sudut θ_3. Dengan hokum Snell maka diperoleh $n_2 \sin\theta_2 = n_3 \sin\theta_3$. Kemudian cahaya dari medium ketika masuk ke medium keempat dengan sudut θ_3 dan dibiaskan dengan sudut θ_4 yang memenuhu hokum Snell $n_3 \sin\theta_3 = n_4 \sin\theta_4$. Begitu setersunya sehingga kita dapatkan persamaan

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 = n_3 \sin\theta_3 = n_4 \sin\theta_4 \text{ = konstan}$$

Tampak dari Gambar 9.6 bahwa $\theta + \beta = \pi/2$. Dengan demikian $\sin\theta_i = \sin(\pi/2 - \beta_i) = \cos\beta_i$. Oleh karena itu hokum Snell untuk semua pembiasan pada semua lapisan dapat juga dinyatakan dalam sudut β sebagai berikut

$$n_1 \cos\beta_1 = n_2 \cos\beta_2 = n_3 \cos\beta_3 = n_4 \cos\beta_4 = K \text{ = konstan}$$

Selanjutnya kita misalkan medium mengalami perubahan indeks bias secara kontinu dalam arah vertikal. Contoh medium ini adalah atmosfer. Indeks bias medium pada ketinggian y dinyatakan dengan $n(y)$ dan sudut yang dibentuk oleh cahaya terhadap sumbu datar (sumbu x) adalah $\beta(y)$. Dengan menggunakan hokum Snell maka kita dapat menulis keterjaitan sudut dengan indeks bias sebagai

$$n(y)\cos\beta(y) = K \;=\; n(y_0)\cos\beta(y_0)$$

atau

$$\cos\beta(y) = \frac{K}{n(y)}$$

Gradien kurva lintasan cahaya memenuhi

$$\tan\beta = \frac{\sin\beta}{\cos\beta}$$

$$= \frac{\sqrt{1-\cos^2\beta}}{\cos\beta}$$

$$= \frac{\sqrt{1-(K/n(y))^2}}{(K/n(y))}$$

$$= \frac{\sqrt{n(y)^2 - K^2}}{K}$$

Tetapi $\tan\beta = dy/dx$. Dengan demikian

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{n(y)^2 - K^2}}{K}$$

atau

$$\frac{dy}{\sqrt{n(y)^2 - K^2}} = \frac{dx}{K}$$

Kita lakuka integral pada dua ruas persamaan di atas sehingga diperoleh

$$\int_{y_0}^{y} \frac{dy}{\sqrt{n(y)^2 - K^2}} = \int_{x_0}^{x} \frac{dx}{K}$$

atau

$$\int_{y_0}^{y} \frac{dy}{\sqrt{n(y)^2 - K^2}} = \frac{1}{K}(x - x_0) \qquad (9.4)$$

Contoh aplikasi persaman di atas mari kita lihat kasus ketika indks bias semua lapisan sama maka $\sqrt{n(y)^2 - K^2} = \sqrt{n_0^2 - K^2}$ = kontan sehingga diperoleh

$$\frac{(y-y_0)}{\sqrt{n_0^2-K^2}}=\frac{1}{K}(x-x_0)$$

yang dapat ditulis ulang menjadi

$$y=\frac{\sqrt{n_0^2-K^2}}{K}x+(y_0-x_0/K)$$

Persamaan ini merupakan persamaan garis lurus ($y = ax + b$) sehingga cahaya merambat dalam lintasan garis lurus, seperti yang kita harapkan.

Neutrino lebih cepat dari cahaya. Ketika supernova 1987A dideteksi di bumi, neutrino yang dipancarkan supernova tersebut mencapai bumi 20 menit lebih cepat daripada cahaya meskipun keduanya tercipta pada saat yang bersamaan. Apakah pengamatan ini tidak bertentangan dengan konsep bahwa tidak ada materi yang dapat melebihi kecepatan cahaya?

Pengamatan ini menunjukkan bahwa ruang antar bintang tidak benar-benar vakum tetapi masih mengandung materi walaupun dengan kerapatan sangat rendah. Akibatnya, ruang antar bintang memiliki indeks bias lebih besar daripada satu sehingga laju cahaya dalam ruang antar bintang lebih kecil daripada laju cahaya dalam ruang vakum. Neutrino adalah materi yang lajunya hampir mendekati laju cahaya dan sangat sulit dihambat oleh materi. Selama bergerak dalam ruang antar bintang (meskipun ruang tersebut terisi oleh materi) laju neutrino hampir tidak berubah.

Laju materi yang tidak dapat melebihi cahaya maksudnya adalah laju cahaya dalam ruang hampa. Sedangkan dalam ruang antar bintang, laju cahaya bisa lebih kecil dari laju cahaya dalam ruang yang benar-benar hampa. Dengan demikian, bisa terjadi laju neutrino dalam ruang antar bintang lebih besar daripada laju cahaya. Itu sebabnya, neutrino dapat mencapai bumi lebih cepat daripada cahaya.

9.3 Superposisi

Kita sudah memahami bahwa ketika gelombang merambat maka

titik-titik dalam medium menyimpang dari posisi seimbang. Besarnya penyimpangan beubah-ubah antara $-A$ sampai $+A$ dengan A adalah amplitudo gelombang. Apa yang terjadi jika ada dua gelombang yang merambat bersamaan dalam medium tersebut?

Gambar 9.7 Contoh superposisi gelombang permukaan air (youtube.com).

Gelombang pertama akan menyimpangkan titik-titik dalam medium antara $-A$ sampai $+A$. Gelombang kedua juga akan menyimpangkan titik-titik dalam medium antara $-A$ sampai $+A$. Sehingga simpangan total titik-titik dalam medium ketika dua gelombang merambat bersamaan merupakan jumlah dari simpangan yang dihasilkan oleh masing-masing gelombang. Fenomena ini dikenal dengan **superposisi gelombang**. **Gambar 9.7** adalah contoh hasil superposisi gelombang permukaan air. Jika hanya ada satu sumber gelombang maka gelombang yang dihasilkan bemiliki pola lingkaran yang merambat menjauhi sumber. Namun, jika ada dua gelombang muncul bersamaan maka polanya tidak lagi seperti lingkaran sempurna. Ada sebagian lokasi di mana simpangan gelombang saling menguatkan da nada sebagian lokasi di mana simpangan gelombag saling meniadakan.

9.3.1 Superposisi gelombang segaris

Kita mulai dengan pembahasan superposisi gelombang yang

merambat pada lintasan yang sama. Contoh gelombang ini adalah gelombang pada tali. Arah rambat gelombang-gelombang segaris hanya ada dua kemungkinan yaitu searah atau berlawanan arah. Secara formal, superposisi gelombang dapat dirumuskan secara materika berikut ini. Jika ada dua gelombang dengan simpangan $y_1(x,t)$ dan $y_2(x,t)$ merambat bersamaan dalam medium yang sama maka simpangan total titik-titik dalam medium memenuhi

$$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t) \qquad (9.5)$$

Jika ada N gelombang yang merambat bersamaan dalam medium yang sama maka simpangan total titik dalam medium memenuhi

$$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t) + ... + y_N(x,t)$$

$$= \sum_{i=1}^{N} y_i(x,t) \qquad (9.6)$$

Superposisi Gelombang Sinusoidal. Sekarang kita tinjau gelombang yang bentuknya sederhana, yaitu gelombang sinusoidal. Untuk mudahnya kita hanya batasi pada superposisi dua buah gelombang. Simpangan masing-masing gelombang adalah

$$y_1(x,t) = A_1 \cos(\omega t - kx + \varphi_{01}) \qquad (9.7)$$

$$y_2(x,t) = A_2 \cos(\omega t - kx + \varphi_{02}) \qquad (9.8)$$

Superposisi dua gelombang tersebut adalah

$$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)$$

$$= A_1 \cos(\omega t - kx + \varphi_{01}) + A_2 \cos(\omega t - kx + \varphi_{02}) \qquad (9.9)$$

Kita tinjau kasus sederhana di mana amplitudo, periode dan panjang gelombang kedua gelombang sama, $A_1 = A_2$, $\omega_1 = \omega_2$, dan $k_1 = k_2$. Persamaan (9.9) dapat ditulis

$$y(x,t) = A\{\cos(\omega t - kx + \varphi_{01}) + \cos(\omega t - kx + \varphi_{02})\}$$

Kita gunakan persamaan trigonometri

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

di mana

$$\alpha = \omega t - kx + \varphi_{01}$$

dan

$$\beta = \omega t - kx + \varphi_{02}$$

Maka

$$\frac{\alpha+\beta}{2} = \omega t - kx + \left(\frac{\varphi_{01}+\varphi_{02}}{2}\right)$$

$$\frac{\alpha-\beta}{2} = \left(\frac{\varphi_{01}-\varphi_{02}}{2}\right)$$

Dengan demikian, kita dapat menulis

$$y(x,t) = 2A\cos\left(\frac{\varphi_{01}-\varphi_{02}}{2}\right)\cos\left(\omega t - kx + \left[\frac{\varphi_{01}+\varphi_{02}}{2}\right]\right) \tag{9.10}$$

Mari kita amati bagaimana bentuk pola gelombang pada berbagai posisi. Kita melakukan pengamatan pada saat tertentu. Untuk mudahnya kita amati pada saat t = 0. Pada saat t = 0 simpangan gelombang pada berbagai posisi memenuhi persamaan

$$y(x,0) = 2A\cos\left(\frac{\varphi_{01}-\varphi_{02}}{2}\right)\cos\left(-kx + \left[\frac{\varphi_{01}+\varphi_{02}}{2}\right]\right)$$

Gambar 9.8 adalah pola gelombang hasil superposisi yang "dipotret" pada saat t = 0. Tampak bahwa amplitudo gelombang yang dihasilkan sangat bergantung pada nilai $\varphi_{01}-\varphi_{02}$ seperti tertuang dalam persamaan di atas. Setelah superposisi, maka gelombang dihasilkan memiliki frekuensi yang sama dengan gelombang semula tetapi amplitudonya berubah menjadi

$$A' = 2A\cos\left(\frac{\varphi_{01} - \varphi_{02}}{2}\right) \quad (9.11)$$

Jadi, amplitudo gelombang superposisi bergantung pada $\varphi_{01} - \varphi_{02}$.

Suatu yang menarik terjadi jika

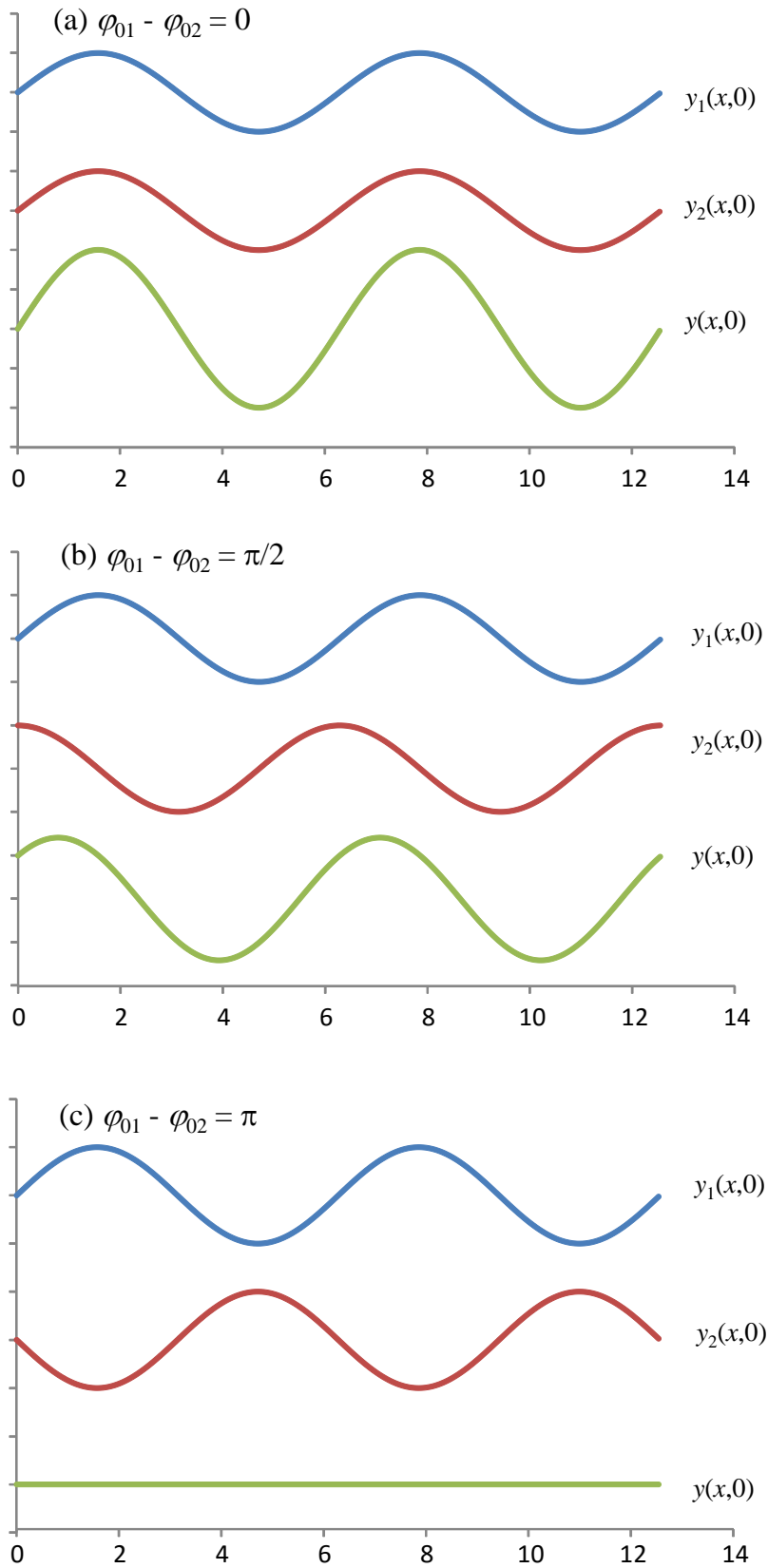
$$\frac{\varphi_{01} - \varphi_{02}}{2} = 0 \text{ atau } \varphi_{01} = \varphi_{02}.$$

Dengan demikian, $A' = 2A\cos(0) = 2A$. Jika kondisi ini dipenuhi maka amplitudo gelombang superposisi menjadi dua kali amplitudo gelombang semula. Jika kondisi ini dicapat maka dua gelombang dikatakan **sefasa** dan superposisi yang terjadi disebut **superposisi konstruktif**.

Kasus menarik lain terjadi jika

$$\frac{\varphi_{01} - \varphi_{02}}{2} = \frac{\pi}{2} \text{ atau } \varphi_{01} = \varphi_{02} + \pi.$$

Dengan demikian, $A' = 2A\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$. Jika kondisi ini dipenuhi maka amplitudo gelombang superposisi nol. Pada konsisi ini kedua gelombang dikatakan **berlawanan fasa** dan superposisi yang terjadi disebut **superposisi destruktif**.

Jelas dari penjelasan di atas bahwa interferensi konstruktif atau destruktif sangat bergantung pada beda fasa dua gelombang yang mengalami superposisi. Tetapi perlu diingat bahwa interferensi destruktif hingga ampltitudo total nol hanya terjadi jika dua gelombang memiliki amplitodo persis sama. Interferensi dekstruktif terjadi karena pengurangan simpangan dua gelombang. Pengurangan baru menjadi nol jika amplitude yang dikuranganka memiliki besar yang sama. Jika amplitude gelombang yang mengalami superposisi tidak sama maka tidak akan pernah diperoleh ampitudo total nol. Yang akan diamati hanya ampitudo maksimum (ketika fasa dua gelombang sama) dan amplitudo minimum tetapi tidak nol (ketika fasa dua gelombang berlawanan). Lebih lanjut, sebenarnya superposisi tidak hanya untuk dua gelombang, tetapi dapat melibatkan banyak sekali gelombang seperti yang akan kita bahas pada bagian selanjutnya.

Gambar 9.8 (a) adalah superposisi gelombang asal yang memiliki fase sama, (b) adalah superposisi gelombang asal yang memiliki beda fase $\pi/2$, dan (c) adalah superposisi gelombang asal yang memiliki beda fase π.

Pelayangan

Kasus menarik terjadi jika dua gelombang memiliki perbedaan frekuensi yang sangat kecil. Misalkan

$$\omega_1 = \omega_2 + \Delta\omega \tag{9.12}$$

Misalkan pula dua gelombang memiliki amplitudo yang sama. Kemudian kita mengamati gelombang superposisi pada lokasi tertentu. Misalkan lokasi tersebut adalah $x = 0$. Gelombang superposisi menjadi

$$y(0,t) = A\cos(\omega_1 t - k_1 \times 0 + \varphi_{01}) + A\cos(\omega_2 t - k_2 \times 0 + \varphi_{02})$$

$$= A\{\cos(\omega_1 t + \varphi_{01}) + \cos(\omega_2 t + \varphi_{02})\}$$

$$= 2A\cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t + \frac{\Delta\varphi_0}{2}\right)\cos\left[\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}\right)t + \left(\frac{\varphi_{01}+\varphi_{02}}{2}\right)\right] \tag{9.13}$$

di mana

$$\Delta\varphi_0 = \varphi_{01} - \varphi_{02}.$$

Gambar 9.9 adalah pola simpangan yang terjadi ketika gelombang dengan frekuensi sedikit berbeda disuperposisi. Tampak bahwa gelombang hasil superposisi memiliki amplitudo yang bergantung pada waktu. Amplitudo bervariasi dari nol sampai $2A$. Amplitudo maksimum terjadi ketika

$$\cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t + \frac{\Delta\varphi_0}{2}\right) = \pm 1$$

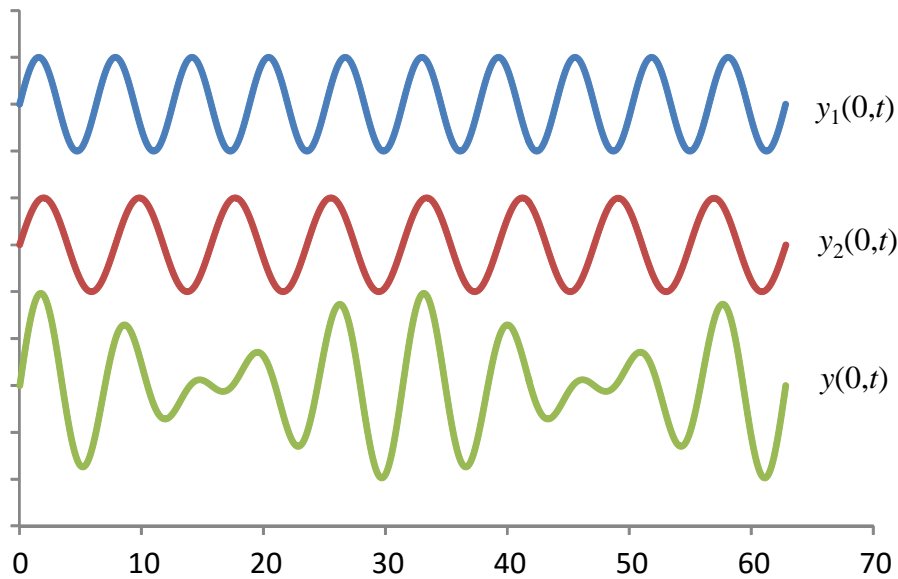
atau

$$\frac{\Delta\omega}{2}t + \frac{\Delta\varphi_0}{2} = 0,\ -\pi,\ \text{atau} +\pi.$$

Sekarang kita akan menentukan frekuensi pelayangan, yaitu berapa kali suara pelayangan yangterdengar selama satu detik. Misalkan amplitudo maksimum terjadi saat t_1 yang memenuhi

$$\frac{\Delta\omega}{2}t_1 + \frac{\Delta\varphi_0}{2} = 0 \qquad (9.14)$$

Amplitudo maksimum berikutnya terjadi saat $t_1 + \tau$ dan memenuhi

$$\frac{\Delta\omega}{2}(t_1 + \tau) + \frac{\Delta\varphi_0}{2} = \pi \qquad (9.15)$$

Gambar 9.9 Superposisi dua gelombang yang memiliki frekuensi sedikit berbeda. Kurva biru dan merah adalah gelombang asal dan kurva hijau adalah gelombang hasil superposisi.

Kurangkan persamaan (9.15) dengan persamaan (9.14) sehingga diperoleh

$$\left[\frac{\Delta\omega}{2}(t_1 + \tau) + \frac{\Delta\varphi_0}{2}\right] - \left[\frac{\Delta\omega}{2}t_1 + \frac{\Delta\varphi_0}{2}\right] = \pi$$

$$\frac{\Delta\omega}{2}\tau = \pi$$

atau

$$\tau = \frac{2\pi}{\Delta\omega} \qquad (9.16)$$

Jadi, amplitudo maksimum terjadi berulang-ulang dengan periode $\tau = 2\pi / \Delta\omega$.

Untuk gelombang bunyi, saat amplitudo maksimum kita akan mendengar bunyi yang keras, dan saat amplitudo nol kita tidak mendengar bunyi. Karena amplitudo maksimum muncul secara periodeik maka kita mendengar bunyi keras yang muncul secara periodic dengan periode $\tau = 2\pi / \Delta\omega$. Peristiwa ini disebut **pelayangan,** dan τ disebut **periode pelayangan**.

Contoh 9.2

Sebuah garpu tala menghasilkan frekuensi 400 Hz. Ketika digetarkan didekat senar gitar yang sedang dipetik, terjadi 20 pelayangan dalam lima detik. Berapakah frekuensi senar gitar?

Jawab

Frekuensi pelayangan

$$f = \frac{jumlah\ pelayangan}{waktu}$$

$$= \frac{20}{5} = 4 \text{ Hz.}$$

Frekuensi pelayangan sama dengan selisih frekuensi dua sumber. Dengan demikian, frekuensi yang mungkin dimiliki oleh senar gitar adalah 400 + 4 = 404 Hz atau 400 – 4 = 396 Hz.

Gelombang Berdiri

Kasus menarik lain terjadi jika gelombang yang bersuperposisi merambat dalam arah berlawanan. Misalkan gelombang pertama merambat ke arah kanan,

$$y_1(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \varphi_{01})$$

dan gelombang kedua merambat ke arah kiri,

$$y_2(x,t) = A\cos(\omega t + kx + \varphi_{02})$$

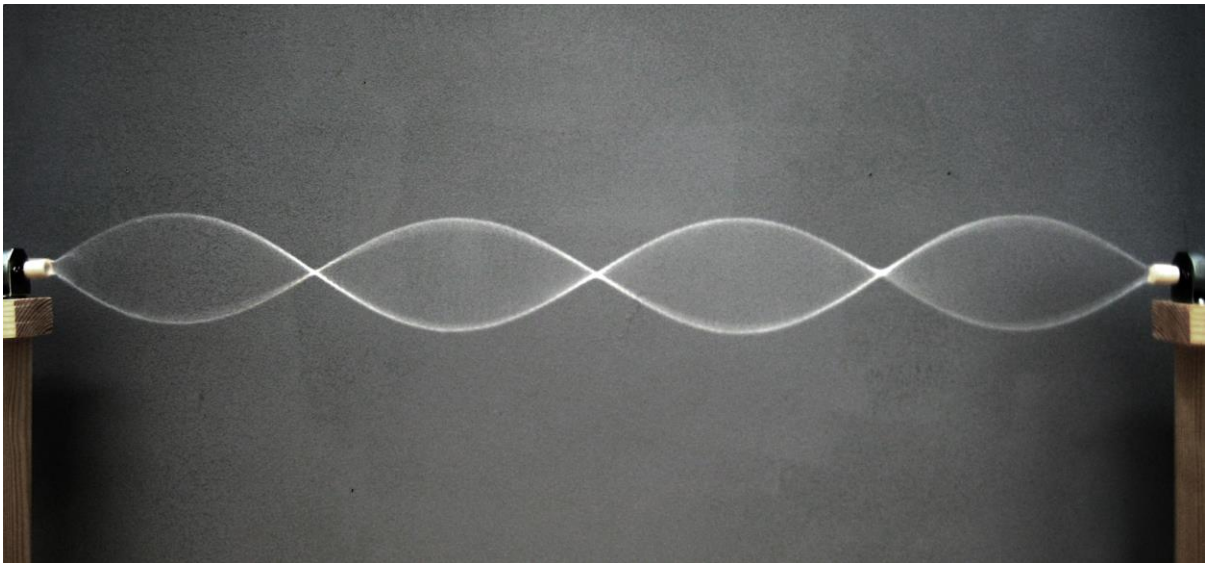
Perbedaan arah gelombang dibedakan oleh tanda di depan suku *kx*. Tanda negatif untuk gelombang yang merambat ke kanan dan tanda positif

untuk gelombang yang merambat ke kiri. Superposisi kedua gelombang tersebut menjadi

$$y(x,t) = A\{\cos(\omega t - kx + \varphi_{01}) + \cos(\omega t + kx + \varphi_{02})\}$$

$$= 2A\cos\left(-kx + \frac{\varphi_{01} - \varphi_{02}}{2}\right)\cos\left(\omega t + \frac{\varphi_{01} + \varphi_{02}}{2}\right)$$

Dengan menggunakan sifat $\cos(-\alpha) = \cos\alpha$, maka bagian kosinus pertama di ruas kanan persamaan di atas dapat diubah penulisannya sehingga diperoleh

$$y(x,t) = 2A\cos\left(kx - \frac{\varphi_{01} - \varphi_{02}}{2}\right)\cos\left(\omega t + \frac{\varphi_{01} + \varphi_{02}}{2}\right) \quad (9.17)$$

Gambar 9.10 Contoh gelombang berdiri pada tali. Mengapa bisa terjadi geombang berdiri? Tali digetarkan di salah satu ujung dan merambat ke ujung sebelah yang dikaitkan secara kuat. Di ujung kedua tersebut gelombang mengalami pemantulan dan merambat dalam arah berlawanan. Saat gelombang bergerak balik ini, ujung pertama masih digetarkan sehingga terjadi superposisi gelombang yang terus dihasilkan dan gelombang yang dipantulkan. Dua gelombang tersebut memiliki amplitude dan frekuensi yang sama namun bergerak dalam arah berlawanan. Oleh karena itu superposisinya menghasilkan gelombang berdiri.

Yang kita dapatkan pada persamaan (9.17) bukan lagi gelombang merambat, tetapi hanya menyimpangan titik-titik pada medium. Tiap titik berosilasi harmonik dengan amplitudo yang bergantung pada posisi.

Gelombang semacam ini disebut **gelombang berdiri. Gambar 9.10** adalah contoh pola gelombang berdiri. Pola tersebut akan selalu diamati dan tidak merambat. Lokasi puncak maupun lembah pada posisi yang sama. Yang terjadi hanya perubahan amplitudo dari besar dan kecil secara berulang-ulang.

Gelombang Berdiri pada Dawai. Gelombang berdiri dapat kita jumpai pada senar gitar. Misalkan panjang senar *L*. Ujung senar gitar, yaitu pada posisi x = 0 dan x = L harus selalu memiliki simpangan nol karena ditambatkan pada posisi tetap. Jadi, $y(0,t)=0$ dan $y(L,t)=0$. Berdasarkan persamaan (9.17), kondisi ini dicapai jika

$$\cos\left(k\times 0-\frac{\varphi_{01}-\varphi_{02}}{2}\right)=0 \tag{9.18}$$

dan

$$\cos\left(kL-\frac{\varphi_{01}-\varphi_{02}}{2}\right)=0 \tag{9.19}$$

Syarat (9.18) menghasilkan

$$\frac{\varphi_{01}-\varphi_{02}}{2}=\pm\frac{\pi}{2},\ \pm\frac{3}{2}\pi,... \tag{9.20}$$

dan syarat (9.19) menghasilkan

$$kL-\frac{\varphi_{01}-\varphi_{02}}{2}=\pm\frac{\pi}{2},\ \pm\frac{3}{2}\pi,... \tag{9.21}$$

Jika persamaan (9.21) dikurangkan pada persamaan (9.20) maka ruas kanan berbeda kelipatan bulat dari π. Jadi

$$\left(kL-\frac{\varphi_{01}-\varphi_{02}}{2}\right)-\left(\frac{\varphi_{01}-\varphi_{02}}{2}\right)=n\pi$$

dengan *n* bilangan bulat. Kita akhirnya dapatkan

$$kL=n\pi \tag{9.22}$$

Karena *n* memiliki bermacam-macam nilai yang mungkin, maka λ

juga memiliki bermacam-macam nilai yang mungkin. Oleh karena itu akan lebih tepat jika kita menggunakan symbol λ_n. Dengan demikian, bialngan gelombang pada senar gitar memenuhi

$$k_n = \frac{n\pi}{L} \tag{9.23}$$

dengan n = 1, 2, 3, ….. Mengingat hubungan, k = 2π/λ maka kita dapatkan panjang gelombang yang memenuhi syarat adalah

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \tag{9.24}$$

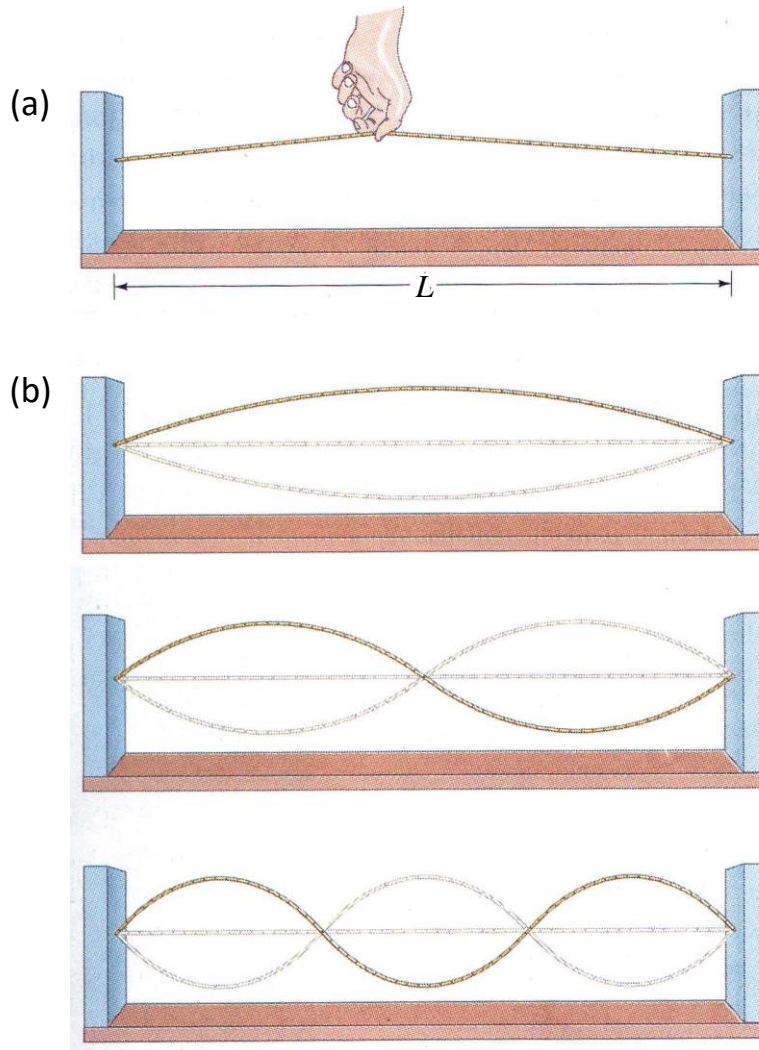
Beberapa panjang gelombang yang akan kita dapatkan sebagai berikut:

a) Untuk n = 1, $\lambda_1 = 2L$. Kodisi ini disebut nada dasar atau harmonik pertama
b) Untuk n = 2, $\lambda_2 = L$. Kondisi ini disebut nada atas pertama atau harmonik kedua
c) Untuk n = 3, $\lambda_3 = \frac{2L}{3}$. Kondisi ini disebut nada atas kedua atau harmonik ketiga
d) Dan seterusnya

Gambar 9.11 adalah contoh gelombang berdiri yang dihasilkan pasa tali. Gambar (a) adalah ketika tali dipetik. Pada Gambar (b) terbentuk gelombang berdiri di mana satu tali membentuk setengah gelombang berdiri (atas), satu gelombang berdiri (tengah) dan satu setengah gelombang berdiri (bawah).

Mengingat frekuensi memenuhi $f = v/\lambda$, maka frekuensi-frekuensi gelombang berdiri yang dihasilkan adalah

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{v}{(2L/n)}$$

$$= n\frac{v}{2L} \tag{9.25}$$

Gambar 9.11 Berbagai pola gelombang berdiri yang terbentuk pada tali. (a) ketika tali dipetik. (b) Terbentuk gelombang berdiri di mana satu tali membentuk setengah gelombang berdiri (atas), satu gelombang berdiri (tengah) dan satu setengah gelombang berdiri (bawah)

Contoh 9.3

Frekuensi dasar dawai biola adalah 440 Hz. Berapakah frekuensi empat harmonik pertama

Jawab

Berdasarkan persamaan (9.24), kita dapat menulis

$$f_n \propto n$$

Frekuensi harmonik pertama sama dengan frekuensi dasar, $f_1 = 440$ Hz. Dari persamaan (9.24) tampak bahwa

$$\frac{f_n}{f_1} = \frac{n}{1} = n$$

atau $f_n = nf_1$. Dengan demikian:

a) Frekuensi harmonik kedua: $f_2 = 2 \times f_1 = 2 \times 440 = 880$ Hz
b) Frekuensi harmonik ketiga: $f_3 = 3 \times f_1 = 3 \times 440 = 1\ 320$ Hz
c) Frekuensi harmonik ketiga: $f_4 = 4 \times f_1 = 4 \times 440 = 1\ 760$ Hz

9.3.2 Superposisi Gelombang Umum

Sekarang kita akan bahas superposisi gelombang yang arahya tidak harus segaris. Arah adatang gelombang bebas (tidak harus dalam satu garis yang sama). Kita akan kaji penguatan atau pelemahan simpangan gelombang karena muncul gelombang yang lain pada tempat yang sama dan waktu yang sama. Pada suatu titik dalam medium, gelombang pertama memberikan simpangan pada medium tersebut. Jika ada gelombang kedua yang muncul pada titik yang sama dan pada tempat yang sama maka gelombang kedua juga memberikan simpangan pada medium. Dengan demikian, medium mengalami simpangan yang merupakan jumlah simpangan yang dihasilkan masing-masing gelombang. Inilah fenomena superposisi atau interferensi. Mungkin kita akan menggunakan kata superposisi atau interferensi secara bergiliran. Namun artinya sama. Berapa besar simpangan total medium akan sangat bergantung dari simpangan yang dihasilkan oleh gelombang-gelombang tersebut. Misalnya gelombang-gelombang yang tiba pada medium kebetulan menyimpang dalam arah yang sama maka medium akan mengalami penguatan simpangan. Sebaliknya, jika pada titik tersebut gelombang yang dating kebetulan memiliki arah simpangan yang berlawnan maka simpangan total medium menjadi minimum.

Arah simpangan gelombang bergentung pada fase gelombang. Dengan demikian simpangan total yang dihasilkan gelombang-gelombang bergantung pada fase masing-masing gelombang. Jika di suatu titik gelombang-gelombang tersebut memiliki fase yang sama maka terjadi penguatan simpangan di titik tersebut. Sebaliknya jika dua gelombang memiliki fase berlawanan pada suatu tiik maka simpangan gelombang tersebut saling melemahkan. Jika dua gelombang memiliki frekuensi, panjang gelombang, dan amplitudo yang sama maka dua gelombang yang

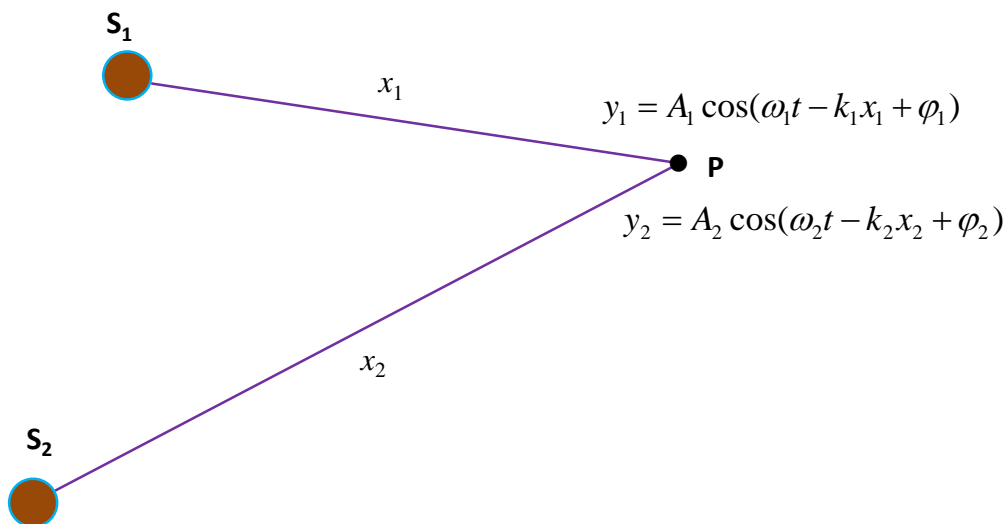
memiliki fase berlawanan menghasilkan simpangan total nol.

Untuk lebih memahami fenomena interferensi, mari kita lihat interferensi gelombang yang dihasilkan dua sumber seperti diilustrasikan pada **Gambar 9.12**. Dua sumber dengan frekuensi dan bilangan gelombang masing-masing, ω_1, k_1, ω_2, dan k_2 dipancarkan ke segala arah. Kita akan mendeteksi gelombang tersebut pada titik P yang berjarak x_1 dari sumber pertama dan x_2 dari sumber kedua. Simpangan masing-masing gelombang di titik P adalah

$$y_1 = A_1 \cos(\omega_1 t - k_1 x_1 + \varphi_1)$$

$$y_2 = A_2 \cos(\omega_2 t - k_2 x_2 + \varphi_2)$$

dengan

A_1 adalah amplitude gelomabng dari sumber pertama
A_2 adalah amplitude gelombang dari sumber kedua
ω_1 adalah frekensi sudut gelombang dan sumber pertama
ω_2 adalah frekuensi sudut gelombang dari sumber kedua
k_1 adalah bilangan gelombang dari sumber pertama
k_2 adalah bilangan gelombang dari sumber kedua
φ_1 fase awal gelombang dari sumber pertama
φ_2 fase awal gelombang dari sumber kedua

Gambar 9.12 Gelombang dari dua sumber bertemu di suatu titik pengamatan.

Untuk gelombang yang merambat ke segala arah, amplitude biasanya makin kecil dengan makin jauhnya jaran. Atau amplitude merupakan fungsi jarak. Namun pada kasus ini kita asumsikan bahwa amplitude tidak bergantung pada jarak (selalu konstan) demi penyederhanaan. Asumsi ini dapat di terima jika gelomabnag yang dipancarkan sumber mendekati gelombang datar.

Dengan adanya dua gelombang yang dating bersamaan maka simpangan di titik P menjadi

$$y_P = y_1 + y_2$$

$$= A_1 \cos(\omega_1 t - k_1 x_1 + \varphi_1) + A_2 \cos(\omega_2 t - k_2 x_2 + \varphi_2)$$

Agar lebih sederhana, mari kita anggap dua sumber memiliki frekuensi, panjang gelombang, dan amplitudo yang sama. Yang berbeda hanya panjang lintasan yang ditempuh dan fase awal. Jika sifat ini dipenuhi maka simpangan total di titik P menjadi

$$y_P = A\left[\cos(\omega t - kx_1 + \varphi_1) + \cos(\omega t - kx_2 + \varphi_2)\right]$$

Dengan mengunakan aturan penjumlahan trigonometri maka kita dapat menulis menjadi

$$y_P = 2A\cos\left(\omega t - k\frac{x_1 + x_2}{2} + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right)\cos\left(-k\frac{x_1 - x_2}{2} + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right)$$

Yang dapat ditulis juga menjadi

$$y_P = A(x_1 - x_2, \varphi_1 - \varphi_2)\cos\left(\omega t - k\frac{x_1 + x_2}{2} + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right)$$

dengan

$$A(x_1 - x_2, \varphi_1 - \varphi_2) = 2A\cos\left(-k\frac{x_1 - x_2}{2} + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right)$$

adalah amplitude efektir di titik P. Aplitudo efektif ini bergantung pada selisih panjag lintasan dan selisih fase awal.

Kita akan dapatkan bahwa simpangan di titik P akan selalu maksimum jika amplitude lintasan maksimum dan akan selalu nol jika

amplitude efektif nol. Amplitudo efektif di titik P mencapai maksimum jika

$$\cos\left(-k\frac{x_1-x_2}{2}+\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}\right)=\pm 1$$

Dan ini dipenuhi oleh

$$-k\frac{x_1-x_2}{2}+\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}=n\pi$$

dengan n = 0, 1, 2, ...
Sebaliknya, amplitude efektif di titik P selalu nol jika terpenuhi

$$\cos\left(-k\frac{x_1-x_2}{2}+\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}\right)=0$$

Atau

$$-k\frac{x_1-x_2}{2}+\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}=\left(n+\frac{1}{2}\right)\pi$$

dengan n = 0, 1, 2, ...

Selanjutnya mari kita tulis

$$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1$$

$$\Delta x=x_2-x_1$$

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}$$

Amplitudo efektif maksimum tercapai jika

$$\frac{2\pi}{\lambda}\frac{\Delta x}{2}-\frac{\Delta\varphi}{2}=n\pi$$

Yang memberikan hasil

$$\Delta x = \left(n + \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \right)\lambda \quad (9.16)$$

Pada kondisi ini interfersi dikatakan **interferensi konstruktif**.

Amplitudo efektif nol tercapai jika

$$\frac{2\pi}{\lambda}\frac{\Delta x}{2} - \frac{\Delta\varphi}{2} = \left(n + \frac{1}{2} \right)\pi$$

Yang memberikan hasil

$$\Delta x = \left(n + \frac{1}{2} + \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \right)\lambda \quad (9.17)$$

Pada kondisi ini interfersi dikatakan **interferensi destruktif**.

Intensitas gelombang yang dideteksi sebanding dengan kuadrat amplitudo. Dengan demikian, intensitas gelombang superposisi memenuhi $I \propto \left| A(x_1 - x_2, \varphi_1 - \varphi_2) \right|^2$, atau

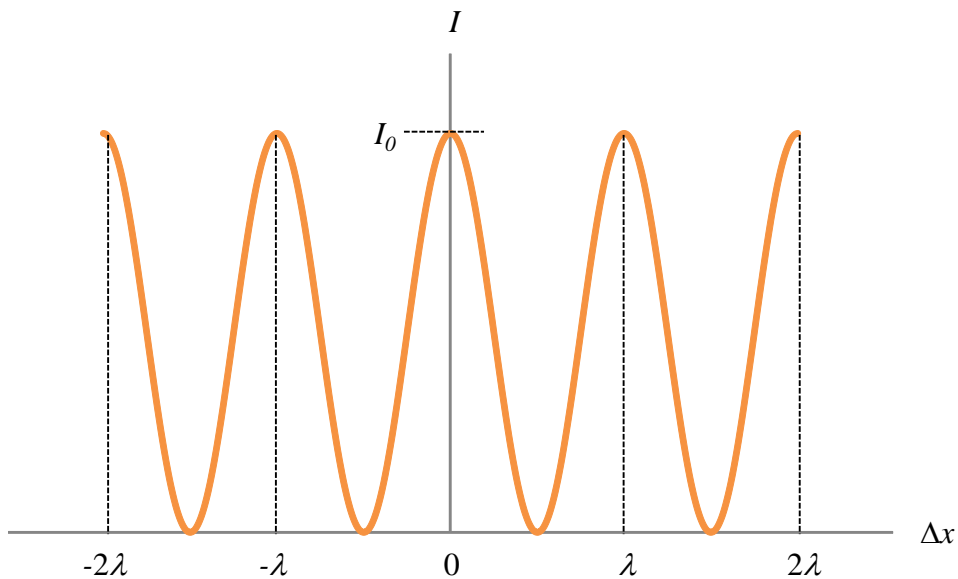
$$I \propto 4A^2 \cos^2\left(k\frac{\Delta x}{2} - \frac{\Delta\varphi}{2} \right)$$

yang dapat ditulis

$$I = I_0 \cos^2\left(k\frac{\Delta x}{2} - \frac{\Delta\varphi}{2} \right) \quad (9.18)$$

Gambar 9.13 adalah plot intenasitas sebagai fungsi Δx dengan mengambil kasus khususu $\Delta\varphi = 0$ (fase awal dua gelomabng sama). Kita juga mengganti k = 2π/λ sehingga dapat menulis

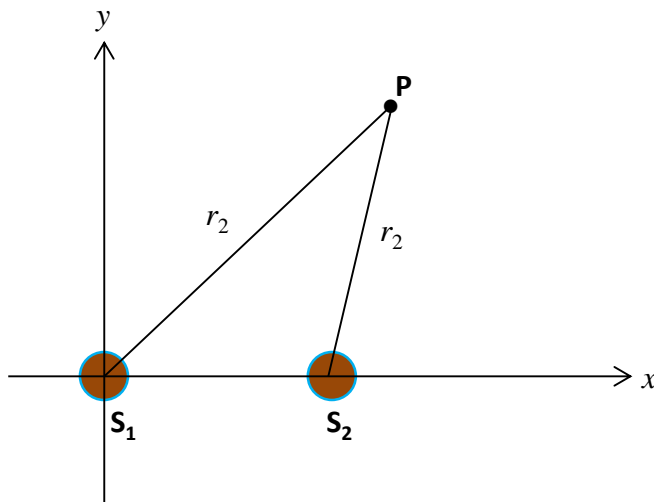
$$I = I_0 \cos^2\left(\pi\frac{\Delta x}{\lambda} \right) \quad (9.19)$$

Intensitas berubah maksimum dan minimun secara periodic dengan periode persis sama dengan panjang gelombang.

Gambar 9.13 Intensitas gelombang hasil superposisi dua gelombang yang memiliki amplitudo, frekuensi, dan panjang gelombang yang sama

Pola interferensi gelombang melingkar di air (dapat dilewati). ketika kalian membuat dua gelombang di air pada posisi berdekatan kalian akan mengamapi pola interferensi seperti pada **Gambar 9.14**. Bagaimana kita dapat memproduksi pola tersebut secara matematis? Mari kita coba.

Untuk sederhananya kita misalkan memiliki dua sumber gelombang melingkar dengan frekuensi, panjang gelombang, dan fase awal yang sama. Kita angap sumber pertama berada pada posat koordinat dan sumber kedua berada pada koordinat (d,0). Lihat ilustrasi pada Gambar 9.27. Jarak titip P ke sumber gelombang pertama dan kedua masing-masing

$$r_1 = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$r_2 = \sqrt{(x-d)^2 + y^2}$$

Gambar 9.14 Dua sumber gelombang di air menghasilkan pola superposisi di titik P yang sembarang.

Misalkan ampitodo yang dihasilkan masing-masing sumber sama. Namun, untuk gelombang melingkar, amplitudo makin kecil ketika makin jauh dari sumber. Laju penurunan amplitude berbanding terbalik dengan akar jarak dari sumber. Dengan demikian, saat mencapai di titik P simpaangan gelombang yang berasal dari sumber pertama dan kedua maing-masing

$$y_1 = \frac{A}{\sqrt{r_1}} \cos(\omega t - kr_1)$$

$$y_2 = \frac{A}{\sqrt{r_2}} \cos(\omega t - kr_2)$$

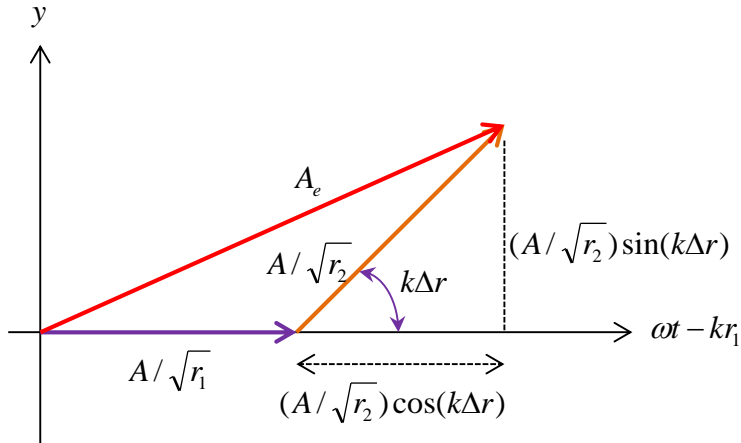
Simpangan total di titip P menjadi

$$y = A\left[\frac{1}{\sqrt{r_1}} \cos(\omega t - kr_1) + \frac{1}{\sqrt{r_2}} \cos(\omega t - kr_2)\right]$$

yang dapat ditulis menjadi

$$y = A\left[\frac{1}{\sqrt{r_1}} \cos(\omega t - kr_1) + \frac{1}{\sqrt{r_2}} \cos(\omega t - kr_1 + k\Delta r)\right]$$

dengan

$$\Delta r = r_1 - r_2$$

Gambar 9.15 Diagram fasor untuk menghitung penjumlahan dua gelombang

Kita harus melakukan penjumlahan persamaan di atas. Untuk maksud tersebut kita gunakan diagram fasor seperti pada **Gambar 9.15**. Kita pilih sumbu datar memiliki fase $\omega t - kr_1$. Berdasarkan **Gambar 9.15** maka amplitude efektif memenuhi

$$A_e = \sqrt{\left[\frac{A}{\sqrt{r_1}} + \frac{A}{\sqrt{r_2}}\cos(k\Delta r)\right]^2 + \left[\frac{A}{\sqrt{r_2}}\sin(k\Delta r)\right]^2}$$

Mari kita definisikan variable baru berikut ini

$$\chi = \frac{x}{d}$$

$$\xi = \frac{y}{d}$$

$$\rho_1 = \frac{r_1}{d}$$

$$\rho_2 = \frac{r_2}{d}$$

Dengan definisi variable baru ini maka kita dapat menulis

$$r_1 = d\sqrt{\chi^2 + \xi^2} \quad = d\rho_1$$

$$r_2 = d\sqrt{(\chi - 1)^2 + \xi^2} \quad = d\rho_2$$

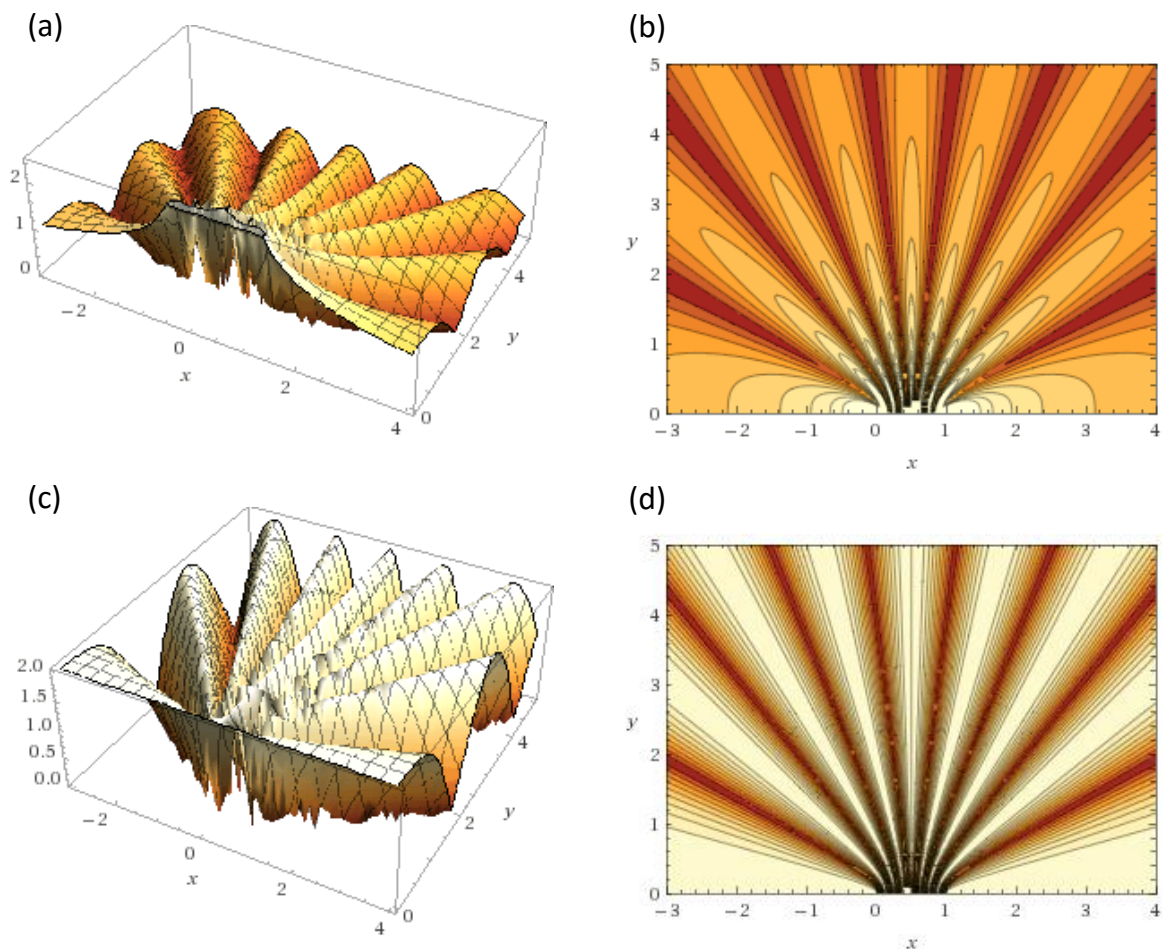
$$\Delta r = d\Delta\rho \quad = d\left[\sqrt{\chi^2 + \xi^2} - \sqrt{(\chi - 1)^2 + \xi^2}\right]$$

Amplitudo efektof selanjurtnya dapat ditulis

$$A_e = \frac{A}{d}\sqrt{\left[\frac{1}{\sqrt{\rho_1}} + \frac{1}{\sqrt{\rho_2}}\cos(kd\Delta\rho)\right]^2 + \left[\frac{1}{\sqrt{\rho_2}}\sin(kd\Delta\rho)\right]^2} \qquad (9.30)$$

Gambar 9.16 adalah amplitude efektif pada berbagai posisi dalam sumbu χ dan ξ dengan menggunakan nilai $kd = 8\pi$. Gambar (a) adalah profil amplitude efektif yang dihitung dengan persamaan (9.30) di mana amplitude berbanding terbalik dengan akar jarak dari sumber gelombang dan gambar (b) adalah diagram contour dari amplitude yang dihasilkan. Kita juga menggambar amplitude efekyif dengan asumsi bahwa amplitude tidak bergantung pada jarak dari suber. Selama perambatan gelombang amplitude dianggap konstan. Gambar (c) adalah profil amplituoo efektif sdangkan gambar (d) adalah diagram contour. Gambar (a) dan (b) dihitung dengan Wolfram alpha dengan instruksi **plot sqrt(((x^2+y^2)^(-1/4)+((x-1)^2+y^2)^(-1/4)*cos(8*Pi*(sqrt(x^2+y^2)-sqrt((x-1)^2+y^2))))^2+(((x-1)^2+y^2)^(-1/4)*sin(8*Pi*(sqrt(x^2+y^2)-sqrt((x-1)^2+y^2))))^2);x=-3..4,y=0..5.** Gambar (c) dan (d) dihitung dengan instruksi **plot sqrt((1+cos(8*Pi*(sqrt(x^2+y^2)-sqrt((x-1)^2+y^2))))^2+(sin(8*Pi*(sqrt(x^2+y^2)-sqrt((x-1)^2+y^2))))^2);x=-3..4,y=0..5**.

Kalian dapat dengan mudah menjalankan instruksi Wolfram Alpha yang tersedia secara bebas di internet. Boleh dikatakan hampir semua persoalan matematika dapat diselesaikan dengan Wolfram Alpha atau versi lebih lengkapnya adalah bahasa

Mathematica.

Gambar 9.16 Gambar (a) adalah profil amplitude afektir yang dihitung dengan persamaan (9.30) di mana amplitude yang dihasilkan sumber berbanding terbalik dengan akar jarak dari sumber gelombang. Gambar (b) adalah diagram contour dari amplitude yang dihasilkan tersebut. Gambar (c) adalah profil amplituoo efektif dengan asumsi bahwa amplitude yang dihasilkan konstan selama perambatan gelombang dan gambar (d) adalah diagram contour dari amplitude tersebut.

9.4 Difraksi

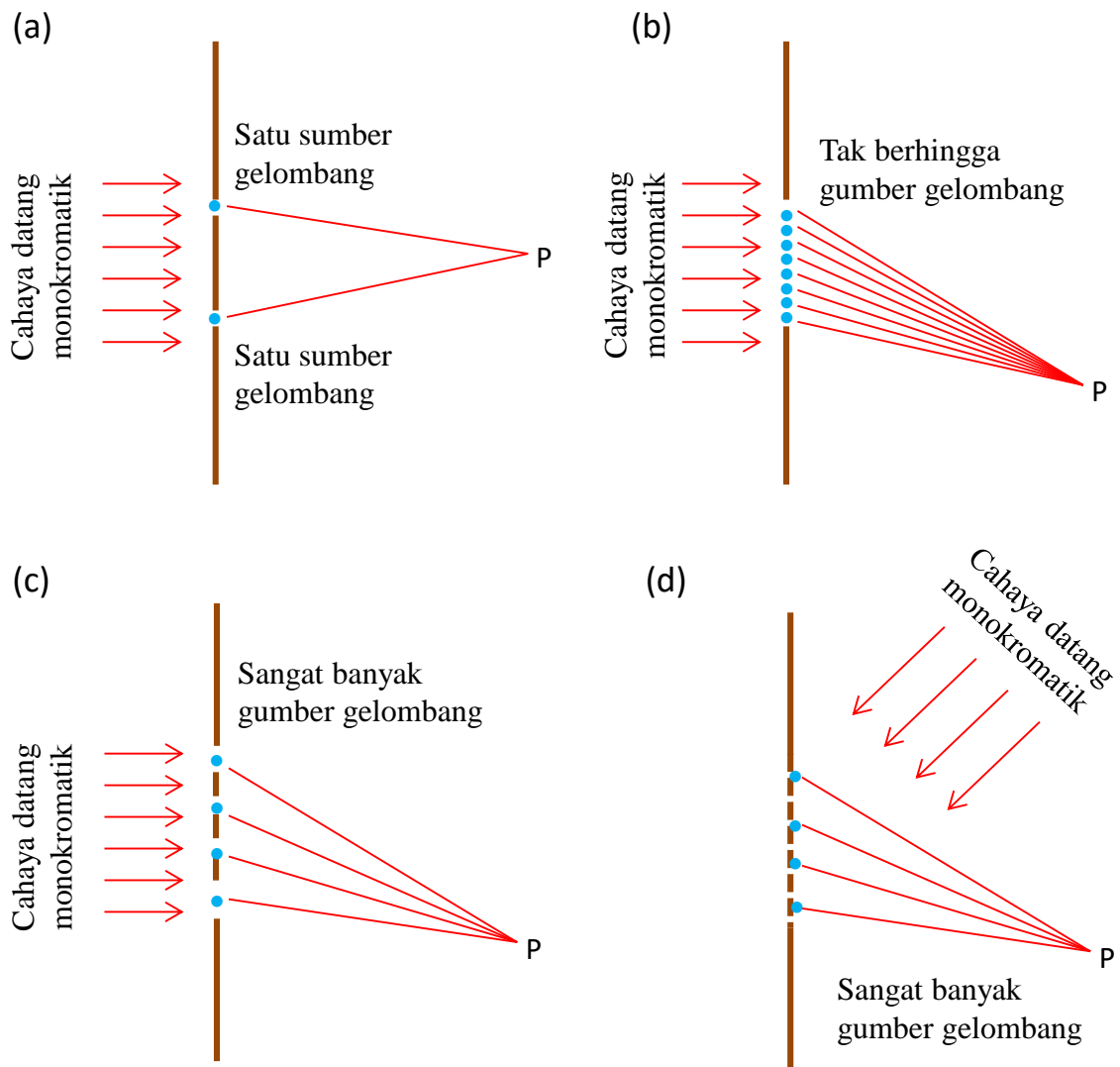
Setelah mempelajari tentang fenomena interferensi, mari kita lanjutkan pembahasan kita pada fenomena serupa, yaitu difraksi. Difraksi sebenarnya adalah interferensi juga. Kalau fenomena intrferensi dikitkan dengan superposisi sumber gelombang yang jumlahnya berhingga, pada fenomena difraksi dikaitkan dengan superposisi sumber gelombang yang jumlahnya sangat banyak (mendekati tak berhingga). Dengan kata lain,

difraksi adalah interfenesi dengan jumlah sumber tak berhingga.

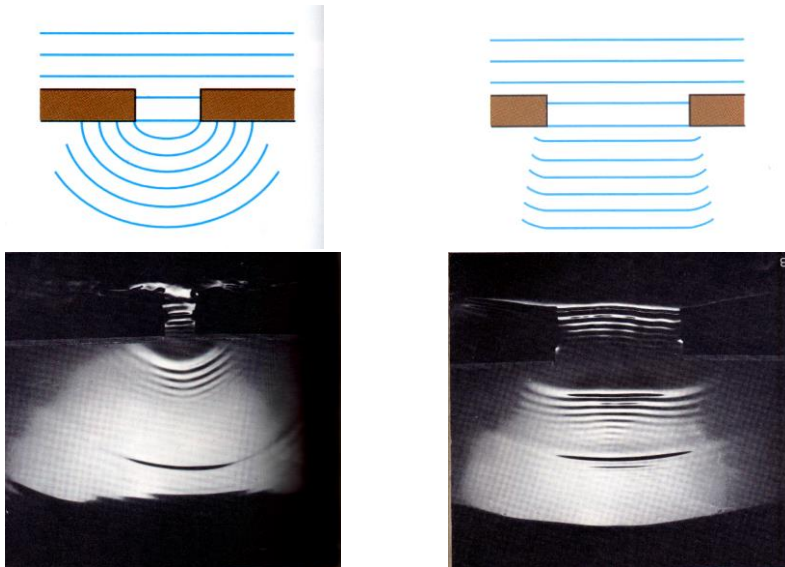
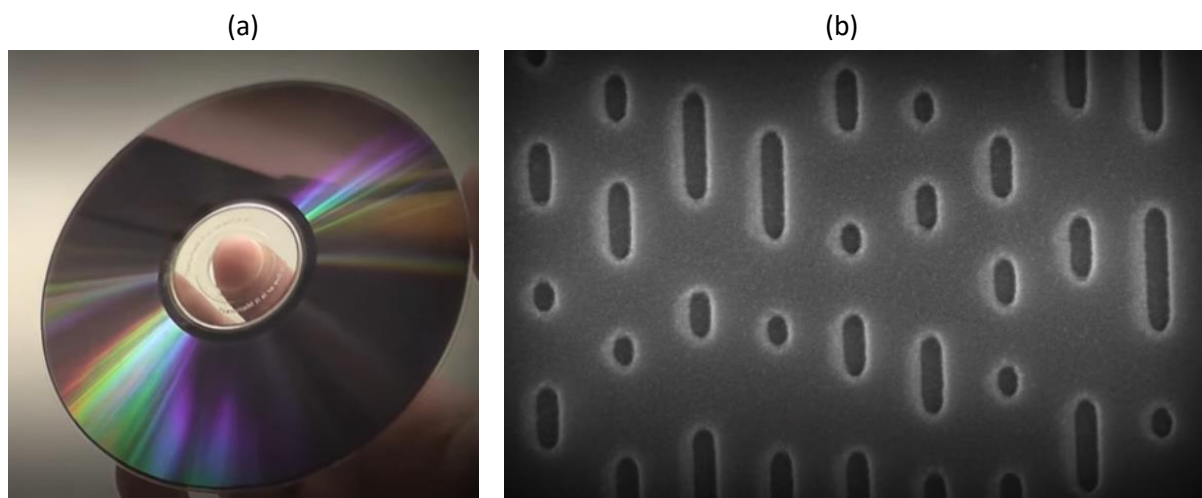
Saat belajar tentang interferensi seringkali kita fokuskan pada interferensi dua celah sempit. Artinya kita membahas superposisi gelombang dari dua sumber. Satu celah sempit dipandang sebagai satu sumber gelombang titik (sesuai dengan prinsip Huygens) sehingga dua celah smepit merupakan dua sumber titik. Ketika mempelajari difraksi, maka kita bahas difraksi oleh satu celah. Cahaya yang melewati satu celah mengalami fenomena difraksi. Satu celah di dini adalah satu celah yang tidak terlalu sempit. Berdasarkan pirinsip Huygens, setiap titik pada celah dapat dipandang sebagai sumber gelombang baru. Jadi, satu celah yang tidak terlalu sempit tersebut dapat dipandang sebagai banyak sekali sumber gelombang titik sehingga superposisinya menghasilkan fenomena difraksi.

Ketika belajar tentang difraksi, kita juga membahas difraksi oleh kisi. Kisi adalah goresan pada permukaan datar. Jumlah goresan sangat banyak. Ada kisi yang goresannya merupakan celah sangat sempit sehingga cahaya menembus kisi da nada kisi yang goresannnya merupakan pemantul yang sangat sempit sehingga caha dipantulkan oleh kisi. Ketika cahaya jatuh pada kisi maka satu goresan sangat sempit tersebut dapat dipandang sebagai sumber gelombang baru. Dengan demikian, terjadi superposisi gelombang dari sumber yang jumlahnya sangat banyak dan dihasilkan fenomena difraksi.

Untuk lembih memahami perbedsaan interferensi dan difraksi, kita lihat ilustrasi pada **Gambar 9.17**. Gambar (a) adalah fenomena interferensi sedangkan gambar (b), (c), dan (d) adalah fenomena difraksi. Pada gambar (a) jumlah celah hanya dua sedangkan pada gambar (b), (c), dan (d) jumlah celah sangat banyak. Tiap celah merupakan suber gelombang baru. Dengan demikian, pada gambar (a) hanya dua gelombang yang dijumlahkan sedangkan pada bangar (b), (c), dan (d) banyak sekali gelombang yang dijumlahkan.

Contoh fenomena difraksi oleh celah ditunjukkan pada **Gambar 9.18**. Gelombang datar yang menuju celah mengalami perubahan arah dan bersifat menyebar setelah melewati celah. Pelebaran makin membesar jika ukuran celah makin sempit. Celah tersebut mengandung banyak sekali titik dan tiap titik berperan sebagai sumber gelombang baru seperti dinyatakan oleh prinsip Huygens. Dengan demikian, di belakang titik terjadi penjumlahan gelombang dari sumber yang sangat banyak.

Gambar 9.17 (a) dua selah sangat sempit berperan sebagai dua sumber titik sehingga proses superposisinya adalah interfensi. (b) satu celah sempit berperan sebagai tak berhingg sumber titik sehingga proses superposisinya adalah difraksi. (c) kisi tembus berperan sebagai sumber titik yang julahnya sangat banyak sehingga proses superposisinya adalah difraksi. (d) kisi pantul berperan sebagai sumber titik yang julahnya sangat banyak sehingga proses superposisinya adalah difraksi.

Berapa besar kuran celah sehingga dapat dipandang hanya sebagai satu sumber gelombang atau sebagai banyak sumber gelombang? Ini pertanyaan yang menarik, karena kita sering bingung apakah satu celah cukup sempit sehingga hanya menjadi satu sumber gelombang, atau cukup lebar sehingga dapat dipandang sebagai banyak sumber gelombang? Apakah kriterianya? Jika ukuran celah kira-kira sama dengan panjang gelombang yang melewati celah tersebut maka kita dapat memandang celah tersebut sebagai satu sumber gelombang. Sebaliknya, jika ukuran celah

jauh lebih besar dari panjang gelombang yang melewati celah tersebut maka kita pandang celah tersebut sebagai sumber banyak gelombang.

Gambar 9.18 Difraksi gelombang permukaan air yang melewati celah: (a) Celah sempit dan (b) celah lebar.

Gambar 9.19 Difraksi yang dihasilkan oleh permukaan CD atau DVD. Cahaya yang dipancarkan oleh CD atau DVD tampak berwarna. Ketika data dituliskan pada CD atau DVD maka yang dilakukan adalah membuat goseran-goresan para permukaan DC tersebut. Goresan tersebut berperikalu sebagai kisi pemantul

Gambar 9.19 adalah contoh difraksi yang dihasilkan oleh permukaan CD atau DVD. Cahaya yang dipancarkan oleh CD atau DVD tampak berwarna. Penyebabnya adalah ada sebagian panjang gelombang yang hilang saat masuk ke mata. Gelombang yang hilang tersebut adalah

yang mengalami superposisi destruktif ketika sampai ke mata. Ada sebagian warna yang terang. Warna yang berasal dari gelombang yang mengalami superposisi konstruktif saat masuk ke mata. Mengapa hal tersebut terjadi? Karena permukaan CD atau DVD berisi data. Ketika data dituliskan pada CD atau DVD maka yang dilakukan adalah membuat goseran-goresan para permukaan DC tersebut. Goresan tersebut berperilaku sebagai kisi pemantul (**Gambar 9.19**(b) sehingga terjadi peristiwa difraksi.

***Kurva Lissajous*.** Interfernsi maupun difraksi yang kita bahas di atas dikhusuakan pada gelombang dengan arah osilasi yang sama. Misalnya sama-sama sejajar sumbu y atau sumbu x. Penjumlahan simpangan menghasilkan simpangan baru yang bisa saling menguatkan, atau saling memelahkan, atau bahkan meniadakan. Pertanyaan berikutnya adalah bagaimana kalau arau simpangan dua gelombang tersebut tegak lurus? Bagaimana simpangan hasil superposisi? Mari kita coba analisis.

Misalnya kira memiliki dua gelomgang transversal. Satu gelombang memiliki simpangan arah x dan satu gelombang memilliki simpangan arah y. Kedua gelombang merambat dalam arah z. Frekuensi maupun panjang dua gelombang tersebut tidak sama. Bentuk umum persamaan gelombang-gelombang tersebut adalah

$$x(z,t) = A_x \sin(\omega_1 t - k_1 z)$$

$$y(z,t) = A_y \sin(\omega_2 t - k_2 z + \varphi_2)$$

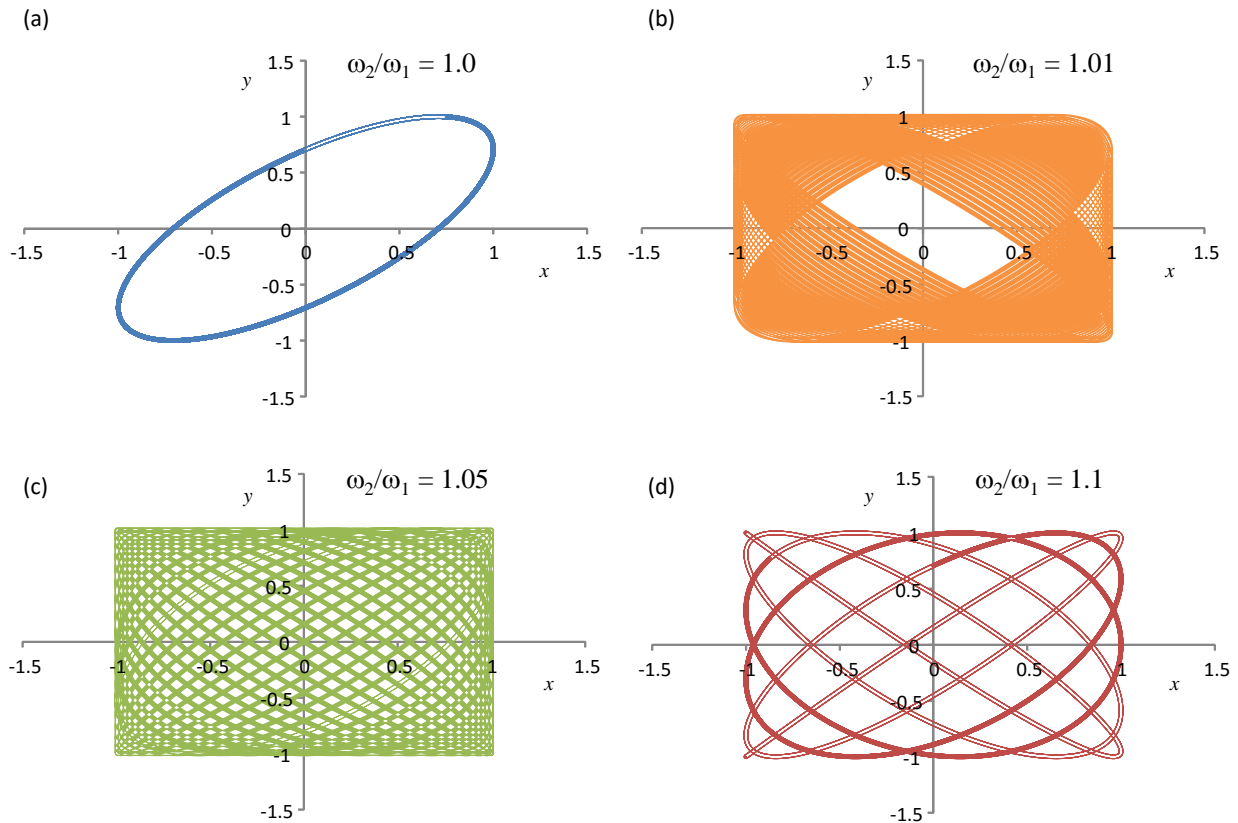
Untuk mudahnya kita telah asumsikan bahwa fase awal gelombang pertama nol. Selisih fase dua gelombang sama dengan fase awal gelombang kedua.

Karena arah simpangan dua gelombang tegak lurus maka simpangan total merupakan sebuah vector yang memenuhi

$$\vec{r}(z,t) = x(z,t)\hat{i} + y(z,t)\hat{j}$$

Mari kita amati perubahn arah simpangan gelombang pada koordinat z = 0. Vektor simpangan menjadi

$$\vec{r}(0,t) = A_x \sin(\omega_2 t)\hat{i} + A_y \sin(\omega_2 t + \varphi_2)\hat{j} \tag{9.31}$$

Kita dapat menggambar perubahan orentasi veksor hasil superposisi sebagai fungsi waktu. Kita akan dapatkan bahwa arah maupun besar akan selalu berubah-ubah.

Gambar 9.20 Kurva Lissajous yang diperoleh dari persamaan (9.29) dengan mengguanakan parameter: ω_1 = 20 rad/s, Ax = Ay = 1, dan φ2 = π/4. Sejumlah rasio ω_2/ω_1 digunakan: (a) 1,0, (b) 1,01, (c) 1,05, dan (d) 1,1

Sebagai ilustrasi, **Gambar 9.20** adalah kurva yang menunjukkan posisi unung vector $\vec{r}(0,t)$ sebagai fungsi waktu untuk sejumlah rasion frekuenai dua gelombang. Sebagai contoh kita menggunakan ω_1 = 20 rad/s, $A_x = A_y = 1$, dan $\varphi_2 = \pi/4$. Sejumlah rasio ω_2/ω_1 digunakan: 1,0, 1,01, 1,05, dan 1,1. Kurva yang diperoleh seperti ini dinamakan kurva Lissajous.

Kalain dapat menggambar kurva Lissajous secara mudah menggunakan Excel. Caranya adalah masukkan waktu di kolom A Excel. Misalkan kalian isi cell A1 dengan 0. Kemudian bawa kursor

ke cell A2 kalu ketik rumus: = A1+0.01. Setelah pada cell A2 terisi angka 0.01 maka copy cell tersebut hingga cell A1000. Isi cell E1 dengan fase awal gelombang y. Misalknya tempatkan kusros pada cell E1 lalu ketik **=pi()/4**. Isi cell E2 dengan frekuensi gelombang x dengan caramenempatkan kursor pada cell E2 lalu isi 20. Isi cell E3 dengan rasio frenuensi gelombang y dn gelombang x dengan menempatkan kursor di cell E3 lalu isi angka 1.

Berikutnya ditentukan nilai simpangan gelom,bang x dan y pada berbagai waktu. Tempatkan kursor pada cell B1 lalu ketik persamaan **=sin($E$2*a1).** Setelah terisi maka copy cell B1 hingga cell B1000. Ini adalah simpangan gelomang x. Kemudian bawa kursor ke cell C1 lalu ketik persamaan **= sin($E$3*$E$2*a1+$E$1)**. Setelah tersisi maka compy hingga cell C1000. Ini adalah simpangan gelombang y. Setelah itu blok kolom B dan kolom C lalu buat kurva menggunakan kurva scatter with smooth line. Maka diperoleh kurva Lissajous.

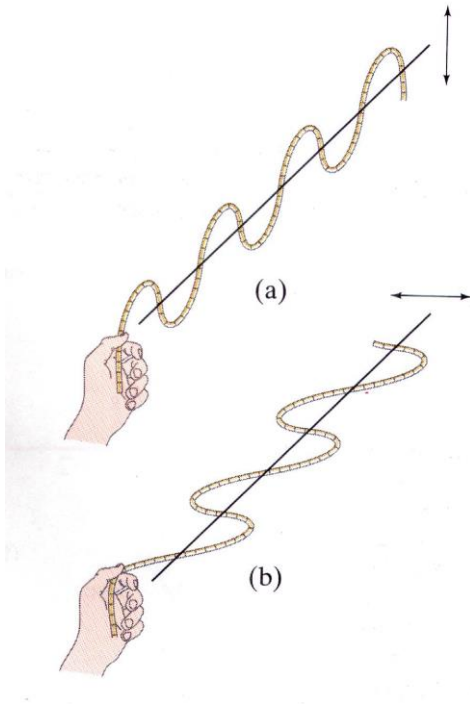
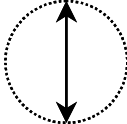
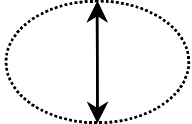
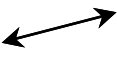
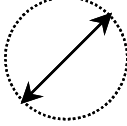
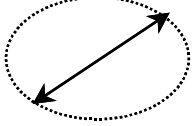
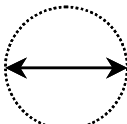
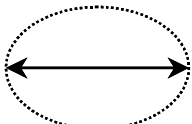
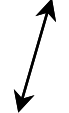
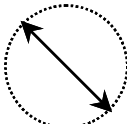
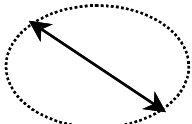
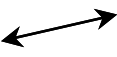
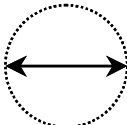
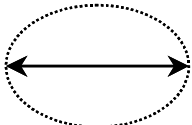
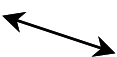
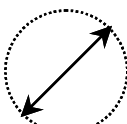
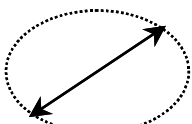
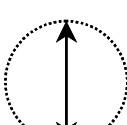
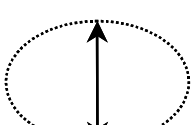
Setelah kalian mendapat kurva dengan rasio frekuensi satu (frekuesi dua gelombang sama) maka kalian dapat mengatur rasio frekuensi dengan mengubah-ubah isi cell E2. Dengan mengubah angka pada kolom E2 maka kurva otomatis berubah. Kalian jiga dapat menggatur beda fase dengan mengubah angka pada kolom E1.

9.5 Polarisasi

Ketika gelombang merambat maka titik-titik pada medium mengalami penyimpangan. Untuk gelombang transversal, arah penyimpangan titik-titik tersebut tegak lurus arah rambat gelombang. Jika selama gelombang merambat arah penyimpangan selalu sama, misalnya selalu berarah dari atas ke bawah, maka kita katakan gelombang tersebut mengalami **polarisasi linier**. Contoh simpangan gelombang terpolarisasi tampak pada **Gambar 9.21**. Sebaliknya, jika selama gelombang merambat, arah penyimpangan titik-titik pada medium selalu berubah-ubah secara acak maka kita katakana gelombang tersebut **tidak terpolarisasi**.

Ada jenis polarisasi lain seperti berikut ini. Jika selama perambatan gelombang arah penyimpangan selalu berubah-ubah secara teratur, misalnya:

i. mula-mula ke atas setelah berlangsung Δt, aranya ke kiri

ii. setelah berlangsung Δt berikutnya, aranya ke bawah
iii. setelah berlangsung Δt berikutnya lagi, aranya ke kanan
iv. dan setelah berlangsung Δt berikutnya lagi, aranya kembali ke atas
v. Untuk kondisi di atas kita katakan gelombang mengalami **polarisasi lingkaran**.

Gambar 9.22 Gelombang tali memiliki polarisasi linier: (a) arah simpangan selalu vertical dan (b) arah simpangan selalu horizontal.

Pada polarisasi lingkaran, amplitudo simpangan selalu sama ke manapun arah simpangan tersebut. Namun, jika amplitudo saat simpangan mengarah ke atas-bawah dan saat simpangan mengarah ke kiri-kanan tidak sama maka gelombang dikatakan mengalami **polarisasi ellips**. **Gambar 9.22** adalah ilustrasi arah osilasi gelombang yang memiliki jenis polarisasi berbeda pada berbagai waktu.

9.6 Dispersi

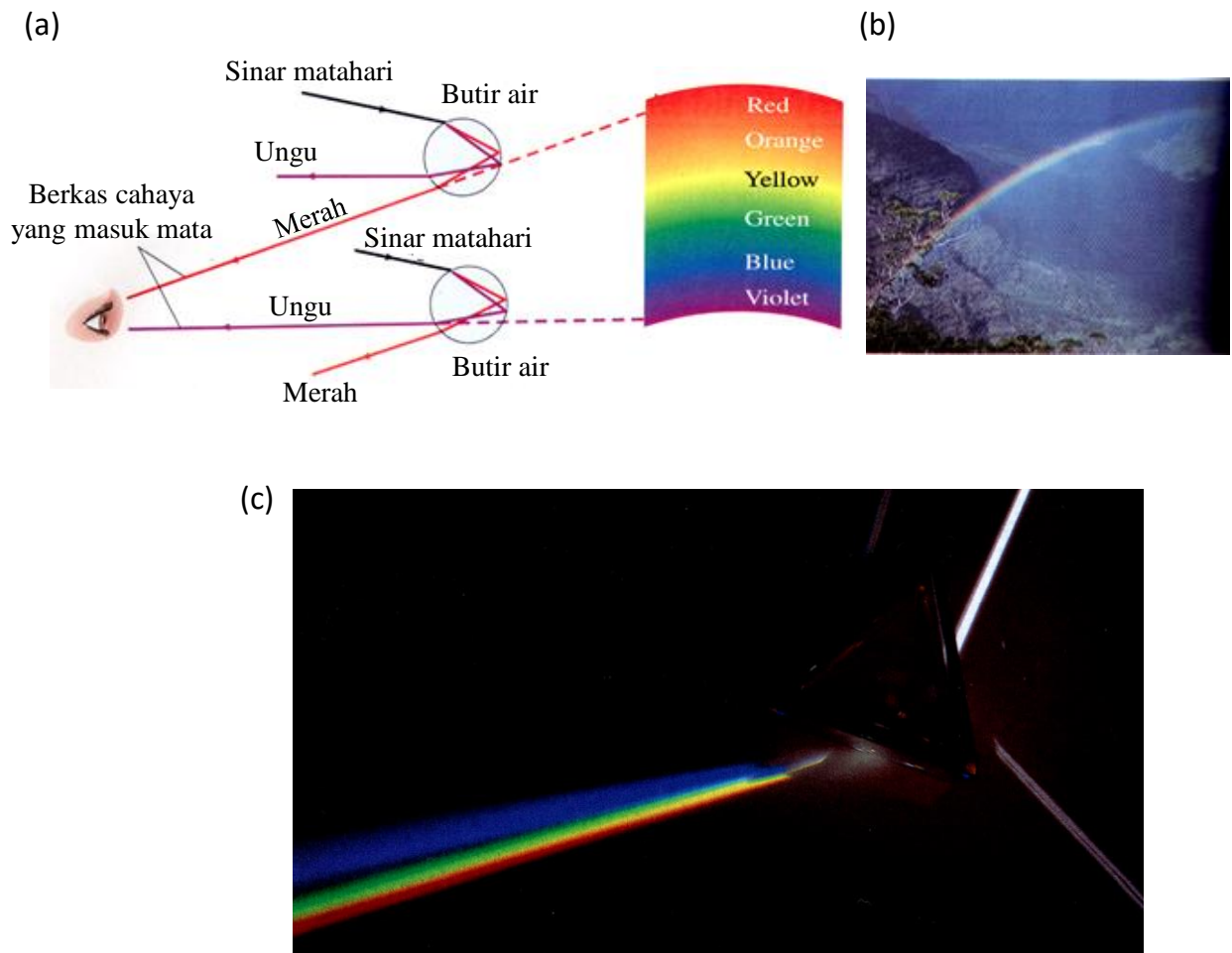
Lampu yang kalian nyalakan di rumah memancarkan cahaya dalam bentuk gelombang elektromagnetik. Frekuensi gelombang yang dipancarkan lampu tidak hanya satu, tetapi sangat bervariasi. Apalagi lampu yang warnanya putih seperti lampu tabung, frekuensi gelombang yang

dipancarkan berada pada jangkauan yang sangat lebar.

Waktu	Tidak terpolarisasi	Polarisasi linier	Polarisasi lingkaran	Polarisasi ellips
t = 0				
t = Δt				
t = 2Δt				
t = 3Δt				
t = 4Δt				
t = 5Δt				
t = 6Δt				

Gambar 9.22 Amplitudo gelombang pada berbagai waktu dilihat dari depan (gelombang bergerak menuju mata kalian) untuk (a) gelombang tidak terpolarisasi, (b) gelombang terpolarisasi linier, (c) gelombang terpolarisasi lingkaran, dan (d) gelombang terpolarisasi ellips.

Ketika merambat dalam satu medium, kecepatan rambat gelombang umumnya bergantung pada frekuensinya. Contohnya, dalam kaca, kecepatan rambat cahaya makin kecil jika panjang gelombangnya makin kecil. Cahaya warna ungu merambat lebih lambat daripada cahaya warna

merah.

Gambar 9.23 (a) Dispersi cahaya matahari oleh droplet air di udara menghasilkan pelangi. (b) Dispersi cahaya oleh prisma.

Jika cahaya putih jatuh pada bidang batas dua medium dengan sudut tertentu, maka gelombang yang masuk ke medium kedua mengalami pembiasan. Besarnya sudut bias bergantung pada kecepatan rambat gelombang dalam medium-medium tersebut berdasarkan persamaan $\sin\theta_d / v_1 = \sin\theta_b / v_2$. Karena gelombang dengan frekuensi berbeda memiliki kecepatan rambat berbeda, maka gelombang dengan gfrekuensi berbeda memiliki sudut bias yang berbeda. Akibatnya, dalam medium kedua, berkas dengan frekuensi berbeda, bergerak dalam arah yang sedikit berbeda. Peristiwa ini kita amati sebagai penguraian cahaya putih atas spectrum-spektrum yang memiliki frekuensi yang berbeda-beda. Peristiwa ini dinamakan **dispersi**. **Gambar 9.23** memperlihatkan contoh fenomena

dispersi.

Peristiwa dispersi sering dijumpai dalam kehidupan sehari-hari. Pelangi adalah dispersi cahaya matahari oleh bintik-bintik air di udara. Prisma dapat menguraikan cahaya putih atas sejumlah spectrum karena fenomena dispersi.

9.7 Efek Doppler pada gelombang bunyi

Ketika pesawat tempur sedang latihan dan kebetulan kalian menontonya, kalian akan mengalami fenomena berikut ini.

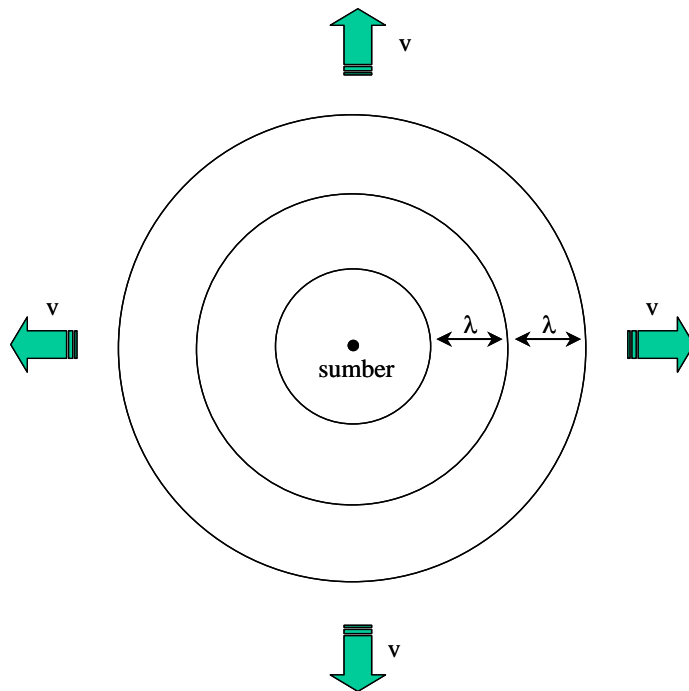
i. Suara pesawat menggemuruh kencang ketika pesawat bergerak dari jauh mendekati ke arah kalian. Bunyi gelegar luar biasa kalian dengar bukan?
ii. Tetapi ketika pesawat telah melintas di atas kepala kalian dan terbang menjauh, suara pesawat terdengar pelan walalupun lokasinya belum terlalu jauh dari kalian.

Mengapa bisa terjadi perbedaan suara tersaebut? Bukankah mesin penghasil suara tetap itu-itu juga? Jadi, ada efek arah gerak terhadap suara yang dihasilkan mesin pesawat. Dan memang benar, gerakan sumber suara atau gerak pendengar memiliki efek pada frekuensi yang didengar. Fenomena ini disebut **efek Doppler**. Efek Doopler dapat dipahami sebagai berikut.

a) Kasus I: Sumber suara dan pengamat tidak bergerak

Sumber mengeluarkan suara dengan panjang gelombang λ ke segala arah. Di sekeliling sumber terbentuk pola kompresi udara dengan jarak λ satu dengan lainnya (**Gambar 9.24**). Pendengar yang diam di sekitar sumber akan mendengar bunyi dengan panjang gelombang λ. Jika kecepatan rambat gelombang di udara adalah v maka frekuensi yang didengar pendengar adalah

$$f = \frac{v}{\lambda} \qquad (9.32)$$

yang persis sama dengan frekuensi yang dihasilkan sumber bunyi.

Gambar 9.24 Pola kompresi udara yang dihasilkan di sekitar sumber yang diam.

b) Kasus II: Pengamat mendekati sumber gelombang yang tidak bergerak

Gambar 9.25 mengilustrasikan kondisi ini. Sumber mengeluarkan suara dengan panjang gelombang λ ke segala arah. Di sekeliling sumber terbentuk pola kompresi udara dengan jarak λ satu dengan lainnya.

Jika pendengar diam maka ia menangkap dua puncak gelombang dalam selang waktu T. Namun, jika pengamat bergerak mendekati sumber dengan laju u, maka setelah menerima satu puncak, pengamat tidak perlu menunggu waktu T untuk menerima puncak berikutnya. Pendengar menerima puncak berikutnya setelah selang waktu T' yang lebih pendek dari T. Berapa besar T'?

Mari kita cari.

i. Mula-mula pendengar menerima puncak gelombang.

ii. Gelombang bergerak ke kanan dan pengamatan bergerak ke kiri.

iii. Puncak berikutnya diterima pengamat setalah selang waktu T'.

iv. Selama selang waktu T'

  a) Gelombang sudah berpindah sejauh: vT'

  b) Pengamat sudah berpindah sejauh : uT'

v. Lihat **Gambar 9.25**. Pengamat menerima puncak berikutnya jika terpenuhi

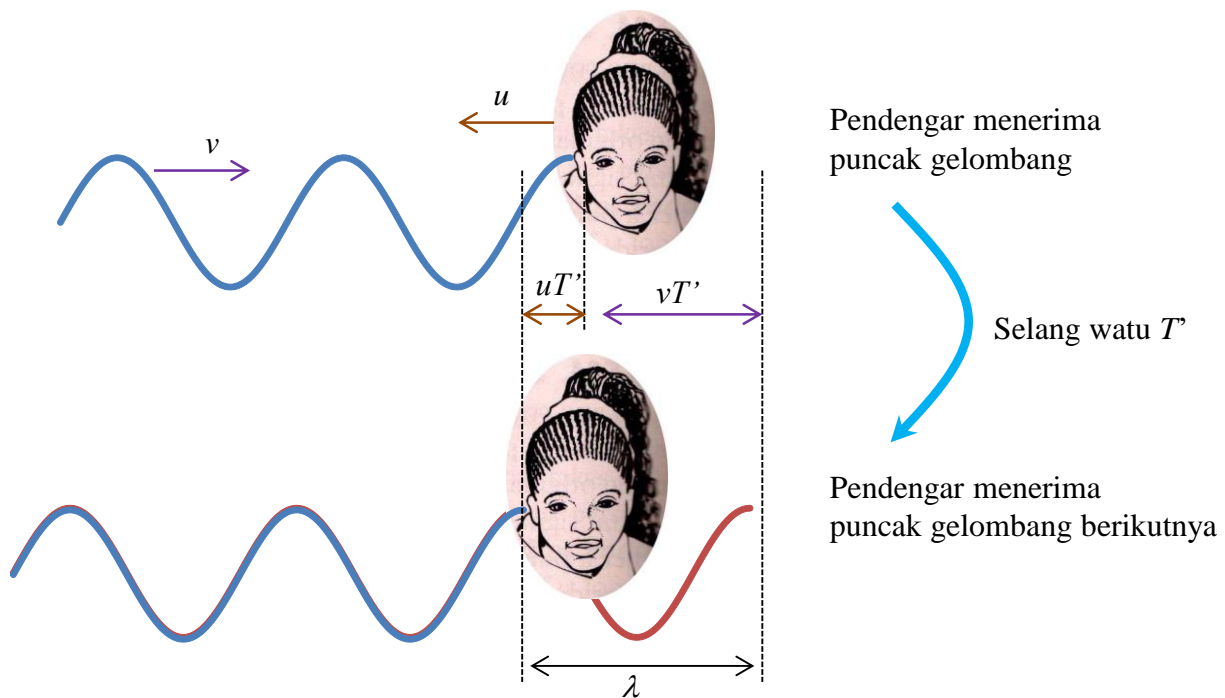
$$vT'+uT'=\lambda$$

$$T'=\frac{1}{v+u}\lambda$$

Tetapi $T'=1/f'$ dan $\lambda=v/f$ sehingga

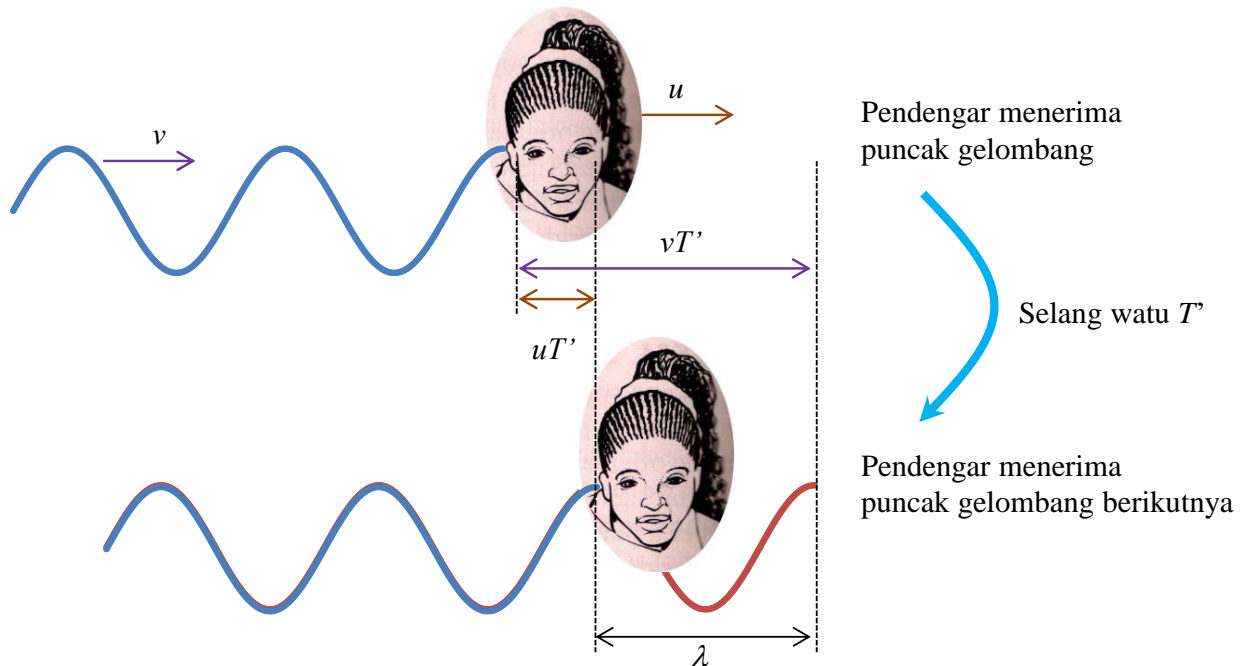
$$\frac{1}{f'}=\frac{1}{v+u}\frac{v}{f}$$

atau

$$f'=\frac{v+u}{v}f \qquad (9.33)$$

Gambar 9.25 Pendengar menerima puncak gelombang berikutnya setelah bergerak menuju ke arah sumber bunyi.

c) Kasus III: Pengamat menjauhi sumber gelombang yang tidak bergerak

Gambar 9.26 mengilustrasikan kondisi ini. Sumber mengeluarkan suara dengan panjang gelombang λ ke segala arah. Di sekeliling sumber terbentuk pola kompresi udara dengan jarak λ satu dengan lainnya. Jika pendengar diam maka ia menangkap dua puncak gelombang dalam selang waktu T. Namun, jika pengamat bergerak menjauhi sumber dengan laju u, maka setelah menerima satu puncak, pengamat harus menunggu selama

waktu *T'* untuk menerima puncak berikutnya. Selang waktu *T'* lebih panjang dari *T* karena gelombang mengejar pengamat. Berapa besar *T'*?

Gambar 9.26 Pendengar menerima puncak gelombang berikutnya setelah bergerak menjauhi arah sumber bunyi.

i. Mula-mula pendengar menerima puncak gelombang.
ii. Gelombang bergerak ke kanan dan pengamatan juga bergerak ke kanan.
iii. Puncak berikutnya diterima pengamat setelah selang waktu *T'*.
iv. Selama selang waktu *T'*
   a) Gelombang sudah berpindah sejauh: vT'
   b) Pengamat sudah berpindah sejauh : uT'
v. Lihat **Gambar 9.26.** Pengamat menerima puncak berikutnya jika terpenuhi

$$vT' - uT' = \lambda$$

$$T' = \frac{1}{v-u}\lambda$$

Tetapi $T' = 1/f'$ dan $\lambda = v/f$ sehingga

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{v-u}\frac{v}{f}$$

$$f' = \frac{v-u}{v} f \qquad (9.34)$$

d) Kasus IV: Sumber gelombang bergerak mendekati pengamat yang diam

Gambar 9.27 mengilustrasikan kondisi ini. Misalkan sumber bunyi bergerak ke kanan dengan laju w. Lalu sumber bunyi mengeluarkan puncak pertama. Jika sumber tidak bergerak maka puncak kedua dilepaskan setelah puncak pertama meninggalkan sumber bunyi sejauh λ. Tetapi karena sumber bunyi bergerak, maka puncak pertama dikejar oleh sumber bunyi. Oleh karena itu saat mengeluarkan puncak kedua, jarak sumber bunyi ke puncak pertama yang telah dilepaskan sebelumnya lebih pendek daripada λ. Dengan demikian, panjang gelombang di depan sumber bunyi menjadi lebih pendek, yaitu λ' dengan $\lambda' < \lambda$. Berapa besar λ'?

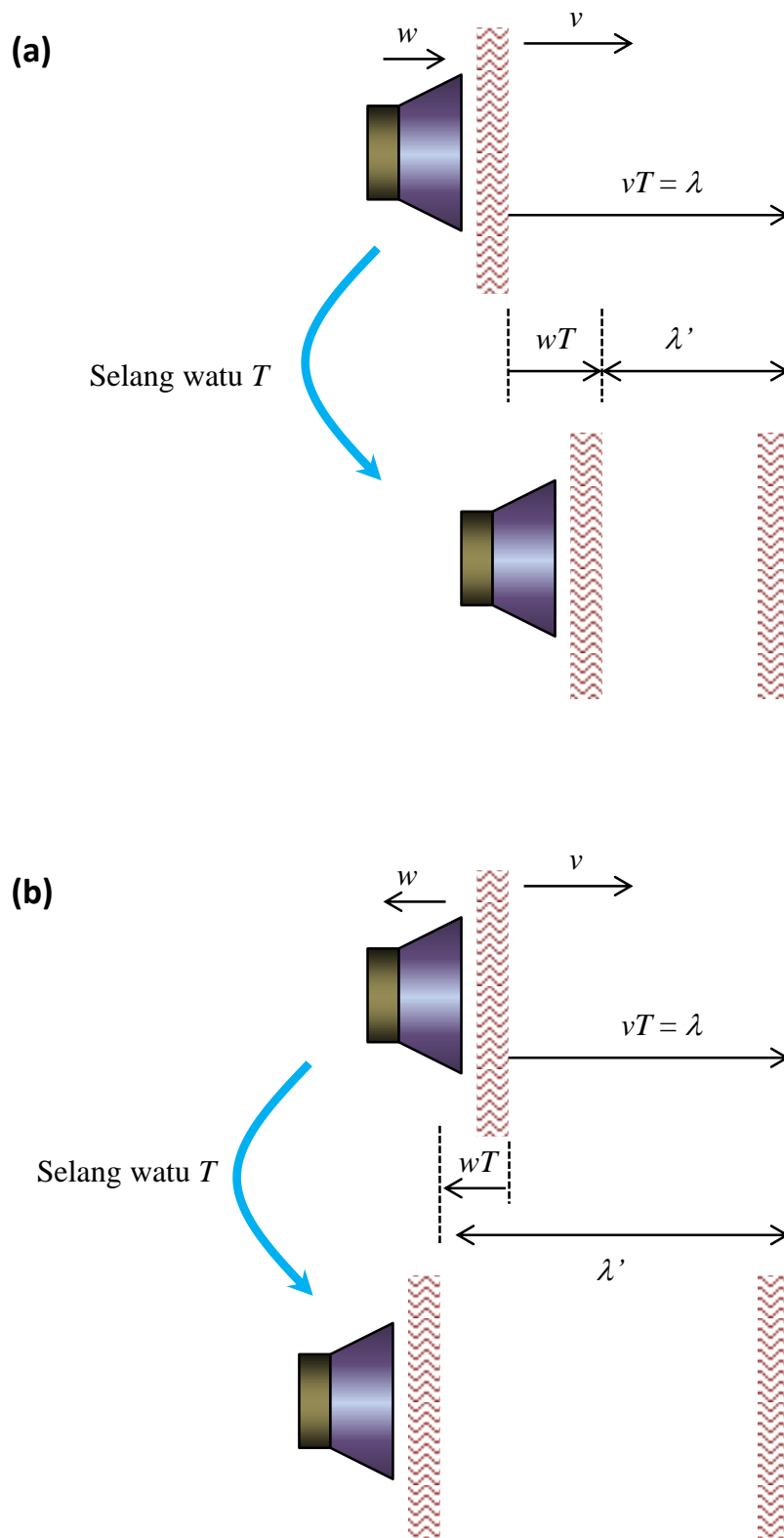
Perhatikan **Gambar 9.27**(a). Mula-mula sumber bunyi mengeluarkan puncak gelombang. Gelombang menjauhi sumber bunyi dengan laju v dan pada saat bersamaan sumber bumi mengejar gelombang tersebut dengan laju w. Setelah selang waktu satu periode (T), sumber bumi mengeluarkan puncak berikutnya. Selama selang waktu tersenut, puncak pertama telah bergerak sejauh vT, namun sumber bunyi telah bergerak dalam arah yang sama sejauh wT. Akibatnya, jarak antara puncak pertama dan puncak kedua bukan lagi λ tetapi berubah menjadi λ' yang memenuhi

$$\lambda' = vT - wT$$

Dengan menggunakan hubungan $\lambda' = v/f'$ dan $T = 1/f$ maka kita dapat menulis persamaan di atas menjadi

$$\frac{v}{f'} = \frac{v-w}{f}$$

Atau, frekuensi yang dideteksi pengamatan yang diam menjadi

$$f' = \frac{v}{v-w} f \qquad (9.35)$$

Gambar 9.27(a) Sumber bunyi mendekati pengmatan yang diam dan (b) sumber bunyi menjauhi pengamatan yang diam. Jarak puncak gelombang yang dihasilkan sumber bunyi yang mendekati rapat dan yang menjauhipengamat lebih renggang.

e) Kasus V: Sumber gelombang bergerak menjauhi pengamat yang diam

Sumber bunyi mengeluarkan puncak pertama. Lalu sumber tidak bergerak maka puncak kedua dilepaskan setelah puncak pertama meninggalkan sumber bunyi sejauh λ. Tetapi karena sumber bunyi bergerak menjuhi pengamat, maka puncak kedua dilepaskan setelah sumber bunyi bergerak berlawanan dengan arah gerak sumber pertama. Oleh karena itu saat mengeluarkan puncak kedua, jarak sumber bunyi ke puncak pertama yang telah dilepaskan sebelumnya lebih jauh daripada λ. Dengan demikian, panjang gelombang di belakang sumber bunyi menjadi lebih panjang, yaitu λ' dengan $\lambda' > \lambda$. Berapa besar λ'?

Perhatikan **Gambar 27**(b). Mula-mula sumber bunyi mengeluarkan puncak gelombang. Gelombang menjauhi sumber bunyi dengan laju v dan pada saat bersamaan sumber bumi menjauhi gelombang tersebut dengan laju w. Setelah selang waktu satu periode (T), sumber bumi mengeluarkan puncak berikutnya. Selama selang waktu tersebut, puncak pertama telah bergerak sejauh vT, namun sumber bunyi telah bergerak dalam arah berlawanan sejauh wT. Akibatnya, jarak antara puncak pertama dan puncak kedua bukan lagi λ tetapi berubah menjadi λ' yang memenuhi

$$\lambda' = vT + wT$$

Dengan menggunakan hubungan $\lambda' = v/f'$ dan $T = 1/f$ maka kita dapat menulis persamaan di atas menjadi

$$\frac{v}{f'} = \frac{v+w}{f}$$

Atau, frekuensi yang dideteksi pengamatan yang diam menjadi

$$f' = \frac{v}{v+w} f \qquad (9.36)$$

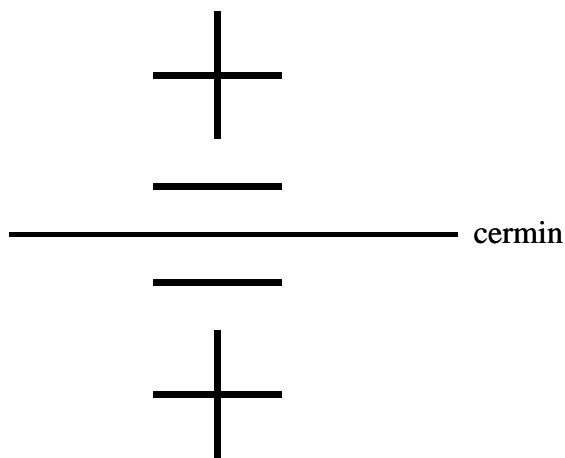
f) Kasus VI: Sumber bunyi beserta pengamat bergerak

Dalam kondisi umum di mana sumber gelombang dan pengamat bergrak maka frekuensi yang didengar pengamat adalah

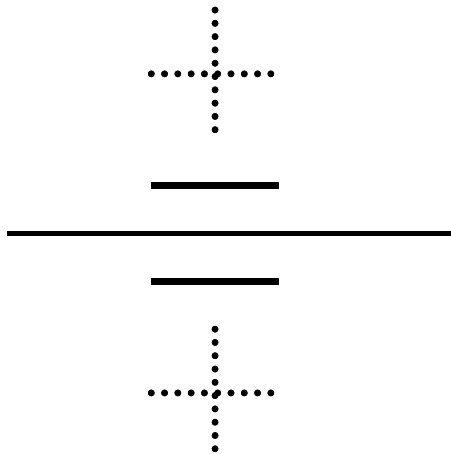
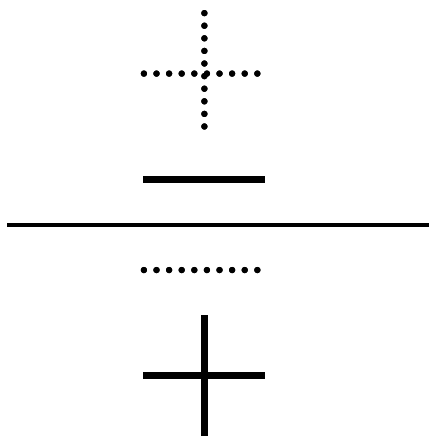
$$f' = \frac{v \pm u}{v \mp w} f \qquad (9.37)$$

dengan f frekuensi yang dikeluarkan sumber bunyi, f' frekuensi yang dideteksi pengamat, v kecepatan rambat gelombang, u kecepatan pengamat, w kecepatan sumber gelombang.

Yang perlu kalian ingat

i. Suku di pembilang adalan untuk pengamat
ii. Suku di penyebut adalah untuk sumber gelombang
iii. Urutan tanda sebagai berikut

Gambar 9.28 Urutan tanda pada persamaan frejuensi gelombang adalah pencerminan (plus, minus, minus, plus)

Pada **Gambar 9.28**, tanda-tanda sebelah atas pada tiap sisi cermin adalah untuk kondisi mendekati dan tanda-tanda sebelah bawah pada tiap sisi cermin adalah untuk kondisi saling menjauhi. Contohnya adalah jika sumber mendekati pengamat dan pengamat menjauhi sumber. Maka tandanya seperti pada **Gambar 9.29.** Jadi persamaannya adalah $f' = \frac{v - u}{v - w} f$.

Contoh berikutnya adalah ketika sumber dan pengamat saling menjauhi. Pada kasus ini tandanya seperti pada **Gambar 9.30.** Jadi persamaannya adalah $f' = \frac{v - u}{v + w} f$.

Gambar 9.29 Tanda yang digunakan ketika sumber mendekati pengamat dan pengamat menjauhi sumber

Gambar 9.30 Tanda yang digunakan ketika sumber dan pengamat saling menjauhi

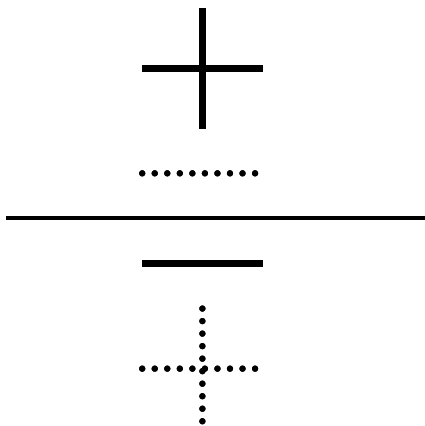
Contoh berikutnya adalah ketika sumber dan pengamat saling mendekati. Pada kasus ini tandanya seperti pada **Gambar 9.31**. Jadi persamaannya adalah $f' = \frac{v+u}{v-w} f$.

Contoh 9.4

Kereta api mendekati kemudian melewati stasion sambil membunyikan sirine dengan frekuensi 500 Hz. Laju kereta api konstan, yaitu 30 m/s. Bagaimana perubahan frekuensi sirine kereta api yang didengar oleh orang yang sedang duduk di stasiun? Anggaplah laju perambatan bunyi 330 m/s.

Jawab

Di sini pengamat diam dan sumber bunyi yan bergerak. Saat kereta api sedang mendekati stasiun maka sumber bunyi bergerak mendekati pengamat yang diam sehingga frekuensi yang didengar pengamat adalah

$$f' = \frac{v}{v-w} f = \frac{330}{330-30} \times 500 \ = 550 \text{ Hz}$$

Gambar 9.31 Tanda yang digunakan ketika sumber dan pengamat saling mendekati

Saat kereta api tepat sejajar stasiun maka tidak ada gerak relatif sumber bunyi terhadap pengamat. Dalam kondisi ini, baik pengamat maupun sumber bunyi dapat dianggap diam. Frekuensi yang didengar pengamat sama dengan frekuensi yang dihasilkan sumber bunyi, yaitu 500 Hz. Saat kereta api sedang menjauhi stasiun maka sumber bunyi bergerak menjauhi pengamat yang diam sehingga frekuensi yang didengar pengamat adalah

$$f' = \frac{v}{v+w} f = \frac{330}{330+30} \times 500 \ = 458 \text{ Hz}$$

g) Kasus VII Medium perambatan gelombang bergerak menuju pendengar

Pada kasus ini kita anggap sumber gelombang dan pendengar diam, tetapi medium tempat perambatan gelombang bergerak dari arah sumber menuju pendengar. Jika medium tidak bergerak, maka pengamat

mendeteksi dua puncak dalam selang waktu T (sama dengan periode sumber gelombang). Karena medium bergerak ke arah pengamat, maka selang waktu terdeteksinya dua puncak menurut pengamat menjadi lebih pendek. Selang waktu tersebut adalah T' yang memenuhi

$$(v+o)T'=\lambda$$

$$\frac{1}{T'}=\frac{v+o}{\lambda}$$

Dengan menggunakan hubungan $f'=1/T'$ dan $\lambda=v/f$ maka frekuensi gelombang yang dideteksi pendengar adalah

$$f'=\frac{v+o}{v}f \tag{9.38}$$

h) Kasus VIII Medium perambatan gelombang bergerak menjauhi pendengar

Jika medium tidak bergerak, maka pengamat mendeteksi dua puncak dalam selang waktu T (sama dengan periode sumber gelombang). Karena medium bergerak menjauhi pengamat, maka selang waktu terdeteksinya dua puncak menurut pengamat menjadi lebih panjang karena gerakan gelombang dilawan oleh gerakan medium. Selang waktu tersebut adalah T' yang memenuhi

$$(v-o)T'=\lambda$$

$$\frac{1}{T'}=\frac{v-o}{\lambda}$$

Dengan menggunakan hubungan $f'=1/T'$ dan $\lambda=v/f$ maka frekuensi gelombang yang dideteksi pendengar adalah

$$f'=\frac{v-o}{v}f \tag{9.39}$$

i) Kasus IX: Sumber gelombang, pengamat, dan medium perambatan gelombang bergerak

Dalam kondisi umum di mana sumber gelombang, pengamat, maupun medium bergerak maka frekuensi yang didengar pengamat adalah

$$f' = \frac{v \pm u \pm o}{v \mp w} f \tag{9.40}$$

dengan f frekuensi yang dikeluarkan sumber bunyi, f' frekuensi yang dideteksi pengamat, v kecepatan rambat gelombang, u kecepatan pengamat, w kecepatan sumber gelombang, dan o kecepatan medium.

9.8 Efek Doppler pada gelombang elektromagnetik

Gelombang elektromagnetik, termasuk cahaya, merambat dalam ruang hampa dengan laju $c = 3 \times 10^8$ m/s. Berdasarkan teori relativitas khusus yang akan kita pelajari di semester dua, laju perambatan cahaya selalu sama menurut pengamat yang diam maupun pengamat yang bergerak. Jadi, misalkan ada cahaya yang sedang merambat di udara/ruang hampa. Jika kalian deteksi kecepatan cahaya tersebut dalam keadaan diam, kalian dapatkan kecepatan $c = 3 \times 10^8$ m/s. Jika kalian deteksi cahaya sambil bergerak mendekati cahaya maka kalian juga dapatkan kecepatan $c = 3 \times 10^8$ m/s. Dan jika kalian deteksi kecepatan cahaya sambil bergerak menjauhi cahaya, maka kalian tetap mengukur kecepatan cahaya sebesar $c = 3 \times 10^8$ m/s. Hal ini tidak bergantung, berapapun kecepatan kalian. Meskipun kalian bergerak mendekati arah datang cahaya dengan laju $u = 0{,}9c$ (yaitu 0,9 kali kecepatan cahaya), maka laju perambatan cahaya yang kalian ukur tetap $c = 3 \times 10^8$ m/s, bukan $1{,}9c$. Dengan sifat ini, maka efek Doppler pada gelombang elektromagnetik semata-mata hanya dipengaruhi oleh gerak sumber dan sama sekali tidak dipengaruhi oleh gerak pengamat. Dengan demikian, frekuensi gelombang elektromagnetik yang dideteksi akan memenuhi

$$f' = \frac{c}{c \mp w} f \tag{9.41}$$

dengan w laju sumber dan f adalah frekuensi yang dipancarkan sumber. Tanda minus dipakai untuk sumber yang mendekati pengamat dan tanda

plus dipakai untuk sumber yang menjauhi pengamat.

Jika laju sumber sangat kecil dibandingkan dengan laju cahaya, maka kita dapat melakukan pendekatan sebagai berikut

$$\frac{c}{c \mp w} = \frac{1}{1 \mp \frac{w}{c}}$$

$$= \left(1 \mp \frac{w}{c}\right)^{-1} \approx 1 \pm \frac{w}{c}$$

Dengan demikian, diperoleh

$$f' \approx \left(1 \pm \frac{w}{c}\right) f \tag{9.42}$$

Di mana tanda positif dipakai jika sumber mendekati pengamatat (kebalikan dari persamaan (9.42)). Dari persamaan ini maka diperoleh pergeseran frekuensi gelombang adalah

$$\Delta f = f' - f$$

$$\approx \pm \frac{w}{c} f \tag{9.43}$$

Contoh 9.5

Perkirakan perubahan frekuensi garis natrium-D yang memiliki panjang gelombang 589 m akibat rotasi permukaan matahari. Jari-jari matahari adalah $7{,}0 \times 10^8$ m dan periode rotasinya 27 hari.

Jawab

Periode rotasi matahari T = 27 hari = 27 hari × 24 jam/hari × 60 menit/jam × 60 s/menit = $2{,}3 \times 10^6$ s. Keliling matahari $s = 2\pi r = 2 \times 3{,}14 \times 7{,}0 \times 10^8 = 4{,}4 \times 10^9$ m. Laju tangensial permukaan matahari di khatulistiwa

$$w = \frac{s}{T} = \frac{4{,}4 \times 10^9}{2{,}3 \times 10^6} = 1900 \text{ m/s}$$

Panjang leombnag natrium λ = 589 nm = 5,89 × 10^{-7} m. Pergeseran frekuensi gelombang natrium akibat rotasi matahari adalah

$$\Delta f \approx \pm \frac{w}{c} f = \pm \frac{w}{c} \times \frac{c}{\lambda} = \pm \frac{w}{\lambda} = \pm \frac{1900}{5{,}89 \times 10^{-7}} = \pm 3{,}2 \times 10^{9} \quad \text{Hz}$$

Bagian permukaan matahari yang sedang bergerak ke arah bumi diamati menghasilkan frekuensi yang bertambah sebesar 3,2 × 10^9 Hz, sedangkan bagian permukaan matahari yang sedang bergerak menjauhi bumi diamati menghasilkan frekuensi yang berkurang sebesar 3,2 × 10^9 Hz.

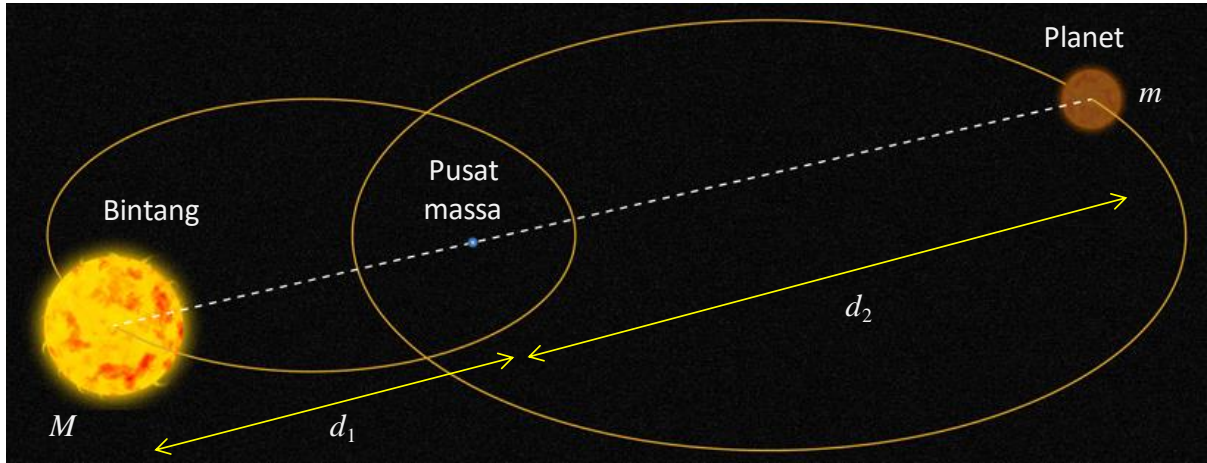
9.9 Pencarian Extrasolar Planet

Salah satu kegunaan penting efek Doppler dalam riset astronomi terkini adalah pencarian planet lain di luar tata surya kita, yang sering disebut Extrasolar planet atau Exoplanet. Yang diamati adalah perubahan frekuensi gelombang cahaya yang dipancarkan oleh bintant yang dikelilingi oleh planet tersebut. Bagaimana prinsipnya?

Dengan teleskop yang ada di bumi, kita tidak mungkin mendeteksi keberadaan planet lain di luar planet-planet yang ada di tata surya. Penyebanya adalah ukuran planet yang sangat kecil dan planet tidak memancarkan cahaya sendiri. Yang dapat kita deteksi di bumi hanyalah bintang-bintang berdasarkan cahaya yang dipancarkannya. Lalu bagaimana kita mendeteksi keberadaan planet di luar tata surya? Caranya adalah mengamapi pengaruh gerak planet tersebut terhadap gerak bintang yang dikelilinginya.

Kita sudah belajar bahwa matahari kita menempati pusat tata surya. Dalam pelajaran selama ini kita sering mengansumsikan bahwa matahari tidak bergerak. Yang bergerak hanyalah plenaet-plane mengorbit matahari. Untuk kemudahan pembahahan memang asumsi ini dapat diterima. Namun, kalau kita ingin lebih teliti maka asumsi ini tidak terlalu tepat. Matahari juga berrvolusi seperti planet. Planet dan matahari berevolusi mengelilingi titik pusat massa. Namun karena massa matahari sangat besar disbanding dengan massa planet-planer maka titik pusat massa tata surya hamper berimpit dengan pusat matahari sehingga dapat dikatakan matahari hamper tidak bergerak.

Kalau kita ingin masuk ke pengukuran yang lebih teliti maka revolusi bintang atau matahari terhadap titik pusat masa dengan planet

harus diperhitungkan. Sebagai contoh perhatikan **Gambar 9.32.**

Gambar 9.32 Planet dan bintang berevolusi mengelilingi titik pusat massa.

Jarak antara planet ke bintang adalah $D=(d_1+d_2)$. Jarak bintang dan planet ke titik pusat massa masing-masing

$$d_1=\frac{m}{M+m}D$$

$$d_2=\frac{M}{M+m}D$$

Kecepatan sudut orbit planet maupun bintang terhadap pusat massa sama. Kita misalkan kecepatan sudut tersebut adalah ω. Dengan demikisn, kecepatan tangensial bintang dan planet terhadap pusat massa adalah

$$v_1=\omega d_1=\frac{m}{M+m}\omega D \quad (9.43)$$

$$v_2=\omega d_2=\frac{M}{M+m}\omega D \quad (9.44)$$

Untuk menghitung kecepatan sudut astronom mengukur frekuensi cahaya yang dipancarkan bintang dalam waktu yang lama. Waktu yang diperlukan untuk mendeteksi kembali panjang gelombang yang persis sama dengan sebelumnya salam dengan periode revolusi planet. Dengan demikian,

kecepatan sudut revolusi memenuhi $\omega = 2\pi / T$. Ini berarti kecepatan sudut revolusi diperoleh dari pengukuran.

Untuk menentukan jarak planet ke bintang, kita gunakan persamaan Newton. Gaya gravitasi pada planet yang dilakukan bintang ke planet adalah gaya sentripetal, atau

$$G\frac{Mm}{D^2} = m\omega^2 D$$

$$D = \left(\frac{GM}{\omega^2}\right)^{1/3} \tag{9.45}$$

Ketika diamati dari bumi, kecepatan maksimum bintang menjauhi bumi adalah

$$u_+ = \omega d_1$$

$$= \frac{m}{M+m}\omega\left(\frac{GM}{\omega^2}\right)^{1/3}$$

$$= \frac{m}{M+m}(GM\omega)^{1/3}$$

dan kecepatan maksimum mendekati bumi adalah

$$u_- = \omega d_1$$

$$= \frac{m}{M+m}(GM\omega)^{1/3}$$

Astronom membandingkan pergeseran Doppler pada cahaya yang dipancarkan bintang saat bintang bergerak menjauhi bumi dan saat bintang sedang mendekati bumi seperti diilustrasikan pada **Gambar 9.33**. Dengan menggunakan persamaan (9.43) maka pergeseran frekuensi ketika bintang menjauhi bumi dengan kecepatan maksimum dan mendekati bumi dengan kecepatan maksimum adalah

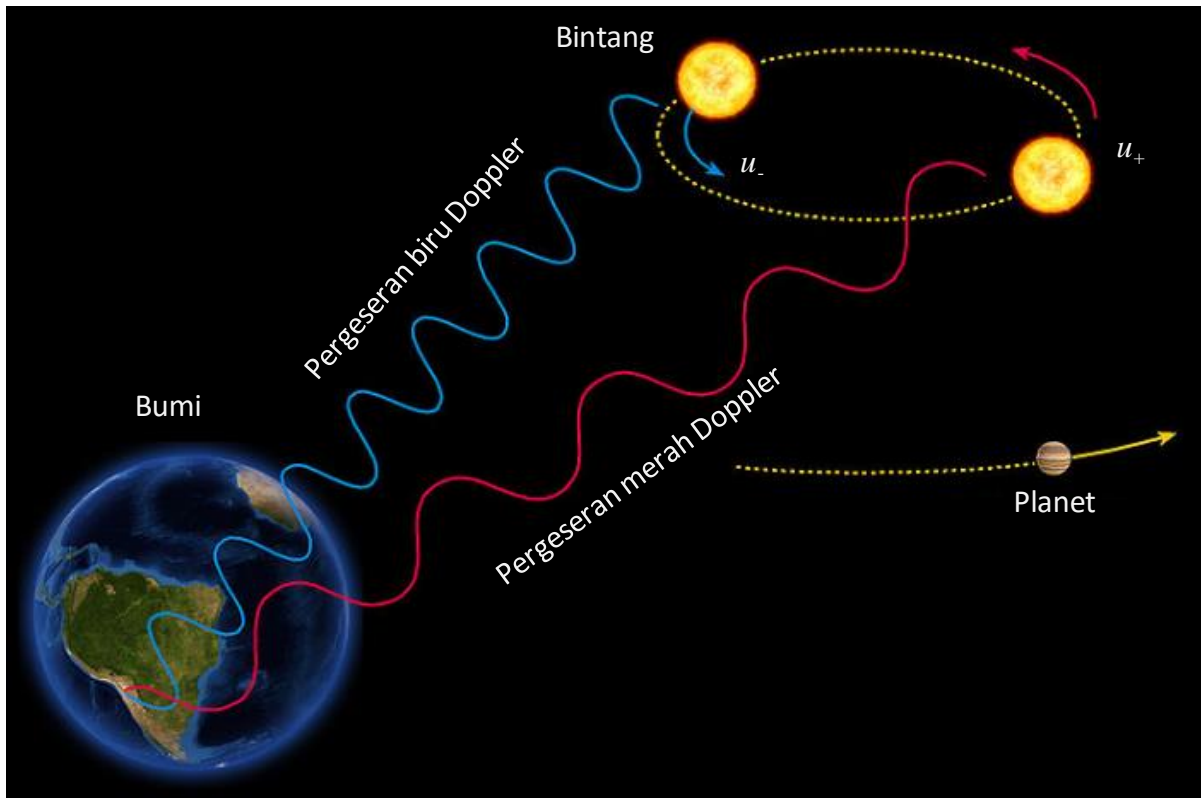
$$\Delta f_- \approx -\frac{u_+}{c} f$$

$$= -\frac{m}{M+m} (GM\omega)^{1/3} \frac{f}{c} \quad (9.46)$$

dan

$$\Delta f_+ \approx \frac{u_-}{c} f$$

$$= +\frac{m}{M+m} (GM\omega)^{1/3} \frac{f}{c} \quad (9.47)$$

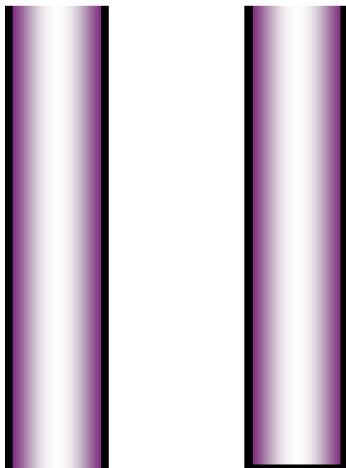
.

Gambar 9.33 Revolusi bintang terhadap pusat massa mentebabkan adanya gerak relative terhadap bumi. Pengaruh gerak ini terhadap frekuensi cahaya yang dipancarkan paling besar saat bintang mendekati dan menjauhi bumi.

Pada persamaan (9.46) atau (9.47) pergeseran frekuensi diukur berdasarkan pergeseran Doppler. Frekuensi sudut revolusi bintang atau planet ditentukan berdasarkan pengukuran frekuensi munculnya

pergeseran maksimum dari efek Doppler. Massa bintang dapat diukur dengan cara lain yang diajarkan di astronomi. Massa bintang biasanya ditentukan dari spektrum warna bintang. Ada keterkaitan antara massa bintang dan warna cahaya yang dipancarkan. Jadi, kecuali massa planet, semua parameter dapat pada persamaan (9.46) atau (9.47) diukur.

Dengan melakukan analisis pergeseran frekuensi tersebut maka dapat diduga keberadaan planet yang mengelilingi suatu bintang. Salah satu extrasolar planet yang ditemukan dengan metode ini adalah 51 Pegasi b yang berjarak 50 tahun cahaya dari bumi dan berada dalam konstelasi Pegassus. Planet ini mengelilingi bintang yang memiliki massa kira-kira sama dengan massa matahari kita.

9.10 Getaran kolom pipa organa

Pipa organa adalah kolom udara yang berbentuk silinder. Salah satu ujungnya terbuka sebagai tempat untuk meniupkan udara. Ujung yang lainnya bisa terbuka atau bisa tertutup. Pipa organa dengan ke dua ujung terbuka kita sebut sebagai **pipa organa terbuka**. Sedangkan pipa organa dengan salah satu ujung tertutup kita namakan sebagai **pipa organa tertutup**. **Gambar 9.34** adalah ilustrasi dua pipa organa.

Gambar 9.34 Skematik pipa organa terbuka (a) dan tertutup (b). Ujung terbuka atau tertutup menentukan pola gelombang berdiri yang terbentuk. Pada ujung tetutup selalu terbantuk simpul dan pada ujung terbuka selalu terbentuk puncak atau lembah.

Ketika udara ditiupkan pada ujung pipa maka kolom udara di

dalamnya bergetar dan mengambil salah satu frekuensi alamiah. Pada frekuensi ini terjadi resonansi antara frekuensi getaran udara dan frekuensi alamiah pipa. Frekuensi alamiah pipa bergantung pada tipe pipa, apakah merupakan pila organa terbuka atau tertutup.

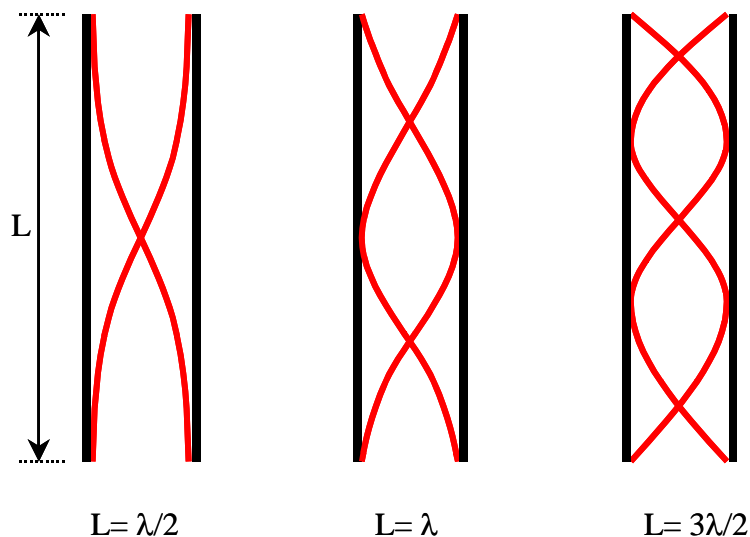
Sifat yang harus dipenuhi oleh geratan udara dalam pipa organa adalah

i. Pada ujung yang terbuka, simpangan getaran udara selalu maksimum
ii. Pada ujung tertutup, simpangan getaran udata selalu nol.

Dengan sifat ini, maka pola gelombang berdiri yang diijinkan pada pipa organa terbuka sebagai berikut (lihat **Gambar. 9.35**). Tampak bahwa resonansi kolom udara memenuhi syarat

$$L = \frac{\lambda}{2}, \; \lambda, \; \frac{3\lambda}{2}, \; \frac{5\lambda}{2}, \ldots . n\frac{\lambda}{2} \tag{9.48}$$

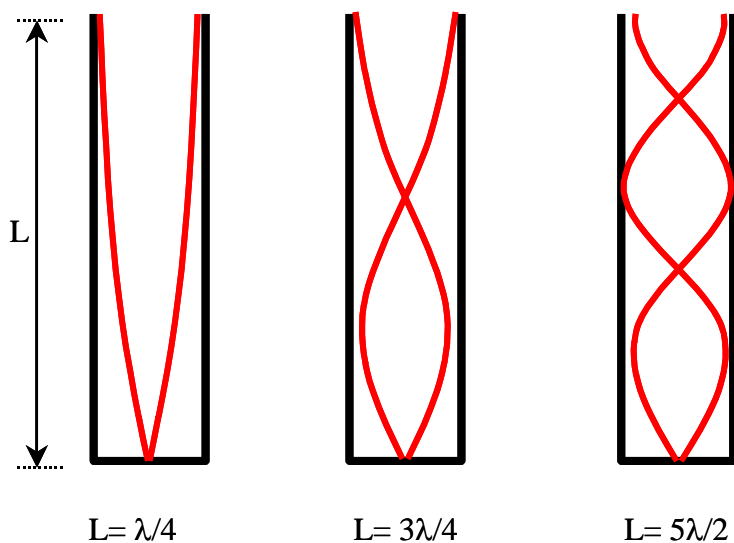
dengan n = 1, 2, 3, ... Atau kebergantungan panjang gelombang pada panjang pipa adalah

$$\lambda = \frac{2L}{n} \tag{9.49}$$

Gambar 9.35 Pola gelombang berdiri pada pipa organa terbuka

Sebaliknya, pola gelombang berdiri yang diijinkan pada pipa organa tertutup sebagai berikut (lihat **Gambar 9.36**). Tampak bahwa resonansi kolom udara memenuhi syarat

$$L = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}, ... (n + \tfrac{1}{2})\frac{\lambda}{2} \quad (9.50)$$

dengan n = 0, 1, 2, ... Atau kebergantungan panjang gelombang pada panjang pipa adalah

$$\lambda = \frac{2L}{(n + \frac{1}{2})} \quad (9.51)$$

Gambar 9.36 Pola gelombang berdiri pada pipa organa tertutup

Saat kolom udara dalam pipa organa bergetar, maka udara di luar pipa organa yang bersentuhan dengan kolom udara dalam pipa ikut pula bergetar dengan frekuensi yang sama. Karena medium dalam pipa organa sama dengan udara di lur pipa organa, maka kecepatan rambat gelombang dalam pipa organa sama dengan kecepatan rambat gelombang di udara di luar pipa. Akibatnya, panjang gelombang yang dibentuk oleh kolom udara dalam pipa organa persis samam dengan panjang gelombang bunyi yang merambat di luar pipa organa. Ini berbeda dengan getaran dawai gitar di mana panjang gelombang dawai tidak sama dengan panjang gelombang bunyi yang dihasilkan.

Contoh 9.6

Yang mana dari pernyataan berikut yang benar. Pipa organa terbuka yang panjangnya 25 cm menghasilkan frekuensi nada dasar sama dengan frekuensi yang dihasilkan oleh dawai yang panjangnya 150 cm. Jika cepat rambat bunyi di udara 340 m/s dan cepat rambat gelombang transversal pada dawai 510 m/s, maka nada manakan yang dihasilkan dawai?

Jawab

Panjang gelombang yang dihasilkan pipa organa terbuka memenuhi

$$\lambda = \frac{2L}{n}$$

Panjang gelombang nada dasar adalah (n = 1)

$$\lambda = \frac{2L}{1} = \frac{2\times 25}{1} = 50 \text{ cm} = 0{,}5 \text{ m}$$

Frekuensi bunyi yang dihasilkan pipa organa

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{340}{0{,}5} = 680 \text{ Hz}$$

Jika frekuensi ini sama dengan frekuensi yang dihasilkan oleh dawai gitar maka panjang gelombang dawai gitar adalah

$$\lambda_d = \frac{u}{f} = \frac{510}{680} = 0{,}75 \text{ m}$$

Panjang gelombang berdiri pada dawai gitar memenuhi

$$\lambda_d = \frac{2L}{n}$$

$$n = \frac{2L}{\lambda_d} = \frac{2\times 1{,}5}{0{,}75} = 4$$

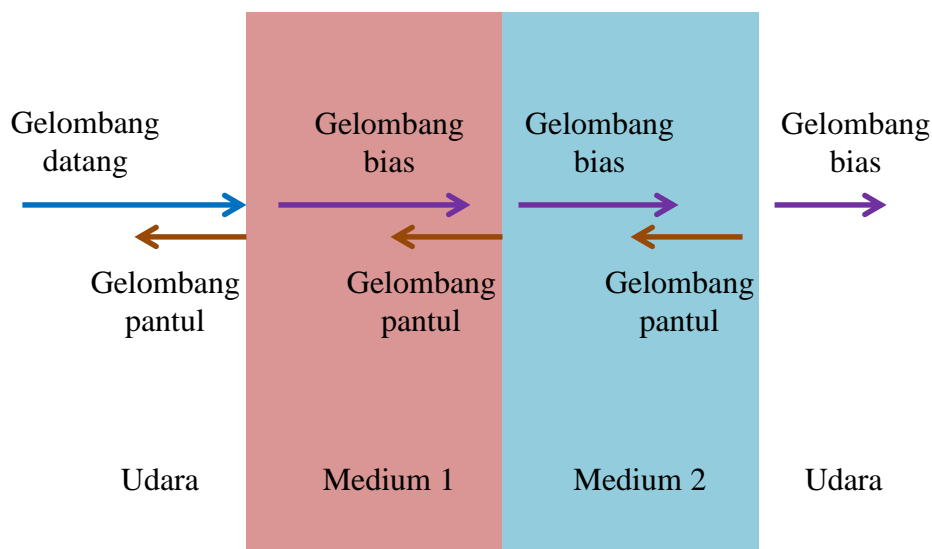
Jadi dawai gitar bergetar pada harmonik ke-3 (n=1 nada dasar, n = 2 harmonik pertama, n=3 harmonik kedua, n=4 harmonik ketiga).

9.11 Ultrasonik

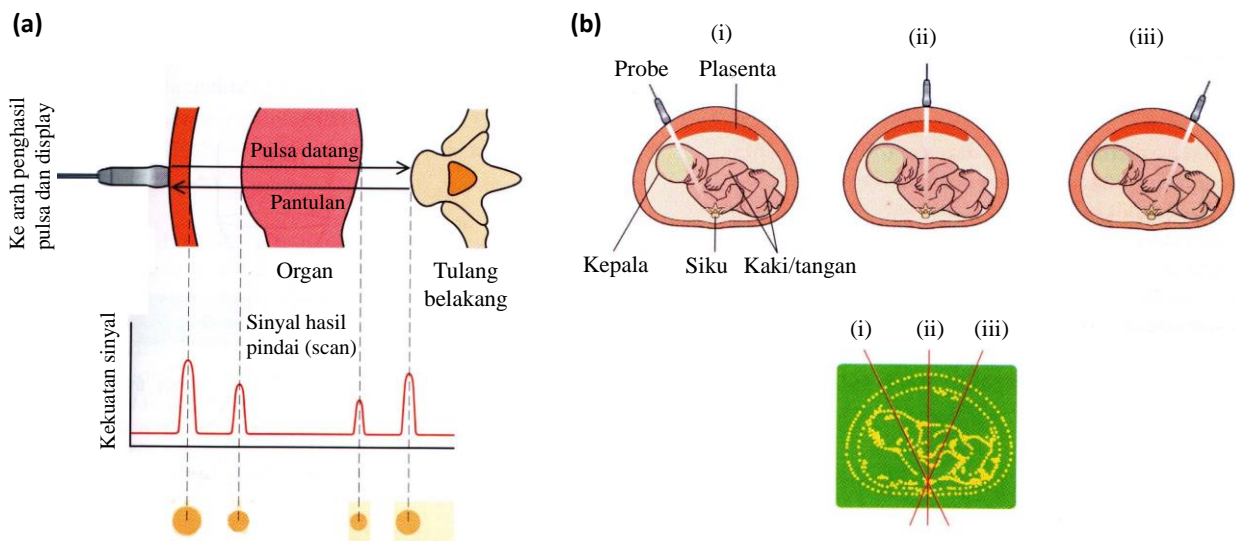
Ultrasonik adalah gelombang bunyi yang memiliki frekuensi di atas 20.000 Hz. Gelombang ini tidak dapat didengar oleh telinga. Namun, beberapa hewan seperti anjing dan kelelawar dapat mendengar bunyi ultrasonik.

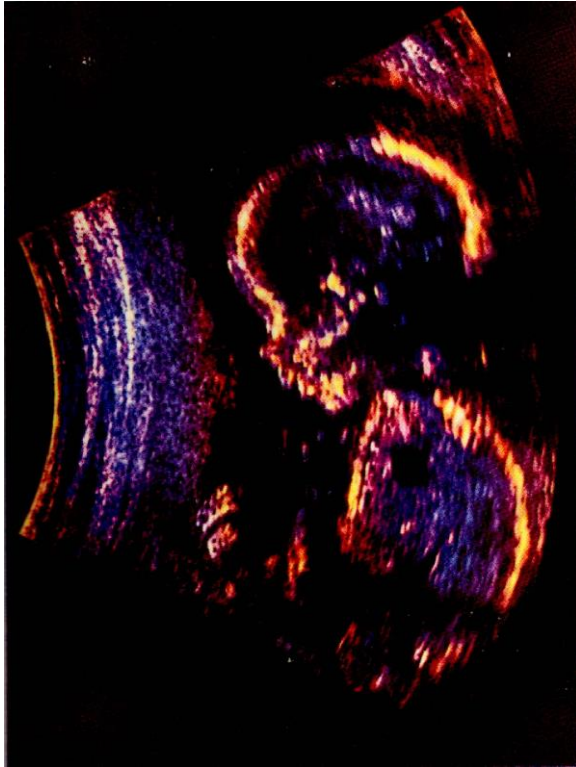
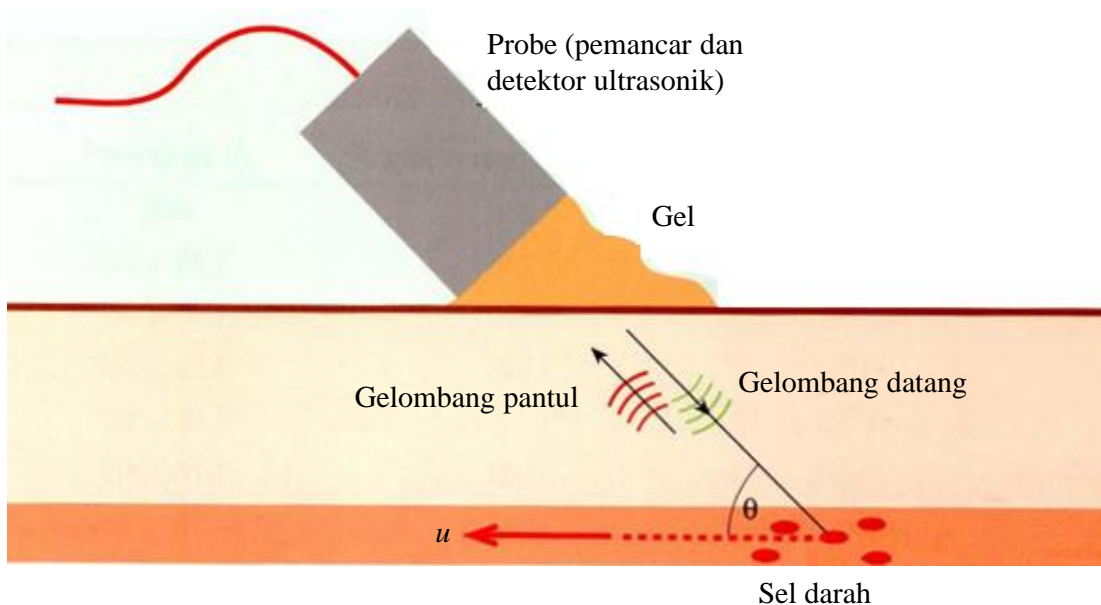
Walaupun tidak dapat didengar telinga, gelombang ultrasonik banyak dinamfaatkan manusia. Pemanfaatan yang paling banyak saat ini dijumpai dalam bidang kedokteran. Ketika gelombang ultrasonik berpindah dari satu medium ke medium lainnya di mana pada dua medium tersebut kecepatan gelombang berbeda maka yang terjadi adalah

i. Sebagian gelombang dipantulkan
ii. Sebagian gelombang dibiaskan (diteruskan) ke medium berikutnya
iii. Intensitas gelombang yang dipantulkan dan dibiaskan bergantung pada lagu gelombang pada dua medium.

Fenomena ini dilukiskan pada **Gambar 9.37**. Sifat ini dimanfaatkan untuk menyelidiki keadaan dalam tubuh menggunakan gelombang ultrasonik.

Gambar 9.37 Gelombang mengalami pemantulan dan pembiasan (transmisi) setiap melewati bidang batas dua medium

Pulsa ultrasonik yang diarahkan ke dalam tubuh akan dipantulkan ketika berpindah dari satu organ ke organ yang berbeda dalam tubuh. Detektor yang berada di luar mendeteksi intensitas gelombang yang

dipantulkan serta waktu yang diperlukan gelombang yang semula dipancarkan mencapai kembali detektor setelah mengalami pemantulan pada dinding-dinding organ. Informasi intensitas dan waktu tunda tersebut digunakan untuk menggambarkan bayangan organ tubuh. **Gambar 9.38** mengilustrasikan mekanisme deteksi keadaan bayi dalam tubuh ibu hamil dan **Gambar 9.39** adalah salah satu bentuk citra bersih yang diperoleh.

Gambar 9.38 Pulsa yang tampak pada layar merepresentasikan gelombang yang dipantulkan pada batas antara organ-organ dalam tubuh. Berdasarkan selang waktu antar dua pulsa setra tinggi pulsa maka bayangan organ dalam tubuh dapat dibuat (dengan komputer)

Aplikasi lain dari gelombang ultrasonic dalam kedokteran adalah untuk mengukur laju aliran daeah dalam nadi. Frekuensi gelombang ultrasonic yang digunakan dalam aplikasi ini biasanya 5 – 10 MHz. Sel-sel darah merah yang mengalir dalam tubuh berfungsi sebagai pemantul gelombang ultrasonic. Karena sel darah merah bergerak, maka berdasarkan efek dopler, frekuensi gelombang yang dipantulkan berbeda dengan frekuensi gelombang datang. Dengan menghitung selisih frekuensi tersebut maka laju aliran darah dapat dihitung.

Gambar 9.39 Contoh bayangan yang dibuat berdasarkan intensitas dan waktu tunda gelombang ultrasonik yang diarahkan ke perut ibu hamil. Bayangan seorang bayi terlihat dengan jelas.

Gambar 9.40 Skema pengukuran laju aliran darah dalam nadi menggunakan gelombang ultrasonic.

Berdasarkan **Gambar 9.40**, perubahan frekuensi gelombang ultrasonic yang dideteksi dapat dinyatakn dengan rumus

$$\Delta f = \frac{2 fu \cos\theta}{v} \tag{9.52}$$

dengan Δf perubahan frekuensi gelombang, f frekuensi gelombang ultrasonic yang digunakan, v laju perambatan gelombang ultrasonic dalam tubuh, u laju aliran sel darah merah, θ sudut yang dibentuk oleh arah gelombang ultrasonic dengan arah aliran sel darah merah.

9.12 Modulasi

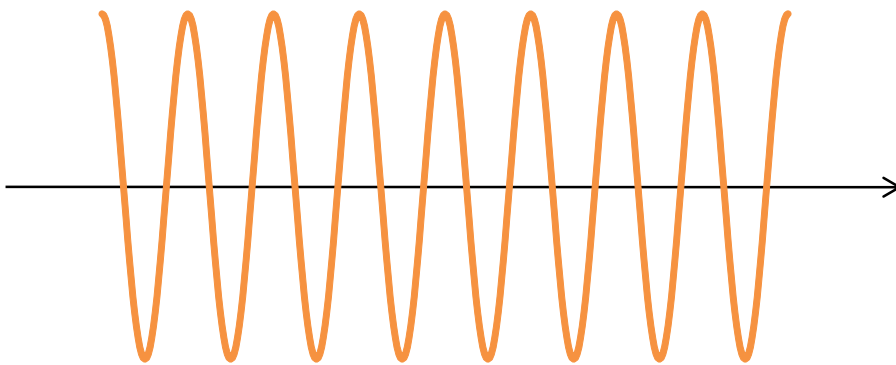
Topik terakhir yang akan kita bahas pada bab ini adalah tentang modulasi gelombang, khususnya gelombang elektromagnetik. Apa itu modulasi? Mari kita diskusikan.

Jika kita berbicara maka gelombang suara yang dihasilkan mulut merambat di udara hingga sampai ke telinga pendengar dan menggetarkan gendang telinga. Saat gelombang suara merambat maka terjadi penyerapan sebagian energy gelombang oleh molekul-molekuk di udara. Akibatnya makin jauh dari pembicara energy suara yang dihasilkan makin kecil sehingga suara yang didengar oleh pendengar makin kecil. Jika jarak pendengar sangat jauh, misalnya beberapa ratus meter maka suara yang kita hasilkan tidak bisa lagi didengar. Selurush energy suara yang kita hasilkan sudah habis diserap oleh udara. Dengan demikian, jika hanya mendalkan gelombang suara maka kita hanya dapat berkomunikasi hingga jarak beberapa puluh meter saja. Pertanyaan menarik adalah, bagaimana caranya kita bisa berkomunikasi dengan orang yang berada pada jarak hingga beberapa kilometer atau ratusan kilometer? Bagaimana cara kita mengirim sinyal suara ke orang yang jaraknya sangat jauh tersebut yang bahkan tidak dapat kita lihat? Inilah yang menjadi latar belakang teknologi modulasi. Lalu apa modulasi itu?

Setelah gelombang elektromagnetik ditemukan, para ahli mengetahui bahwa gelombang ini dapat merambat hingga jarak yang sangat jauh. Penyerapan gelombang elektromagnetik oleh udara sangat kecil sehingga gelombang tersebut dapat merambat tanpa kehilangan energy berarti hingga jarak ribuan kilometer. Bahkan gelombang elektromagnetik yang dipancar bitang-bintang yang berjarak miliaran tahun cahaya dapat mencapai bumi. Kalau begitu, apakah mungkin suara kita dibawa dengan gelombang elektromagnetik sehingga dapat mencapai jarak yang sangat jauh? Lalu bagaimana caranya?

Gelombang elektromagnetik bentuk sederhana adalah gelombang sinusoidal yang memenuhi persamaan umum

$$y_c = A\cos(k_c x - \omega_c t + \vartheta_0)$$

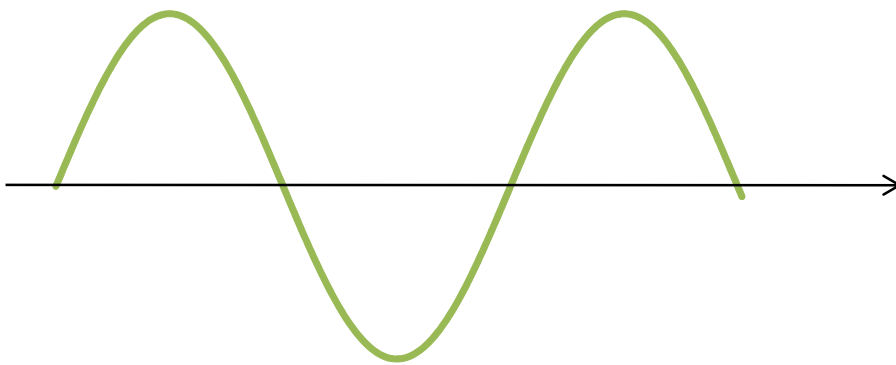
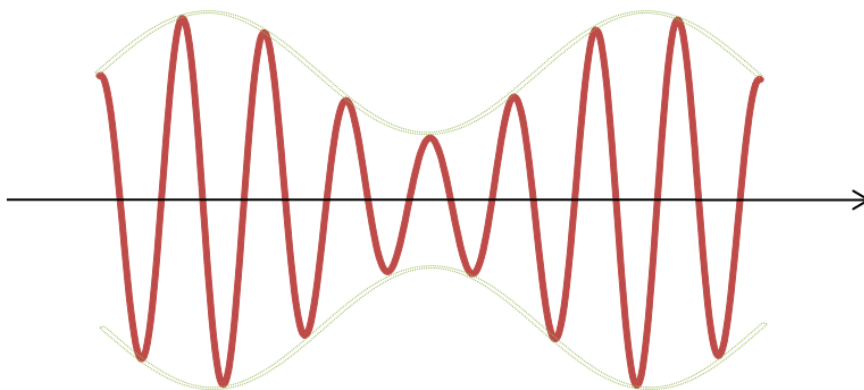
Di sini kita menggunakan indeks c untuk gelombang tersebut. Bentuk gelombang elektromagnetik sinusoidal tampak pada **Gambar 9.41**. tampak bahwa amplitudo selalu konstan. Gelombang elektromagnetik yang akan kita gunakan untuk membawa informasi seperti suara kita namakan gelombang pembawa.

Gambar 9.41 Bentuk gelombang elektromagnetik sinusoidal. Dalam komunikasi, gelombang elektromagnetik ini sering disebut gelombang pembawa.

Agar suara kita dapat dibawa oleh gelombang elektromagnetik tersebut maka yang kita lakukan adalah mengubah pola gelombang elektromagnetik tersebut. Pola delombang diubah sesuai dengan sinyal suara yang ingin kita kirim. Perubahan pola gelombang elektromagnetik dengan informasi yang ingin kita kirim (di sini informasinya adalah suara) dinamakan modulasi. Ada dua jenis modulasi yang yang sangat terkenal, yaitu modulasi amplitude dan modulasi frekuensi. Mari kita bahas secara ringkas satu per satu.

9.11.1 Modulasi amplitudo

Pada modulasi amplitudo atau *amplitude modulation* (AM) kita mengubah amplitude gelombang elektromagnetik sehingga memiliki pola seperti pola suara yang ingin kita kirim. Ketika sampai ke penerima, pola tersebut diekstrak kembali dan diubah menjadi sinyal suara. Akhirnya kita

mendengar suara yang dikirim dari jarak yang sangat jauh.

Sebagai ilustrasi, kita ingin mengirim sinyal suara seperti pada **Gambar 9.42**. Ingat, frekuensi suara sangat kecil sedangkan frekuensiu gelombang elektromagnetik pembawa kebanyakan beraad dalam daerah gelombang radio atau gelombang mikro. Gelombang hasil modulasi yang kita kirim menjadi seperti pada **Gambar 9.43**. Inilah gelombang hasil modulasi amplitude. Perhatikan perubahan amplitudo yang persis sama dengan perubahan pola gelombang suara yang akan dikirim. Detektor pada bagian penerima tinggal mendeteksi pola perubahan amplitude gelombang tersebut, dan pola tersebut sesuai dengan sinyal suara yang dikirim. Setelah dideteksi maka diperoleh sinyal yang sama dengan sinyal suara semula.

Gambar 9.42 Contoh sinyal suara yang akan ditumpangkan pada gelombang elektromagnetik pembawa

Gambar 9.43 Pola gelombang hasil modulasi amplitudo

Modulasi amplitude memiliki kekurangan, yaitu sangat rentan terhadap gangguan. Jika selama perambatan terjadi gangguan listrik di udara seloama pengiriman seperti terjadi petir maka amplitude gelombang

dapat berubah, tidak sesuai dengan ampliutudo yang dikirim semula. Saat sampai ke peneruima, amplitude gelombang sudah berubah. Karena detector mendeteksi perubahan amplutido gelombang, maka sinyak suara yang dideteksi mengalami gangguan, tidak persis sama dengan sinyal suara yang dikirim.

9.11.2 Modulasi Frekuensi

Modulai kedua dalah modulasi frekuensi. Pada modulasi ini bukan amplitude yang diberi pola tetapi frekueensi gelombang pembawa. Frekuensi gelobang pembawa sedikit diubah dari frekuensi semua. Besarnya perubahan bergantung pada kekiuatan sinyal pembawa. Jadi, frekuensi gelombang yang dikirim memiliki frekuensi yang memenuhi

$$\omega = \omega_c + \gamma \int x_m(t)dt$$

di mana

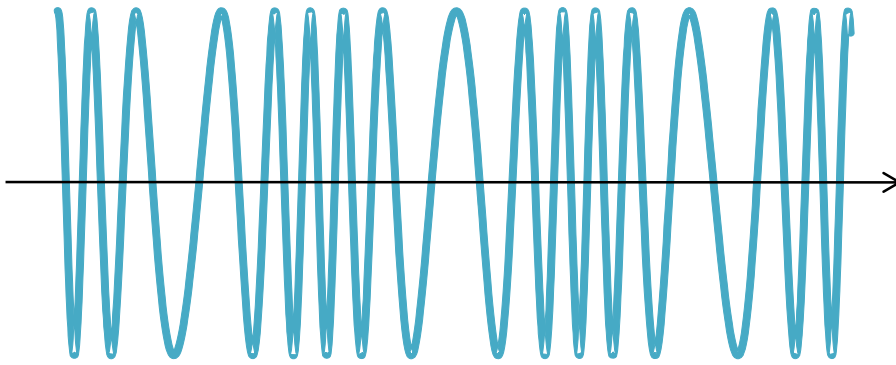
$x_m(t)$ adalah sinyal suara yang akan dikirim

γ adalah sebuah factor (konstanta).

Misalkan kita ingin mengirim sinyal suara berbentuk sinusoidal, $x_m = X_0 \cos(\omega_a t)$ maka frekuesi gelombang elektromagnetik yang dikirim menjadi

$$\omega = \omega_c + \gamma \int X_0 \cos(\omega_a t)dt$$

$$= \omega_c + \frac{\gamma X_0}{\omega_a} \sin(\omega_a t)$$

Dengan frekuensi seperti ini maka bentuk gelombang yang dikirim menjadi seperti pada **Gambar 9.44.** Amati perubahan kerapatan dan kerenggangan frekuensi. Kerapatan atau kerenggangan tersebut ditentukan oleh sinyal suara atau informasi yang dibawa. Pada bagian detector, sinyak yang dibawa diekstrak kiembali dari pola perubahan frekuensi.

Gambar 9.44 Pola gelombang hasil modulasi frekuensi

Jika selama perambatan gelombang terjadi gangguang listrik di udara maka amplitude bisa berubah, namun frekuensi hamper tidak terganggu. Tetapi karena yang akan diekstrask buka perubahan emplitudo melainkan perbuahan frejuensi maka gangguan tersebut tidak mengubah pola informasi yang dikirim. Dengan perkataan lain, modulasi frekuensi lebih imun dari gangguan udara. Itulah penbebanya mengapa r4adio FM memiliki suara lebih jernih daripada radio AM.

Soal-Soal

Dawai piano memiliki frekuensi dasar 440 Hz. Panjang bagian dawai yang bergetar adalah 32 cm dan massanya 0,35 g. Berapa tegangan dawai tersebut?

a) Berapakah frekuensi resonansi yang kamu harapkan ketika meniup udara di atas tutup botol soda kosong yang memiliki kedalaman 15 cm? B) Berapakah frekuensinya jika botol tersebut berisi soda sepertiganya? Kecepatan gelombang di udara adalah 340 m/s.

Sebuah pipa organa memiliki panjang 112 cm. Berapa frekuensi nada dasar dan tiga nada atas yang bisa didengar jika pipa organa tersebut (a) tertutup? (b) terbuka? Laju perambatan gelombang di udara 340 m/s.

Sebuah pipa organa dapat beresonansi pada frekuensi 264 Hz, 440 Hz, dan 616 Hz, tetapi tidak pada frekuensi lain antara 264 dan 616 kecuali pada 440 Hz. (a) Apakah pipa organa ini terbuka atau tertutup? (b) berapakah

frekuensi dasar pipa ini?

Berapa banyak nada atas yang muncul di dalam daerah pendengaran jika pipa organa sepanjang 2,44 m ditiup pada suhu 20 ^{o}C? (a) Jika pipa tersebut terbuka dan (b) jika pipa tersebut tertutup?

Dua buah mobil dilengkapi dengan sirine yang menghasilkan frekuensi yang sama. Ketika satu mobil diam dan yang lainnya sedang bergerak menuju ke arah pengamat yang diam dengan laju 15 m/s, pengamat tersebut mendengar pelayangan 5,5 Hz ketika sirine dua mobil dibunyikan bersama. Jika laju gelombang di udara 340 m/s, berapakah frekuensi sirine?

Frekuensi sirine sebuah kereta adalah 522 Hz ketia sedang bergerak ke arah kamu dan berubah menjadi 486 Hz ketika berjauh menjauhi kamu. Jika kecepatan gelombang di udara 340 m/s, berapakah laju kereta?

Dua gelombang bunyi memiliki amplitudo pergeseran yang sama, tetapi salah satu memiliki frekuensi dua kali yang lainnya. Berapa perbandingan intensitasnya?

Berapa level intensitas (dalam dB) suatu gelombang bunyi di udara yang memiliki amplitudo pergeseran molekul udara 1,3 mm dan dan frekuensi 260 Hz.

Sebuah tabung yang penampangnya seragam memiliki panjang 1,8 m terbuka pada dua ujungnya. Tabung tersebut beresonansi pada dua harmonik berurutan dengan frekuensi 275 Hz dan 330 Hz. Berapa laju perambatan bunyi pada gas dalam tabung?

Sebuah pipa di udara 20 oC dirancang untuk menghasilkan dua harmon ik berurutan pada frekuensi 240 Hz dan 280 Hz. (a) Berapakah panjang pipa tersebut dan (b) apakah pipa terbuka atau tertutup? Kecepatan rambat bunyi pada suhu 20 oC adalah 343 m/s.

Dua mobil P dan Q sedang melaju di jalan raya dalam arah yang sama. Mobil P yang berada di depan bergerak dengan laju konstan 12 m/s dan mobil Q yang berada di belakang bergerak dengan laju konstant 20 m/s. Mobil Q membunyikan klakson dengan frekuensi tertentu sehingga pengendara di

mobil P mendengar bunyi tersebut pada frekuensi 830 Hz. Berapakah frekuensi klakson menurut pengendara mobil Q sendiri? Kecepatan rambat bunyi di udara adalah 340 m/s.

Sebuah mobil yang sedang bergerak pada jalan lurus dengan laju 15 m/s membunyikan klakson. Di jalan tersebut terdapat dua orang pengamat X dan Y. Pengamat X mendengar bunyi klakson pada frekuensi 538 Hz sedangkan pengamat Y mendengar pada frekuensi yang lebih rendah.
a) Apakah mobil sedang bergerak meunu ke arah pengamat X atau ke arah pengamat Y?
b) Adakah perbendaan frekuensi yang didengar oleh pengamat X dan Y jika mobil berhenti lalu membunyikan klaksonnya?
c) Jika laju rambat bunyi di udara 340 m/s, berapakan frekuensi yang didengar pengamat Y saat pengamat X mendengar bunyi klakson pada frekuensi 538 Hz?

Sebuah kereta api yang sedang berhenti di stasion membunyikan sirine sebelum bergerak, dan pengamat yang sedang duduk di stasion memperkirakan frekuensi bunyi sirine adalah 1200 Hz. Kereta api kemudian bergerak dengan percepatan tetap. Lima puluh menit sejak mulai bergerak masinis membunyikan sirine kembali dan pengamat di stasiun memperkirakan frekuensi yang didengar adalah 1140 Hz. Hitunglah laju kereta api 50 detik sejak berangkat. Laju gelombang di udara adalah 340 m/s.

Spektrum absoprsi suatu galaksi diukur dan gelombang pada salah satu spektrumnya diidentifikasi merupakan garis H dari atom kalsium. Panjang gelombang spectrum tersebut ternyata 478 nm. Ketika ketika spectrum tersebut dihasilkan di laboratorium diukur panjang gelombangnya 397 nm.
a) Apakah galaksi tersebut sedang bergerak menuju bumi atau menjauhi bumi?
b) Jika laju rambat cahaya 3×10^8 m/s, hitunglah laju galaksi relatif terhadap bumi.

Frekuensi sirine mobil posisi ketia diam adalah 1800 Hz. Berapa frekuensi yang akan kamu dengar jika kamu bergerak ke arah mobil yang diam dengan laju 30 m/s dan berapa frekuensi yang kamu dengar jika kamu menjauhi mobil posisi dengan laju 30 m/s. Laju bunyi di udara 330 m/s.

Kelelawar yang sedang diam mengelurkan gelombang dengan frekuensi 50 000 Hz. Sebuah benda yang sedang bergerak menjauhi kelelawar dengan laju 25 m/s memantulkan gelombang tersebut ke arah kelelawar. Berapakah frekuensi gelombang pantulan yang diterime kelelawar?

laju aliran darah dalam aorta sekitar 0,32 m/s. Berapakah frekuensi pelayangan yang akan didengar jika gelombang ultrasonic dengan frekuensi 5,5 MHz diarahkan ke aorta dan dipantulkan kembali oleh sel darah merah. Anggap laju perambatan gelombang dalam tubuh $1{,}54 \times 10^3$ m/s.

Pelayangan dihasilkan oleh dua loudspeaker berbeda, yang masing-masing beroperasi pada frekuensi 450 Hz dan 550 Hz. Sebuah mikrofon digunakan untuk mendereksi gelombang yang dihasilkan dua loudspeaker untuk ditampilkan di osiloskop sehingga bentuk gelombang yang dihasilkan dapat ditampilkan di layar osiloskop.
(a) Hitung frekuensi pelayangan dan selang waktu antara dua pelayangan
(b) Berapa frekuensi gelombang resultan

Ketika dua buah garpu tala A dan B dibunyikan bersama dihasilkan pelayangan 8 Hz. Frekuensi garpu tala A diketahui, yaitu 512 Hz. Ketika pada garpu tala B ditempeli bagian kecil plastisin, dan garpu tala A dan B dibunyikan bersama lagi didengar pelayangan 2 Hz. Berapakah frekuensi garpu tala B?

Sebuah gelombang berdiri dihasilkan pada seutas tali pada frekuensi 438 Hz. Jarak antara dua simpul yang terbentuk adalah 45 cm.
a) Hitunglan panjang gelombang pada tali
b) Jika tegangan tali 85 N, hitunglah massa tali per satuan panjang
c) Jika diameter tali 0,28 mm hitunglah massa jenis material tali.

Sebuah garpu tala yang menghasilkan frekuensi 256 Hz digunakan untuk menset dawai sonometer sehingga panjang dawai yang harus diset adalah 0,85 m. Jika kemudian panjang dawai dikurangi menjadi 0,80 m
a) Berapa frekuensi yang dihasilkan dawai pada panjang yang baru ini?
b) Berapa frekuensi pelayangan yang didengar ketika dawai yang telah diperpendek dan garpu tala dibunyikan bersama?

Ketika tidak dijepit dengan jari, dawai gitar bergetar dengan frekuensi 294 Hz. Berapakah frenuensi geratan dawai gitar jika jari menjepit gitar pada posisi sepertiga panjang dawai dan bagian dawai yang digetarkan adalah yang panjangnya dua pertiga panjang semula?

Jika dua nada atas berurutan pada tali memiliki panjang frekuensi 280 Hz dan 350 Hz, berapakah frekuensi nada dasarnya?

(a) Jika tegangan tali diubah sebesar ΔF_T yang cukup kecil perlihatkan bahwa frekuensi nada dasar beubah sebesar $\Delta f = \frac{1}{2}(\Delta F_T / F_T) f_1$. (b) Berapa persen tegangan tali piano harus diubah agar frekuensi nada dasar meningkat dari 438 Hz ke 442 Hz?

Perkirakan berapa intensitas dua nada atas pertama dibandingkan dengan intensitas nada dasar dari bunyi yang dihasilkan biola?

Seutas kawat baja tergantung secara vertical pada satu titik tetap. Kawat tersebut menahan beban 80 N pada ujung bawahnya. Panjang kawat dari posisi beban ke titik gantungan adalah 1,5 m. Jika massa jenis kawat adalah 7800 kg/m3 dan diameter kawat 0,5 mm, hitunglah frekuensi nada dasar yang dihasilkan kawat jika digetarkan.

Dawai biola mempunyai frekuensi nada dasar 400 Hz. Panjang bagian dawai yang sedang bergetar adalah 32 cm dan massanya 0,35 g. Berapakah tegangan dawai?

Dawai gitar yang tidak dijepit dengan jari memiliki panjang 0,7 m dan dipetik hingga menghasilkan frekuensi nada dasar 330 Hz. Berapa panjang dari ujung dawai tersebut harus dijepit dengan jari agar dihasilkan frekuensi nada dasar 440 Hz?

Serorang perakit piano mendengar satu layangan tiap 2 detik ketika mencoba mengatur dua dawai piano. Salah satu dawai bergetar dengan frekuensi 440 Hz. Maka frekuensi dawai yang lainnya adalah ….

Sebuah anjing mainan menggongong dengan frekuensi 23,5 Hz sedangkan anjing mainan yang lain menggonggong pada frekuensi yang tidak diketahui. Masing-masing frekuensi tidak dapat didengar oleh telinga manusia. Namun,

jika gonnggongan dua mainan tersebut terjadi bersamaan, bunyi dengan frekuensi 5000 Hz dapat didengar. Perkiarakan berapa frekuensi gonggongan anjing mainan kedua.

Sebuah dawai gitar menghasilkan pelayangan 4 Hz ketika dibunyikan bersama garpu tala yang memiliki freksi 350 Hz dan menghasilkan pelayangan 9 Hz ketika dibunyikan bersama garpu tala 355 Hz. Berapakah frekuensi dawai gitar?

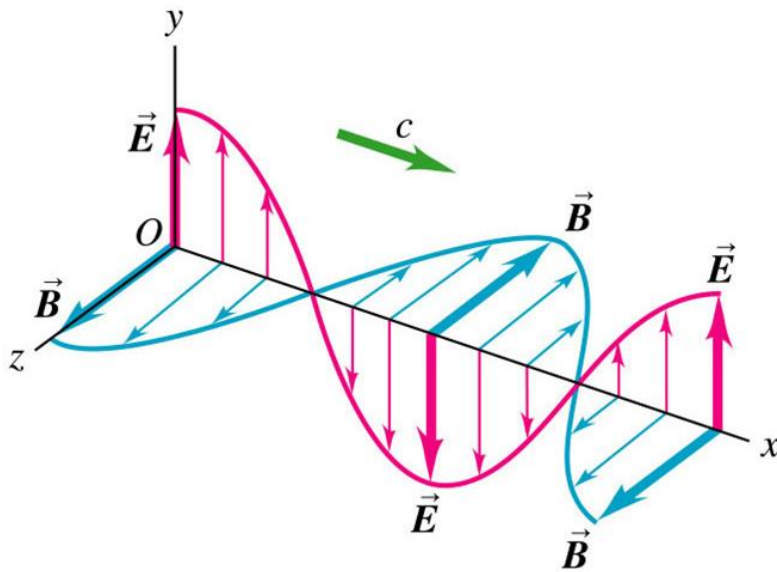
Dua dawai piano yang diduga bergetar pada frekuensi 132 Hz menghasilkan tiga kali palayangan dalam dua detik. (a) Jika salah satu dawai bergetar pada frekuensi 132 Hz, berapakah frekuensi getaran dawai lainnya? (b) Agar frekuensi getar dua dawai persis sama, berapa persenkan tegangan dawai kedua harus diubah?

Dua dawai biola masing-masing menghasilkan frekuensi 294 Hz. Tegangan salah satu dawai kemudian dikurangi 1,5 persen. Berapakah frekuensi pelayangan yang terdengar?

Bab 10
SIFAT OPTIK GELOMBANG ELEKTROMAGNETIK

Seperti sudah kita pelajari pada ban sebelumnya, gelombang adalah osilasi yang merambat. Contohnya gelombang air adalah perambatan osilasi permukaan air, gelombang tali adalah perambatan osilasi bagian tali, dan gelombang bunyi di udara adalah perambatan osilasi molekul-molekul gas di udara. Pada bab ini kita akan pelajari satu jenis gelombang yang sangat khas dan sangat luar biasa pemanfaatannya bagi kehidupan kita di abad modern ini. Gelombang tersebut adalah gelombang elektromagnetik. Gelombang elektromagnetik adalah perambatan osilasi medan listrik dan medan magnet seperti diilustrasikan pada **Gambar 10.1**. Medan listrik disimbolkan dengan E dan medan magneti disimbolkan dengan B.

Gelombang elektromagnetik dapat merambat dalam ruang hampa atau medium tertentu. Sampainya cahaya matahari dan bintang-bintang ke bumi menunjukkan kemampuan gelombang elektromagnetik merambat dalam ruang hampa. Cahaya yang menembus air dan gelas menunjukkan kemapuan perambatan gelombang elektromagnetik dalam sejumlah bahan. Tetapi tidak semua bahan dapat dilewati gelombang elektromagnetik. Logam adalah contoh bahan yang tidak dapat dilewati gelombang elektromagnetik.

Dalam ruang hampa atau dalam medium yang tidak memiliki sifat magnetik, arah osilasi medan listrik dan medan magnet tegak lurus arah rambat. Jadi dalam ruang hampa atau dalam medium non magnetik, gelombang elektromagnetik merupakan gelombang transfersal. Tetapi dalam medium magnetik, gelombang elektromagnetik tidak selalu transversal.

Gambar 10.1 Ilustrasi osilasi medan listrik dan magnet pada gelombang elektromagnetik. B adalah simbol untuk medan magnet dan E adalah simbol untuk medan listrik. Umunya, arah osilasi medan listrik dan medan magnet saling tegak lurus. Namun, dalam material tertentu arah osilasi medan listrik dan medan magnet tidak selalu tegak lurus.

10.1 Laju perambatan gelombang elektromagnetik

Gelombang elektromagnetik adalah gelombang yang merambat dengan laju yang sangat tinggi. Dalam ruang hampa, laju perambatan gelombang elektromagnetik memenuhi persamaan

$$c_0 = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \tag{10.1}$$

di mana

μ_0 adalah permeabilitas ruang hampa = $4\pi \times 10^{-7}$ N/A^2

ε_0 adalah permitivitas ruang hampa = $8{,}854 \times 10^{-12}$ F/m.

Dengan memasukkan nilai tersebut maka laju gelombang elektromagnetik dalam ruang hampa adalah

$$c_0 = 2{,}997\ 924\ 58 \times 10^8 \text{ m/s}$$

yang seringkali dibulatkan menjadi 3×10^8 m/s. Laju perambatan gelombang elektromagnetik dalam raung hampa merupakan batas

maksimum laju yang dapat dicapai di alam semesta. Sebagai ilsutrasi, dalam satu detik, gelombang elektromagnetik dapat mengelilingi bumi sebanyak 7,5 kali. Dalam medium, laju perambatan gelombang elektromagnetik berkurang. Dalam intan, cahaya, yang merupakan salah satu jenis gelombang elektromagnetik merambat dengan laju 1,24 × 10^8 m/s.

Di dalam material, laju perambatan gelombang elektromagnetik lebih kecil daripada dalam ruang hampa. Secara umum, laju perambatan gelombang elektromagnetik dalam material mememenuhi persamaan

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_r \mu_0 \kappa \varepsilon_0}} \quad (10.2)$$

di mana

μ_r disebut permeabilitas relative material

κ disebut konstanta dielektrik material

Tabel 10.1 Permeabilitas relative dan constant dielektrik sejumlah material

Material	Konstanta Dielektrik
Vakum	1
Udara	1,00058986 ±0,00000050
Teflon	2,1
Ploietilen	2,25
Mika	3-6
Silikon dioksida	3,9
Safir	8,9-11,1
Glas pirex	3,7 - 10
Intan	5,5 - 10
Garam	3 – 15
Silikon	11,68
Amonia	17 – 26
Metanol	30
Etilen glikol	37
Gliserol	41,2 – 42,5
Air	1,77

Konstanta dielektrik relatif material yang dapat ditembus cahaya sangat bervariasi. Namun permeabilitas relatif hampir semuanya mendekati

satu. Material dengan permeabilitas relatif di atas satu umumnya tidak dapat dilewati cahaya karena material tersebut merupakan material magnetik yang umumnya tidak transparan. Jadi, secara umum laju rambat cahaya dalam material hanya bergantung pada konstanta dielektrik. Tabel 10.1 adalah contoh konstanta dielektrik sejumlah material.

Dengan sumsi bahwa $\mu_r = 1$ untuk material yang dapat ditembus cahaya maka persamaan (10.2) dapat ditulis ulang sebagai berikut

$$c = \frac{1/\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}{\sqrt{\kappa}}$$

$$= \frac{c_0}{\sqrt{\kappa}}$$

Kita definisikan indeks bias material menurut persamaan

$$n = \sqrt{\kappa} \qquad (10.3)$$

Dan laju perambatan gelombang elektromagnetik dalam material memenuhi

$$c = \frac{c_0}{n} \qquad (10.4)$$

Persamaan (10.4) merupakan persamaan yang sudah sering kita gunakan.

Khusus untuk material yang bersifat non magnetic maka μ_r = 1 sehingga indeks bias material memenuhi $n = \sqrt{\kappa}$. Jadi, konstanta dielektrik material non magnetic langsung menentukan indeks bias. Jika konstanta dielektrin material yang bersifat non magnetic diketahui maka indeks bias langsung diketahui dengan mengambil akarnya. Sebaliknya, kudrat indeks bias merupakan konstanta dielektrik material non magnetic tersebut.

Ada yang menarik dari sifat medan yang terkandung dalam gelombang elektromagnetik. Rasio antara medan listrik dan medan magnet dalam gelombang tersebut selalu konstan dan sama dengan laju perambatan gelombang. Jadi, laju perambatan gelombang elektromagnetik juga memenuhi

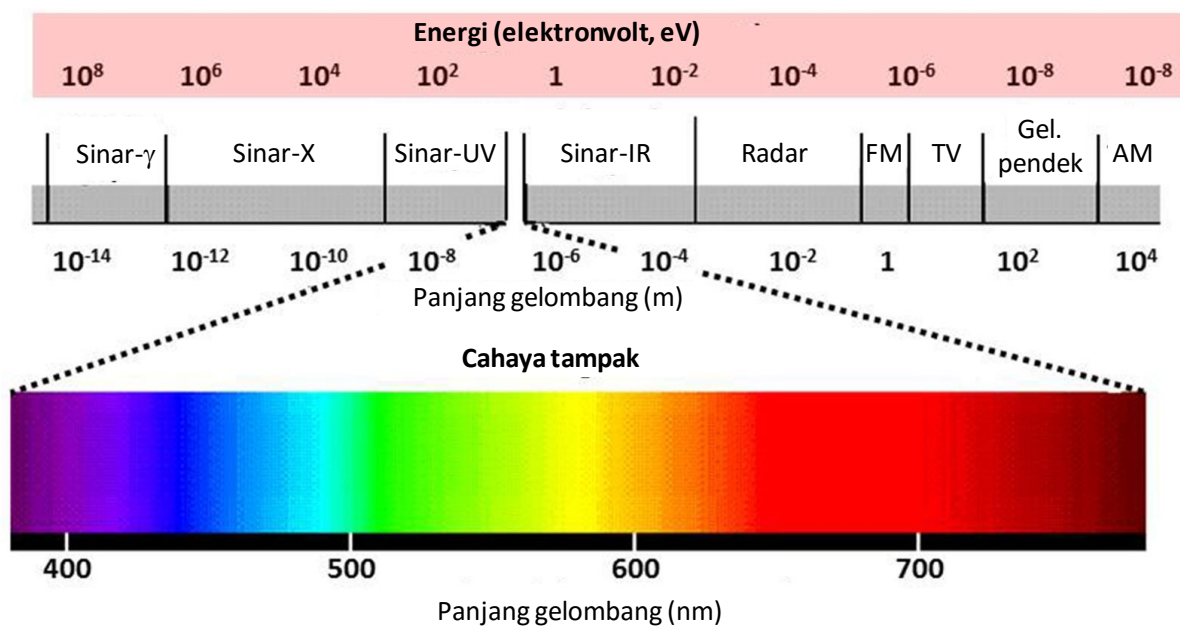
$$c = \frac{E}{B} \qquad (10.5)$$

Ini berarti bahwa besarnya medan magnet dan medan listrik dalam gelombang elektromagnetik tidak boleh sembaran. Jika salah satu medan telah tertentu maka medan yang lain juga telah tertentu dan memenuhi persamaan (10.5).

10.2 Spektrum gelombang elektromagnetik

Gelombang elektromagnetik merupakan gelombang dengan sebaran frekuensi yang paling luas. Frekuensi gelombang elektromagnetik tersebar mulai dari 10^2 Hz sampai di atas 10^{23} Hz. Hubungan antara laju, frekuensi, dan panjang gelombang diberikan oleh

$$c = \lambda f \qquad (10.6)$$

dengan λ panjang gelombang dan f frekuensi.

Gambar 10.2 Spektrum gelombang elektromagnetik

Jangkauan frekuensi gelombang elektromagnetik yang sangat lebar tersebut dikelompokkan atas sejumlah spectrum yang memiliki bidang aplikasi berbeda-beda. **Gambar 10.2** adalah pembagian kelompok gelombang elektromagnetik yang disepakati saat ini.

Gelombang radio

Tahun 1901 Guglielmo Marconi berhasil mengirim gelombang radio dengan frekuensi 1 MHz menyeberangi samudera Atlantik. Gelombang tersebut merambat mengikuti kelengkungan bumi karena mengalami pantulan oleh lapisan konduktif di atmosfer yang disebut ionosfer. Saat ini gelombang readio dipancarkan dari stasion radio dan televisi untuk mengirimkan informasi ke pemirsa.

Gambar 10.3 Teleskop radio di Arecibo Observatory, Peurto Rico. Teleskop ini memiliki diameter 308 meter dan beroperasi sejak 1960. Salah satu penemuan utama teleskop ini adalah koreksi periode rotasi planet Mercurius. Semula diduga planet ini memiliki periode rotasi 88 hari. Namun, pengamatan dengan telespop ini tahun 1964 menunjukkan bahwa periode rotasi planet Mercurius hanya 59 hari. Dengan teleskop ini, tahun 1968 ditemuka pulsar Kepiting (Crab pulsar) Pada tahun 1974, Hulse and Taylor menemukan pulsar biner pertama dengan teleskop ini yang mengantrakan mereka meraih hadaiah Nobel Fisika tahun 1982. . Pata tahun 1994 ditemkan planet extrasolar (di luar tata surya) dan pada tahun yang sama John Harmon memetakan distribusi es di kutup planet Merkurius.

Gelombang mikro

Tahun 1946, Percy Le Baron Spencer mengamati bahwa gula-gula yang ada di saku celananya meleleh ketika ia sedang bekerja dengan gelombang mikro. Dalam jangka satu tahun, perusahaannya berhasil

membuat dan memasarkan oven microwave pertama. **Gambar 10.4** adalah contoh oven microwave yang digunakan saat ini. Oven ini umumnya digunakan untuk memasak atau menhangatkan makanan yang sudah matang. Proses pemanasan cukup singkat dan umumnya hanya memanaskan makanan yang mengandung air.

Tabel 10.2 Klasifikasi gelombang radio

Klasifikasi	**Jangkauan frekuensi**	**Jangkauan panjang gelombang**
VLF (very low frequency)	3 – 30 kHz	100 – 10 km
LF (low frequency)	30 – 300 kHz	10 – 1 km
MF (medium frequency)	300 – 3000 kHz	1000 – 100 m
HF (high frequency)	3 – 30 MHz	100 – 10 m
VHF (very high frequency)	30 – 300 MHz	10 – 1 m
UHF (ultrahigh frequency)	300 – 3000 MHz	100 – 10 cm
SHF (superhigh frequency)	3 – 30 GHz	10 – 1 cm
EHF (extremely high frequency)	30 – 300 Ghz	10 – 1 mm

Gelombang mikro digunakan untuk memancarkan sinyal televisi dan telepon melalui cakram logam yang dipasang di pemancar-pemancar. Radiasi latar belakang microwave (microwave background radiation) merupakan sisa proses dentuman besar (big bang) dan berasal dari semua arah di alam semesta.

Gelombang inframerah

Radiasi inframerah ditemukan tahun 1800 oleh William Herschel. Semua benda yang hangat memancarkan gelombang inframerah. Gelombang inframerah dapat menembus asap maupun debu lebih mudah daripada cahaya tampak sehingga detektor inframerah digunakan oleh tim penyelamat untuk mendeksi orang atau oleh tentara dalam penyerangan dalam tempat berasap. **Gambar 10.5** adalah contoh detector inframerah. Citra ditampilkan berdasarkan perbedaan suhu permukaan benda. Inframerah juga hanya sedikit dihambat oleh debu antarbintang dibandingkan dengan cahaya tampak dan infrared astronomy satellite

(IRAS) memanfaatkan sifat ini untuk mengkaji langit.

Gambar 10.4 Oven microwave yang menggunakan gelombang mikro untuk memanaskan bahan, khsusunya makanan

Gambar 10.5 Contoh detector inframerah. Karena suhu tubuh manusia berbeda dengan suhu lingkungan maka citra orang meskipun di tempat yang gelap dapat dihasilkan. Citra yang ditangkap oleh sensor didasarkan suhu yang dihasilkan oleh sumber (http://www.wisegeek.org)

Cahaya tampak

Cahaya tampak adalah gelombang elektromagnetik yang sangat membantu manusia atau hewan untuk melihat benda-benda di sekelilingnya. Sel-sel dalam retina sangat sensitive pada cahaya tampak. Hanya bayangan benda yang dihasilkan oleh cahaya tampak yang dapat dideteksi retina. Cahaya tampak dapat dihasilkan oleh benda yang suhunya cukup tinggi, seperti matahari, api, atau filamen dalam lampu. Cahaya tampak juga dihasilkan akibat transisi electron dalam atom dari keadaan dengan energi tinggi ke keadaan dengan energi rendah.

Gelombang ultraviolet

Sinar ultraviolet dihasilkan akibat perubahan ringkat energi electron dalam atom. Sinar ultraviolet sering digunakan untuk memendarkan material yang disebut fosfor untuk berpendar sehingga menghasilkan warna tertentu. Beberapa lampu yang menghasilkan warna tertentu sebenarnya di bagian dalamnya mengandung lapisan bahan fosfor. Di dalam lampu tersebut dibangkitkan sinar ultraviolet, yang apabila mengenati lapisan fosfor terjadi perpendaran dengan memancarkan warna tertentu. Sinar ultraviolet cukup energetic dan dapat mengionisasi atom sehingga berbahaya untuk sel-sel hidup yang dapat meyebabkan kanker kulit.

Sinar-X

Sinar-X dihasilkan ketika electron diperlambat dalam waktu yang sangat singkat, misalnya saat electron yang berkecepatan sangat tinggi dihentikan akibat tumbuykan dengan permukaan logam. Sinar-X pertama kali ditemukan oleh Willian Rontgern (1845-1923), ketika melakukan percobaan dengan sinar katoda. Ia mengamati bahwa layar fosfor yang jaraknya beberapa meter dari sinar katoda mengalami perpendaran. Diamati juga bahwa sinar-X dapat memenbus dengan mudah bagian tubuh yang lunak, tetapi diserap oleh material yang lebih rapat seperti logam dan tulang. Sejak saat itu, sinar-X digunakan dalam kedokteran untuk mengamati kerusakan pada tulang, seperti tulang patah.

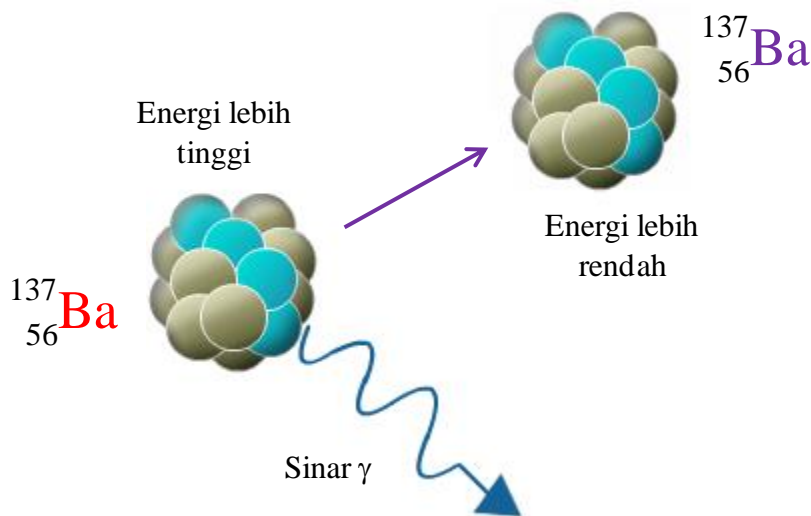
Gambar 10.6 adalah contoh tulang lengan patah yang difoto menggunakan sinar-X. Sinar-X ditembakkan dari depan menuju ke arah lengan. Di belakang lengan disimpan film yang sensitif terhadap sinar-X. Sinar-X dapat menembus danging secara mudah sehingga menghasilkan pengaruh besar pada film. Sementara tulang menahan hampir semua sinar-X sehingga tidak mencapai film. Perbedaan sifat film yang dikenai

sinar-X inilah yang menghasilkan citra seperti pada **Gambar 10.6**.

Gambar 10.6 Foto sinar-X tangan yang memperlihatkan tulang lengan yang patah

Sinar gamma

Sinar gamma dihasilkan akibat perubahan susunan inti atom akibat peluruhan radioaktif. Seperti diilustrasikan pada **Gambar 10.7**, ketika inti radioaktif melakukan perubahan ke kondisi dengan enegri lebih rendah maka dipancarkan sinar gamma. Pada perubahah tersebut, baik nomor atom maupun nomor massa tidak berubah. Sinar gamma juga dihasilkan ketika terjadi reaksi nuklir, atau pemusnahan partikel elementer. Contohnya pertemuan electron negative dan electron positik (positron) menghasilkan sinar gamma. Sinar gamma sangat energetic dan memiliki kemampuan penembusan yang kuat.

Mengapa transisi dalam inti atom menghasilkan sinar gamma? Inti atom tersusun oleh proton dan neutron yang berada pada jarak yang sangat dekat. Gaya antar partikel-partikel tersebut luar biasa besarnya. Akibatnya energi potensial yang dihasilkan amat besar. Dengan demikian, perubahan sedikit saja pada penyusunan partikel-partikel tersebut menghasilkan perubahan energi yang sangat besar. Perubahan energi tersebut bersesuaian dengan energi foton sinar gamma. Oleh karena itu, transisi keadaan ini yang menuju ke keadaan energi lebih rendah akan disertai pemancaran sinar gamma. Sebaliknya, transisi keadaan inti ke keadaan dengan energi lebih tinggi akan diikuti oleh penyerapan sinar gamma.

Gambar 10.7 Salah satu cara produksi sinar gamma, yaitu melalui transisi inti atom radioaktif dari keadaan dengan energy tinggi ke keadaan dengan energy rendah. Dalam transisi tersebut tidak ada perubahan nomor atom maupun nomor massa, hanya inti atom menjadi lebih stabil karena energinya lebih rendah.

10.3 Pemantulan cahaya

Sekarang kita focus pada gelombang elektromagnetik yang paling akrab dengan kita, yaitu cahaya. Kita akan pelajari sifat-sifat cahaya septerti pemantulan, pembiasan, interferensi, difraksi, dan polarisasi. Kita akan mulai dengan fenomena pemantulan. Meskipun fenomena pemantulan gelombang telah kita bahas sepintas pada Bab 8, namun di sini kita bahas lagi secara lebih komprehensif. **Gambar 10.8** adalah contoh peristiwa pemantulan pemandangan gunung dan hutan oleh permukaan air. Permukan air jernih yang tenag berperilaku sebagai sebuah cermin datar.

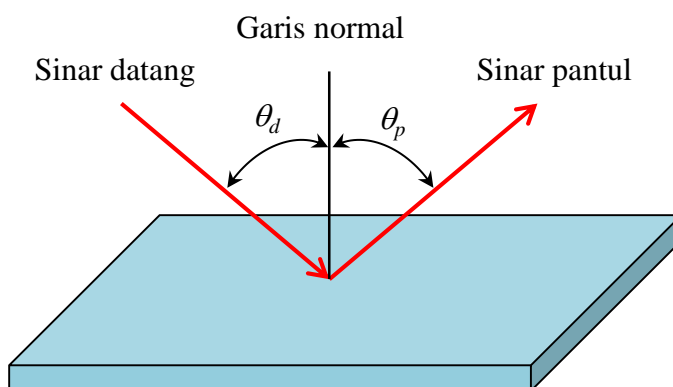
Cahaya yang jatuh pada bidang pembatas dua material mengalami pemantulan dengan sudut pantul (diukur dari arah tegak lurus bidang pembatas medium) persis sama dengan sudut datang. **Gambar 10.9** adalah ilsutrasi peristiwa pemantulan cahaya. Hukum pemantulan cahaya adalah

$$\theta_d = \theta_p \qquad (10.7)$$

dengan

θ_d adalah sudut dating cahaya

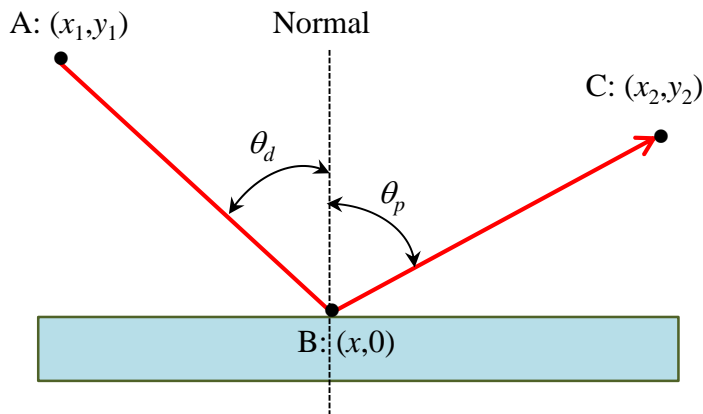
θ_p adalah sudut pantul cahaya

Gambar 10.8 Contoh pemantulan cahaya oleh permukaan danau. Air jernih yang tenang berperilakukan sebagai sebuah cermin datar yang besar (www.friendshipsabroad.com)

Gambar 10.9 Pada peristiwa pemantulan, sudut datang sama dengan sudut pantul

Pertanyaan menarik, mengapa cahaya selalu dipantukna dengan sudut dating dan sudut pantul yang sama? Jawabannya diberikan oleh prinsip Fermat. Cahaya akan mengambil lintasan dengan waktu tempuh

terpendek. Jika cahaya merambat dari satu titik ke tiik lain melewati bidang pantul maka sudut lintsan yang diambil adalah lintasan yang menghasilkan waktu tepuh terpendek dan lintsan tersebut menghasilkan sudut dating dansudut pantul yang sama. Kita dapat mebuktikan secara sederhana sebagai berikut.

Pembuktian hukum pemantulan cahaya (boleh dilewati).

Perhatikan **Gambar 10.10**. Cahaya dating dari titik A dengan koordinat (x_1,y_1) menuju titik C dengan koordinat (x_2,y_2). Cahaya dipantulkan di titik B dengan koordinat (x,0). Kita anggap bidang pantul berada di sumbu x sehingga koordinat y dari bidang tersebut adalah nol.

Gambar 10.10 Pembuktian hokum pemantulan cahaya

Jarak tempuh cahaya dari BA dan BC masing-masing

$$AB = \sqrt{(x-x_1)^2 + y_1^2}$$

$$BC = \sqrt{(x-x_2)^2 + y_2^2}$$

Laju cahaya dari A ke B dan dari B ke C sama, v, sehingga waktu yang diperlukan cahaya untuk merambat dari titik A ke titik C menjadi

$$t = \frac{AB + BC}{v}$$

$$= \frac{1}{v}\left(\sqrt{(x-x_1)^2 + y_1^2} + \sqrt{(x-x_2)^2 + y_2^2}\right)$$

Tampak juga di sini bahwa waktu tempuh cahaya hanya merupakan fungsi x (koordinat titik B).

Waktu tempuh akan minimum jika turunan waktu tempuh tersebut terhadap koordinat x nol, atau

$$\frac{dt}{dx} = 0$$

Dengan metode diferensi biasa kita dapatkan

$$\frac{x-x_1}{\sqrt{(x-x_1)^2 + y_1^2}} + \frac{x-x_2}{\sqrt{(x-x_2)^2 + y_2^2}} = 0 \qquad (10.8)$$

Dengan melihat **Gambar 10.10** maka $(x\text{-}x_1)$ bertanda positif sehingga

$$\frac{x-x_1}{\sqrt{(x-x_1)^2 + y_1^2}} = \sin\theta_d \qquad (10.9)$$

dan $(x\text{-}x_2)$ bertanda negatif sehingga

$$\frac{x-x_2}{\sqrt{(x-x_2)^2 + y_2^2}} = -\sin\theta_p \qquad (10.10)$$

Substitusi persamaan (10.9) dan (10.10) ke dalam persamaan (10.8) maka diperoleh

$$\sin\theta_d - \sin\theta_p = 0$$

atau $\theta_d = \theta_p$ yang tidak lain merupakan hukum tentang sudut pada peristiwa pemantulan.

Pemantulan cahaya tidak hanya terjadi ketika cahaya jatuh

pada medium yang tidak ditempus cahaya. Ketika jatuh pada medium tembus cahaya pun sebagian cahaya dipantulkan. Ketika cahaya dating dari udara ke kaca maka sebagian dibiaskan dan sebagian dipantulkan. Begitu in sbaliknya. Bahkan, ketika cahaya dating dari kaca atau air menuju udara maka bisa terjadi seluruh cahaya diantulkan jika sudut dating melebihi sudut kritis (pemantulaninternal total). Intinya adalah, cahaya akan mengalami pemantulan jika mengenai bidang batas dua medium yang berbeda.

Beberapa fenomena pemantulan yang terjadalah:

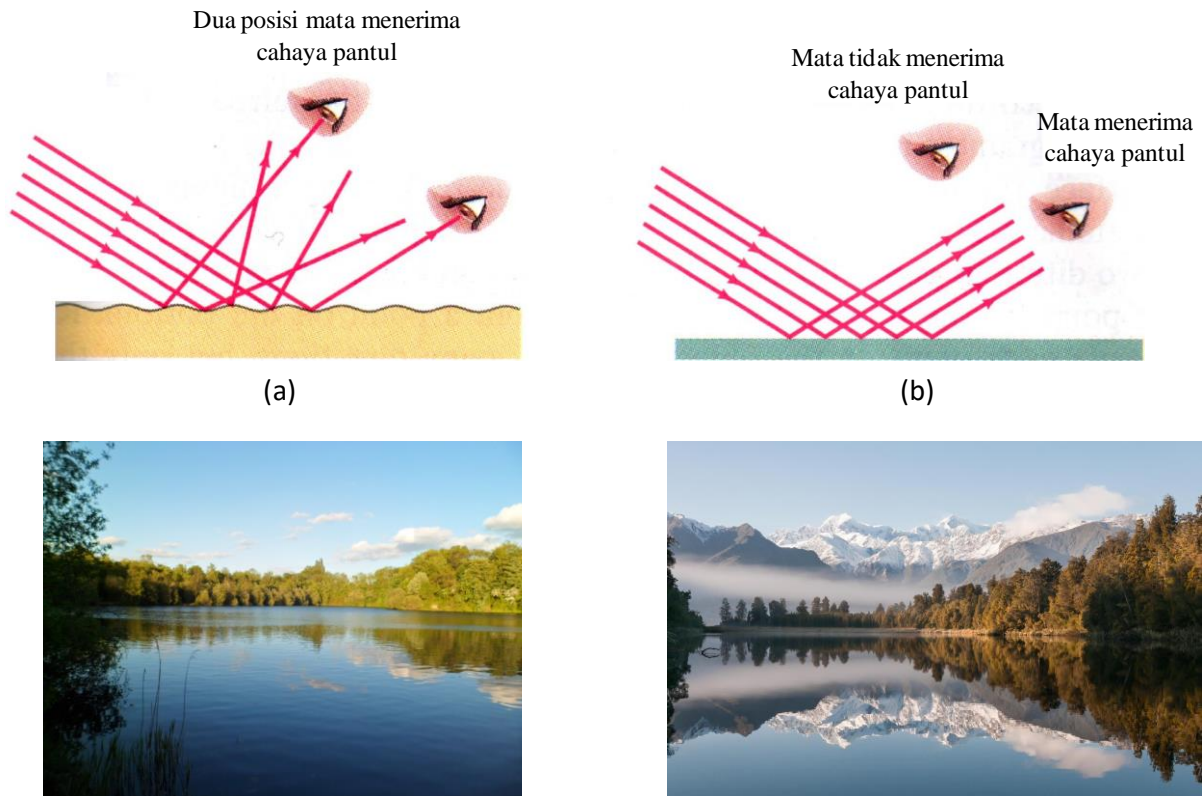
a) Jika material kedua tidak dapat ditembus cahaya, maka cahaya hanya mengalami pemantulan.
b) Jika material kedua dapat ditembus cahaya, maka cahaya mengalami pemantulan dan pembiasan.
c) Jika material kedua memiliki indeks bias lebih kecil dari material pertama dan cahaya datang dengan sudut lebih besar daripada sudut kritis maka cahaya dipantulkan seluruhnya.

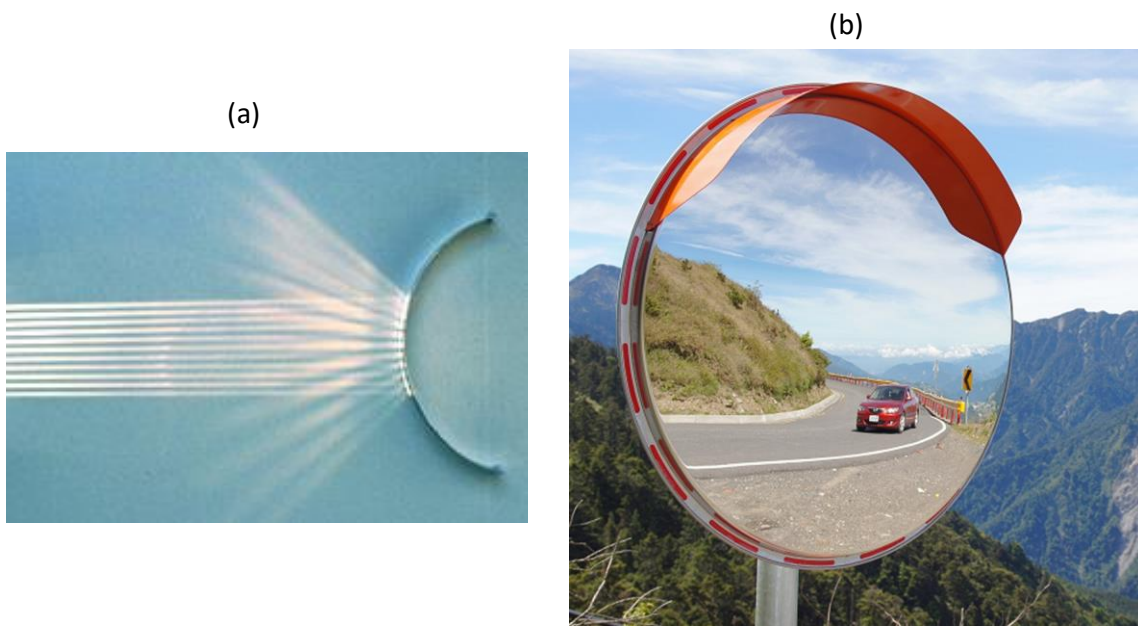
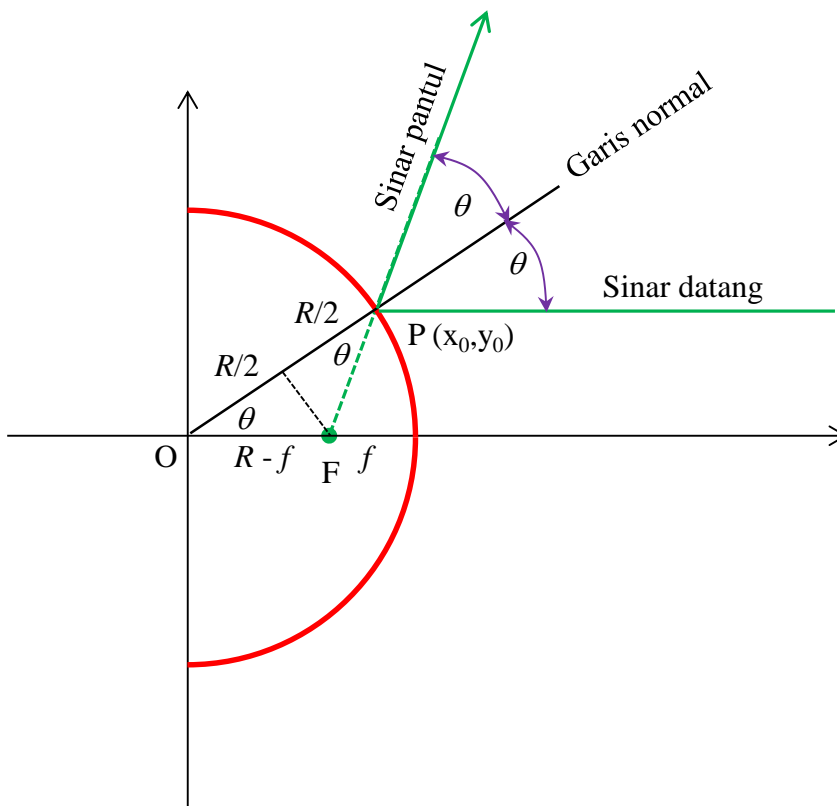
Sifat pemantulan cahaya yang memenuhi sudut datang sama dengan sudut pantul memunculkan fenomena pemantulan yang berbeda jika permukaan pembias rata dan tidak rata seperti diilustrasikan pada **Gambar 10.11**.

a) Jika berkas cahaya sejajar jatuh pada bidang pembatas yang rata maka berkas cahaya yang dipantulkan juga sejajar.
b) Jika berkas cahaya sejajar jatuh pada bidang pembatas yang tidak sejajar (tidak teratur) maka berkas cahaya pantul memiliki arah yang tidak teratur pula.

c)Pemantulan Cahaya oleh Permukaan Bola

Sekarang kita akan tinjau kasus khsus, yaitu pemantulan cahaya oleh permukaan melengkung. Kita akan bahas sifat pemantulan cahaya oleh permukaan bola pada sisi cembung dan sisi cekung serta pemantukan oleh permukaan parabola. Kita mulai dengan mengamati pemantukan oleh permukaan cembung sebuah bola. **Gambar 10.12** adalah contoh pemantulan oleh cermin berbentuk permukaan bola. Gambar (a) memperlihatkan arah pantulan berkas yang datang sejajar sumbu cermin. Cahaya-cahaya tersebut dipantulkan menyebar. **Gambar 10.12**(b) adalah contoh aplikasi pemantul permukaan bola di persimpangan jalan bergunung-gunung. Cermin yang terbuat dari permukaan cembung bola

dibunakan untuk menampilan pandangan yang luas sehingga para sopir dapat melihat jalan yang akan dilewati pada area pandangan yang sangat luas.

Gambar 10.11 (a) Pemantulan oleh bidang tidak rata menyebabkan berkas cahaya pantul menyebar ke berbagai arah sehingga bayangan tidak terlalu jelas. (b) Pemantulan oleh bidang rata menyebabkan berkas cahaya pantul tetap merambat dari arah yang sama sehingga bayangan benda tampak sangat sangat jelas (sumber gambar bawah: www.medwayvalley.com dan www.florasay.com)

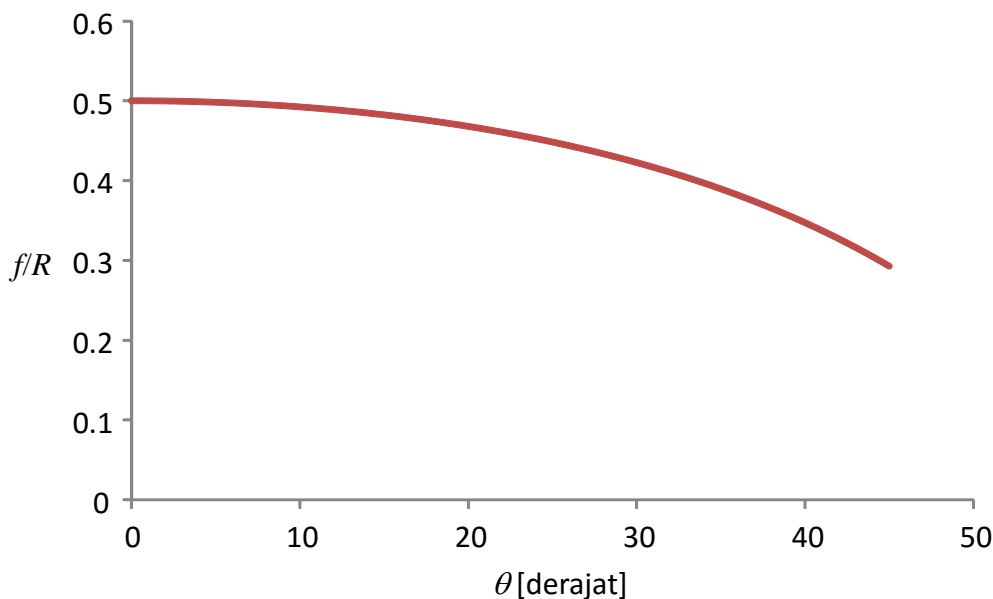
Gambar 10.13 adalah permukaan cembung sebuah bola berjari-jari *R*. Kita hanya melihat persoalan dua dimensi, yaitu pada bidang xy sehingga persamaan bidang pantul adalah $x^2 + y^2 = R^2$. Cahaya dating dan mengenai permukaan cermin pada koordinat (x_0,y_0). Sudut yang dibentuk cahaya datang dengan garis normal adalah θ. Sudut ini persis sama dengan sudut antara vector jari-jari yang mengarak ke koordinat (x_0,y_0) dengan sumbu datar. Cahaya pantul juga membentuk sudut yang sama terhadap garis normal. Yang akan kita cari adalah perpotongan garis yang sejajar dinar pantul dengan sumbu datar.

Gambar 10.12 (a) bentuk berkas cahaya yang dipantulkan oleh permukaan bola (Fact monster) dan (b) contoh aplikasi pemantulan oleh permukaan bola. Cermin banyak ditempatkan pada persinpangan jalan berkelok-kelok sehingga sopir dapat melihat jalan yang akan dilewati pada area pandangan yang sangat luas (www.universe-traffic.com)

Gambar 10.13 Pemantulan cahaya oleh permukaan cembung sebuah bola yang berjari-jari R.

Perpanjangan daris pantul ke arah belakang akan memotong sumbu x pada titik F. Titik F memiliki jarak *f* dari tepi terluar lensa atau memiliki jarak *R-f* dari pusat koordinat. Dengan memperhatikan secara seksama segitiga OFP tampak bahwa segitiga tersebut merupakan segitiga sama sisi. Sangat jelas dari **Gambar 10.13** bahwa persamaan berikut ini dapat segera kita peroleh

$$\frac{R}{2} = (R - f)\cos\theta$$

Dari persamaan di atas kita peroleh jarak dari tepi terluar lensa ke perpotongan garis sinar pantul adalah

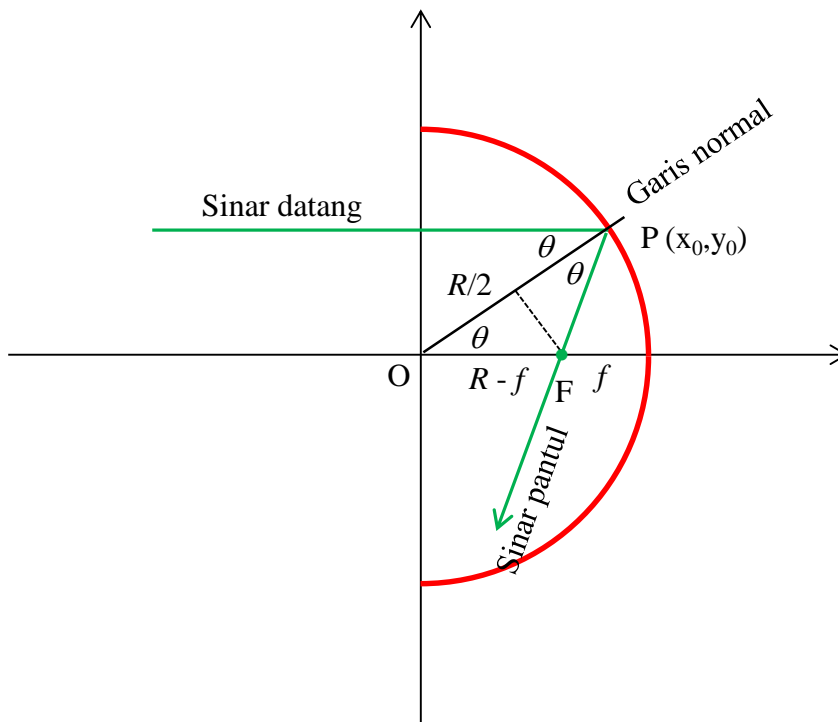
$$f = R\left(1 - \frac{1}{2\cos\theta}\right) \tag{10.11}$$

Jarak *f* inilah yang kita sebut sebagai panjang focus cermin dengan irisan peermukaan bola. Tampak jelas di sini bahwa panjang focus sangat bergantung pada sudut yang dibentuk sinar dating. **Gambar 10.14** adalah variasi panjang focus terhadap arah sinar dating.

Gambar 10.14 Kebergantung jarak titik F terhadap sudut dating cahaya.

Untuk kasus khusus di mana sudut dating cahaya sangat kecil maka kita dapat melakukan aproksimasi $\cos\theta \approx 1$ sehingga panjang folus menjadi

$$f \approx \frac{R}{2} \qquad (10.12)$$

Inilah jarak focus yang sering kita pakai selama ini.

Selanjutnya kita mengkaji pemantulan oleh permukaan cekung permukaan bola. Lihat ilustrasi pada **Gambar 10.15.** Sinar dating sejajar sumbu datar dan dipantulkan melalui titik F. jarak titik F ke pusat cermin adalah *f*, atau jarak titik F dari pusat kooerinat adalah *R-f*.

Gambar 10.15 Pemantulan cahaya oleh permukaan cembung sebuah bola yang berjari-jari R.

Jelas dari **Gambar 10.15** bahwa segitiga OPF adalah segitiga sama kaki. Kaki yang sama panjang adalah kaki OF dan FP. Dengan aturan geometri sederhana kita dapatkan hubungan berikut ini

$$\frac{R}{2} = (R - f)\cos\theta$$

Akhirnya kita peroleh jarak dari tepi terluar lensa ke perpotongan garis sinar pantul adalah

$$f = R\left(1 - \frac{1}{2\cos\theta}\right)$$

Rumus ini persis sama dengan rumus yang berlaku untuk pemantulan pada bagian cembung cermin. Juga tampak jelas di sini bahwa panjang focus sangat bergantung pada sudut yang dibentuk sinar datang. Ketika sudut dating cahaya terhadap normal sangat kecil maka kita kembali mendapatkan aproksimasi $f \approx R/2$.

Pemantulan oleh Permukaan Parabola

Dari pembahasan di atas jelas bahwa cahaya yang dipantulkan pada posisi yang berbeda di permukaan cermi irisan permukaan bola tidak mengumpul di satu titik. Titik jatuh cahaya pada sumbu cermin bergantung pada sudut dating cahaya. Makin besar sudut dating cahaya maka cahaya akan jatuh makin dekat ke lensa. Hanya ketika sudut dating medkati nol baru cahaya jatuh pada titik yang berjarak sekitar setengah jari-jari cermin. Akibatnya, cahaya yang dikumpulkan oleh cermin berupa irisan permukaan bola tidak pernah benar-benar berupa satu titik. Cahaya yang dikumpulkan akan berupa lingkaran dengan jari-jari tertentu. Pertanyaan menarik adalah, adakah permukaan yang memantulkan berkas cahaya benar-benar di satu titik, berapa pun sudut dating cahaya? Jawabnya ada, yaitu cermin parabola. Mari kita analisis.

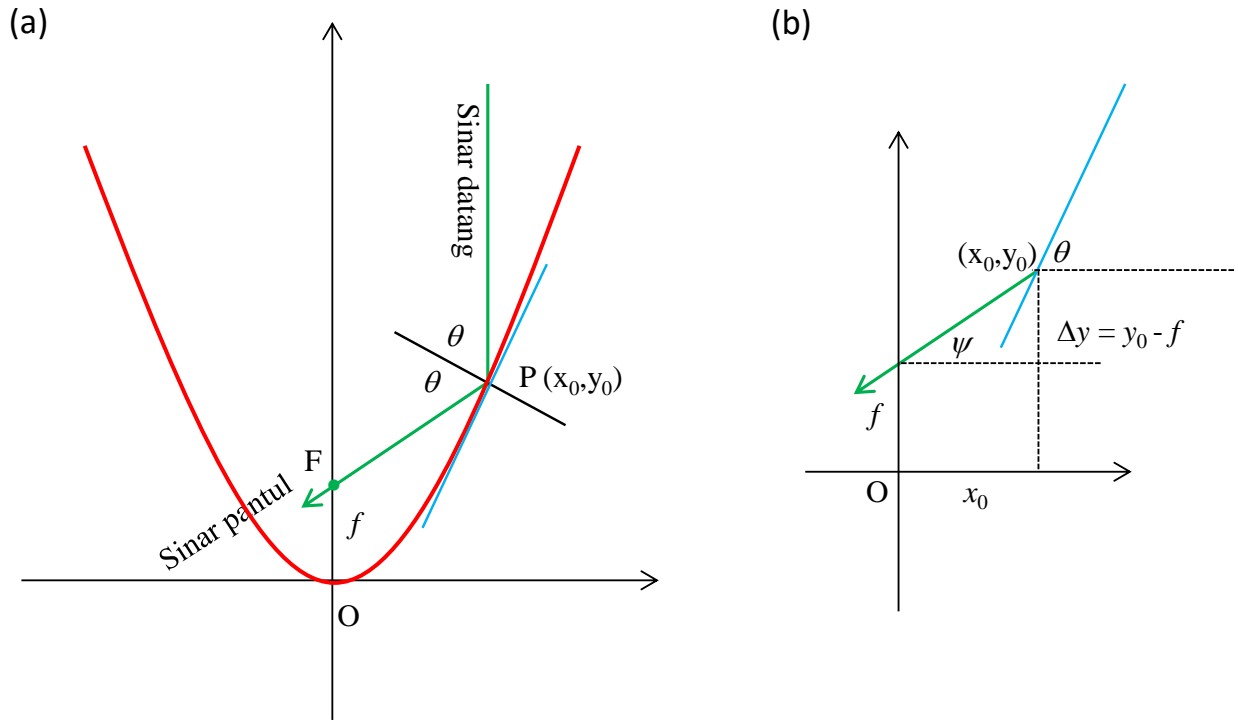
Perhatikan **Gambar 10.16**(a). Cahaya datang sejajar sumbu parabola. Bentuk umum persamaan parabola yang simetri terhadap sumbu y dan titik puncak berada pada pusat koordinat adalah

$$y = ax^2 \qquad (10.13)$$

dengan

a adalah konstanta

Cahaya datang dan mengenai permukaan parabola di titik P yang memiliki

koordinat (x_0,y_0). Sudut datang adalah θ

Gambar 10.16 (a) ilustrasi cermin parabolan. Persamaan umum parabola adalah $y = ax^2$. (c) Ilustrasi garis-garis dan variabel-variabel di sekitar titik pemantulan.

Cahaya dating membentuk sudut $\pi/2$ terhadap sumbu datar. Cahaya pantul membentuk sudut 2θ terhadap cahaya datant. Dengan demikian cahaya pantul membentuk sudut $\pi/2 + 2\theta$ terhadap sumbu datar. Ini berarti, garis yang berimpit dengan cahaya pantul membentuk sudut terhadap sumbu datar sebesar

$$\psi = \left(\frac{\pi}{2} + 2\theta\right) - \pi$$

$$= 2\theta - \frac{\pi}{2}$$

Sekarang perhatikan **Gambar 10.16**(b) yang berasal dari **Gambar 10.16**(a) dengan hanya melihat segitiga di sekitar lokasi pemantulan. Dari segitiga tersebut kita dapatkan persamaan berikut ini

$$\frac{\Delta y}{x_0} = \tan\psi$$

atau

$$\frac{y_0 - f}{x_0} = \tan(2\theta - \pi/2)$$

yang memberikan

$$f = y_0 - x_0 \tan(2\theta - \pi/2)$$

$$= y_0 - x_0 \frac{\sin(2\theta - \pi/2)}{\cos(2\theta - \pi/2)}$$

$$= y_0 - x_0 \frac{-\cos(2\theta)}{\sin(2\theta)}$$

$$= y_0 + x_0 \frac{\cos^2\theta - \sin^2\theta}{2\sin\theta\cos\theta}$$

$$= y_0 + x_0 \frac{1 - \dfrac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}}{2\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}}$$

$$= y_0 + x_0 \frac{1 - \tan^2\theta}{2\tan\theta} \tag{10.14}$$

Kita dapat buktikan dengan mudah bahwa sudut sinar dating persis sama dengan sudut kemiringan kurva pada koordinat (x_0,y_0). Kita ingat bahwa kemiringan kurva sama dengan diferensial dari kurva tersebut. Jadi kita dapat menulis

$$\tan\theta = \left.\frac{dy}{dx}\right|_{x_0}$$

$$= 2ax_0$$

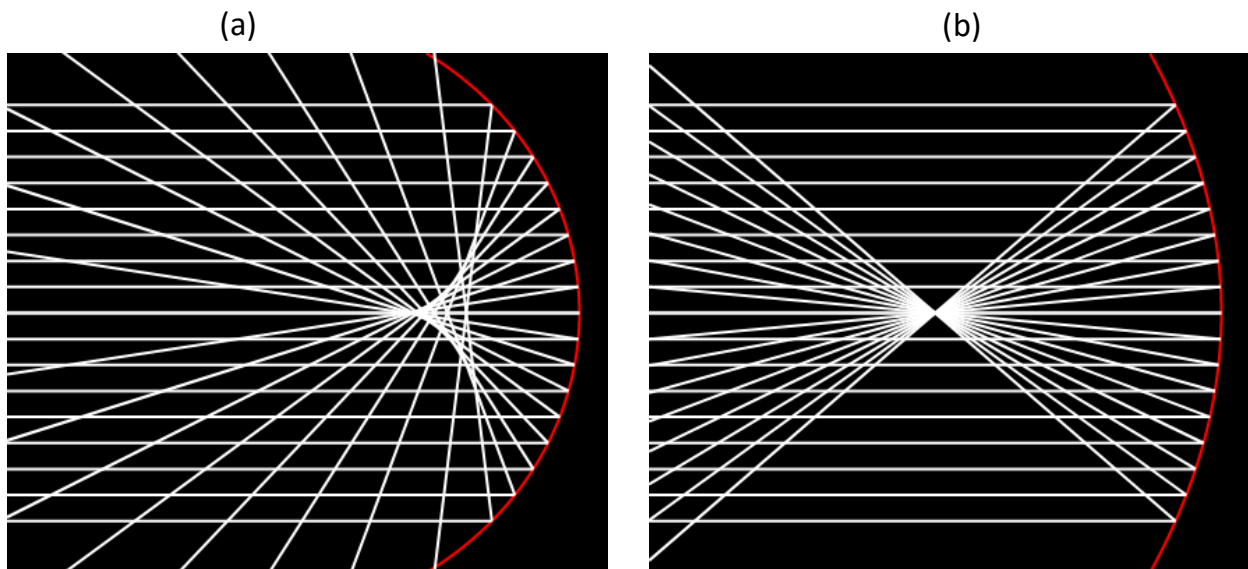
Substitusi ke dalam persamaan (10.14) maka diperoleh

$$f = y_0 + x_0 \frac{1-(2ax_0)^2}{2(2ax_0)}$$

$$= y_0 + \frac{1}{4a}\left(1-4a^2x_0^2\right)$$

$$= y_0 + \frac{1}{4a} - ax_0^2 \quad = \frac{1}{4a} \tag{10.15}$$

Persamaan ini menjukkan bahwa jarak jatuh cahaya terhadap pusat parabola selalu konstan, sama sekali tidak bergantung pada lokasi cahaya jatuh pada cermin. Ini berarti cermin parabola akan memantulkan semua cahaya sejajar yang jatuh padanya tetap di satu titik, tidak peduli pada koordinat mana cahaya itu jatuh. Itu penyebanya mengapa antene yang banyak digunakan sekarang berupa antene parabola. Antene parabola akan menfokuskan cahaya tetap ti satu titik. Di titik tersebut ditempatkan detector sehingga ditangkap sinyak dengan intensitas maksimal.

.

Gambar 10.17 Ilustrasi perbedaan sifat pemantulan oleh (a) cermin permukaan bola dan (b) cermin permukaan parabola (trecs.se). Cahaya yang dipantulkan cermin permukaan bola tidak tepat mengumpul di satu titik. Namun, cahaya yang dipantulkan permukaan parabola dikumpulkan tepat di datu titik.

Gambar 10.17 adalah ilustrasi perbedaan sifat pemantulan cermin

permukaan bola (a) dan cermin permukaan parabola (b). Pada cermin permukaan bola, cahaya yang dating sejajar sumbu cermin tidak persis dipantulkan di satu titik. Sebaliknya, pada cermin irisan parabola, semua berkas cahaay yang sejajar sumbu tepat dipantulkan di satu titik yang tajam

Gambar 10.18 adalah contoh aplikasi cermin irisan parabola. Cermin berukuran besar digunakan untuk menfokuskan cahaya matahari ke pipa panjang berisi air. Karena cahaya difkuskan di sati titik maka terjadi pemanasn air yang sangat efektif pada pipa tersebut sehingga air mendidih dan menghasilkan uang yang banyak. Uap yang dihasilkan digunakan untuk menggerakkan generator listrik sehingga dapat dipeoleh energy listrik. Ini adalah salah satu cara menghasilkan energy listrik dari energy matahari, disamping menggunakan sel surya.

Gambar 10.18. Contoh aplikasi cermi dengan lengkungan parabola. Cermin ini digunakan untuk memanaskan air yang berada pada pipa yang diposisikan sepanjang fokus parabola. Cahaya terkumpul tepat di pipa tersebut sehingga air mengalami pemanasan yang sangat efektif. Air dengan segera menjadi uap dan uap yang dihasilkan dihasilkan untuk menggerakkan tubin pembangkit tanaga listrik (newsbox.unccd.int)

11.4 Pembiasan cahaya

Perbedaan laju cahaya di udara dan dalam material menimbulkan

fenomena menarik ketika cahaya merambat dari udara masuk ke material atau cahaya merambat keluar dari material menuju udara.

a) Apabila arah rambat cahaya tegak lurus bidang pembatas antara material dan udara, maka cahaya tetap bergerak lurus walaupun mengalami perbuahan laju.
b) Tetapi, jika arah rambat cahaya tidak tegak lurus bidang pembatas udara dan material maka di samping mengalami perubahan laju, arah rambat cahaya mengalami pembelokkan pada bidang pembatas udara dan material.

Gambar 10.19 Pembiasan cahaya bata bidang batas antara air dan udara menyebabkan pensil yang dicelupkan ke dalam air tampak patah (HyperPhysics)

Perubahan arah rambat cahaya ketika berpindah dari satu material ke material lain disebut pembiasan. Karena fenomena pembiasan ini maka benda lurus yang dimasukkan ke dalam material dengan indeks bias berbeda tampak patah pada bidang tas dua material. Pada **Gambar 10.19**, sebuah pensil dimasukkan dalam air. Indeks bias air lebih besar daripada udara sehingga cahaya yang berpindah dari udara ke air atau sebaliknya mengalami pembiasan. Akibatnya pensil tampak patah pada bidang batas dua medium.

Mari kita menganalisis fenomena pembiasan. Sebagai pelengkap

perhatikan **Gambar 11.20**. Berkas cahaya datang dari medium dengan indeks bias n_1 dengan sudut datang θ_d dan dibiaskan ke dalam material dengan indeks bias n_2 dan sudut bias θ_b. Dari uraian sebelumnya kita dapat meringkas di sini bahwa syarat terjadinya pembiasan adalah

a) Laju cahaya pada kedua medium berbeda
b) Arah datang cahaya tidak tegak lurus terhadap bidang pembatas kedua medium.

Hukum Snell untuk pembiasan cahaya

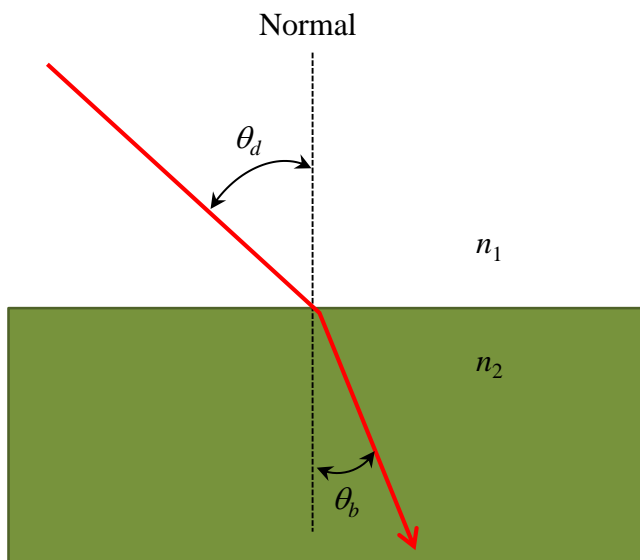
$$n_1 \sin\theta_d = n_2 \sin\theta_b \tag{10.16}$$

ni mana

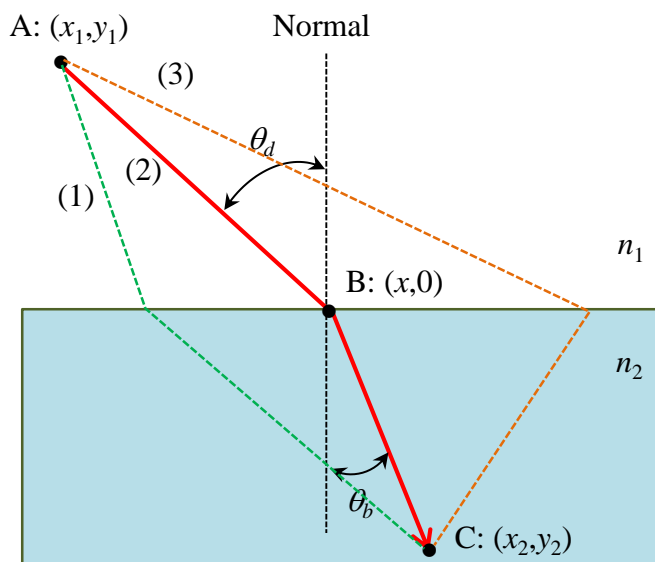
n_1 indeks bias medium tempat cahaya dating

n_2 indeks bias medium yang dituju cahaya

θ_d sudut datang cahaya diukur dari arah tegak lurus bidang pembatas dua medium, dan

θ_b sudut bias cahaya diukur dari arah tegak lurus bidang pembatas dua medium

Gambar 10.20 Pembiasan cahaya pada bidang batas dua medium.

Pembuktian hukum pembiasan cahaya. Persitiwa pembiasan cahaya diungkapkan oleh hokum Snell. Bagimana

mendapatkan hokum tersebut? Adakah prinsip yang lebih mendasar sehingga cahaya yang mengalami pembiasan memnuhi hokum Snell? Jawabnya ada, yaitu cahaya selalu merambnat dari suatu itik ke titik lain pada lintsan sedemikian sehingga waktu tempuhnya paling kecil. Jadi peristiwa pembaisan adalah peristiwa ketika cahaya mengambil lintasan dengan waktu yermpuh paling kecil. Untuk membuktikan sifat ini sehingga diperoleh hokum Snell mari kita analisis **Gambar 10.21**. Kita pilih bidang batas berimpit dengan sumbu x.

Gambar 10.21 Membuktikan hokum pembiasan cahaya menggunakan prinsip Fermat.

Misalkan cahaya akan merambat dari titik A di medium n_1 ke titik C di medium n_2. Lintasanan manakah yang akan titmbuh cahaya? Apakah lintasan (1), (2), atau (3)? Kita akan tentukan. Misalkan koordinat titik A adalah (x_1,y_1) dan koordinat titik C adalah (x_2,y_2). Misalkan cahaya jatuh pada bidang batas dua medium pada titik B. Karena bidang batas berimpit dengan sumbu x maka koordinat titik B adalah (x,0). Dengan demikian kita dapatkan panjang lintsan cahaya di medium 1 dan medium 2 sebagai berikut

$$AB = \sqrt{(x-x_1)^2 + y_1^2}$$

$$BC = \sqrt{(x - x_2)^2 + y_2^2}$$

Laju cahaya di medium 1 dan medium 2 masing-masing

$$v_1 = \frac{c}{n_1}$$

$$v_2 = \frac{c}{n_2}$$

Dengan demikian, waktu yang diperlukan cahaya untuk merambat dari titik A ke titik C menjadi

$$t = \frac{AB}{v_1} + \frac{BC}{v_2}$$

$$= \frac{n_1}{c}\sqrt{(x - x_1)^2 + y_1^2} + \frac{n_2}{c}\sqrt{(x - x_2)^2 + y_2^2}$$

Tampak bahwa waktu tempuh cahaya hanya merupakan fungsi x (koordinat titik B).

Waktu tempuh akan minimum jika turunan waktu tempuh tersebut terhadap koordinat x nol, atau

$$\frac{dt}{dx} = 0$$

Dengan metode diferensi biasa kita dapatkan

$$\frac{n_1}{c}\frac{x - x_1}{\sqrt{(x - x_1)^2 + y_1^2}} + \frac{n_2}{c}\frac{x - x_2}{\sqrt{(x - x_2)^2 + y_2^2}} = 0 \qquad (10.17)$$

Dengan melihat Gambar 10.15 maka (x-x_1) bertanda positif sehingga

$$\frac{x - x_1}{\sqrt{(x - x_1)^2 + y_1^2}} = \sin\theta_d \qquad (10.18)$$

dan (x-x_2) bertanda negatif sehingga

$$\frac{x-x_2}{\sqrt{(x-x_2)^2+y_2^2}}=-\sin\theta_b \qquad (10.19)$$

Substitusi persamaan (10.18) dan (10.19) ke dalam persamaan (10.17) maka diperoleh

$$\frac{n_1}{c}\sin\theta_d+\frac{n_2}{c}(-\sin\theta_b)=0$$

atau

$$n_1\sin\theta_d=n_2\sin\theta_b$$

Yang tidak lain merupakan hokum Snell

Contoh 10.1

Berkas cahaya dating dari udara dengan sudut dating 30o menuju air. Berapakah sudut pembiasan cahaya dalam air?

Jawab

Berdasarkan Tabel 11.2 n_1 = indeks bias udara = 1, n_2 = indeks bias air = 1,333. Dengan menggunakan hokum Snell kita dapat menulis

$$\sin\theta_b=\frac{n_1\sin\theta_d}{n_2}=\frac{1\times\sin 30^o}{1{,}333}=\frac{0{,}5}{1{,}333} = 0{,}375$$

atau

$\theta_b = 22^o$.

Contoh 10.2

Cahaya datang dari es menuju udara dengan sudut datang 45^o. Berapakah sudut bias cahaya tersebut?

Jawab

Berdasarkan Tabel 11.2 n_1 = indeks bias es = 1,309 dan n_2 = indeks bias udara = 1. Dengan hukum Snell maka

$$\sin\theta_b = \frac{n_1 \sin\theta_d}{n_2} = \frac{1{,}309 \times \sin 45^o}{1} = \frac{0{,}926}{1} = 0{,}926$$

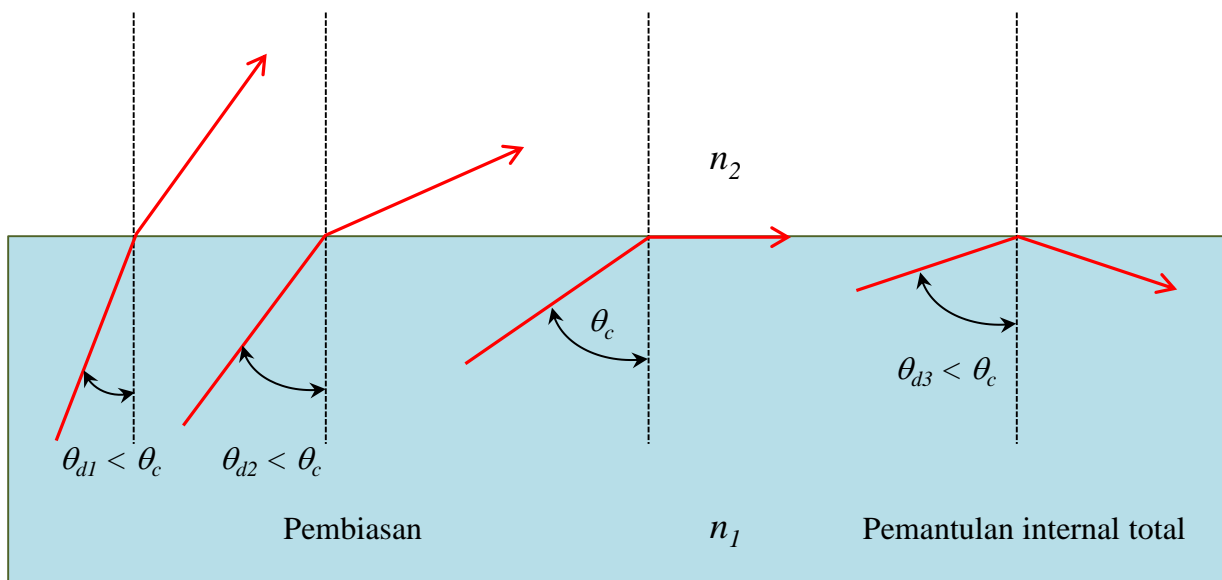
θ_b = 68°.

Dari dua contoh di atas tampak bahwa:

a) Jika cahaya datang dari material dengan indeks bias tinggi menuju material dengan indeks bias rendah maka sudut bias lebih besar daripada sudut datang.

b) Jika cahaya datang dari material dengan indeks bias rendah menuju material dengan indeks bias tinggi maka sudut bias lebih kecil daripada sudut datang.

10.5 Sudut kritis untuk pembiasan

Misalkan cahaya dating dari medium dengan indeks bias tinggi ke medium dengan indeks bias rendah. Sudut bias lebih besar daripada sudut dating. Jika sudut dating diperbesar terus maka sudut bias makin besar seperti diilustrasikan pada **Gambar 10.22**. Pertanyaan berikutnya adalah, apakah mungkin cahaya dibiaskan dengan sudut 90°? Mari kita lihat.

Gambar 10.22 Sudut kritis adalah sudut saat sinar bias dibiaskan dengan sudut 90°. Cahaya yang dating dengan sudut dating lebih besar daripada sutut kritis akan mengalami pemantulan internal total.

Pembiasan dengan sudut 90° berarti θ_b = 90° atau sin θ_b = 1. Dengan

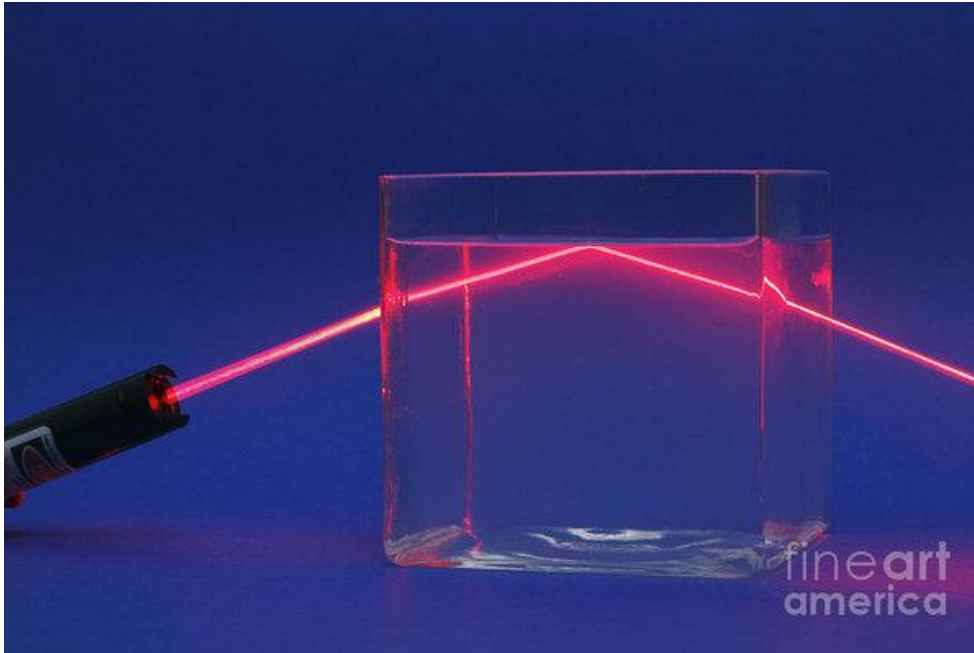
menggunakan hokum Snell maka

$$\sin\theta_d = \frac{n_2}{n_1} \tag{10.20}$$

Persamaan di atas menyatakan bahwa jika cahaya datang dari material dengan indeks bias besar ke material dengan indeks bias kecil dengan sudut θ_d yang memenuhi sin θ_d = n_2/n_1 maka cahaya dibiaskan dengan sudut 90^o. Sudut θ_d yang memenuhi kondisi ini disebut **sudut kritis** dan kita simbolkan dengan θ_c.

Pertanyaan selanjutnya, apa yang terjadi jika sudut dating cahaya lebih besar daripada sudut kritis? Jawabnya, cahaya tidak dibiaskan, tetapi dipantulkan. Cahaya tidak sanggup masuk ke medium kedua. Fenomena ini disebut **pemantulan total internal**.

Gambar 10.23 adalah contoh pemantulan internal total berkas laser oleh bidang batas air dan udara. Sinar laser datang dari air dengan sudut lebih besar daripada sudut kritis. Sampai di bidang batas dengan udara maka berkas tersebut dipantulkan secara total. Kalian dapat melakukan percobaan sendiri dengan menggunakan laser pointer yang harganya cukup muran. Laser pointer tersebut kadang dijual di toko mainan anak-anak. Harganya tidak sampai Rp 10.000. Kemudian kalian ambil wadah transparan dan diidi dengan air. Agar berkas sinar dapat diamati lebih jelas, kalian bisa menambahkan sedikit bubuk terigu atau bubuk beras ke dalam air sehingga tampak sedikit keruh. Lalu kalian tembakkan sinar laser dari samping dan miring ke atas sehingga mengenai bidang batas air dan udara di dalam wadah. Kalian atus sudut pengarahan berkas laser. Kalian akan amati ada sudut di mana berkas cahaya dapat keluar dari air dan merambat di udara. Namun, jika sudut datang melebihi sudut kritis maka kalian amati pemantulan internal total dalam air.

Gambar 10.24 adalah contoh pemantulan total yang diamati oleh penyelam. Di depan penyelam terdapat kura-kura yang sedang berenan. Ketika melihat ke permukaan air, penyelam melihat bayangan kura-kura. Ini artinya cahaya dari tubuh kura-kura yang sampai ke penyelam mula-mula mengenai bidang batas antara air dan udara. Lalu mengalami pemantulan total di bidang batas tersebut dan sampai ke penyelam. Penyelam melihat permukaan air sebagai cermin bari kura-kura. Ini terjadi ketika sudut dating cahaya dari kura-kura yang mengenai permukaan air lebih beasar daripada sudut kritis.

Gambar 10. 23 Contoh pemantulan internal total berkas laser oleh bidang batas air dan udara. Sinar laser datang dari air dengan sudut lebih besar daripada sudut kritis (Fine Art America)

Contoh 10.3

Berapa sudut kritis bagi berkas cahaya yang kelur dari intan menuju air?

Jawab

Berdasarkan tabel 11.2 n_i = indeks bias intan = 2,419 dan n_r = indeks bias air = 1,333.

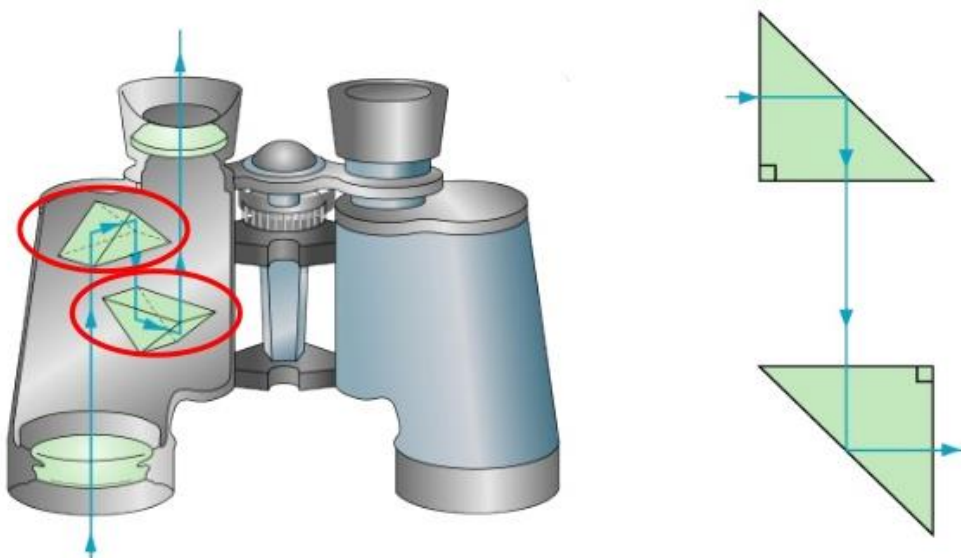
$$\sin\theta_c = \frac{n_r}{n_i} = \frac{1,333}{2,419} = 0,551$$

atau

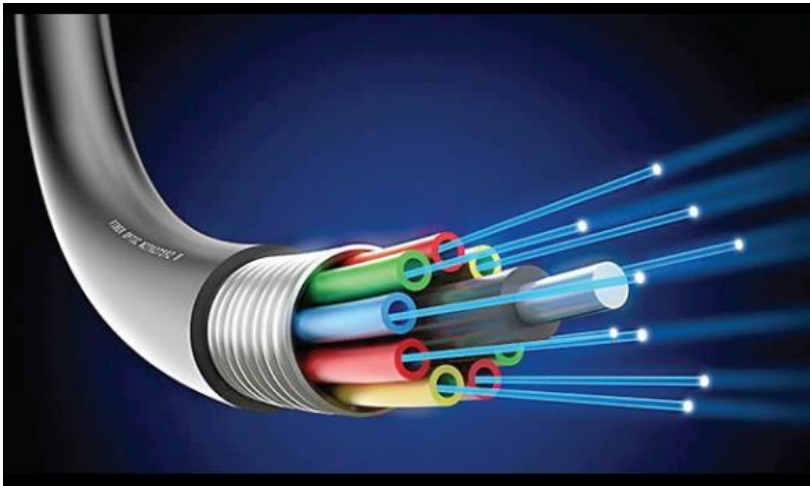
$\theta_c = 33,5^o$

Contoh aplikasi pemantulan internal tolat adalah pembuatan teropong binokular. Pada tiap sisi teropong ini dipasang dua prisma yang diposisikan seperti pada **Gambar 10.25**. Cahaya dari objek yang diamati mengalami dua kali pemantulan internal total (sekali pada tiap prisma) hingga sampai ke mata. Mengapa menggunakan prisma dan bukan cermin? Ternyata persentasi cahaya yang dipantulkan secara internal total lebih besar daripada persentasi cahaya yang dipantulkan oleh cermin

Gambaar 10.24 penmantulan total cahaya yang berasal dari tubuh kura-kura oleh permukaan air dan menuju ke penyelam yang berada di sekitar kura-kura (Wikipedia).

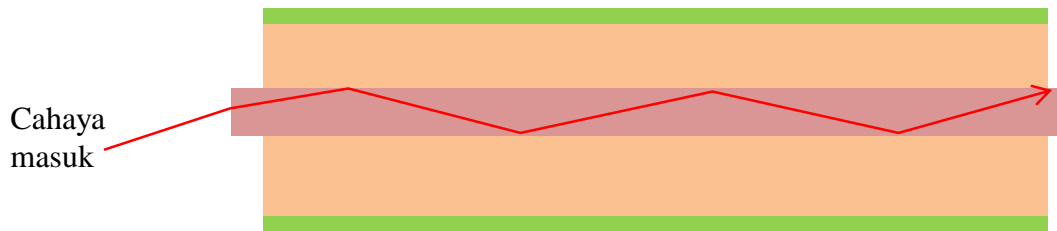
.

Gambar 10.25 Teleskop binocular menggunakan dua prisma untuk memantulkan cahaya. Cahaya yang measuk ke dalam teleskop mengalami pementulan internal total hingga sampai ke mata pengamat.

11.6 Fiber optik

Salah satu aplikasi penting fenomena pemantulan total internal adalah pengiriman berkas cahaya melalui fiber optik. Fiber optik merupakan material transparan yang berbentuk silinder sangat kecil. **Gambar 10.26** adalah contoh fiber optik yang digunakan dalam komunikasi. Fiber optik untumnya telah dibungkus dalam satu bundelan di mana tiap bundelan mengandung sejumlah fiber optik.

Gambar 10.26 Contoh fiber optik yang digabung dalam satu bundelan (www.muniversity.mobi)

Fiber optik terdiri dari dua bagian utama, yaitu teras berupa silinder sangat kecil dengan indeks bias n_1 dan kladding yang membungkus teras dengan indeks bias n_2 (**Gambar 10.27**). Agar fenomena pemantulan sempurna terjadi maka $n_1 > n_2$.

Gambar 10.27. Struktur fiber optic. Fiber optic terdiri dari dua bagian utama yaitu teras dan kladding. Pembungkus di sisi paling luar berperan sebagai pengaman.

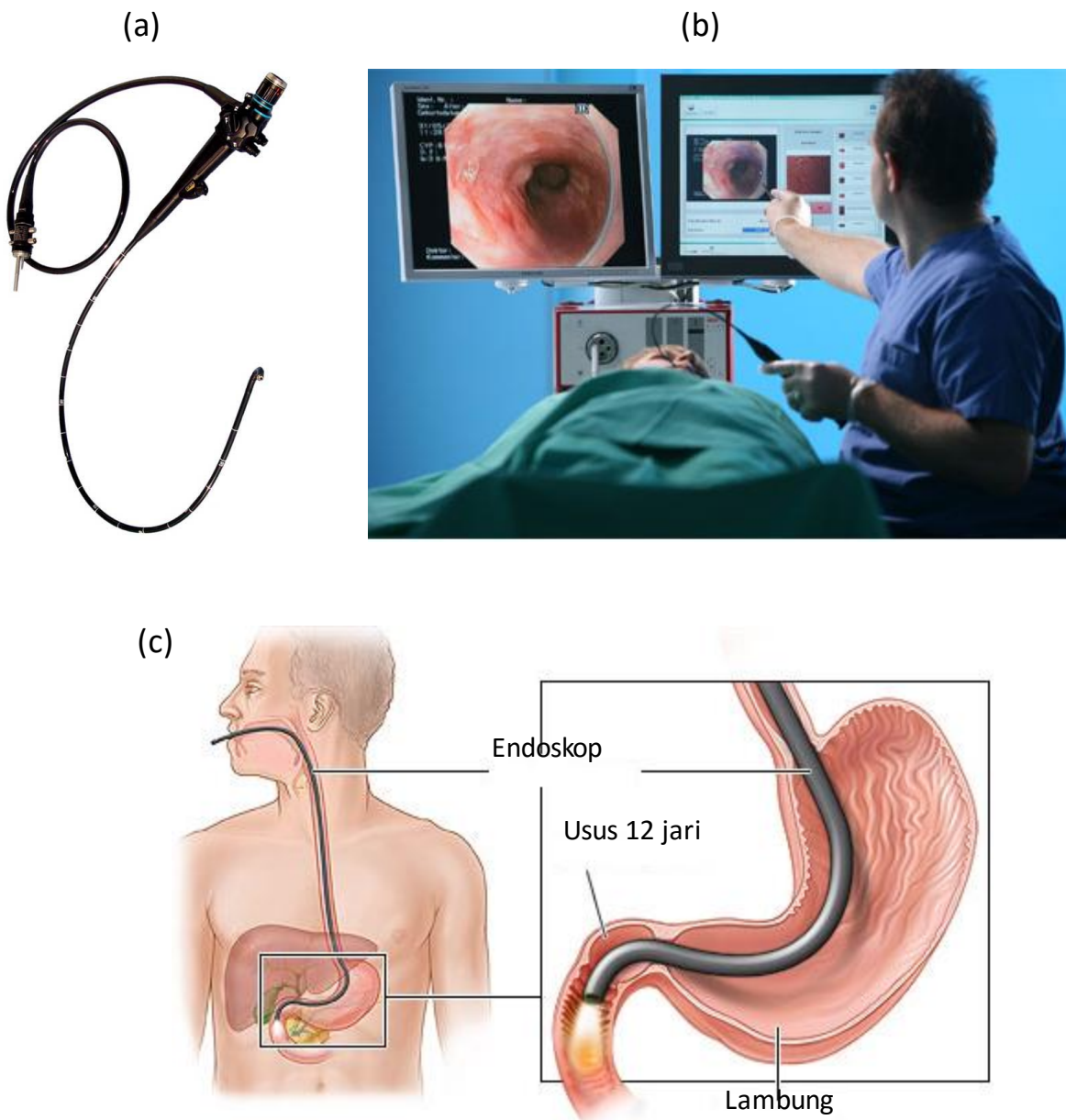
Berkas cahaya dimasukkan pada teras sedemikian rupa sehingga ketika berkas tersebut menuju batas antara teras dan kladding, sudut datang cahaya lebih besar daripada sudut kritis. Dengan demikian, cahaya selalu mengalami pemantulan internal total (**Gambar 10.28**) sehingga tetap berada dalam teras. Dengan cara demikian, cahaya dapat dikirim melalui fiber optik sampai jarak yang sangat jauh.

Cahaya mengalami pemantulan internal total

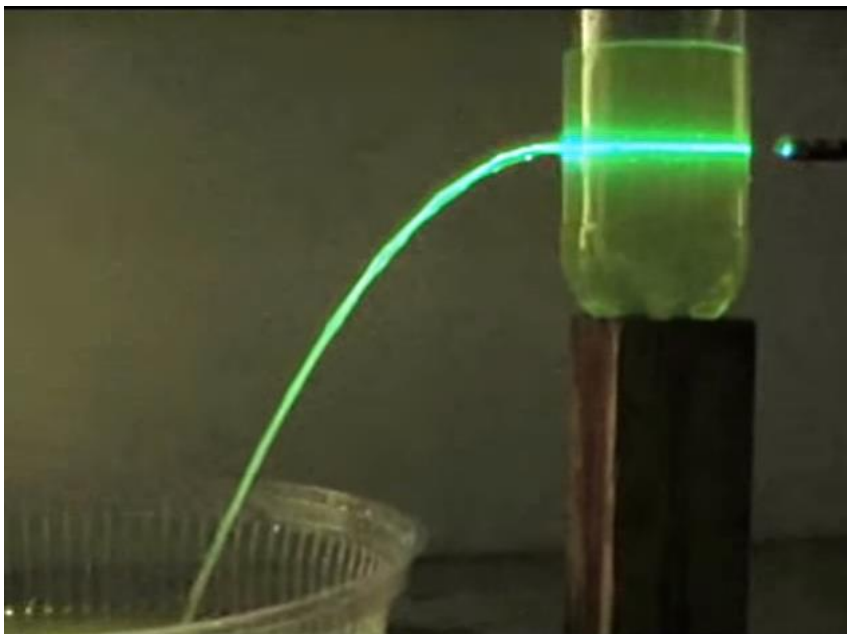
Gambar 10.28 Pemantulan internal total dalam fiber optic yang menyebabkan cahaya dapat merambat sepanjang fiber optic.

Pemakaian utama fiber optik dijumpai dalam dunia telekomunikasi. Karena cahaya memiliki frekuensi di atas 10^{14} Hz maka jumlah data yang dapat dikirim melalui fiber optik per detik sangat besar. Ingat, makin besar frekuensi gelombang yang digunakan untuk mengirim data maka makin banyak data yang dapat dikirim per detiknya. Sistem fiber optik dapat membawa percakapan telepon, TV kabel, sambungan internet, sinyal videotelekonferensi, dan lain-lain. Fiber optik dapat membawa sejumlah sinyal percakapan telepon secara serentak.

Fiber optik juga menjadi komponen penting dari perlatan kedokteran yang bernama endoskopi. **Gambar 10.29**(a) adalah contoh endoskop. Alat tersebut digunakan untuk mengambil gambar bagian sistem pencernaan. **Gambar 10.29**(b) adalah dokter yang sedang mengamati sistem pencernaan pasien menggunakan endoskop. Gambar bagian pencernaan pasien dapat langsung diamati di monotor. Yang ditampikan di monitor adalah bayangan bagian pencernaan yang berada di ujung ensdorkop karena di situ ada sumber cahaya dan kabera kecil.

Endoskop mengandung kamera dan sumber cahaya kecil serta fiber porik yang ditempatkan pada bundelan fleksibel. Bayangan organ tubuh bagian dalam dapat dilihat dengan mengirim berkas cahaya ke organ tersebut dan menangkap kembali cahaya yang dipantulkannya dengan

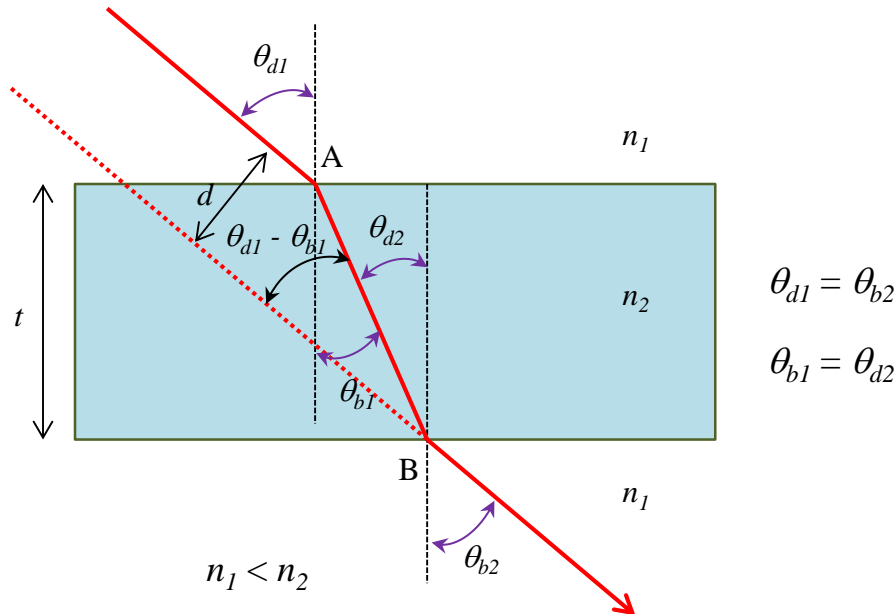
kamera. Cahaya yang ditangkap kamera dikirim melalui fiber optik ke monitor sehingga dokter dapat melihat atau merekam gambar bagian tubuh tersebut. Cahaya dikirim ke organ dan cahaya pantulan organ ditangkap kembali memalui system fiber optik. Prinsip kerja endoskopi diilustrasikan pada **Gambar 10.29**(c).

Gambar 10.29 (a) Contoh endoskop (Medical Resource Endoscopy). (b) Dokter sedang mengamati bagian dalam tubuh pasien dengan metode endoskopi (open access book). Bundelan fiber optik yang mengandung kamera kecil dan panjangnya beberapa puluh centimeter dimasukkan ke dalam usus pasien melalui mulut atau hidung. (c) Prinsip operadi endoskopi.

Demonstrasi Fiber Optik. Kalian dapat melakukan demonstrasi sederhana perambatan cahaya dalam fiber optik. Kalian gunakan air pancuran dan laser pointer. Ambil botol ttansparan bekas dan buat pancuran di sekitar dasarnya. Kalau bisa tambahkan pipa kecil sehingga pancuran air tidak bergamburan. Ambil juga sebuah laser pointer yang cukup murah. Isi air ke dalam botol tersebut sehingga air memancur di di dasarnya. Kemudian arahnya laser pointer dari sisi belakang sehingga tepat mengarah ke mulut pancuran. Kalian akan perhatikan pancuran air berwarna seperti warna cahaya laser pointer. Ini menunjukkan bahwa cahaya dalam pancuran mengalami pemantulan internal total internal seperti yang terjadi pada fiber optik. Percobaan yang kalian lakukan diilustrasikan pada **Gambar 10.30**.

Gambar 10.30 Pemantulan total internal oleh air dalam pancuran. Fenomena ini menyerupai perambatan cahaya dalam fiber optik (youtube.com)

10.7 Pembiasan cahaya oleh lapisan sejajar

Mari kita melihat fenomena pembiasan oleh lapisan sejajar. Contoh lapisan sejajar adalah pelat kaca di udara atau dalam air. Cahaya dating dari udata menuju sisi pertama pelat kaca sehingga mengalami pembiasan. Cahaya merambat dalam kaca menuju sisi kedua dan mengalami

pembiasan kembali di sisi kedua hingga cahaya kembali ke udara. Bagaimana bentuk lintasan cahaya tersebut? Mari kita analisis.

Cahaya yang keluar pada bidang batas kedua ini merambat dalam arah persis sama dengan cahaya datang pada bidang batas pertama. Tetapi, arah rambat cahaya telah mengalami pergeseran. Berapa bersarnya pergeseran tersebut? Lihat **Gambar 10.31**.

Gambar 10.31 Pergeseran arah rambat cahaya setelah melewati material dengan ketebalan tertentu.

Pergeseran arah rambat cahaya adalah *d*. Misalkan tebal medium adalah *t*. Hubungan antara sudut dating dan sudut bias di bidang batas pertama adalah

$$n_1 \sin \theta_{d1} = n_2 \sin \theta_{b1}$$

Dari Gambar 10.18 tampak bahwa

$$\theta_{d1} = \theta_{b2}$$

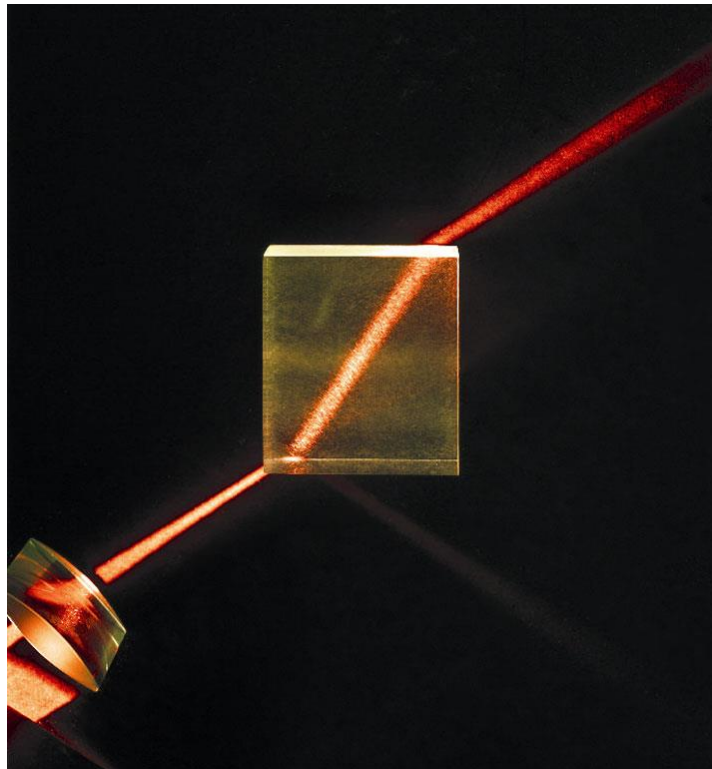
$$\theta_{b1} = \theta_{d2}$$

$$d = AB \sin (\theta_{d1} - \theta_{b1})$$

$$\frac{t}{AB} = \cos\theta_{b1}, \text{ atau } \quad AB = \frac{t}{\cos\theta_{b1}}$$

Dengan demikian,

$$d = \frac{t}{\cos\theta_{b1}} \sin(\theta_{d1} - \theta_{b1}) \tag{10.21}$$

Gambar 10.32 adalah contoh berkas cahaya yang melewati kaca dengan ketebalan tertentu. Tampak jelas pergeseran arah rambat cahaya setelah memewati kaca. Setelah keluar dari kaca, arah rambnat cahaya kembali sama dengan arah rambat sebelum memasuki kaca.

Gambar 10.32 Contoh pergeseran arah rambat cahaya setelah memewati kaca. (socratic.org)

Contoh 10.4

Cahaya datang dari udara ke selembar silica yang tebalnya 5 cm. Jika indeks bias silica untuk cahaya tersebut 1,458 dan sudut dating cahaya adalah 60°, berapakah pergeseran arah rambat cahaya setelah meninggalkan silica?

Jawab

Pertama, kita perlu tentukan sudut bias *r*. Dengan hukum Snell

$n_1 \sin i = n_2 \sin r$

$1 \times \sin 60^o = 1{,}458 \times \sin r$

yang menghasilkan

atau $r = 36{,}5^o$

Pergeseran arah rambat cahaya memenuhi

$$d = \frac{t}{\cos r} \sin (i - r) = \frac{5}{\cos 36{,}5^o} \sin \left(60^o - 35{,}6^o\right)$$

= 2,48 cm.

10.8 Pembiasan oleh permukaan bola

Selanjutnya kita akan analisis pembiasan cahaya oleh bidang batas berupa permukaan bola. Kita akan kaji jika pembiasan dilakukan oleh permukaan cekung dan permukaan cembung. Persamaan yang diperoleh menjadi dasar perancangan lensa cekung dan lensa cembung.

Pembiasan oleh permukaan cembung bola

Kita mulai menganalisis pembiasan oleh permukaan cembung bola. Perhatikan **Gambar 10.33**. Cahaya dating sejajar sumbu permukaan bola. Permukaan bola memiki jari-jari *R*. Cahaya mengenai permukaan bola pada koordinat (x_0,y_0). Sudut dating cahaya terhadap gari normal adalah θ_d. Cahaya kemudian dibiaskan dengan sudut θ_b dan memotong sumbu datar pada titik F. Yang akan kita tentukan adalah berapa jarak titik F dari ujung terluar permukaan bola, yaitu panjang *f*.

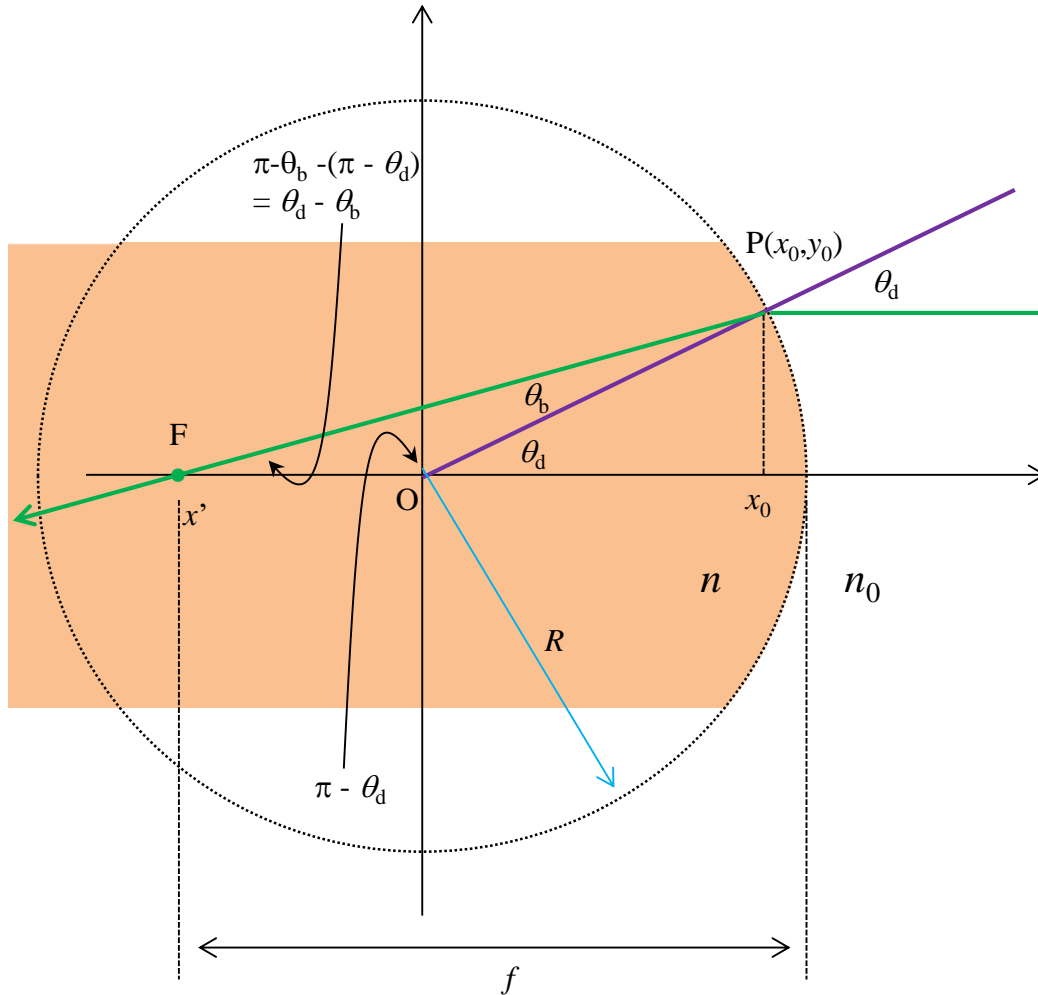
Pertama kita memiliki hokum Snell yang menghubungkan sudut dating dan sudut bias, yaitu $n_0 \sin\theta_d = n \sin\theta_b$. Kemudian, dengan memperhatikan Gambar 10.33 maka kemiringan garis yang sejajar dengan sinar bias adalah

$$m = \tan(\theta_d - \theta_b)$$

Untuk kemudahan analisis, kita hanya fokuskan pada kasus sederhana di mana baik sudut datang maupun sudut bias sangat kecil. Jika gunakan aturan umum bahwa untuk nilai x yang kecil maka $\tan x \approx \sin \approx x$. Jika θ_d maupun θ_b sangat kecil maka θ_d - θ_b juga sangat kecil sehingga kita dapat melakukan aproksimasi berikut ini

$$m \approx \sin(\theta_d - \theta_b)$$

$$\approx \theta_d - \theta_b$$

$$\approx \sin\theta_d - \sin\theta_b \tag{10.22}$$

Gambar 10.33 Ilustrasi arah rambat cahaya datang dan cahaya bias yang dating di permukaan cembung bola, serta parameter-parameter yang akan digunakan dalam perhitungan.

Substitusi hokum Snell pada persamaan (10.22) maka diperoleh

$$m \approx \sin\theta_d - \frac{n_0 \sin\theta_d}{n}$$

$$m \approx \sin\theta_d \left(1 - \frac{n_0}{n}\right)$$

Garis yang sejajar dengan sinar bias memiliki gradient m dan melewati titik (x_0,y_0). Maka persamaan garis tersebut adalah

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

Garis tersebut memotong sumbu datar pada koordinat (x',0) yang memenuhi persamaan

$$0 - y_0 = m(x' - x_0)$$

Atau

$$x' = x_0 - \frac{y_0}{m}$$

Kembali mengacu pada **Gambar 10.33** maka kita dapatkan $x_0 = R\cos\theta_d$ dan $y_0 = R\sin\theta_d$. Dengan demikian titik potong sinar bias dengan sumbu datar dapat ditulis

$$x' = R\cos\theta_d - \frac{R\sin\theta_d}{\sin\theta_d(1 - n_0/n)}$$

$$= R\left(\cos\theta_d - \frac{n}{n - n_0}\right)$$

Karena $n/(n-n_0) > 1$ maka $x' < 0$. Dengan demikian nilai positif dari x' adalah

$$|x'| = R\left(\frac{n}{n - n_0} - \cos\theta_d\right)$$

Akhirnya kita dapatkan jarak jatuhnya sinar bias diukur dari ujung terluar bidang adalah

$$f = R + |x'|$$

$$= \frac{n}{n-n_0} R + R(1-\cos\theta_d) \qquad (10.23)$$

Jelas dari persamaan (10.23) bahwa cahaya yang jatuh dengan sudut datang berbeda akan memotong sumbu datar pada posisi yang berbeda. Dengan perkataan lain cahaya yang dibiaskan tidak benar-benar difokuskan. Jika kita tangkap cahaya bias maka cahaya tersebut tidak membentuk satu titik yang tajam tetapi berbentuk lingkaran dengan diameter tertentu.

Untuk kasus khusus jika sudut dating sinar kecil sekali maka kita dapat melakukan aprosikasi $\cos\theta_d \approx 1$ sehingga jarak titik potong sinat bias dengan sumbu datar diaproksimasi menjadi

$$f \approx \frac{n}{n-n_0} R \qquad (10.24)$$

Persamaan ini yang sering kita gunakan selama ini. Untuk berkas yang dating dengan sudut sangat kecil maka berkas tersebut difokuskan pada satu titik.

Pembiasan oleh permukaan cekung bola

Selanjutnya kita bahas kasus di mana cahaya datang dari permukaan cekung dari bola. **Gambar 10.34** adalah ilustrasi arah rambat cahaya dating (kiri) dan cahaya bias (kanan) serta parameter-parameter yang digunakan dalam perhitungan. Sangat jelas dari gambar tersebut bahwa sinar bias membentuk sudut θ_d - θ_b terhadap sumbu datar sehingga kemiringan garis yang sejajar sinar bias adalah

$$m = \tan(\theta_d - \theta_b) .$$

Kembali dengan asumsi bahwa sutud dating maupun sudut bias sangat kecil maka kita dapat melakukan aproksimasi

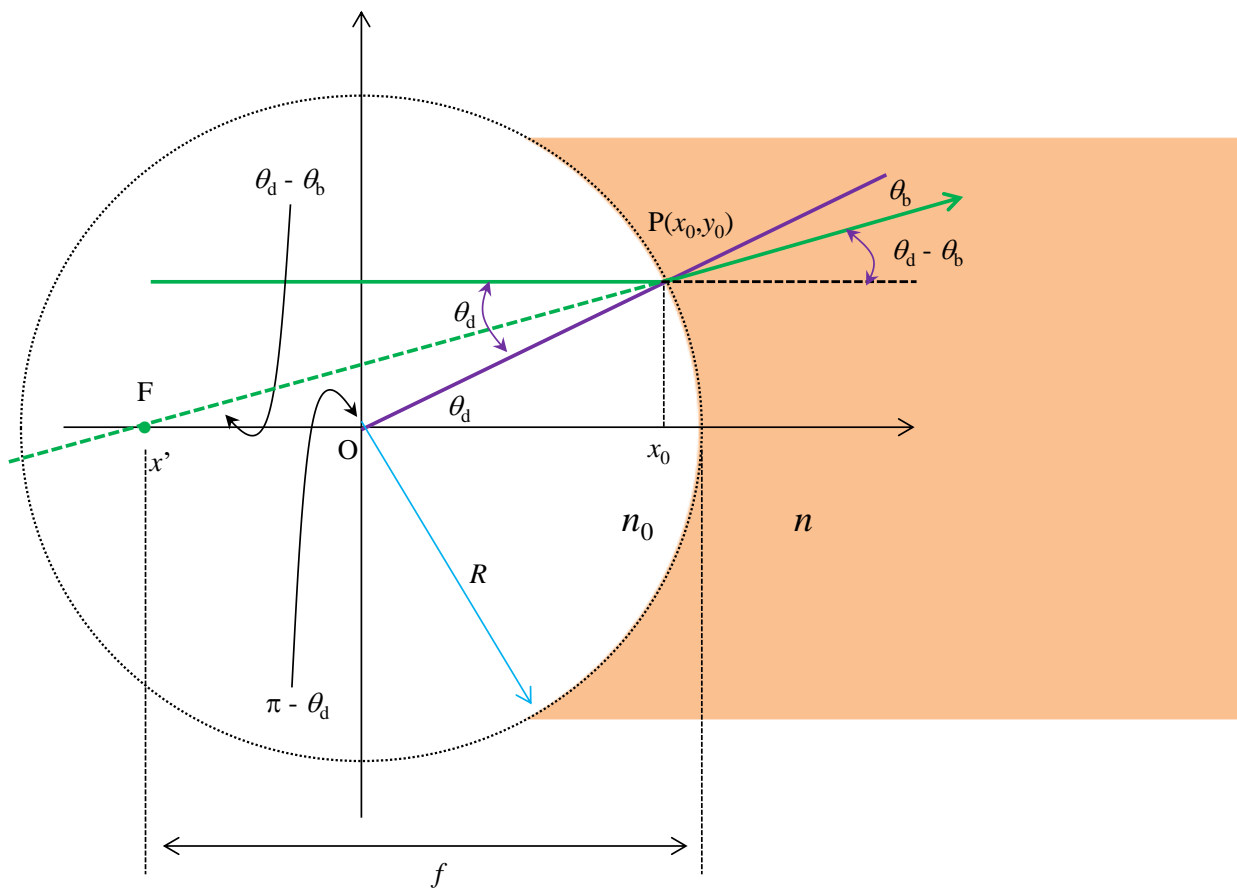
$$m \approx \sin(\theta_d - \theta_b)$$

$$\approx \theta_d - \theta_b$$

$$\approx \sin\theta_d - \sin\theta_b$$

$$= \sin\theta_d \left(1 - \frac{\sin\theta_b}{\sin\theta_d}\right)$$

$$= \sin\theta_d \left(1 - \frac{n_0}{n}\right)$$

Pada persamaan terakhir kita telah menggunakan hokum Snell untuk pembiasan.

Gambar 10.34 Ilustrasi arah rambat cahaya datang dan cahaya bias yang datang di permukaan cekung bola, serta parameter-parameter yang akan digunakan dalam perhitungan.

Garis yang sejajar sinar bias memiliki gradient m dan melewati koordinat (x_0,y_0). Dengan langkah yang sama seperti yang kita gunakan untuk pembiasan oleh permukaan cembong maka kita akan dapatkan jarak tikik potong sinar bias dengan sumbu datar memenuhi

$$f = \frac{n}{n-n_0} R + R(1-\cos\theta_d)$$

Untuk sudut dating yang kecil kita kembali mendapatkan persamaan (10.24)

Dari pembahasan di atas bahwa jarak titik potong garis yang sejajar sinar bias dengan sumbu datar untuk pembiasan oleh permukaan cembung maupun permukaan cekung bola sama, yaity diberikan oleh persamaan (10.24). Namun keduanya berbeda. Kalau pembiasan oleh permukaan cekung bola maka sumbu datar dipoting langsung oleh sinar bias. Sebaliknya, pada pembiasan oleh permukaan cekung maka sumbu datar tidak diporong oleh sinat bias, tetapi dipotong oleh perpanjangan sinar bias kea rah belakang. Untuk pembiasan oleh permukaan cembung maka pada titik potong tersebut terkumpul cahaya. Namun untuk pembiasan oleh permukaan cekung maka pada titik potong tersebut tidak ditemukan cahaya.

10.9 Pebiasan oleh prisma

Selanjutnya kita tinjau kondisi yang sedikit lebih rumit, yaitu pembiasan oleh prisma. Walaupun rumit, namun fenomena ini sangat penting dalam teknologi spektroskopi untuk menguraikan cahaya putiah atas spectrum warna yang berbeda seperti diilustrasikan pada **Gambar 10.35**. Setelah melewati prisma maka spectrum warna yang berbeda tersebut merambat ke arah yang berbeda sehingga dapat dipilih salah satu warna yang dinginkan.

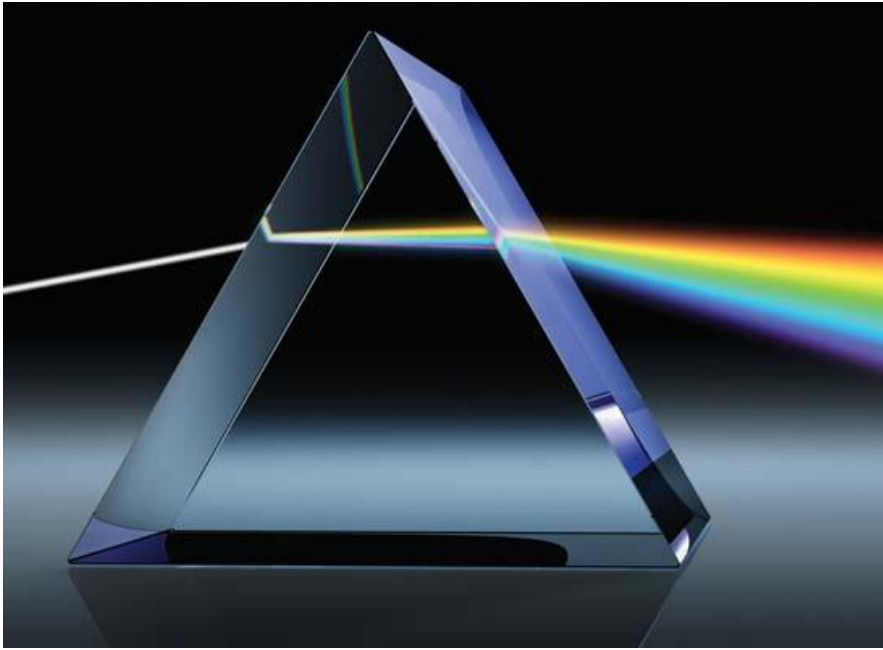
Sekarang mari kita analisis fenomena pembiasan cahaya oleh prisma. **Gambar 10.36** mengilustrasikan lintasan cahaya pada prisma yang memiliki indeks bias n dan sudut puncak β. Pertama mari kita analisis kaitan antara sudut-sudut pada **Gambar 10.36**. Dengan melihat bangun abcd jelas bahwa

$$\beta + \angle abc + \angle bcd + \angle cda = 2\pi$$

atau

$$\beta + \pi/2 + \angle bcd + \pi/2 = 2\pi$$

yang menghasilkan

$$\angle bcd = \pi - \beta \tag{10.25}$$

Gambar 10.35 Penguraian cahaya putih oleh prisma. Setelah meninggalkan prisma maka cahaya yang memiliki panjang geombang berbeda akan merambat dalam arah yang berbeda. Dengan demikian, cahaya yang memiliki panjang gelombang berbeda dapat dipisahkan atau kita dapat memilih cahaya dengan panjang gelombang tertentu saja (Ecyclopedia Brittanica)

Selanjutnya perhatikan segitiga bcd. Hubungan antar sudut pada segitiga tersebut adalah

$$\angle bcd + \angle cdb + \angle dbc = \pi$$

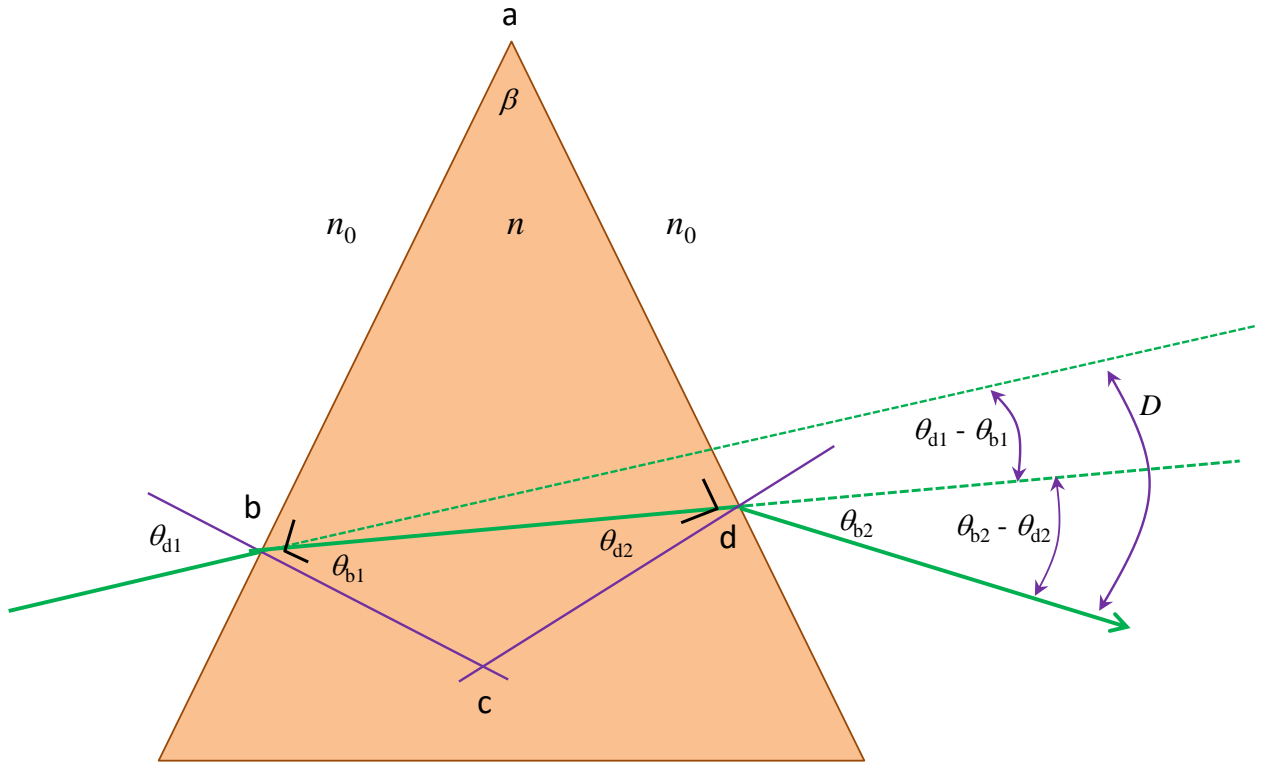
atau

$$\angle bcd + \theta_{d2} + \theta_{b1} = \pi \tag{10.26}$$

Dari persmaaan (10.25) dan (10.26) kita peroleh

$$\pi - \beta + \theta_{d2} + \theta_{b1} = \pi$$

atau

$$\theta_{d2} + \theta_{b1} = \beta \qquad (10.27)$$

Gambar 10.36 Ilustrasi arah rambat cahaya datang dan cahaya bias yang melewati prisma.

Sudut deviasi didefinisikan sebagai sudut antara sinar bias di sisi kedua dengan sinar dating di sisi pertama. Jelas dari **Gambar 10.36** bahwa sudut deviasi memenuhi

$$D = (\theta_{d1} - \theta_{b1}) + (\theta_{b2} - \theta_{d2})$$

$$= (\theta_{d1} + \theta_{b2}) - (\theta_{d2} - \theta_{b1})$$

$$= (\theta_{d1} + \theta_{b2}) - \beta \qquad (10.28)$$

Agar lebih eksplisit menentukan sudut deviasi, mari kita gunakan

hokum Snell pada pembiasan di permukaan pertama dan permukaan kedua. Pemiasan pada permukaan pertama memenuhi

$$n_0 \sin\theta_{d1} = n \sin\theta_{b1}$$

atau

$$\theta_{b1} = \sin^{-1}\left(\frac{n_0}{n}\sin\theta_{d1}\right)$$

Selanjutnya kita gunakan persamaan (10.27) untuk mendapatkan sudut dating pada bisang kedua, yaitu

$$\theta_{d2} = \beta - \sin^{-1}\left(\frac{n_0}{n}\sin\theta_{d1}\right)$$

Kemudian kita gunakan hukum Snell untuk menjelaskan pembiasan pada sisi kedua, yaitu

$$n \sin\theta_{d2} = n_0 \sin\theta_{b2}$$

yang menghasilkan

$$\theta_{b2} = \sin^{-1}\left(\frac{n}{n_0}\sin\theta_{d2}\right)$$

Sebelum menentukan persamaan untuk sudut deviasi, mari kita tentukan dulu hubungan berikut ini

$$\sin\theta_{d2} = \sin\left[\beta - \sin^{-1}\left(\frac{n_0}{n}\sin\theta_{d1}\right)\right]$$

$$= \sin\beta \cos\left[\sin^{-1}\left(\frac{n_0}{n}\sin\theta_{d1}\right)\right] - \cos\beta \sin\left[\sin^{-1}\left(\frac{n_0}{n}\sin\theta_{d1}\right)\right]$$

Kemudian kita gunakan sifat fungsi invers berikut ini, $\sin(\sin^{-1} x) = x$. Dengan demikian kita dapat menulis

$$\sin\theta_{d2} = \sin\beta\cos\left[\sin^{-1}\left(\frac{n_0}{n}\sin\theta_{d1}\right)\right] - \left(\frac{n_0}{n}\sin\theta_{d1}\right)\cos\beta$$

Dan sudut bias pada permukaan kedua menjadi

$$\theta_{b2} = \sin^{-1}\frac{n}{n_0}\left\{\sin\beta\cos\left[\sin^{-1}\left(\frac{n_0}{n}\sin\theta_{d1}\right)\right] - \left(\frac{n_0}{n}\sin\theta_{d1}\right)\cos\beta\right\}$$

$$= \sin^{-1}\left\{\frac{n}{n_0}\sin\beta\cos\left[\sin^{-1}\left(\frac{n_0}{n}\sin\theta_{d1}\right)\right] - \sin\theta_{d1}\cos\beta\right\}$$

Akhirnya kita mendapatkan ungkapan yang lebih eksplisit untuk sudut deviasi sebagai berikut

$$D = \theta_{d1} - \beta + \sin^{-1}\left\{\frac{n}{n_0}\sin\beta\cos\left[\sin^{-1}\left(\frac{n_0}{n}\sin\theta_{d1}\right)\right] - \sin\theta_{d1}\cos\beta\right\} \quad (10.29)$$

Menarik untuk menentukan sudut deviasi minimum. Tampak bahwa D hanya merupakan fungsi θ_{d1}. Utuk mencari minimum D kita lakukan diferensian terhadap θ_{d1} dan menentukan solusi yang menolkan diferensial tersebut. Karena bentuk fungsi D cukup kompleks maka diferensial pun cukup komples.

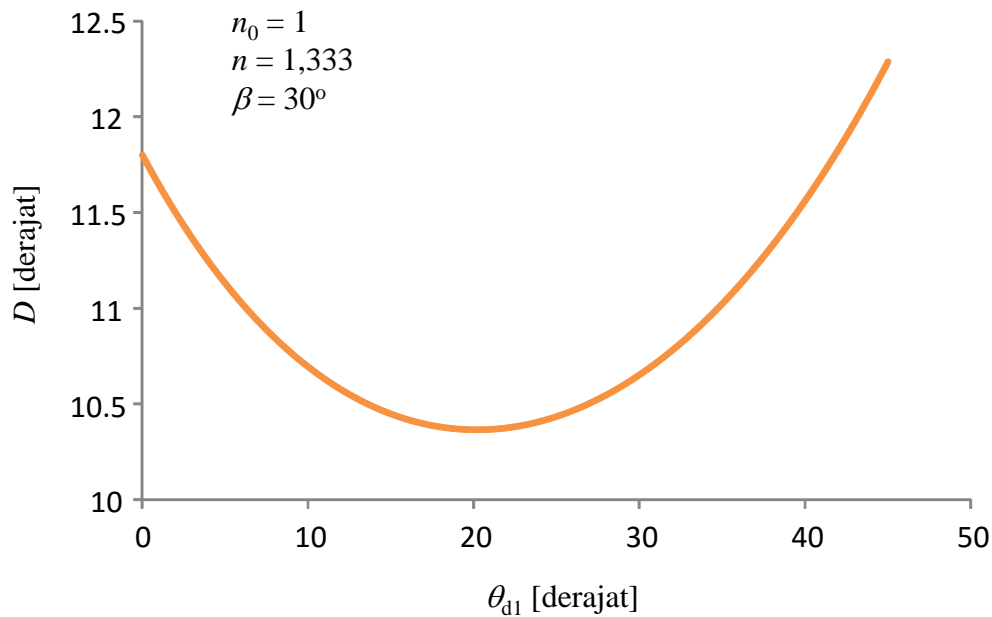
Untuk mebuktikan bahwa ada θ_{d1} yang membuat D minimum kita dapat membuat grafif D sebagai fungsi θ_{d1}. Grafik dapat dibuat secara sederhana menggunakan excel. **Gambar 10.37** adalah plot D sebagai fungsi θ_{d1}. Sebagai ilustrasi kita gunakan n_0 = 1 (udara), n = 1,333, dan β = 30^o. Tampak jelas adanya sudut deviasi minimum yang terjadi saat θ_{d1} sekitar 20^o dengan sudut deviasi minimum sekitar 10,5^o.

Menarik untuk mengkaji bagaimana arah rambat sinar dalam prisma ketika deviasi minimum terjadi. Pada **Gambar 10.37** deviasi minimum terjadi ketika $\theta_{d1} \approx 20^o$. Sudut bias pada permukaan pertama adalah

$$\theta_{b1} = \sin^{-1}\left(\frac{n_0}{n}\sin\theta_{d1}\right) = 14{,}9\ ^o$$

Sudut dating pada bidang kedua adalah

$$\theta_{d2} = \beta - \sin^{-1}\left(\frac{n_0}{n}\sin\theta_{d1}\right) = 30^o - 14{,}9^o = 15{,}1^o$$

Tampak bahwa deviasi minimum terjadi ketika sudut bias pada bidang pertama sama dengan sudut dating pada bisang kedua. Ini artinya segitiga abd merupakan segitiga sama kaki.

Gambar 10.37 Plot sudut deviasi sebagai fungsi sudut dating pada bidang pertama. Untuk keperluan perhitungan kita menggunakan gunakan n_0 = 1 (udara), n = 1,333, dan β = 30^o. Perhitungan dan pembuatan grafik dilakukan dengan excel.

Karena pada kondisi deviasi minimum, $\theta_{b1} = \theta_{d2}$ maka dengan mengacu pada persamaan (10.27) kita peroleh

$$\theta_{b1} = \theta_{d2} = \frac{\beta}{2}$$

Lebih lanjut, karena $\theta_{b1} = \theta_{d2}$ maka $\theta_{d1} = \theta_{b2}$. Akibatnya, dari persamaan (10.28) sudut deviasi minimum memenuhi

$$D = 2\theta_{d1} - \beta$$

Dengan menggunakan hokum Snell pada sisi kiri saat terjadi deviasi minimum maka $n_0 \sin\theta_{d1} = n\sin(\beta/2)$ atau $\sin\theta_{d1} = (n/n_0)\sin(\beta/2)$. Jadi, sudut deviasi minimum dapat ditulis dalam persamaan berikut ini

$$D = 2\sin^{-1}\left(\frac{n}{n_0}\sin\frac{\beta}{2}\right) - \beta \qquad (10.30)$$

Untuk mengecek kebenaran persamaan (10.30), mari kita masukkan data yang telah digunakan dalam menentukan grafik pada Gambar 10.27, yaitu n_0 = 1 (udara), n = 1,333, dan β = 30°. Kita dapatkan D = 20,27°, persis sama dengan yang ditunjukkan pada **Gambar 10.37**.

10.10 Indeks bias

Laju perambatan gelombang elektromagnetik terbesar tercapai ketika merambat dalam ruang hampa. Jika gelombang EM masuk ke dalam material, maka laju dan panjang gelombangnya berkurang, tetapi frekuensinya tidak berubah. Laju cahaya dalam es adalah 2,3 × 10^8 m/s sedangkan dalam intan adalah 1.24 × 10^8 m/s. Umumnya, laju cahaya berbeda jika memasuki material yang berbeda. Oleh karena itu, perlu didefinisikan suatu besaran yang menentukan laju cahaya dalam material. Besaran tersebut disebut **indeks bias**, yang memenuhi hubungan

$$n = \frac{c}{c_m} \qquad (10.31)$$

dengan n indeks bias material, c laju cahaya dalam ruang hampa, dan c_m laju cahaya dalam material. Dengan menggunakan hubungan $c = \lambda f$, dan $c_m = \lambda_m f$, maka persamaan untuk indeks bias dapat juga ditulis sebagai

$$n = \frac{\lambda f}{\lambda_m f} = \frac{\lambda}{\lambda_m} \qquad (10.32)$$

dengan

λ panjang gelombang dalam ruang hampa

λ_m panjang gelombang dalam material

Tampak dari Tabel 11.2 bahwa indeks bias udara atau gas sangat mendekati

satu. Dengan demikian, untuk praktisnya, laju perambatan cahaya di udara diambil sama dengan laju perambatan cahaya dalam ruang hampa.

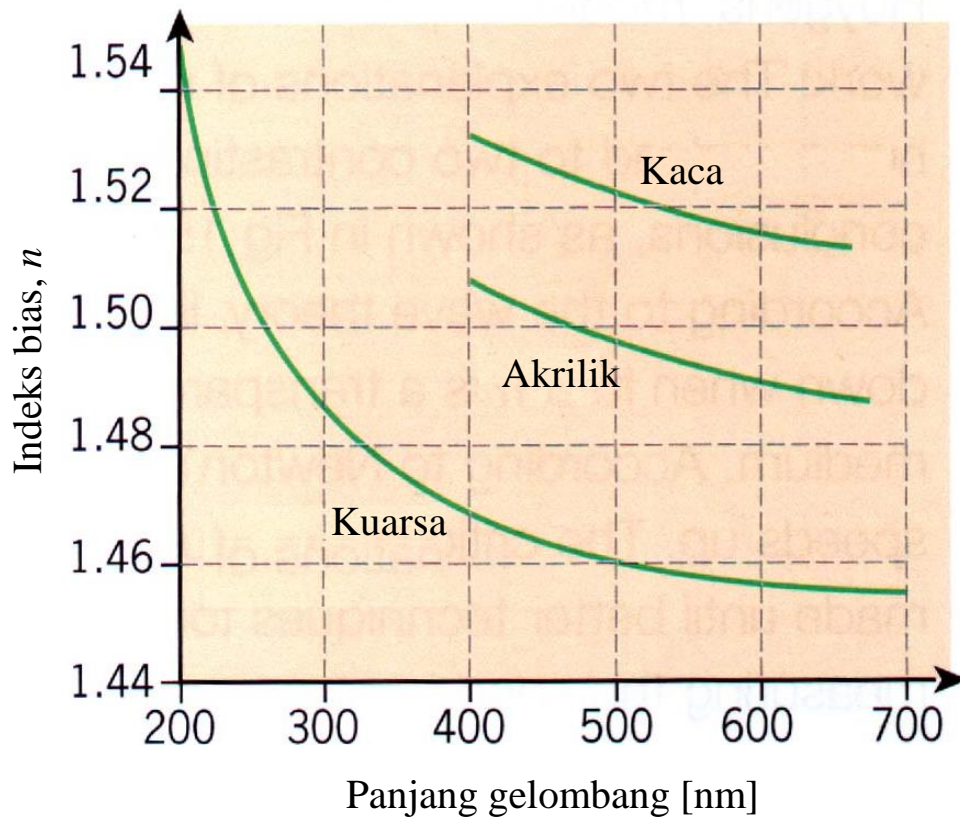
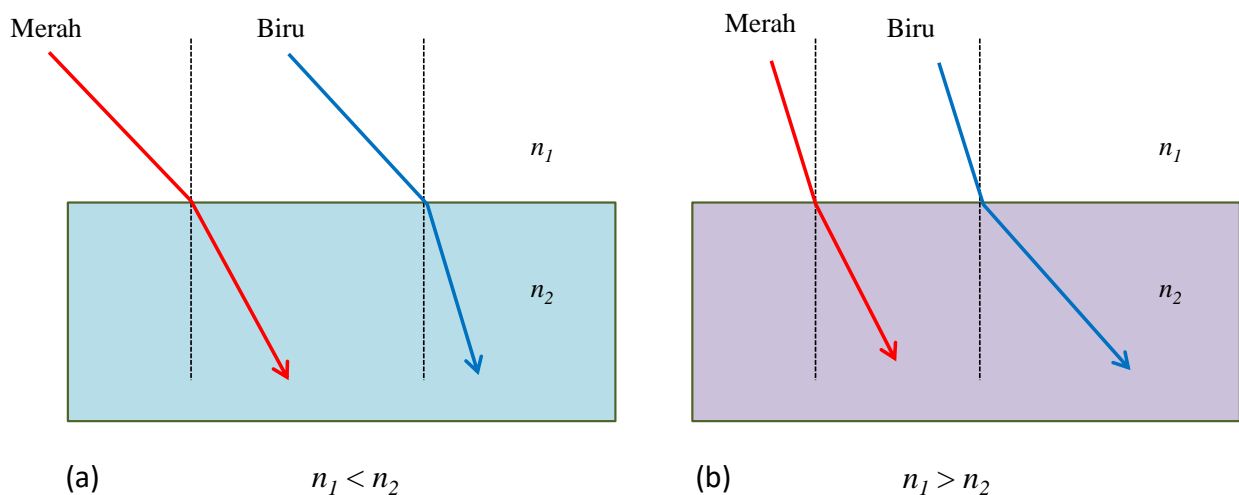
Tabel 11.2 Indkes bias beberapa material

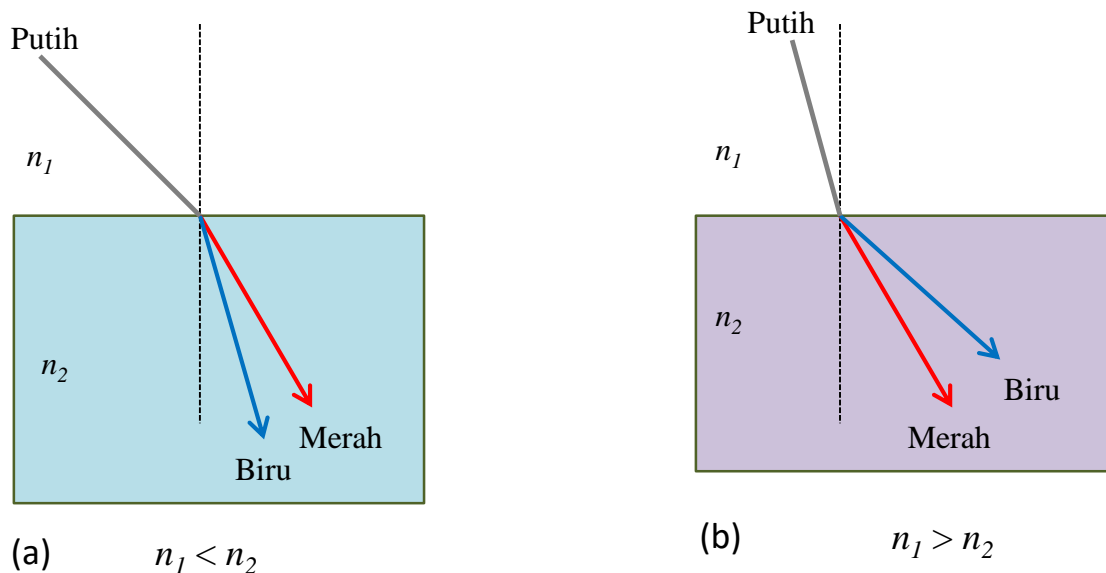
Material	Indeks bias
Intan	2,419
Kuarsa	1,458
Botol glas	1,520
Glas beker	1,474
Es	1,309
Polistiren	1,6
Akrilik	1,49
Etanol	1,361
Gliserol	1,473
Air	1,333
Udara	1,000293
Karbon dioksida	1,00045

10.10.1 Indeks bias bergantung pada panjang gelombang cahaya

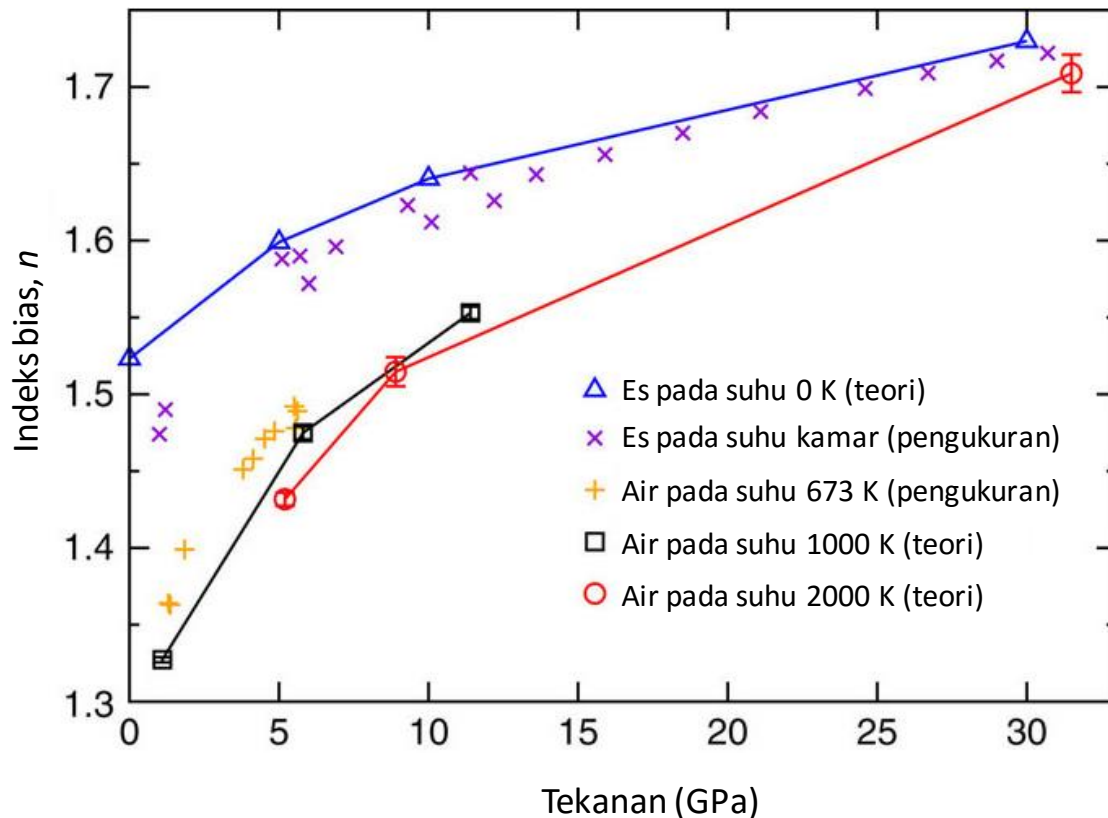
Sesungguhnya indeks bias material bergantung pada panjang gelombang cahaya. Makin kecil panjang gelombang cahaya maka makin besar indeks bias material untuk cahaya tersebut. Indeks bias untuk cahaya biru lebih besar daripada indeks bias untuk cahaya merah. **Gambar 10.38** adalah contoh kebergantungan indeks bias beberapa material terhadap panjang gelombang cahaya.

Perbeadan indeks bias material untuk cahaya yang memiliki panjang gelombang berbeda-beda menimbulkan beberapa akibat:

a) Makin pendek panjang gelombang cahaya maka makin kecil laju cahaya dalam material tersebut. Dalam material tertentu, cahaya biru merambat lebih lambat daripada cahaya merah.
b) Jika jatuh pada bidang batas dua material dengan sudut datang yang sama, maka cahaya dengan panjang gelombang pendek mengalami pembelokan arah lebih besar (**Gambar 10.39**).

Gambar 10.38 Kebergantungan indeks bias terhadap panjang gelombang untuk beberapa material. Pada kebanyakan material, indeks bias makin kecil jika panjang gelombang makin besar. Pada material yang sama cahaya ungu memiliki indeks bias lebih besar daripada cahaya merah.

Gambar 10.39 Karena perbedaan indeks bias material untuk cahaya dengan panjang gelombang berbeda maka cahaya biru dan cahaya merah dibiaskan dengan sudut berbeda.

c) Jika cahaya putih jatuh pada bidang batas dua material maka cahaya tersebut akan terurai atas berkas-berkas dengan panjang gelombang yang berbeda-beda karena masing-masing berkas memiliki sudut bias yang berbeda-beda (**Gambar 10.40**).

Gambar 10.40 Karena perbedaan indeks bias untuk spectrum cahaya dengan panjang gelombang berbeda maka setelah melewati material transparan, maka cahaya putih terurai atas berkas yang memiliki panjang gelombang berbeda.

10.10.2 Indeks bias bergantung pada tekanan

Jika material diberi tekanan yang sangat besar (Giga Pascal) maka volume materil sedikit mengecil. Jarak antar atom atau molekul pengukur material menjadi lebih kecil sehingga kerapatan atom atau molekul makin besar. Ini bearkibat indeks bias material membersar. Fenomena ini hanya dapat diamati ketika memberikan tekanan yang sangat besar. Tekanan yang tidak terlalu besar tidak menguab volum aterial secara berarti. Perubahan volum material mulai dapat dideteksi ketika tekanan yang diberikan berada dalam orde giga Pascal. **Gambar 10.41** adalah kebergantungan indeks bias es dan air pada tekanan yang sangat tinggi. Tampak bahwa indeks bias bertambah dengan naiknya tekanan, seperti yang kita duga.

Gambar 10.41 Kebergantungan indeks bias es dan air pada tekanan yang sangat tinggi (D. Pan, Q. Wan and G. Galli, Nature Communications 5, 3919 (2014)).

10.10.3 Indeks Bias Zat Cair

Indeks bias suatu zat digasilkan oleh momen dipole atom atau molekul penyusun oleh zat tersebut. Inekd bias bergantung pada berapa nilai momen dipole dan berapa kerapatannya. Main besar momen diole dan mkin besar kerapatan maka indek bias makin besar.

Kita mengetahun bahwa ketika suhu zat berubah maka zat tersebut akan memuian (jika suhu meningkat) atau mengjkerut (jika suhu turun). Kecuali kasus khusus untuk zat dengan koefisien muai termal negative (negative thermal expansion) di mana terjadi kebalikannya, yaitu volume berkurang jika suhu meningkat dan volume bertambah jika suhu menurun. Pemuatan atau engkerutan disebabkan oleh perubahan jaran antar atom. Ini berarti pula bahwa pemuaian atau pengkerutan menyebabkan perubahan jarak antar momen dipol penyusun zat, atau keraptan momen dipole penyusn zat berbeda. Akibaynya, indkes bias zat tersebut seharusnya berubah. Benarkah demikian? Benarkan indeks bergantung pada suhu?

Jawabannya iya. Khususnya untuk zat cair atau gas, indeks bias

bergantung pada suhu. Mengapa demikian? Karena volume zat zair atau gas lebih sensifit terhadap perubahan suhu sehingga indeks bias pun sensitive terhadap perubahan suhu. Pada tekanan tetap, laju perubahan indkes bias zat zair terhadap perubahan suhu diberikan oleh persamaa berikut ini [*C.G. Murphy and S.S. Alpert, Dependence of refractive index temperature coefficient of the thermal expansivity of liquid, American Journal of Physics 39, 834 (1971)*)

$$\frac{dn}{dT} = -\frac{3}{2}\frac{n(n^2-1)}{2n^2+1}\beta \tag{10.33}$$

dengan

n adalah indeks bias

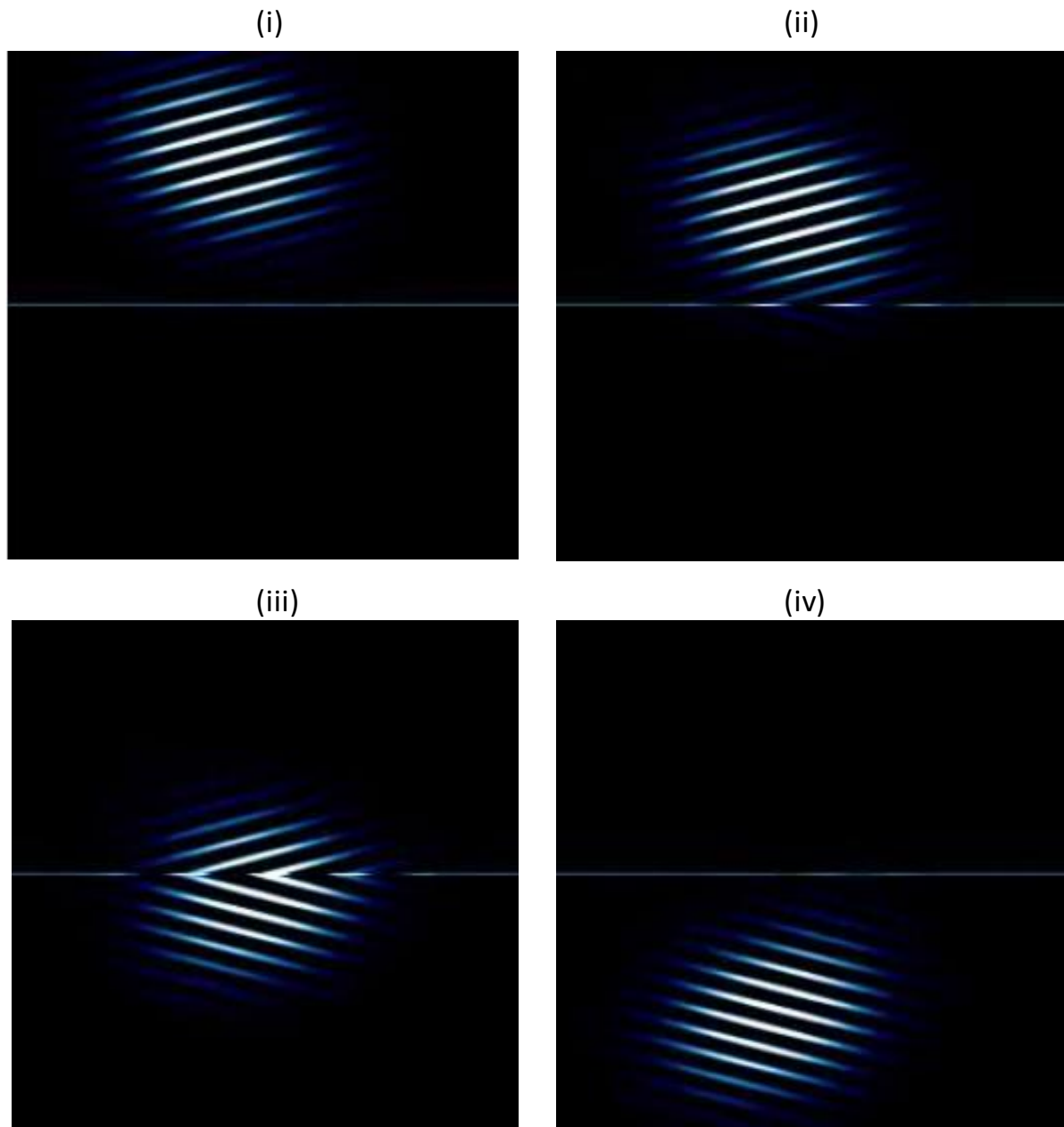
β koefisien muai panas volum.

Sebagai contoh, benzene memiliki indeks bias pada suhu 23 ^{o}C sebesar 1,503. Koefiensi muai termal volum benzene adalah $1,21 \times 10^{-3}$/^{o}C. Dengan demikian gradient perubahan indeks bias terhadap suhu adalah -0,000622/^{o}C.

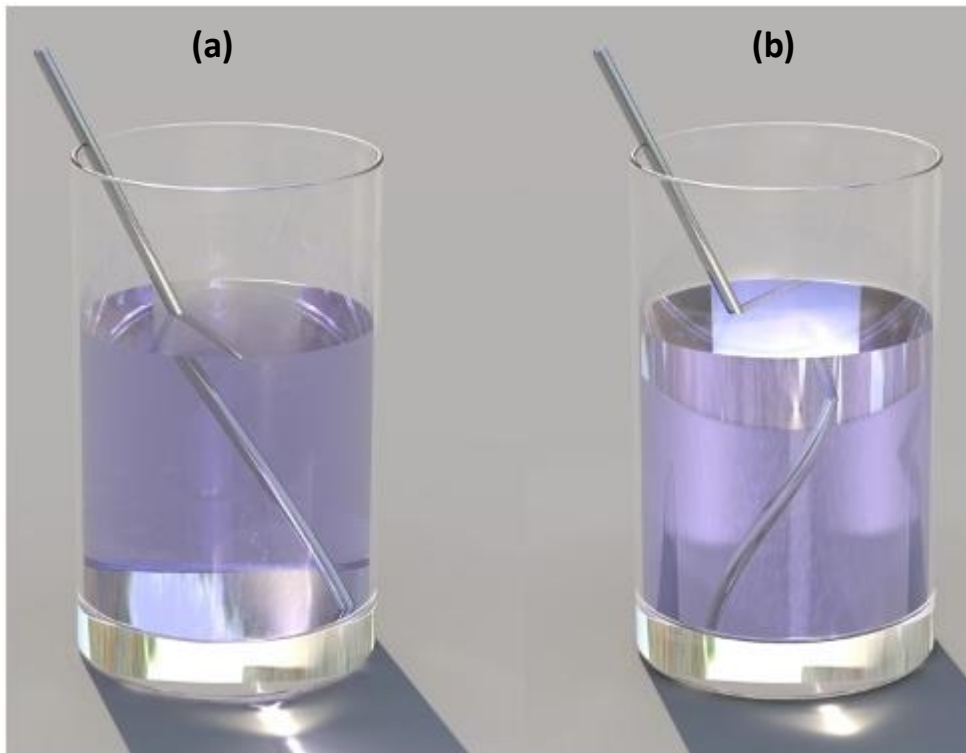
10.10.4 Indeks bias negatif

Indeks bias yang kita kenal selalu bernilai positif dan lebih besar atau sama dengan satu. Indeks bias satu didefinisikan sebagai indeks bias vakuum. Indeks bias udara mendekati satu tapi sedikit lebih besar, seperti ditampilkan pada Tabel 10.1. Namun, para ilmuwan mengamati fenomena yang aneh pada sejumah material baru yang berhasil dibuat. Fenomena tersebut dapat dijelaskan jika diasumsikan bahwa material tersebut memiliki indeks bias negatif. Material yang berhasil dibuat sering disebut negative-index metamaterial atau negative-index material (NIM). Material ini memiliki indeks bias negatif pada jangkauan frekuensi tertentu.

Karena memiliki indeks bias negatif, maka pembiasan cahaya oleh material ini melawan hukum Snell. **Gambar 10.42** adalah ilustrasi pembelokan arah rambat cahaya oleh material yang memiliki indeks bias negatif. Dilustrasikan secara berurutan: (i) berkas cahaya datang dari udara, (ii) berkas cahaya memasuki bidang batas udara dan material yang memiliki indeks bias negatif, (iii) cahaya mengalami pembiasan, dan (iv) cahaya merambat dalam material dengan indeks bias negatif. Tampak sekali perbedaan dengan prediksi hukum Snell. Bagi material dengan indeks bias

positif maka arah rambat cahaya dalam materual adalah ke arah kanan bawah. Tampi untuk material dengan indeks bias negatif, maka arahnya adalah kiri bawah.

Gambar 10.42 Ilustrasi pembiasan cahaya oleh material dengan indeks bias negatif: (i) berkas cahaya datang dari udara, (ii) berkas cahaya memasuki bidang batas udara dan material yang memiliki indeks bias negatif, (iii) berkas cahaya mengalami pembiasan, dan (iv) berkas cahaya merambat dalam material dengan indeks bias negatif (Wikipedia.org).

Ilustrasi lebih ekstrim lagi tampak pada **Gambar 10.43**. Material

bentuk cair dengan indeks bias positif seperti air dan indeks bias negatif diisikan ke dalam gelas. Kemudian batang kecil dicelupkan ke dalam material tersebut. Tampak dua batang patah pada bidang batas material dengan udara. Namun, pada material dengan indeks bias potifit, orientasi patahan batang dalam material sama dengan orintasi semula (a). Sebaliknya, pada material dengan indeks bias negatif, orientasi patahan di dalam material pengalami pembalikan (b).

Gambar 10.43 Material dengan indeks bias positif dalam bentuk cair dan indeks bias negatif dalam bentuk cair juga dimasukkan ke dalam gelas yang sama. Ke dalam dua material dicelupkan batang kecil. Karena mengalami pembiasan maka batang tampak patah di batas dua material. Namun, pada material dengan indeks bias potifit, orientasi patahan batang dalam material sama dengan orintasi semula (a). Sebaliknya, pada material dengan indeks bias negatif, orientasi patahan di dalam material pengalami pembalikan (b).

10.11 Interferensi cahaya

Percobaan tentang interferensi celah ganda pada cahaya merupakan percobaan monumental yang dilakukan Thomas Young. Karena sejak saat itulah konsep tentang gelombang cahaya diterima secara utuh. Sebelum percobaan Young, konsep gelombang cahaya belum diterima oleh semua ilmuwan karena tidak ada eksperimen yang secara langsung membuktikan

sifat gelombang cahaya. Akibatnya, teori partikel cahaya yang dirumuskan oleh Newton masih diterima sebagian orang. Kesulitan dalam melakukan eksperimen tersebut muncul akibat panjang gelombang cahaya yang terlalu pendek dan peralatan yang ada saat itu tidak mendukung untuk mengukur panjang gelombang cahaya secara langsung.

Saat ini, panjang gelombang cahya bukan lagi nilai yang sangat kecil. Orang bahkan sudah mampu mengukur panjang hingga ribuan kali lebih kecil daripada panjang gelombang cahaya.

10.11.1 Interferensi Celah Ganda

Skema percobaan interferensi celah ganda yang dilakukan Young diperlihatkan pada **Gambar 10.44**. Young menggunakan sumber monokromatik S. Di depan sumber terdapat dua celah S_1 dan S_2 yang memiliki jarak persis sama dari sumber. Dengan demikian, fase gelombang pada S_1 dan pada S_2 tepat sama. Dengan prinsip Huygens, celah S_1 dan S_2 berperan sebagai sumber gelombang baru. Pola interferensi diamati pada layar yang berjarak L dari celah.

Seperti sudah kita bahas pada Bab terdahulu, interferensi konstruktif terjadi jika selisih jarak tempuh gelombang dari dua sumber merupakan kelipatan bulat dari panjang gelombang. Sedangkan interferensi deskturktif terjadi jika selisih jarak tempuh gelombang dari dua sumber merupakan kelipatan ganjil dari setengah panjang gelombang.

Berkas cahaya dari sumber S1 dan S2 memenuhi berbentuk sebagai berikut

$$y_1 = A\cos(\omega t - kr_1 + \varphi_0)$$

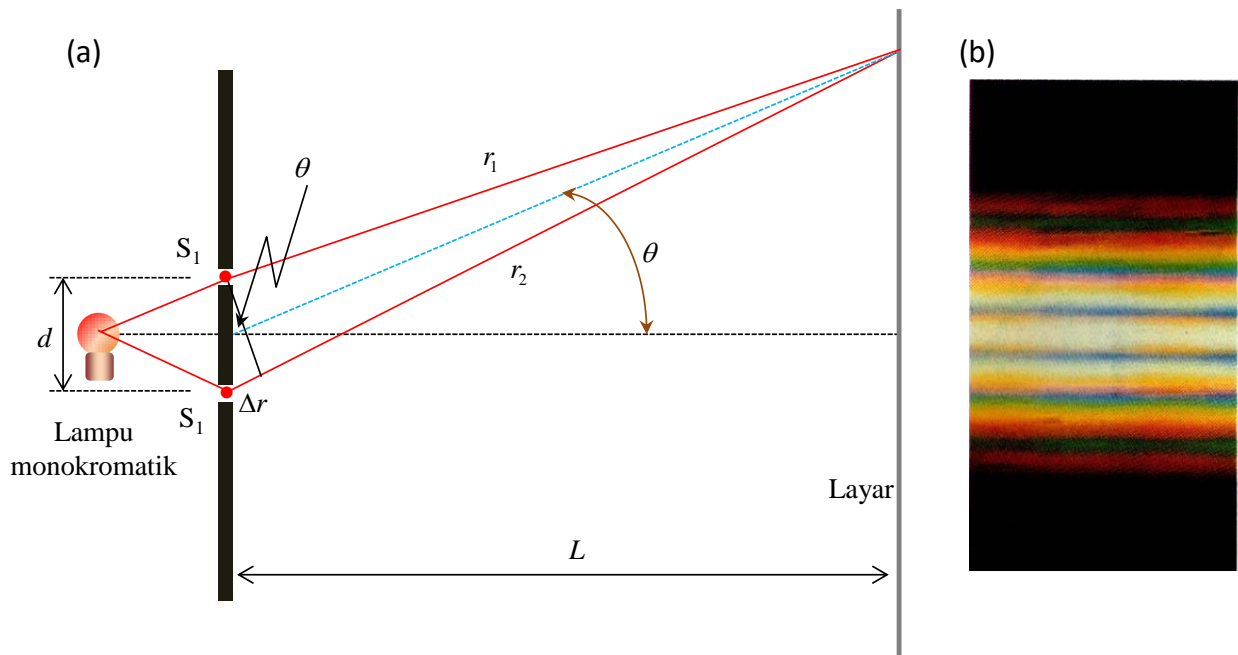
$$y_2 = A\cos(\omega t - kr_2 + \varphi_0)$$

Kedua berkas memiliki fase awal yang sama karena berasal dari lampu yang sama. Dua berkas hanya berbeda dalam jarak tempuh. Kita dapat juga menulis gelombang dari sumber kedua sebagai berikyt

$$y_2 = A\cos(\omega t - kr_1 + \varphi_0 + k\Delta r)$$

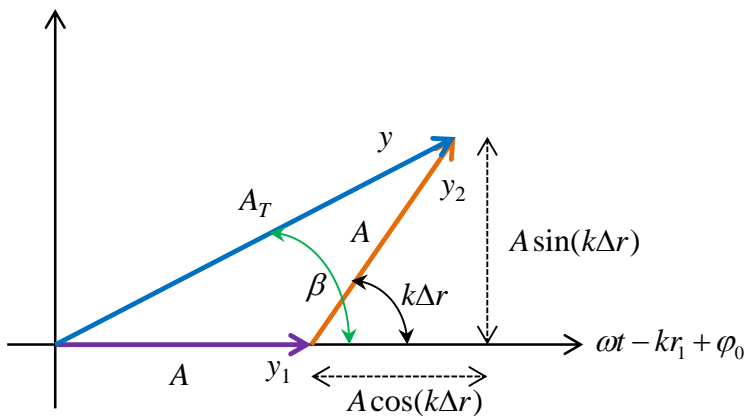
di mana

$$\Delta r = r_1 - r_2$$

Merupakan selisih jarak tempuh cahaya dari sumber S1 dan sumber S2.

Gambar 10.44 (a) Skema eksperimen iunterferensi celah ganda oleh Young dan (b) contoh pola gelap terang yang terbentuk pada layar

Sesampai di layar, gua gelombang mengalami superposisi sehingga menghasilkan simpangan total

$$y = y_1 + y_2$$

$$= A\cos(\omega t - kr_1 + \varphi_0) + A\cos(\omega t - kr_1 + \varphi_0 + k\Delta r) \qquad (10.34)$$

Gambar 10.45 Diagram fasor untuk menjulhankan dua gelombang pada persamaan 10.34.

Untuk melakukan penjumlahan ini kita gunakan diagram fasor seperti pada **Gambar 10.45**. Kita pilih sumbu datar berkaitan dengan fase $\omega t - kr_1 + \varphi_0$. Dengan pemilihan ini maka gelombang y_1 mengarah ke sumbu datar dan gelombang y_2 menyimpang dari sumbu datar dengan sudut $k\Delta r$.

Mudah kita tunjukkan bahwa

$$A_T^2 = \left(A + A\cos(k\Delta r)\right)^2 + \left(A\sin(k\Delta r)\right)^2$$

$$= A^2 + 2A^2\cos(k\Delta r) + A^2\cos^2(k\Delta r) + A^2\sin^2(k\Delta r)$$

$$= 2A^2\left[1 + \cos(k\Delta r)\right]$$

$$= 2A^2\left[2\cos^2\left(\frac{k\Delta r}{2}\right)\right]$$

$$= 4A^2\cos^2\left(\frac{k\Delta r}{2}\right)$$

atau

$$A_T = 2A\cos\left(\frac{k\Delta r}{2}\right) \qquad (10.35)$$

Bentuk umum gelombang yang dihasilkan adalah

$$y = A_T\cos(\omega t - kr_1 + \varphi_0 + \beta)$$

dan

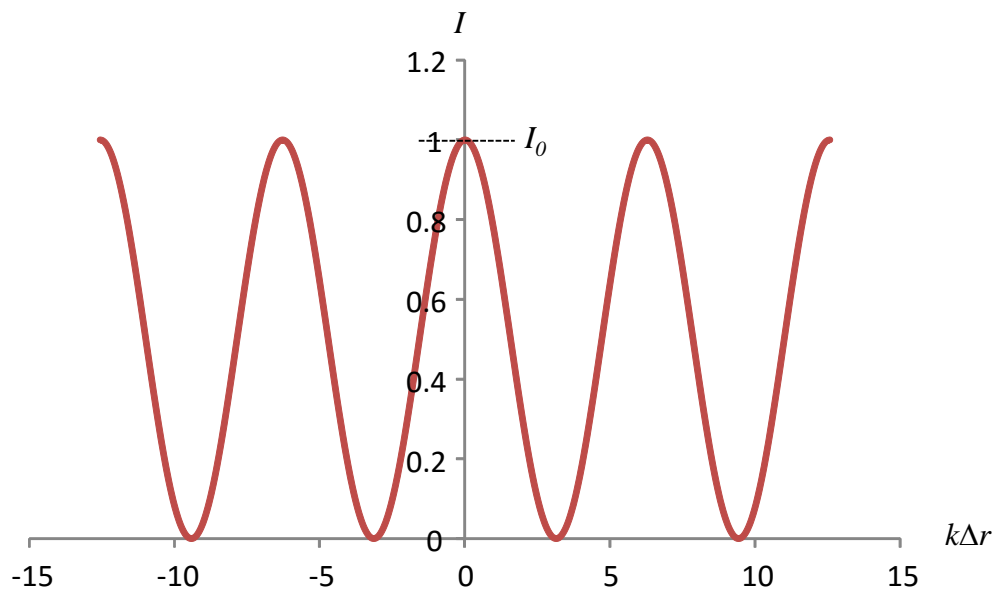
$$\tan\beta = \frac{A\sin k\Delta r}{A + A\cos k\Delta r} = \frac{\sin k\Delta r}{1 + \cos k\Delta r}$$

Intensitas cahaya yang dihasilkan pada layar sebanding dengan kuadrat amplitude gelombang hasil superposisi, atau

$$I \propto |A_T|^2$$

Yang dapat ditulis

$$I = I_0 \cos^2\left(\frac{k\Delta r}{2}\right) \qquad (10.36)$$

Gambar 10.46 adalah plot I sebagai fungsi kΔr. Tampak bahwa I mencapai maksimum saat kΔr = 0, dan maksimum serta minimum bergantian dengan spasi yang sama. Di manakh olokasi maksimum dan minimum?

Gambar 10.46 plot I sebagai fungsi *kΔr*

Sekarang kita akan mencari lokasi maksimum dan minimum interferensi tersebut. Dengan mengaku pada persamaan (10.36), interferensi maksimum terjadi ketika

$$\cos^2\left(\frac{k\Delta r}{2}\right) = 1$$

atau

$$\cos\left(\frac{k\Delta r}{2}\right) = \pm 1$$

Hubungan ini dipenuhi oleh

$$\frac{k\Delta r}{2} = 0,\ \pi,\ 2\pi,\ 3\pi$$

Berdasarkan Gambar 10.46(a), kita dapat menulis

$$\Delta r = d \sin\theta$$

Dengan mengingat definsi k = $2\pi/\lambda$ maka syarat interferensi maksimum adaah

$$\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)\frac{d\sin\theta}{2} = 0,\ \pi,\ 2\pi,\ 3\pi$$

yang menghasilkan

$$d\sin\theta = 0,\ \lambda,\ 2\lambda,\ 3\lambda,\ 4\lambda,\ \ldots \qquad (10.37)$$

Dengan mengaku pada persamaan (10.36), interferensi minimum terjadi ketika

$$\cos^2\left(\frac{k\Delta r}{2}\right) = 0$$

Kesamaan ini dipenuhi oleh

$$\frac{k\Delta r}{2} = \pi/2,\ 3\pi/2,\ 5\pi/2,\ \ldots$$

atau

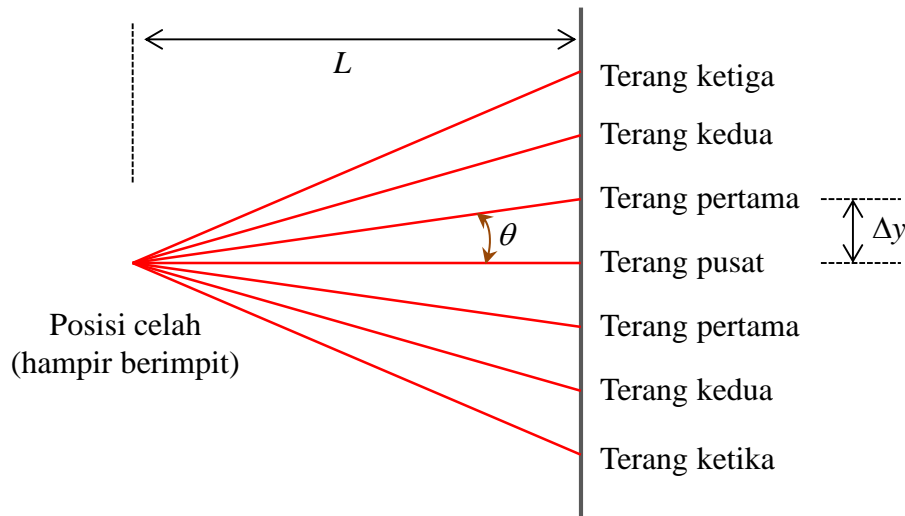
$$\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)\frac{d\sin\theta}{2} = \pi/2,\ 3\pi/2,\ 5\pi/2,\ldots$$

Yang menghasilkan

$$d\sin\theta = \lambda/2,\ 3\lambda/3,\ 5\lambda/2,\ldots \qquad (10.38)$$

Jarak antara dua garis berdekatan

Berapa jarak antara dua garis terang berdekatan atau dua garis gelap berdekatan yang terbentuk pada layar? Jarak dua garis terang berdekatan sama dengan jarak antara dua garis gelap berdekatan. Mari kita

hitung jarak antara dua garis terang berdekatan.

Gambar 10.47 Lokasi garis terang dan gelap pada layar.

Perhatikan **Gambar 10.47**. Garis terang pertama (yaitu garis terang pusat) berada pada sudut yang memenuhi

$$d\sin\theta = 0$$

atau

$$\theta = 0.$$

Garis terang berikutnya berada pada sudut yang memenuhi

$$d\sin\theta = \lambda$$

atau

$$\sin\theta = \frac{\lambda}{d} \qquad (10.39)$$

Tampak dari Gambar 10.36 bahwa

$$\frac{\Delta y}{L} = \tan\theta$$

atau

$$\Delta y = L\tan\theta$$

Pada percobaan interferensi dua celah, umumnya nilai θ sangat kecil. Ini sesuai dengan kenyataan bahwa arah rambat cahaya menuju celah

hamper sejajar garis datar. Memang ada sedikit penyimpangan dari arah datar tersebut, tetapi pembelokannya sangat kecil. Oleh karena itu jarak latar ke celah pada percobaan interferensi harus cukup jaug sehingga pembelokan arah rambat cahaya pada interfensi orde pertama, kedua, ketiga dan seterusnya masih menghasiljkan perbedaan lokasi jatuh pada layar. Untuk θ yang sangat kecil berlaku hubungan

$$\tan\theta \cong \sin\theta$$

Dengan aproksimasiini maka jarak antar dua garis terang berdekatan atau dua garis gelap berdekatan adalah

$$\Delta y \cong L\sin\theta$$

Substitusi persamaan (10.39) ke dalam persamaan di atas maka diperoleh

$$\Delta y \cong L\frac{\lambda}{d} \tag{10.40}$$

Contoh 10.5

Suatu pelat mengandung dua celah yang berjarak 0,1 mm. Pelat tersebut berjarak 1,2 m dari layar. Cahaya dengan panjang gelombang 500 nm jatuh pada celah dan membentuk pola interferensi pada layar. Berapakah jarakl antar dua garis maksimum berdekatan pada layar?

Jawab

Dengan menggunakan persamaan (10.40) maka jarak antar dua garis terang adalah

$$\Delta y \cong L\frac{\lambda}{d} = 2{,}4\times\frac{5\times 10^{-7}}{10^{-4}} = 0{,}012 \text{ m} = 12 \text{ mm}$$

10.11.2 Interferensi oleh Celah Banyak (kisi)

Garis terang-gelap yang terbentuk makin sempit jika dua celah diganti dengan kisi yang mengandung sejumlah celah. Makin banyak jumlah celah maka makin sempit garis gelap terang yang terbentuk. Kisi adalah goresan celah sempit sejajar yang jumlahnya banyak. Dengan

menggunakan kisi maka cahaya yang memiliki beda panjang gelombang sedikit saja dapat dipisahkan. Itu sebabnya, kisi sering digunakan sebagai monokromator, yaitu alat yang digunakan untuk memisahkan warna tertentu dari cahaya putih.

Disamping garis-garis terang-gelap yang makin sempit, intensitas garis terang yang dihasilkan kisi lebih tajam. Jika jumlah celah *N* maka lebar garis terang memenuhi

$$\text{Lebar} \propto \frac{1}{N}$$

Sedangkan intensitas memenuhi

$$\text{Intensitas} \propto N^2$$

Secara matematik, pola intensitas yang dihasilkan akibat interferensi kisi dapat diturunkan sebagai berikut.

Kita asumsikan bahwa semua celah memiliki spasi yang sama, *d*. Simpangan di titik pengamatan yang dihasilkan oleh masing-masing sumber adalah

$$y_1 = A\cos(\omega t - kr_1 + \varphi_0)$$

$$y_2 = A\cos(\omega t - kr_2 + \varphi_0) = A\cos(\omega t - kr_1 + \varphi_0 + k\Delta r)$$

$$y_3 = A\cos(\omega t - kr_3 + \varphi_0) = A\cos(\omega t - kr_1 + \varphi_0 + 2k\Delta r).$$

.

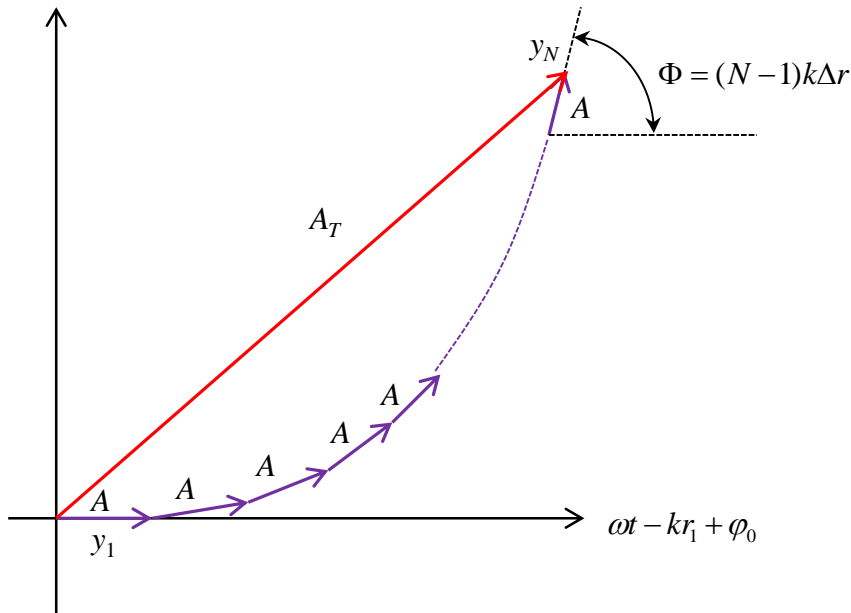
.

$$y_N = A\cos(\omega t - kr_1 + \varphi_0 + (N-1)k\Delta r)$$

Simpangan total di titik pengamatan adalah

$$y = y_1 + y_2 + ... + y_N$$

Untuk pementukan hasil penjumlahah N buah gelombang di atas, mari kita gunakan diagram fasor. Kita pilih sumbu data berkaitan dengan fas $\omega t - kr_1$. Dengan pemilihan ini maka gelombang y_1 berarah vertikal, helombang y_2 membentuk sudut $k\Delta r$ dengan arah vertikal, gelombang y_3

membentuk sudut 2kΔr terhadap arah vertikal. Dan seterusnya, hingga gelombang ke-N membentuk sudut (N-1)kΔr terhadap arah vertikal. Panjang setiap segmen sama, yaitu A. **Gambar 10.48** adalah penempatan gelombang-gelombang tersebut dalam diagram fasor. Ampitodo total adalah A_T. Kita perlu mencari amplitude rotal ini karena kuadrat amplutido total berbanding lurus dengan intensitas interferensi.

Gambar 10.48 Diagram fasor untuk menentukan penjumlahan $y = y_1 + y_2 + ... + y_N$.

Pertama mari kita hitung panjang komponen horizontal dan vertikan dari amplitude total. Mari kita menyingkat $\delta = k\Delta r$. Jelas dari Gambar 10.50, panjang komponen horizontal adalah

$$A_{Tx} = A + A\cos\delta + A\cos 2\delta + A\cos 3\delta + ... + A\cos(N-1)\delta$$

$$= A(1 + \cos\delta + \cos 2\delta + \cos 3\delta + ... + \cos(N-1)\delta) \quad (10.41)$$

Panjang komponen vertikal adalah

$$A_{Ty} = A\sin\delta + A\sin 2\delta + A\sin 3\delta + ... + A\sin(N-1)\delta$$

$$= A(\sin\delta + \sin 2\delta + \sin 3\delta + ... + \sin(N-1)\delta) \quad (10.42)$$

Yang ingin kita cari adalah $A_T^2 = A_{Tx}^2 + A_{Ty}^2$ karena besaran ini berbanding lurus dengan intensitas.

Untuk mencari hasil penjumlahan persamaan (10.41) dan (10.42) mari kita mulai dengan mendefinisikan variable bilangan kompleks berikut ini

$$Z = A_{Tx} + iA_{Ty} \tag{10.43}$$

di mana i adalah bilangan komples yang memenuhi $i = \sqrt{-1}$, atau $i^2 = -1$. Dengan menggunakan persamaan (10.41) dan (10.42) maka kita dapat menulis

$$Z = A\left(1 + \cos\delta + i\sin\delta + \cos 2\delta + i\sin 2\delta + \cos 3\delta + i\sin 3\delta + \ldots + \cos(N-1)\delta + i\sin(N-1)\delta\right)$$

Kita selanjutnya gunakan kesamaan bilangan kompleks, yaitu $\cos\theta + i\sin\theta = e^{i\theta}$. Dengan kesamaan ini maka kita dapat Z dalam bentuk berikut ini

$$Z = A\left(1 + e^{i\delta} + e^{i2\delta} + e^{i3\delta} + +.. + e^{i(N-1)\delta}\right) \tag{10.44}$$

Bagian dalam kurung persamaan (10.44) merupakan deret geomentri dengan suku awal 1, factor pengali $e^{i\delta}$ dan jumlah suku adalah N. Penjumlahan deret geometri adalah $1 + x + x^2 + \ldots + x^{N-1} = (1 - x^N)/(1 - x)$. Dengan demikian, hasil penjumlahan untuk Z adalah

$$Z = A\frac{1 - e^{iN\delta}}{1 - e^{i\delta}}$$

$$= A\frac{e^{iN\delta/2}}{e^{i\delta/2}}\frac{e^{-iN\delta/2} - e^{iN\delta/2}}{e^{-i\delta/2} - e^{i\delta/2}}$$

$$= A\frac{e^{iN\delta/2}}{e^{i\delta/2}}\frac{\left(\dfrac{e^{iN\delta/2} - e^{-iN\delta/2}}{2i}\right)}{\left(\dfrac{e^{i\delta/2} - e^{-i\delta/2}}{2i}\right)}$$

Kemudian kita gunakan kesamaan bilangan kompleks, yaitu $(e^{i\theta} - e^{-i\theta})/2i = \sin\theta$. Dengan kesamaan ini maka kita dapat menulis

$$Z = A\frac{e^{iN\delta/2}}{e^{i\delta/2}}\frac{\sin(N\delta/2)}{\sin(\delta/2)} \qquad (10.45)$$

Sekarang kita kembali ke definisi Z pada persamaan (10.43). Kompleks conjugate dari Z adalah

$$Z^* = A_{Tx} - iA_{Ty} \qquad (10.46)$$

Yang dimaksud dengan kompleks konjugat adalah bilangan kompleks lain yang diperoleh dari bilangan kompleks awal dengan mengganti i dengan $-i$. Selanjutnya perhatikan sifat perkalian bilangan kompleks dengan kompleks konjugatnya berikut ini

$$ZZ^* = (A_{Tx} + iA_{Ty})(A_{Tx} - iA_{Ty})$$

$$= A_{Tx}^2 - iA_{Tx}A_{Ty} + iA_{Ty}A_{Tx} - i^2A_{Ty}^2$$

$$= A_{Tx}^2 + A_{Ty}^2 = A_T^2 \qquad (10.47)$$

Tampak dari persamaan (10.47) bahwa perkalian Z dengan kompleks konjugatnya merupakan kuadrat amplitude total. Karena Z juga diberikan oleh persamaan (10.45) maka kuadrat amplutodo total dama dengan perkalian hasil pada persamaan (10.45) dengan kompleks konjugatnya, yaitu

$$A_T^2 = A\frac{e^{iN\delta/2}}{e^{i\delta/2}}\frac{\sin(N\delta/2)}{\sin(\delta/2)} \times A\frac{e^{=iN\delta/2}}{e^{-i\delta/2}}\frac{\sin(N\delta/2)}{\sin(\delta/2)}$$

$$= A^2\frac{\sin^2(N\delta/2)}{\sin^2(\delta/2)} \qquad (10.48)$$

Intensitas pola yang dihasilkan di layar menjadi

$$I \propto |A_T|^2$$

$$\propto A^2 \left[\frac{\sin(N\delta/2)}{\sin(\delta/2)} \right]^2$$

$$= I_0 \left[\frac{\sin(N\delta/2)}{\sin(\delta/2)} \right]^2 \quad (10.49)$$

Yang dapat juga ditulis dalam bentuk

$$I = I_0 \left[\frac{\sin(\Phi/2)}{\sin(\delta/2)} \right]^2 \quad (10.50)$$

dengan $\Phi = N\delta$. Jika kita menggunakan definisi sebelumnya maka

$$\delta = k\Delta r$$

$$= \frac{2\pi d \sin\theta}{\lambda} \quad (10.51)$$

Intensitas minimum

Berikutnya kita tentukan lokasi intensitas minimum. Tampak dari persamaan (10.50) bahwa intensitas minimum terjadi jika

$$\sin(\Phi/2) = 0$$

Namun kita haurs mengecualikan $\Phi = 0$ karena pada nilai ini pola terbentuk di pusat layar dan di pusat layar intensitas selalu maksimum. Jadi, nilai Φ yang mengnasilkan intensitas miniman adalah

$$\frac{\Phi}{2} = \pi, 2\pi, 3\pi, 4\pi, \ldots$$

Dengan menggunakan definisi Φ dan menggunakan persamaan (10.51) maka diperoleh

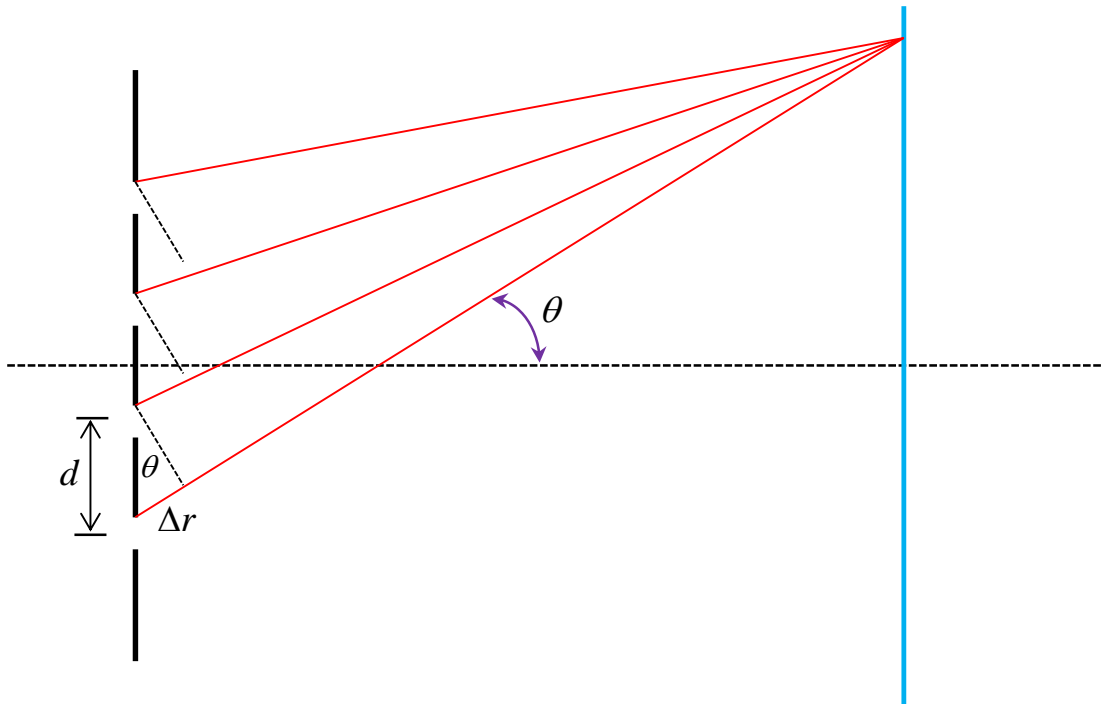
$$\frac{N\delta}{2} = \pi,\ 2\pi,\ 3\pi,\ 4\pi,\ \ldots$$

atau

$$\delta = \frac{2\pi}{N},\ \frac{4\pi}{N},\ \ldots,\ \frac{2n\pi}{N} \tag{10.52}$$

dengan n = 1, 2, 3, ...

Intensitas maksimum

Sebaliknya, posisi maksimum dapat diperoleh dengan melakukan diferensi $\sin(\Phi/2)/(\Phi/2)$ dan menyamakan sama dengan nol. Namun kita juga dapat melakukan analisis berbeda sebagai berikut.

Gambar 11.49 Skema inteferensi celah banyak. Jarak antar celah adalah d dan selisih panjang lintasan cahaya dari dua celah berdekatan adalah $\Delta r = d\sin\theta$.

Sesuai dengan **Gambar 10.49**, selisih panjang lintasan berkas dari dua celah berdekatan adalah Δr yang memenuhi

$$\Delta r = d\sin\theta$$

Interferensi konstruktif terjadi jika selisih litasan tersebut merupakan

kelipatan bulat dari panjang gelombang, yaitu Δr = 0, λ, 2λ, 3λ, ….,mλ, atau

$$\delta = k\Delta r = \frac{2\pi}{\lambda} \times m\lambda$$

$$= 0, 2\pi, 4\pi, \ldots, 2m\pi \qquad (10.53)$$

dengan m adalah bilangan bulat.

Kebergantungan intensitas terhadap sudut diberikan oleh persamaan (10.50) yang dapat juga ditulis dalam bentuk

$$I \propto \left[\frac{\sin(N\delta/2)}{\sin(\delta/2)}\right]^2$$

Dengan menggunakan syarat pada persamaan (10.53) maka baik penyebut yaitu $\sin(\delta/2) = \sin m\pi$ dan pembilang, yaitu $\sin(N\delta/2) = \sin(Nm\pi)$ berharga nol. Pembagian bilangan nol dengan nol menghasilkan suatu nilai yang dapat diperoleh dengan metode perhitungan limit. Untuk menentukan nilai pembagian tersebut pada saat δ = 2mπ, mari kita lakukan perhitungan berikut ini.

Kita menulis ulang persamaan intensitas sebgai berikut

$$\sqrt{I} \propto \frac{\sin(N\delta/2)}{\sin(\delta/2)}$$

Karena ketika δ = 2mπ, penyebut dan pembilang bernilai nol maka kita menulis pembagian di atas dalam bentuk sebagai berikut

$$\sqrt{I} \propto \lim_{\delta \to 2m\pi} \frac{\sin(N\delta/2)}{\sin(\delta/2)}$$

Mengingat limit pembilang dan penyebut sama-sama nol maka limit diselesaikan dengan dalil L'Hopitals (ingat pelajaran Calculus), yaitu

$$\sqrt{I} \propto \lim_{\delta \to 2m\pi} \frac{\frac{d}{d\delta}(\sin N\delta/2)}{\frac{d}{d\delta}\sin(\delta/2)}$$

Diferensial dari $\sin(N\delta/2)$ adalah $(N/2)\cos(N\delta/2)$ dan diferensial dari $\sin(\delta/2)$ adalah $(1/2)\cos(\delta/2)$. Dengan demikian

$$\sqrt{I} \propto \lim_{\delta \to 2m\pi} \frac{(N/2)\cos(N\delta/2)}{(1/2)\cos(\delta/2)}$$

$$\propto \frac{N\cos Nm\pi}{\cos m\pi} = \frac{N \times (\pm 1)}{\pm 1} = \pm N$$

Sehingga kita dapatkan intensitas maksimum memenuhi $I \propto N^2$.

Intensitas maksimum sekunder (lebih lemah daripada intensitas maksimum utama yang berlokasi pada δ = mπ terjadi ketika $\sin(N\delta/2)$ maksimum. Ini terjadi jika dipenuhi

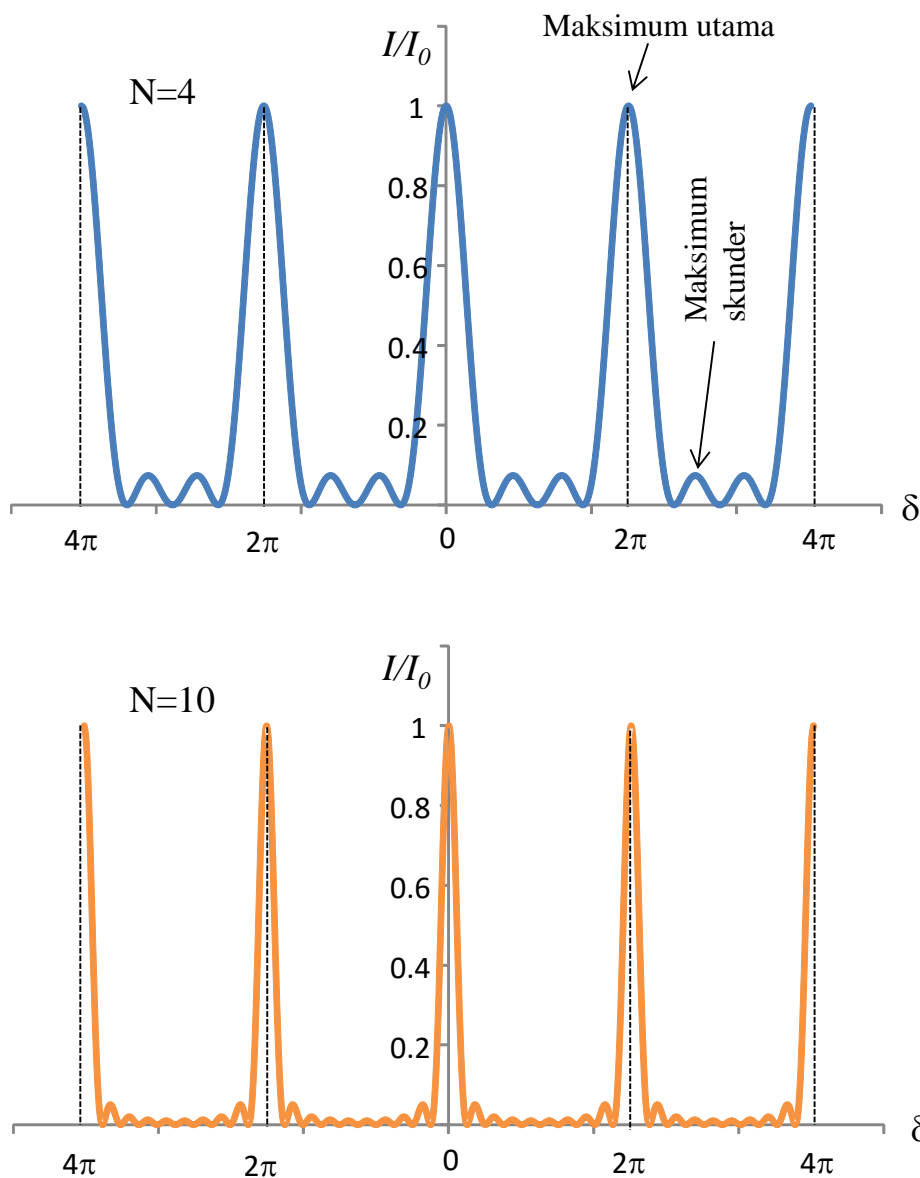
$$\frac{N\delta}{2} = \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi$$

dengan n = 0, 1, 2, ... Pada kondisi ini maka intensitas maksimum sekunder terjadi pada δ yang memenuhi

$$\delta = \frac{2n+1}{N}\pi$$

Mari kita kembali analisis persamaan (10.52) dan (10.53). Intensitas nol (interferensi destruktif) terjadi δ memenuhi persamaan (10.52) yaitu $\delta = 2n\pi/N$. Tetapi, karena persamaan (10.53) menyatakan bahwa $\delta = 2m\pi$ merupakan posisi maksimum, maka posisi minimum terjadi pada δ yang memenuhi persamaan (10.52) dengan membuang $\delta = 2m\pi$, atau membuang indeks n = N pada saat menentukan lokasi minimum.

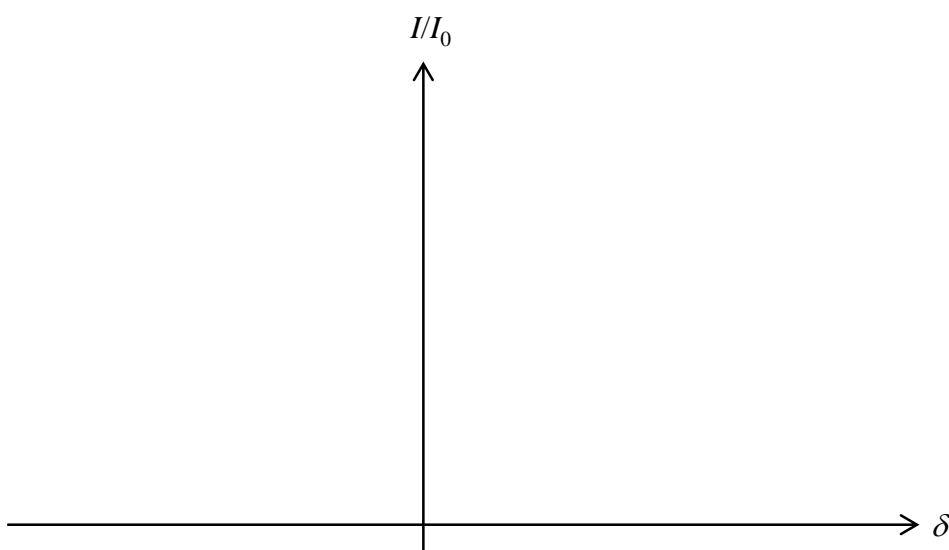
Sebagai ilustrasi, mari kita lihat pola inteferensi yang dilakukan oleh 4 celah seperti tampak pada **Gambar 10.50**(a). Puncak utama terjadi pada δ = 0, 2π, 4π, 6π, 8π, ... Lokasi minimum terjadi pada δ = $\frac{2\pi}{4}$, $\frac{4\pi}{4}$, $\frac{6\pi}{4}$, $\frac{10\pi}{4}$,

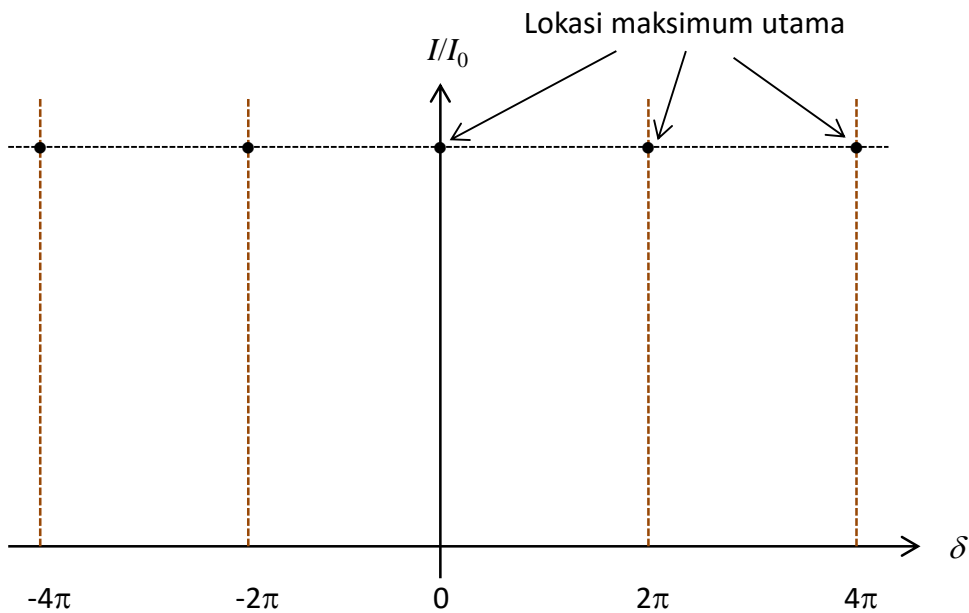
$\frac{12\pi}{4}$, ….. Pada saat menentukan lokasi minimum kita membuang $\delta = \frac{8\pi}{4} = 2\pi$ karena lokasi tersebut merupakan lokasi maksimum. Tampak di sini bahwa jumlah minimum antara dua maksimum utama adalah 3 buah. Karena antara dua minimum terdapat satu maksimum sekudenr maka terdapat 2 maksimum sekunder antara dua minimum utama.

Gambar 10.50 (a) Pola interferensi kisi yang dengan N = 4 dan (b) kisis dengan N=10.

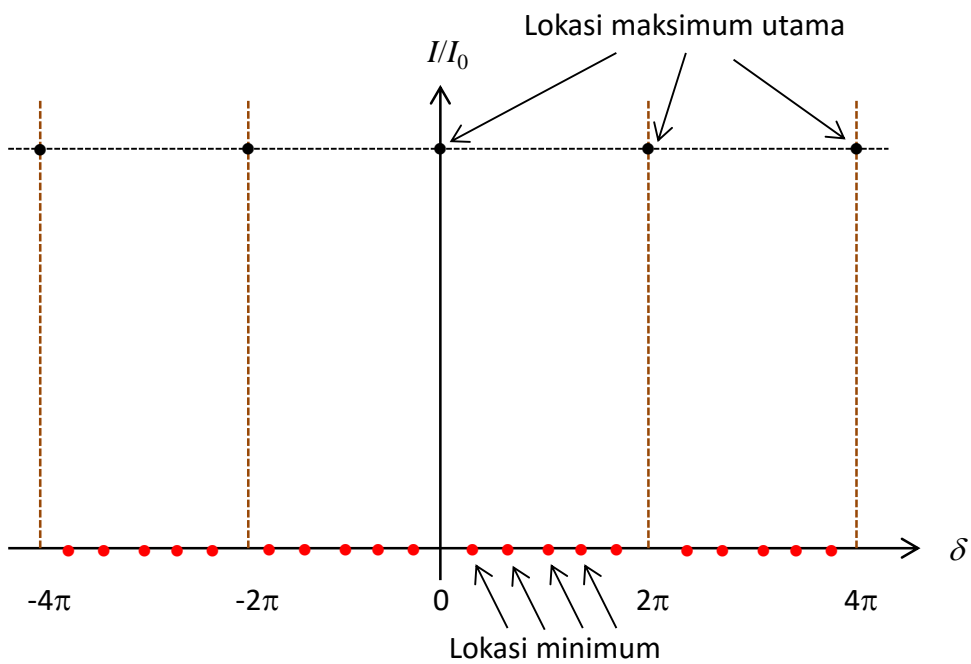
Gambar 10.50(b) adalah contoh intensitas inteferensi dari kisi yang memiliki sepuluh celah. Tampak bahwa intensitas maksimum terjadi ketika δ = 0, 2π, 4π, 6π, 8π, ... Lokasi minimum adalah δ = $\frac{2\pi}{10}$, $\frac{4\pi}{10}$, $\frac{6\pi}{10}$, $\frac{8\pi}{10}$, $\frac{10\pi}{10}$, $\frac{12\pi}{10}$, $\frac{14\pi}{10}$, $\frac{16\pi}{10}$, $\frac{18\pi}{10}$, $\frac{22\pi}{10}$, $\frac{24\pi}{10}$, ... Kita membuang kondisi δ = $\frac{20\pi}{10} = 2\pi$ karena merupakan lokasi maksimum. Tampak di sini bahwa jumlah minimum antara dua maksimum utama adalah 9. Karena antara dua minimum terdapat satu maksimum sekudenr maka terdapat 8 maksimum sekunder antara dua minimum utama.

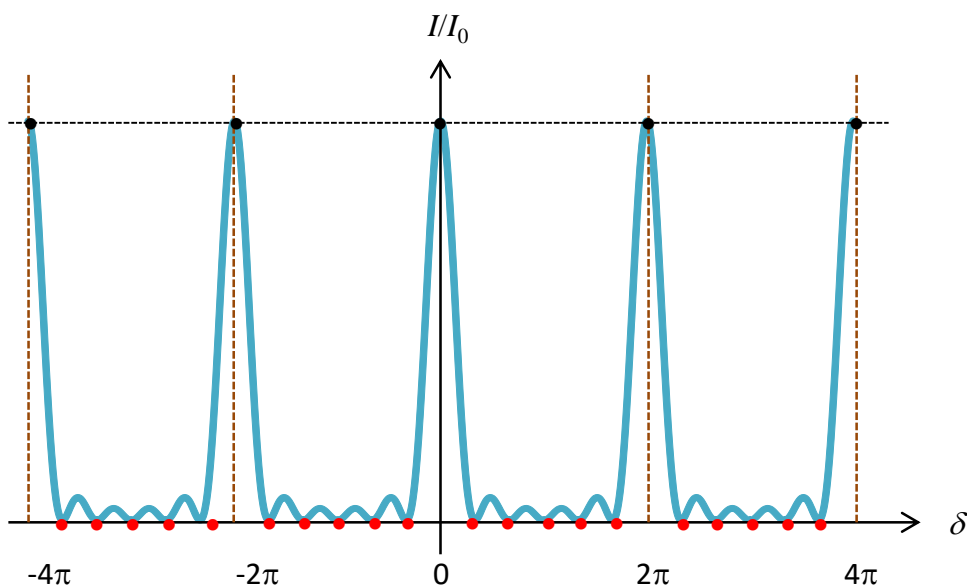
Jadi jelaslah bahwa untuk inteferensi N celah maka antara dua maksimum utama terdapat N-1 buah minimum dan terdapat N-2 buah maksimum sekunder.

Tip menentukan pola interferensi N celah. Banyak mahasiswa yang kesulitan melakukan analisis interferensi N celah karena melihat persamaan yang begitu rumi dan sulit dipahami keculi dengan mempelajari secara teliti. Berikut saya berikan satu tip sederhana yang dapat digunakan. Misalkan kita akan menjelaskan interferensi 6 celah (N = 6). Langkah-langhnya sebagai berikut.

Langkah 1) Buat sumbu koordinat kosong di mana sumbu datar adalah δ dan sumbu vertikal adalah I/I_0 (**Gambar 10.51**)

Gambar 10.51 Sumbu koordinat kosong.

Langkah 2) Tandai lokasi dengan δ = ±2π, ±4π, ±6π, dan seterusnya dan beri pembatas untuk I/I_0 = 1 seperti pada **Gambar 10.52**. Lokasi pada garis pembatas yang besesuaian dengan δ tersebut merupakan lokasi maksimum utama.

Gambar 10.52 Lokasi maksimum utama

Langkah 3) Karena ada 6 celah maka antara dua maksimum utama terdapat 5 minimum. Jadi, tandai lima lokasi pada sumbu datar antara dua maksimum utama yang jaraknya sama, seperti diilustrasikan pada **Gambar 10.53**. Lokasi tersebut adalah tempat minimum terjadi.

Gambar 10.53 Lokasi minimum pada sumbu datar.

Langkah 4) Sekarang buat kurva melewati titik-titik maksimum utama dan minimum dengan mengingat bahwa antara dua minimum berdekatan terdapat satu maksimum sekunder. Kurva yang diperoleh tampak pada **Gambar 10.54**

Gambar 10.54 Kurva yang diperoleh

Langkah 5) Setelah kita mendapat kurva pada Gambar 10.54 maka kita dapat menentukan lokasi maksimum dan minimum di layar, dimulai dari persamaan (10.51). Berdasarkan **Gambar 10.54**, maksimum utama di samping maksimum di pusat layar terjadi ketika $\delta = 2\pi$. Dengan menggunakan persamaan (10.51) maka sudut yang bersesuaian dengan maksimum tersebut adalah

$$2\pi = \frac{2\pi d \sin\theta}{\lambda}$$

atau

$$\sin\theta = \frac{\lambda}{d}$$

Jika jarak celah ke layar adalah L maka jarak maksimum utama tersebut dari pusat layar memenuhi

$$\frac{\Delta y}{L} = \tan\theta$$

Untuk sudut yang kecil maka $\tan\theta \approx \sin\theta$ sehingga

$$\Delta y \approx L\sin\theta = \frac{L\lambda}{d}$$

Contoh lainnya adalah kita ingin menentukan lokasi minimum pertama. Tampak dari **Gambar 10.54** bahwa interferensi 6 celah menghasilkan minimum pertama pada kondisi $\delta = 2\pi/6$. Dengan demikian, apabila kita gunakan persamaan (10.51) maka pada minimum pertama terpenuhi

$$\frac{2\pi}{6} = \frac{2\pi d \sin\theta}{\lambda}$$

atau

$$\sin\theta = \frac{\lambda}{6d}$$

Dengan cara yang sama seperti sebelumnya maka jarak minimum pertama tersebut dari pusat layar memenuhi

$$\Delta y \approx \frac{L\lambda}{6d}$$

Silakan kalian lakukan sendiri untuk jumlah celah lainnya. Langkah 1) dan Langkah 2) tetap sama untuk jumlah celah berapa pun. Langkah 3) dan 4) berbeda untuk jumlah celah yang berbeda. Langkah 5) kembali sama untuk celah berapa pun.

10.11.3 Penguraian gelombang cahaya

Interferensi celah banyak digunakan untuk menguraikan berkas yang mengandung sejumlah panjang gelombang atas gelombang-gelombang penyusunnya. Gelombang yang berbeda memiliki maksimum pada sudut yang berbeda. Kenapa hal tersebut bisa terjadi? Mari kita analisis.

Cahaya dengan panjang gelombang berapa pun yang mengalampi interferensi N celah memiliki kurva I/I_0 terhadap δ yang persis sama. Kurva tersebut tidak bergantung pada panjang gelombang. Jadi, semua panjang gelombang mengalami interferensi maksimum ketika $\delta = 2m\pi$. Misalkan ada dua gelombang λ_1 dan λ_2 mengalami interferensi celah banyak secara bersamaan, maka maksimum utama gelombang-gelombang tersebut sama-sama memenuhi $\delta = 2m\pi$. Namun, dengan menggunakan persamaan (10.51) maka masing-masing gelombang memenuhi

$$\delta = \frac{2\pi d \sin\theta_1}{\lambda_1}$$

dan

$$\delta = \frac{2\pi d \sin\theta_2}{\lambda_2}$$

Oleh karena itu, sudut yang menghasilkan intensitas maksimum untuk gelombang pertama dan kedua adalah

$$\sin\theta_1 = \frac{\delta\lambda_1}{2\pi d} = \frac{(2m\pi)\lambda_1}{2\pi d} = m\frac{\lambda_1}{d}$$

dan

$$\sin\theta_2 = m\frac{\lambda_2}{d}$$

Karena $\lambda_1 \neq \lambda_2$ maka spectrum dengan panjang gelombang berbeda akan meninggalkan celah dengan sudut rambat yang berbeda. Karena arah rambat yang berbeda tersebut cahaya awal sudah terurai menjadi spectrum-spektrum penyusunnya. Kita selanjutnya dapat menyeleksi hanya berkas dengan panjang tertentu yang diambil.

Jumlah maksimum garis yang dapat terbentuk. Kita kembali perhatikan bahwa maksimum utama terjadi ketika dipenuhi

$$\sin\theta = m\frac{\lambda}{d}$$

Mengingat nilai terbesar dari sin θ adalah satu atau $\sin\theta \le 1$ maka dari persamaan di atas kita dapatkan ketidaksamaan berikut ini

$$m\frac{\lambda}{d} \le 1$$

yang menghasilkan

$$m \le \frac{d}{\lambda}$$

Ketidaksamaan ini menyatakan bahwa ada jumlah maksimum puncak utama dapat terbentuk. Jika d/λ adalah bilangan bulat maka jumlah maksimum puncak utama ada $m=d/\lambda$ di sisi atas, ada $m=d/\lambda$ di sisi bawah ditambah satu di tengah. Dengan demikian, jumlah puncak maksimum adalah $2m+1 = 2d/\lambda+1$. Sebaliknya jika d/λ bukan bilangan bulat maka m = round(d/λ) di mana round() artinya pembulatan ke bawah. Misalnya round (2,3) = 2, round (9,9) = 9. Dalam kondisi ini jumlah maksimum utama yang dihasilkan adalah $2m+1$ = 2 round(d/λ)+1.

Contoh 10.6

Hitunglah sudut maksimum orde pertama dan kedua untuk cahaya yang panjang gelombangnya 400 nm dan 700 nm yang mengalami

interferensi 10.000 celah pada rentang sepanjang sentimeter.

Jawab

Diberikan pada soal bahwa jarak antar celah d = 1 cm/10 000 = 10^{-6} m. Sudut yang dibentuk oleh maksimum order pertama adalah

$$\sin\theta = \frac{\lambda}{d}$$

Untuk gelombang 400 nm, posisi puncak orde pertama

$$\sin\theta = \frac{\lambda_1}{d} = \frac{4\times 10^{-7}}{10^{-6}} = 0{,}4$$

atau

$\theta = 24^o$

Posisi puncak orde kedua

$$\sin\theta = \frac{2\lambda_1}{d} = \frac{2\times(4\times 10^{-7})}{10^{-6}} = 0{,}8$$

atau

$\theta = 53^o$

Untuk gelombang 700 nm, posisi puncak orde pertama

$$\sin\theta = \frac{\lambda_2}{d} = \frac{7\times 10^{-7}}{10^{-6}} = 0{,}7$$

atau

$\theta = 44^o$

Posisi puncak orde kedua

$$\sin\theta = \frac{2\lambda_2}{d} = \frac{2\times(7\times 10^{-7})}{10^{-6}} = 1{,}4$$

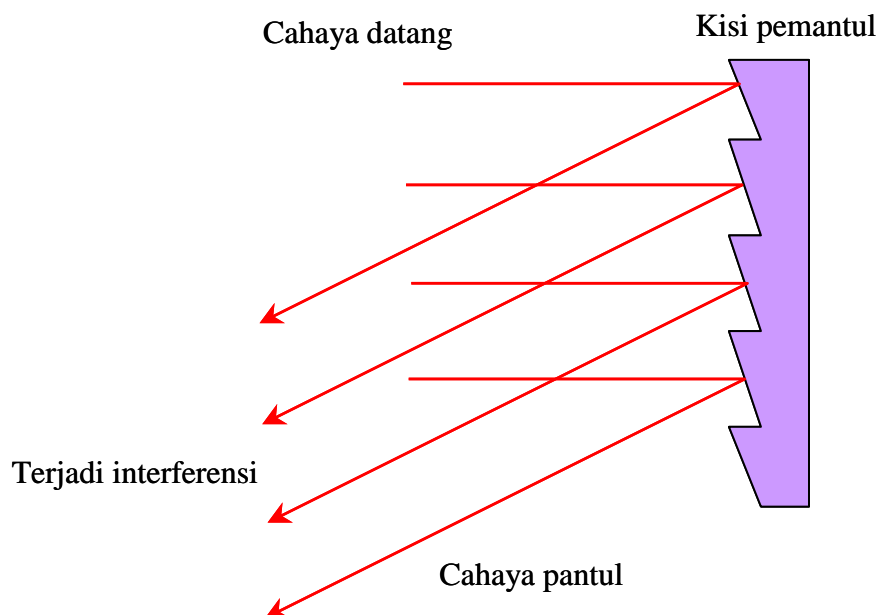
Karena tidak mungkin sin $\theta > 1$ maka tidak ada θ yang memenuhi. Dengan demikian, garis orde kedua untuk gelombang 700 nm tidak ada.

10.11.4 Kisi

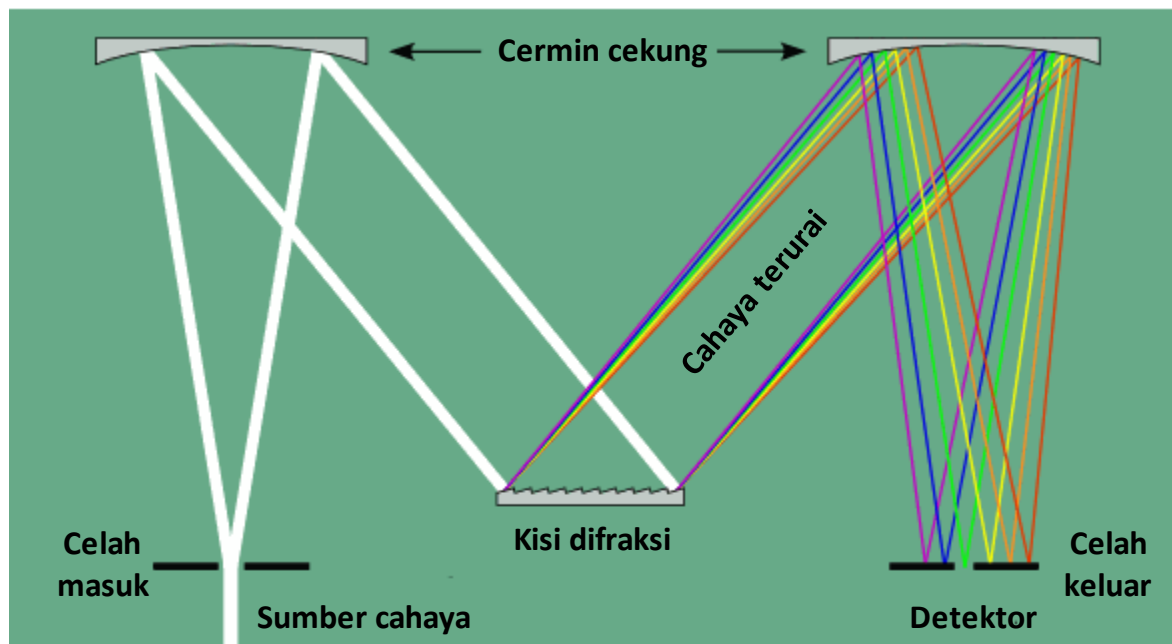
Jika jumlah celah interferensi sangat banyak maka celah tersebut

kita namakan kisi. Idelanya, kisi adalah celah yang jumlahnya tak berhingga. Interferensi oleh kisi dineri nama lain, yaitu difraksi. Dengan demikian, *difraksi dapat dikatakan sebagai interferensi oleh sumber cahaya yang jumlahnya tak berhingga*.

Dasar kerja kisi difraksi pada dasarnya adalah menciptakan sumber gelombang baru yang posisinya bersifat periodic. Berkas dari sumber gelombang periodic tersebut berinterferensi di belakang kisi. Namun, bisa juga interferensi terjadi di depan kisi jika sumber gelombang periodic memantulkan gelombang. Contohnya, kita buat goresan-goresan periodic di suatu permukaan dan permukaan tersebut bersifat sebagai pemantul cahaya seperti diilustrasikan pada **Gambar 10.55**. Cahaya yang dipantulkan memiliki beda fase yang teratur sehingga terjadi pola interfensi yang konstruktif dan destruktif pada cahaya pantul.

Secara visual, pola difraksi semacam ini dapat dilihat pada permukaan CD yang sudah berisi lagu atau film (bukan CD kosong). Lagu-lagu atau film terekan pada permukaan CD sebagai titik-titik yang susunannya mendekati periodic. Dengan demikian, cahaya putuh yang jatuh pada permukaan CD terurai atas warna yang berbeda-beda ketika dipantulkan.

Gambar 11.55 Prinsip interferensi kisi pemantul. Tiap goresan pada kisi berperan sebagai sumber gelombang baru.

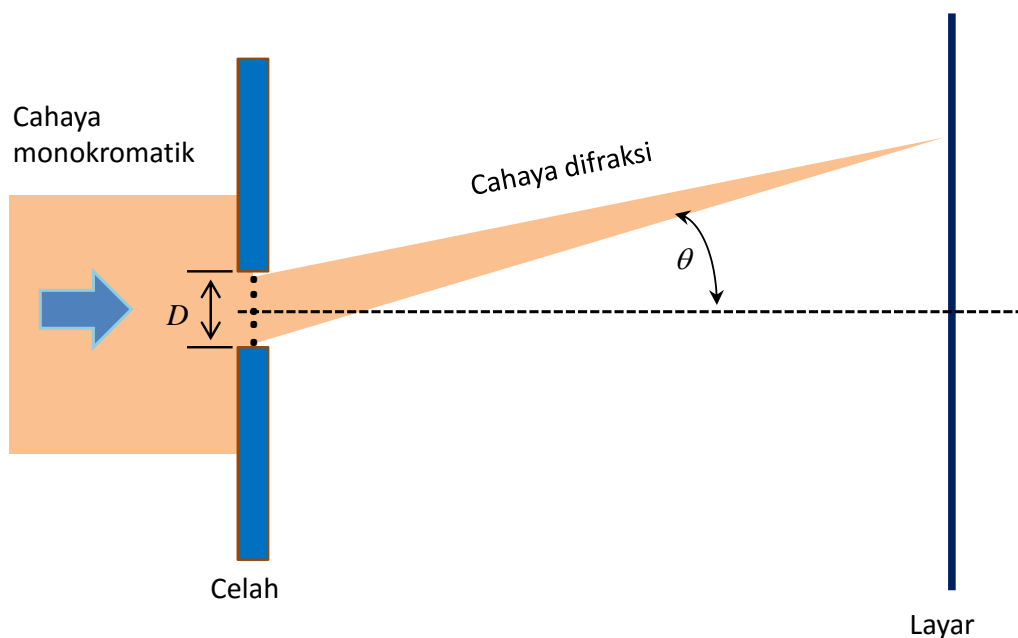
Kisi memiliki peranan sangat vital dalam pembuatan spektrometer. Spektrometer, seperti spektrometer inframerah atau spktrometer ultraviolet mengamati sifat material pada berbagai panjang gelombang. Pada material ditembakkan gelombang dengan panjang berbeda lalu dilihat gelombang sekunder yang dipancarkan material tersebut. Berdasarkan gelombang sekunder yang dipancarkan material maka kita dapat mengetahui sifat material tersebut, seperti jenis materialnya apa, atom-atom penyusnnya apa, dan sebagaibanya. Jadi, yang kita butuhkan adalah sumber cahaya yang dapat menghasilkan semua panjang gelombang cahaya tersebut. Bagaimana cara mendapatkannya? Caranya adalah menggunakan kisi .

Gambar 10.56 memperlihatkan cara mendapatkan cahaya berbagai panjang gelombang menggunakan kisi. Sumber cahaya utama adalah cahaya putiih. Cahaya putihh dilewatkan pada kisi sehingga terurai menjadi cahaya dengan panjang gelombang berbeda. Dengan menggunakan dua cermin cekung yang tepat maka cahaya dengan panjang gelombang berbeda dapat diatur sehingga memiliki arah rambat yang berbesa. Kemudian di bagian akhir kita pasang celah yang cukup sempit untuk meloloskan cahaya dengan penjang gelombang tertentu saja. Dengan menggeser-geser posisi celah maka kita dapat memilih panjang gelombang yang diinginan.

Gambar 10.56 Kisi dalam spektrometer yang digunakan untuk menghasilkan cahaya dengan panjang gelombang tertentu dari satu sumber cahaya putih (Dunnivant and Ginsbach, 2008)

10.12 Difraksi cahaya

Kita sudah membahas interferensi celah ganda. Biasanya interferensi berkaitan dengan celah yang sangat sempit dan jumlah celah berhingga. Satu celah hanya dipandang sebagai satu sumber gelombang dan jumlah sumber gelombang yang mengalami interferensi adalah berhingga. Pada bagian ini kita akan membahas tentang difraksi. Difraksi umumnya dikaitkan dengan celah yang cukup lebar atau celah sempit yang jumlahnya tak berhingga. Satu celah lebar dipandang sebagai tak berhingga sumber gelombang titik. Interfensi sejumlah tak berhingga sumber gelombang titik pada satu celah tersebut menghasilkan pola gelap-terang di belakang layar.

Persaman difraksi dapat diturunkan langsung dari persamaan interferensi celah banyak dengan mengambil limit $N \to \infty$. Perhatikan **Gambar 10.57**. Misalkan lebar celah difraksi adalah D. Kita menganggap pada celah difraksi terdapat N buah sumber gelombang di mana jarak antar dua sumber berdekatan adalag

$$d = \frac{D}{N}$$

Gambar 10.57 Skema difraksi oleh celah yang lebarnya D. Lebar celah difraksi lebih besar daripada lebar celah intrferensi.

Untuk menentukan persamaan difraksi, mari kita mulai dari persamaan (10.50) dan (10.51). Kita dapat menulis ulang

$$\Phi = N\delta = N\left(\frac{2\pi d\sin\theta}{\lambda}\right)$$

$$= \frac{2\pi(Nd)\sin\theta}{\lambda}$$

$$= \frac{2\pi D\sin\theta}{\lambda}$$

dan

$$\delta = \frac{2\pi D\sin\theta}{N\lambda}$$

Intensitas pola difraksi yang dihasilkan diberikan oleh persamaan (10.50). Dengan memasukkan ungkapan Φ di atas maka persamaan (10.50) dapat ditulis menjadi

$$I = I_0\left[\frac{\sin(\pi D\sin\theta/\lambda)}{\sin(\pi D\sin\theta/N\lambda)}\right]^2$$

Karena $N \to\infty$ maka $\pi D\sin\theta/N\lambda \to 0$ sehingga dapat melakukan aproksimasi

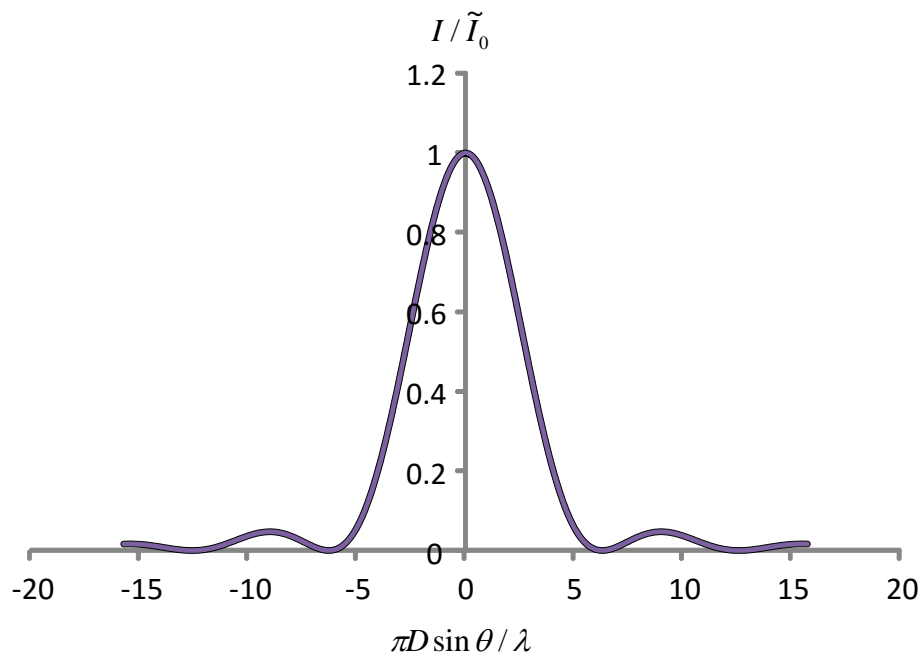
$$\sin\left(\frac{\pi D\sin\theta}{N\lambda}\right) \approx \frac{\pi D\sin\theta}{N\lambda}$$

Intensitas difraksi selanjutnya dapat ditulis ulang menjadi

$$I \approx I_0\left[\frac{\sin(\pi D\sin\theta/\lambda)}{\pi D\sin\theta/N\lambda}\right]^2$$

$$= N^2 I_0\left[\frac{\sin(\pi D\sin\theta/\lambda)}{(\pi D\sin\theta/\lambda)}\right]^2$$

$$= \tilde{I}_0 \left[\frac{\sin(\pi D \sin\theta / \lambda)}{(\pi D \sin\theta / \lambda)} \right]^2 \qquad (10.54)$$

Gambar 10.58 adalah sketsa intensitas difraksi sebagai fungsi $\pi D \sin\theta / \lambda$. Besaran ini sebanding dengan sudut arah sinar di belakang celah. Tampak bahwa intensitas tertinggi terjadi pada maksimum utama di pusat. Maksimum-maksimum lainnya memiliki intensitas yang lebih rendah dan makin lemag jika posisinya makin jauh dari pusat.

Gambar 10.58 Pola intensitas difraksi sebagai fungsi sinus sudut arah sinar di belakang celah.

Di antara dua maksimum terdapat minimum. Dari persamaan (10.54) dapat kita tentukan kondisi terjadinya minimum, yaitu

$$\sin(\pi D \sin\theta / \lambda) = 0$$

Sinus nol terjadi pada

$$\frac{\pi D \sin\theta}{\lambda} = 0,\ \pi,\ 2\pi,\ 3\pi,\ \ldots.$$

atau

$$\sin\theta = 0, \frac{\lambda}{D}, \frac{2\lambda}{D}, \frac{3\lambda}{D}, ...$$

Tetapi karena $\sin\theta = 0$ adalah kondisi terjadinya maksimum utama, maka minimum-minimum hanya terjadi pada saat kondisi

$$\sin\theta = \frac{\lambda}{D}, \frac{2\lambda}{D}, \frac{3\lambda}{D}, ... \quad (10.55)$$

Mari kita hitung berapa lebar maksimum utama. Lebar maksimum utama sama dengan jarak antar dua minimum pertama. Minimum pertama terjadi pada sudut θ yang memenuhi

$$\sin\theta = \frac{\lambda}{D}$$

Jika θ sangat kecil maka kita dapat melakukan pendekatan $\sin\theta \approx \theta$, sehingga sudut tempat terjadinya minimum utama memenuhi

$$\theta \approx \frac{\lambda}{D}$$

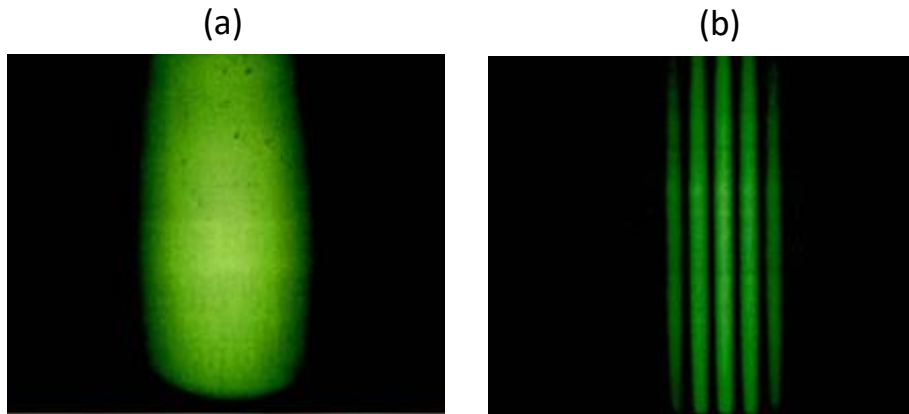
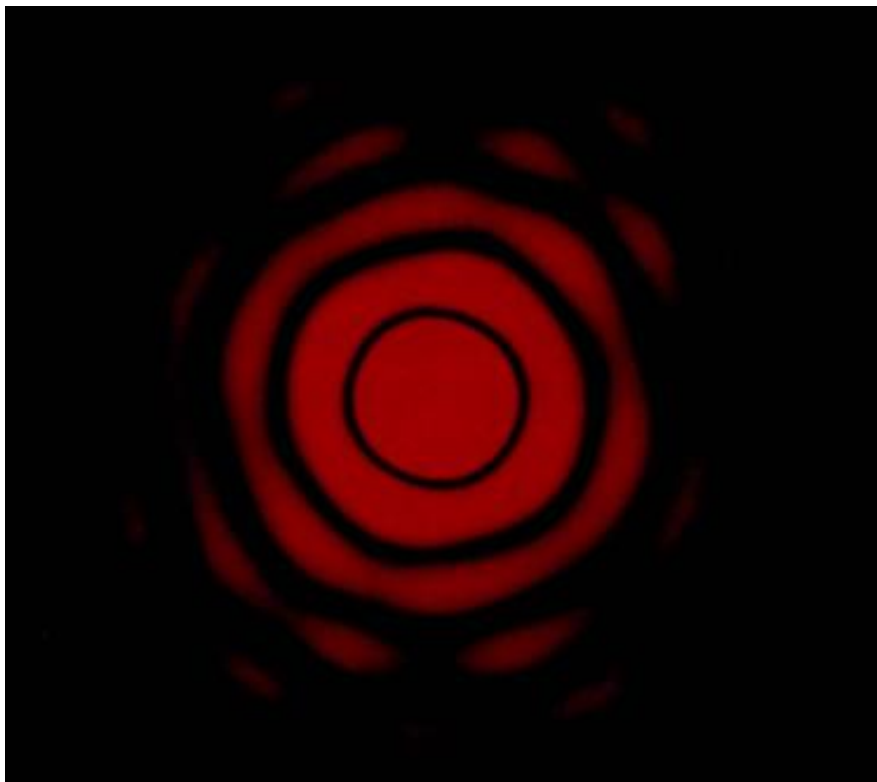
Lebar maksumum utama (dalam sudut) adalah

$$2\theta \approx \frac{2\lambda}{D}$$

Jika jarak dari celah ke layar adalah L maka lebar maksimum utama dalam satuan panjang adalah

$$\Delta y = L \times (2\theta)$$

$$\approx \frac{2\lambda L}{D} \quad (10.56)$$

Tampak dari persamaan (10.56) bahwa makin sempit celah maka makin lebar maksimum utama yang terbentuk. **Gambar 10.59** adalah foto pola yang terbentuk pada layar untuk celah yang memiliki lebar yang berbeda-beda. Jika celah benrbentuk lingkaran, maka pola difraksi yang terbentuk akan berupa cincin-cincin seperti pada **Gambar 10.60**

Gambar 10.59 Pola difraksi cahaya dari celah yang memiliki lebar yang berbeda-beda (a) sempit dan (b) lebar. Untuk celah sempit, maksimum utama sangat lebar. Sebaliknya untuk celah yang lebar, maksimum utama sangat sempit.

Gambar 11.60 Pola difraksi dari celah berbentuk lingkaran.

Contoh 10.7

Cahaya dengan panjang gelombang 750 nm melewati sebuah celah yang lebarnya $1{,}0 \times 10^{-3}$ mm. Berapa lebar maksimum utama? (a) dalam

derajat dan (b) dalam sentimeter pada layar yang berjarak 20 cm dari celah

Jawab

a) Minimum pertama terjadi pada sudut yang memenuhi

$$\sin\theta = \frac{\lambda}{D} = \frac{7{,}5\times 10^{-7}}{1{,}0\times 10^{-6}} = 0{,}75$$

atau

$$\theta = 49^o$$

Dengan demikian lebar maksimum utama (dua kali jarak antara dua minimum utama karena minimum utama ada di dua sisi yang simetri) adalah

$$2\theta = 2\times 49^o = 98^o$$

b) jarak dari pusat layar ke minimum utama, Δy, memenuhi

$$\frac{\Delta y}{L} = \tan\theta$$

atau

$$\Delta y = L\tan\theta = 20\times\tan 49^o = 20\times 1{,}15 = 23 \text{ cm}$$

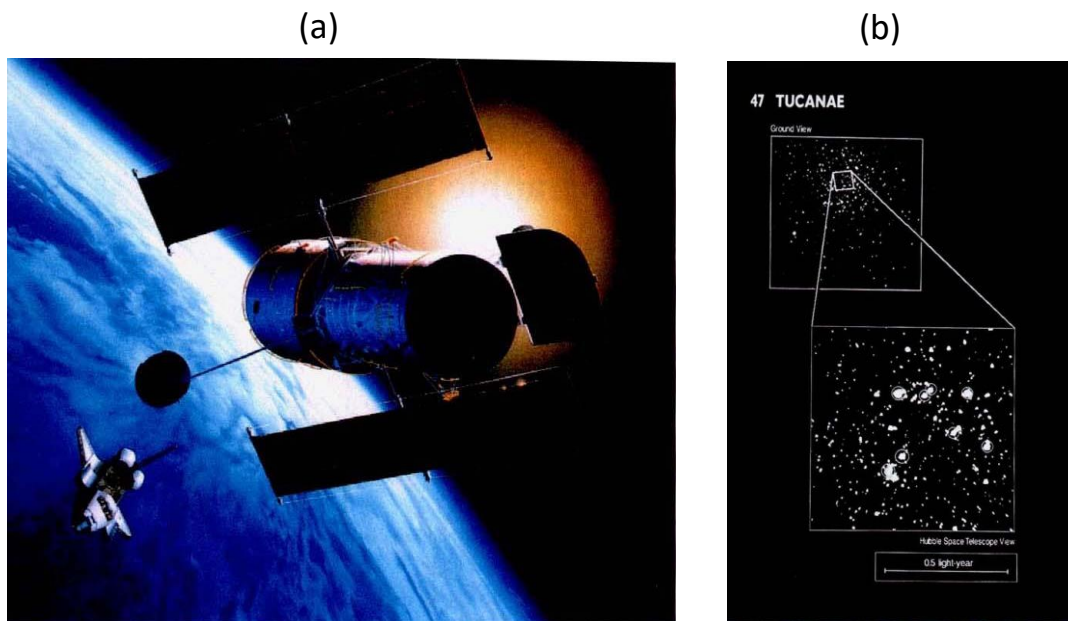
Maka lebar maksimum utama adalah

$$\Delta y = 2\times 23 = 46 \text{ cm}$$

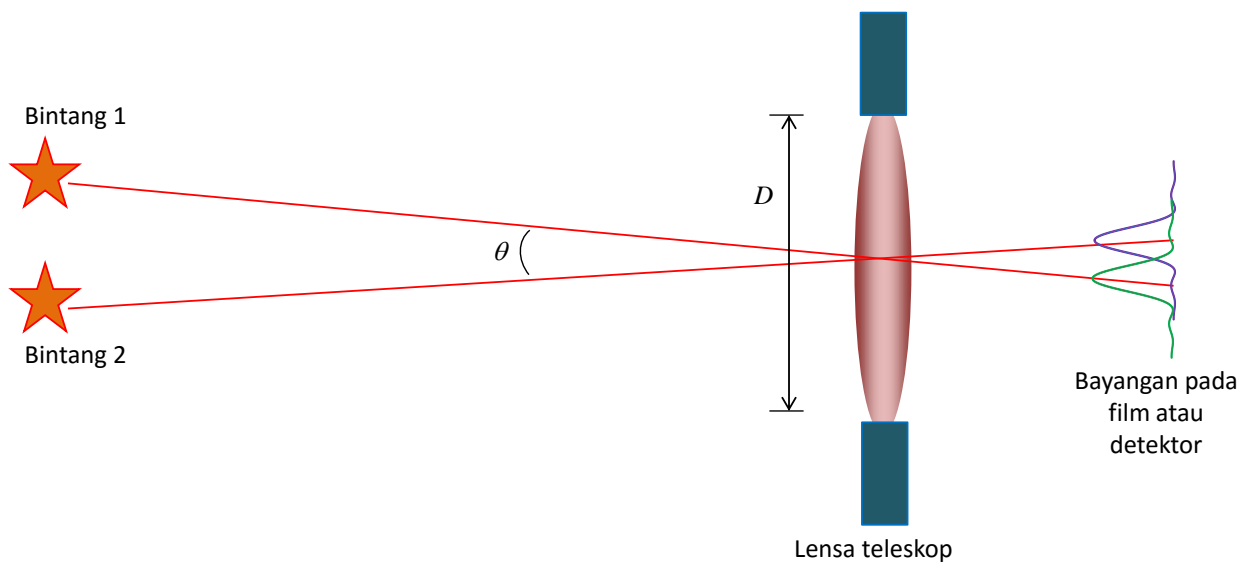
11.13 Daya resolusi

Ketika teleskop-teleskop modern mengamati bintang, maka bayangan bintang-bintang direkam padan film atau perekam digital lainnya. Dulu teleskop biasanya dutempatkan di puncak gunung atau tempat lain yang sepi. Tujuannya adalah mencari lokasi yang atmosfernya bebas dari polusi sehingga cahaya bintang yang lemah sekali dapat direkam dengan telekop. Namun, dengan makin berkembangnya industri atmsofer bumi tidak lagi bebeas polusi seperti beberapa abad yang lalu. Atmosfer bumi sudah banyak diisi bahan polusi dari hasil aktivitas manusia sehingga pengamatan bintang dengan teleskop yang berada di permukaan bumi

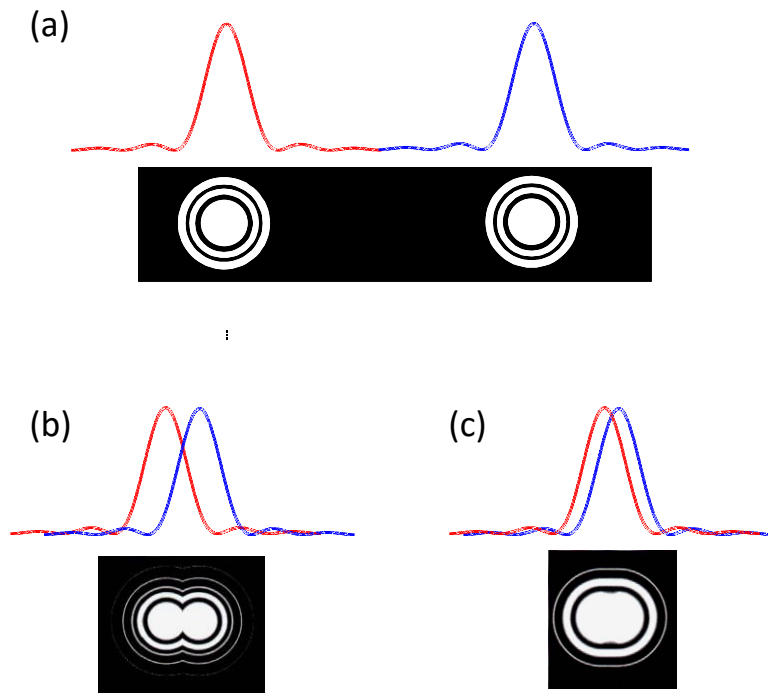
makin sulit. Di abad ini, sebagian teleskop telah ditempatkan di orbitnya di atas bumi. Karena lokasinya sudag berada di luar atmosfer maka tidak lagi ada pengaruh polusi atau kegiatan manusia terhadap pengamatn yang dilakukan. **Gambar 10.61**(a) adalah contoh teleskop yang ditempatkan di salah satu orbit di luar bumi. Teleskop tersebut selalu mengiri bumi seperti sateli-sateli lainnya.

Hasil rekaman teleskop baik yang beraad di bumi maupun yang berada di orbit di atas bumi terhadap bidang-bintang di jagad raya akan berupa titik-titik yang sangat berdekatan. **Gambat 10.61**(b) adalah contoh hasil rekaman posisi binatng-bintang dengan teleskop. Pada perekam tersebut tampak bintik-bintik putih yang menunjukkan bintang-bitang. Ada yang terpisah cukup jekas, ada yang berdekatan hamper berimpit, bahkan ada yang berimpit sehingga sulit dibedakan apakah bintik tersebut merupakan rekanan satu bintang atau rekaman dua bintang yang sangat berdekatan. Kondisi seperti ini yang sering menyulitkan dalam analisis. Apakah titik tersebut merupakan sebuah bintang yang ukurannya besar atau dua bintang kecil yang lokasinya sangat berdekatan.

Gambar 10.61 (a) Teleskop merekam bayangan bintang-bitang (b) bayangan bintang-bintang hasil rekaman teleskop.

Rekaman bintang-bintang dihasilkan oleh cahaya yang masuk melalui lensa teleskop. Lensa teleskop yang berbentuk lingkaran berperan

sebagai celah difraksi. Dengan demikian, gambar sebuah bintang yang tampak pada perekam adalah hasil difraksi oleh lensa teleskop seperti diilustrasikan pada **Gambar 10.62**. Permasalan timbul jika posisi dua bintang sangat berdekatan. Karena bayangan yang tampak pada perekam sangat berdekatan, bahkan dapat berimpit. Pertanyaan logis yang dapat kita mucnulkan adalah, adakah sudut datang minimum cahaya dari dua bitang sehingga dua bitang tersebut dapat dibedakan setelah mengalami difraksi oleh teleskop? Jika ada, parameter apakah yang berperan mempengaruhi kemampuan teleskop mengamatai dua bintang dalam bentuk bayangan yang terpisah? Dengan perkataan lain, bagaimana syaratnya agar bayangan dua bintang berdekatan tampak terpisah pada perekam?

Gambar 10.62 Ilustrasi pembentukan bayangan bintang pada film atau perekam yang ada dalam system teleskop. Cahaya bintang masuk ke lensa teleskop lalu menuju ke perekam. Lensa teleskpo berperan sebagai celah difraksi sehingga bayangan yang terbentuk pada film merupakan bahayan fenomena difraksi.

Rayleigh membuat sebuah criteria, bahwa dua bayangan dikatakan terpisah jika jaraknya lebih besar dari suatu nilai minimum. Nilai minimum tersebut terjadi ketika puncak utama bayangan satu bintang berimpit dengan minimum bayangan bintang lainnya. Pada **Gambar 10.63**(a) puncak digraksi dua bitang saangat berjauhan dan kedua bintang dapat dibedakan dengan jelas. Pada **Gambar 10.63**(b), puncak difraksi yang dihasilkan satu bintang berimpit dengan intensitas minimum difraksi yang dihasilkan bintang lainnya. Pada kondisi ini kedua bintang masih dapat dibedakan.

Pada *Gambar 10.63*(c) puncak difraksi dua bintang hamper beirmpit dan dalam kondisi ini dikatakan dua bintang tidak dapatdibedakan. Kita akan kesulitan menyimpulkan apakah bayangan tersebut merupakan bayangan satu bitang atau banyangan dua bintan berdekatan. Kriterial Rayleigh bersesuaian dengan kondisi **Gambar 10.63** (b)

Gambar 10.63 (a) bayangan dua biantang terpisah, (b) Kondisi minimum ketika bayangan dua bintang masih dikatakan terpisah, (c) bayangan dua bintang tidak dikatakan terpisah.

Lensa teleskop memiliki lebar celah *D* (diameter lensa). Bayangan dua bintang kelihatan terpisah jika sudut yang dibentuk oleh berkas yang berasal dari dua bintang, θ, memenuhi

$$\sin\theta = \frac{\lambda}{D}$$

Untuk celah yang berbentuk lingkaran, rumus yang lebih tepat agar bayangan dua bintang kelihatan terpisah memenuhi

$$\sin\theta = \frac{1{,}22\lambda}{D} \qquad (10.57)$$

Biasanya θ sangat kecil sehingga $\sin\theta \cong \theta$. Dengan demikian, kita mendapatkan daya resolusi lensa sebagai

$$\theta = \frac{1{,}22\lambda}{D} \tag{10.58}$$

Tampak bahwa, makin besar diameter lensa maka makin kecil θ yang diijinkan agar bayangan bintang masih tampak terpisah. Dengan perkataan lain, resolusi lensa teleskop makin tinggi jika diameter lensa makin besar.

Contoh 10.8

Diameter bukaan cermin teleskop Hubble adalah 2,4 m

(a) berapakah daya resolusi cahaya hijau yang memiliki panjang gelombang $5{,}20 \times 10^{-7}$ m.

(b) Ketika teleskop tersebut berada pada jarak terdekat dengan planet Mars sejauh $7{,}83 \times 10^{10}$ m, berapakah jarak terdekat dua benda kecil di permukaan Mars sehiangga bayangan yang dibentuk oleh teleskop dapat dipisahkan?

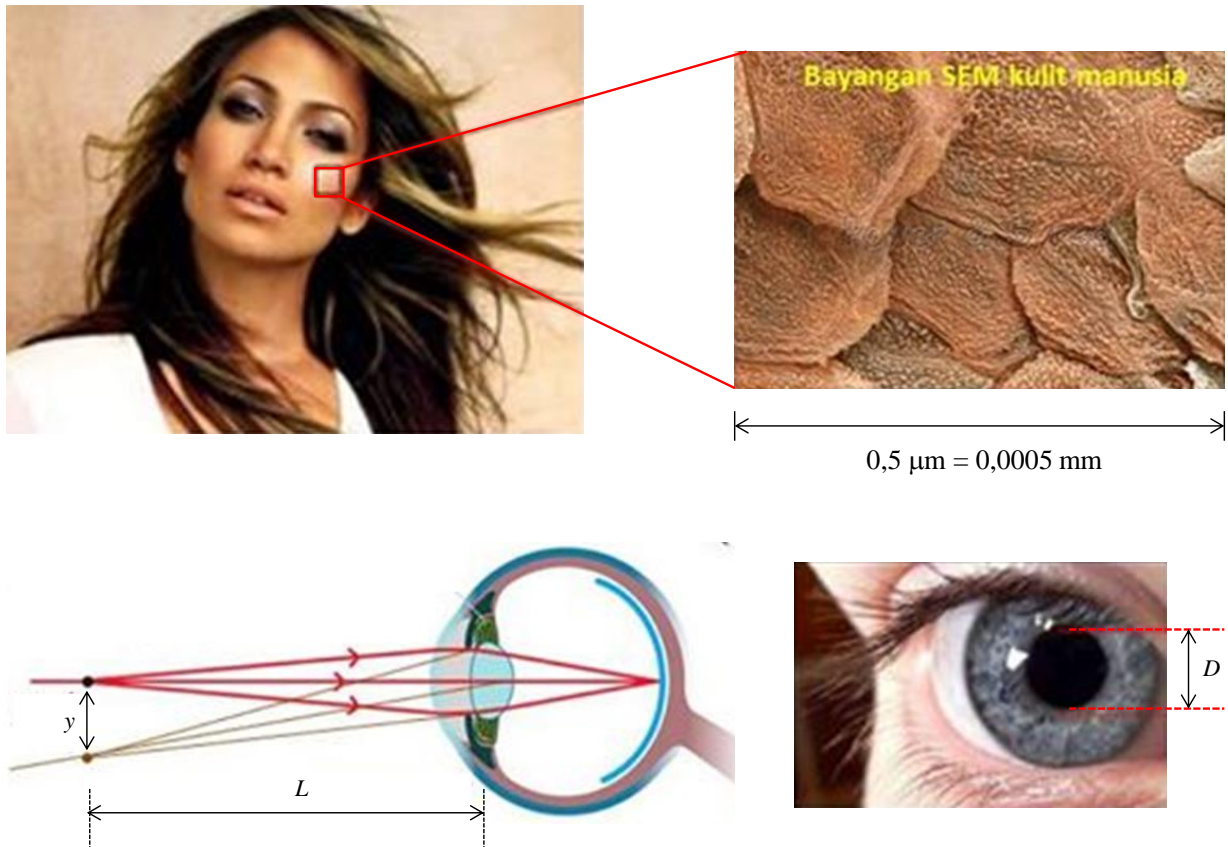
Jawab

a) Daya resolusi

$$\theta = \frac{1{,}22\lambda}{D} = \frac{1{,}22 \times (5{,}20 \times 10^{-7})}{2{,}4} = 2{,}6 \times 10^{-7} \text{ rad}$$

b) Jika jarak terdekat dua titik di permukaan Mars yang bisa dipisahkan oleh teleskop adalah Δy maka

$$\Delta y \cong R\theta = (7{,}83 \times 10^{10}) \times (2{,}6 \times 10^{-7}) = 2 \times 10^{4} \text{ m} = 2 \text{ km}$$

Beruntunglah indera kita tidak tajam. Kalau tidak maka dunia akan sangat mengerikan. Wajah orang yang kelihatan mulus dan cantik akan tampak sangat menakutkan. Sebagai contoh, kalau dilihat dengan *scanning electron microscope* (SEM) kulit manusia tampak bersisik seperti kulit buaya seperti diilustrasikan pada **Gambar 10.64**. SEM adalah miroskop elektron yang dapat melihat benda hingga ukuran 100 angtrom.

Gambar 10.64 Permukaan kulit manusia dilihat dengan mikroskop elektron tampak pada Gambar kanan atas. Gambar bawah adalah proses cahaya masuk ke mata dan jarak dua titik di depan mata yang masih dapat terlihat terpisah.

Ini semua terjadi karena mata kita hanya bisa mendeteksi cahaya tampak dengan panjang gelombang sekitar 500 nm. Lubang iris pada mata manusia berukuran sekitar 5 mm. Dengan menggunakan kriteria Rayleigh untuk difraksi celah berbentuk lingkaran maka sudut minimum yang dibentuk berkas cahaya yang masuk mata dari dua titik yang masih dilihat terpisah oleh mata sekitar $\theta \approx 1{,}22 \times \lambda / D$ ≈ 0,000122 radian. Namun, criteria Rayleigh bentuk umum tersebut berlaku untuk benda optik mati seperti lensa kamera, mikroskop, atau teleskop. Untuk mata manusia, sudut minimum yang masih dapat dipisahkan sekitar 4 kali nilai tersebut, yaitu sekitar 0,0005 radian.

Jika kita memadang wajah seseorang dari jarak 1 meter, maka jarak minimum dua titik di wajah yang masih dapat dibedakan mata sekitar $\Delta y \approx L\theta$ ≈ 0,0005 × 1 m = 0,0005 m atau 0,5 mm. Dua titik di wajah yang jaraknya kurang dari 0,5 mm tidak

dapat dibedakan. Andaikan di wajah orang tersebut ada jerawat dengan ukuran 0,3 mm maka jerawat tidak kelihatan dari jarak 1 meter.

Kulit manusia sebenarnya bersisik dengan ukuran sekitar 0,0001 mm. Ukuran ini jauh di bawah kemampuan resolusi mata. Meskipun kulit manusia diamati pada jarak 10 cm, maka jarak minimum yang masih dapat dipisah sekitar 0,05 mm. Nilai ini masih jauh lebih besar daripada ukuran sisik di kulit manusia. Dengan kekurangan ini kita harus bersyukur sehingga masih melihat kulit manusia tampak mulus. Kalau tidak, maka manusia tampak seperti buaya atau monster.

10.14 Interferensi lapisan tipis

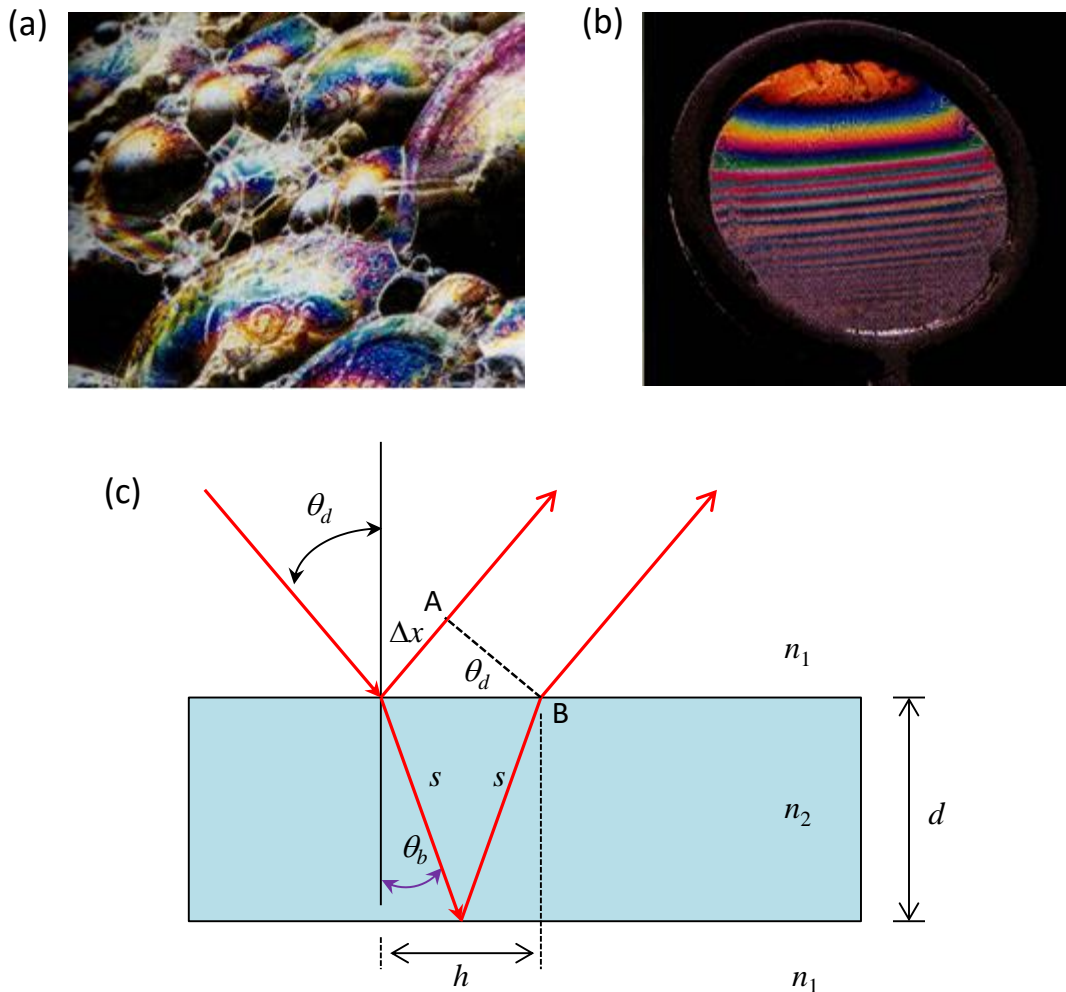
Cahaya yang jatuh pada lapisan tipis juga dapat menimbulkan fenomena interferensi. Berkas cahaya yang dipantulkan pada permukaan atas selaput dan permukaan bawah selaput dapat berinterferensi. Posisi sudut interferensi instruktif dan konstruktif bergantung pada panjang gelombang cahaya. Akibatnya, jika cahaya putih dijatuhkan pada selaput tipis maka cahaya pantul tampak berwarna-warna seperti diilustrasikan pada **Gambar 10.65**(a) dan (b).

10.14.1 Lapisan tipis Seragam

Sekarang kita analisis secata materiamtis fenomena interferensi cahaya oleh lapisan tipis seragam. Untuk membantu pembahasan, kita lihat **Gambar 10.65**(c). Lapisan tipis dengan ketebalan d dan memiliki indeks bias n_2 berada di dalam mediaum dengan indeks bias n_1. Mediaum dengan indeks bias n_1 misalnya udara sedangkan lapisan tipis dapat berupa lapisan sabun. Kita juga misalkan bahwa $n_2 > n_1$.

Cahaya dating dari mediam n_1 menuju medium n_2 dengan sudut dating θ_d. Misalkan fase cahaya gelombang tepat saat menyentuh bidang batas atas dua medium adalah ϑ_0. Pada bidang batas dua mediaum tersebut, sebagian cahaya mengalami pemantulan dan sebagian mengalami pembiasan.

i. Karena cahaya dipantulkan oleh medium dengan indeks bias lebih besar maka cahaya pantul mengalami pembalikan fase sebesar π. Akibatnya, fase cahaya tepat setelah dipantulkan menjadi $\vartheta_0 + \pi$.
ii. Cahaya yang mengalami pembiasan tidak mengalami pembalikan

fase. Cahaya bias kemudian dipantulkan oleh bisang batas kedua. Namun, karena di sini cahaya dinatuplan oleh medium dengan indeks bias lebih kecil (indeks bias n1) maka cahaay tidak mengalami pembalikan fase. Cahaya yang dipantulkan kemudian kembali mencapai bidang batas pertama (titik B) dan mengalami pembiasan. Dan saat pembiasan tidak terjadi pembalikan fase.

Gambar 10.65 Cahaya yang dipantulkan oleh dua permulaan lapisan tipis dapat mengalami interferensi. (a) dan (b) adalah interferensi cahaya oleh lapisan sabun sehingga tampak berwarna seperti pelangi. (c) perambatan cahaya pada lapisan tipis: sebagian ada yang langsung dipantulkan di permukaan pertama, sebagian ada yang diabiaskan ke dalam lapisan lalu dipantukan di lapisan kedua kemudian kembali dibiaskan ke meduam semula.

iii. Perubahan fase cahaya yang masuk ke medium n2 kemudian balik ke medium n1 setelah nenempuh lintasan 2s semata-mata karena jarak tempuh tersebut. Jarak tempuh geometri adalah 2s. Karena panjang

gelombang cahaya dalam medium n2 adalah λ_0 / n_2 maka perubahan fase cahaya selama merambat dalam medium n2 hingga tepat kembali ke medium n_1 (titik B) adalah

$$\Delta\phi_2 = \left(\frac{2\pi}{\lambda_0 / n_2}\right)(2s)$$

$$= \frac{4\pi s n_2}{\lambda_0}$$

Dengan demikian, fase cahaya yang dibiaskan dan tepat sampai kembali di bitang batas pertama (titik B) menjadi

$$\phi_2 = \vartheta_0 + \Delta\phi_2$$

$$= \vartheta_0 + \frac{4\pi s n_2}{\lambda_0}$$

Jelas dari **Gambar 10.65**(c) bahwa $d / s = \cos\theta_b$, atau

$$s = \frac{d}{\cos\theta_b}$$

Dan fase gelombang kedua saat mencapi titik B menjadi

$$\phi_2 = \vartheta_0 + \frac{4\pi d n_2}{\lambda_0 \cos\theta_b} \quad (10.59)$$

iv. Cahaya hasil pembiasan saat di titik B akan berinterferensi dengan cahaya yang langsung mengalami pemantulan saat berada di titik A (kedua titik tersebut berada pada satu garis yang tegak lurus arah rmbat cahaya). Pada titik A, cahaya yang lengsung mengalami pemantulan telah menempuh jarak sebesar

$$\Delta x = h \sin\theta_b$$

Tetapi $(h/2)/d = \tan\theta_b$ atau $h = 2d\tan\theta_b$ sehingga. Panjang

gelombang cahaya di dalam medium pertama adalah λ_0 / n_1 sehingga perubahan fase cahaya selama menempuh lintasan Δx adalah

$$\Delta\phi_1 = \frac{2\pi}{(\lambda_0 / n_1)} \Delta x$$

$$= \frac{2\pi}{(\lambda_0 / n_1)} \times (2d \tan\theta_b) \sin\theta_b$$

$$= \frac{4\pi n_1 d \tan\theta_b \sin\theta_b}{\lambda_0}$$

Dengan demikaian, fase cahaya yang langsung dipantulkan oleh bidang batas pertama saat mencapat titik A adalah

$$\phi_1 = \vartheta_0 + \pi + \Delta\phi_1$$

$$= \vartheta_0 + \pi + \frac{4\pi n_1 d \tan\theta_b \sin\theta_b}{\lambda_0} \qquad (10.60)$$

Dari persamaan (10.59) dan (10.60) maka beda fase dua gelombang menjadi

$$\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1$$

$$= \left(\vartheta_0 + \frac{4\pi d n_2}{\lambda_0 \cos\theta_b}\right) - \left(\vartheta_0 + \pi + \frac{4\pi n_1 d \tan\theta_b \sin\theta_b}{\lambda_0}\right)$$

$$= \frac{4\pi d}{\lambda_0 \cos\theta_b}\left(n_2 - n_1 \sin^2\theta_b\right) - \pi \qquad (10.61)$$

Dari persamaan (10.61) kita akan menentukan kondisi terjadinya interrensi konstruktif dan destruktif.

Interferensi konstruktif

Berdasarkan persamaan (10.61) maka interfernsi konstruktif terjadi

jika beda fase merupakan kelipatan bulat dari 2π, atau

$$\frac{4\pi d}{\lambda_0 \cos\theta_b}\left(n_2 - n_1 \sin^2\theta_b\right) - \pi = 2m\pi$$

Atau

$$\frac{4d}{\lambda_0 \cos\theta_b}\left(n_2 - n_1 \sin^2\theta_b\right) = 2m + 1 \qquad (10.62)$$

di mana m adalah bilangan bulat positif atau negative. Interefensi konstruktif menyebabkan warna tampak pada film. Jadi, warna yang kelihatan pada film adalah gelombang yang mengalami interferensi konstruktif.

Interferensi destruktif

Berdasarkan persamaan (10.61) maka interfernsi destruktif terjadi jika beda fase merupakan kelipatan ganjil dari π, atau

$$\frac{4\pi d}{\lambda_0 \cos\theta_b}\left(n_2 - n_1 \sin^2\theta_b\right) - \pi = (2m-1)\pi$$

Atau

$$\frac{4d}{\lambda_0 \cos\theta_b}\left(n_2 - n_1 \sin^2\theta_b\right) = 2m \qquad (10.63)$$

di mana m adalah bilangan bulat positif atau negative. Interefensi destruktif menyebabkan warna hilang dari pancaran film. Jadi, warna yang tidak kelihatan pada film adalah gelombang yang mengalami interferensi destruktif.

Gelombang datang sejajar normal. Kita tinjau kasus khusus di mana gelombang datang tegak lurus permukaan selaput. Gelombang datang sejajar normal tidak bermakna bahwa arah datang gelombang benar-benar sejajar dengan garis normal pada permukaan film, namun bisa juga gelombang yang arahnya hampir sejajar dengan garis normal. Dalam mkondisi demikian maka kita dapat melakukan pendekatan $\theta_d = 0$ dan $\theta_b = 0$. Dengan demikian $\sin\theta_b = 0$ dan $\cos\theta_b = 1$. Dengan demikian,

interferensi konstaruktif terjadi jika

$$\frac{4dn_2}{\lambda_0} = 2m + 1$$

Jadi, spectrum yang mengalami interferensi konstruktif adalah yang memiliki panjang gelombang

$$\lambda_0 = \frac{4dn_2}{2m + 1} \qquad (10.64)$$

dan interferensi destruktif terjadi jika

$$\frac{4dn_2}{\lambda_0} = 2m$$

Jadi, spectrum yang mengalami interferensi destruktif adalah yang memiliki panjang gelombang

$$\lambda_0 = \frac{4dn_2}{2m} \qquad (10.65)$$

Contoh 10.9

Gelembung sabun tampak berwarna hijau (λ = 540 nm) ketika diamati dari depan. Berapakah ketebalan minimum selaput sabun? Indeks bias selaput adalah n_2 = 1,35.

Jawab

Terjadi interferensi konstruktif untuk cahaya hijau. Berdasarkan persamaan (10.64), kita dapat menulis

$$d = \frac{(2m+1)\lambda_0}{4n_2}$$

Ketebalan minimum bersesuaian dengan m = 0, yaitu

$$d_{\min} = \frac{\lambda_0}{4n_2}$$

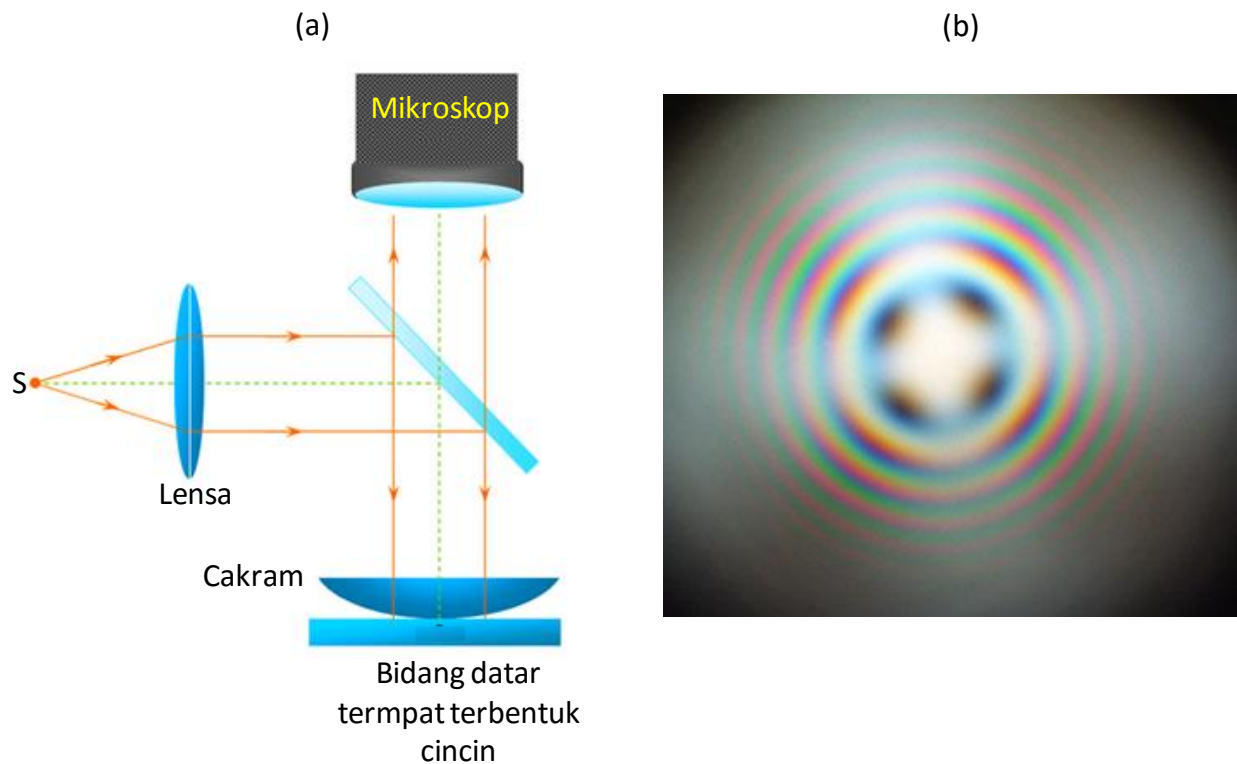
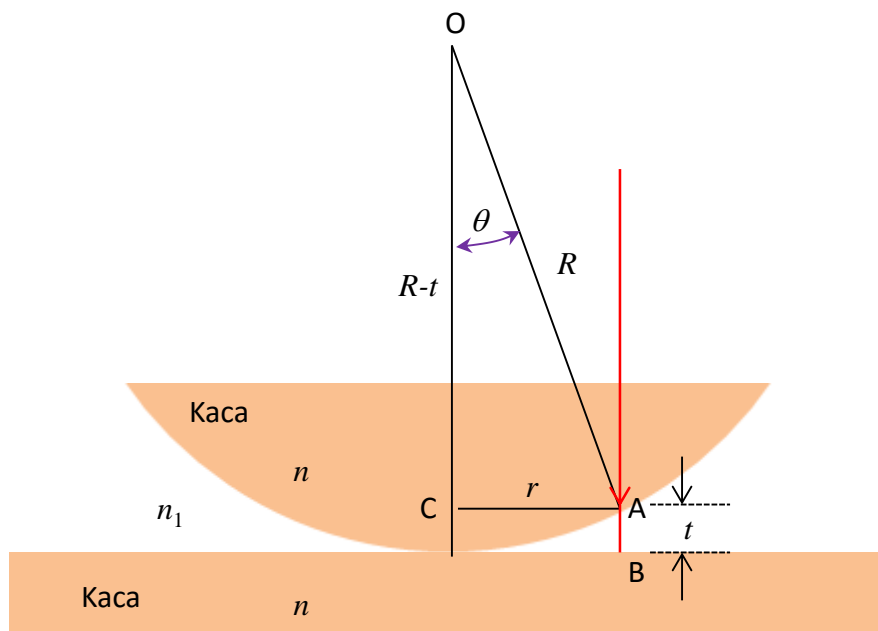
$$= \frac{540}{4 \times 1,35} = \frac{540}{5,4} = 100 \text{ nm}$$

10.14.2 Cincin Newton

Salah satu pengamatan yang terkenal terkait dengan interferensi lapisan tipis adalah pengamatan cincin Newton. Interferensi dalkam bentuk cincin-cincin tersebut pertama kali diamati oleh Newton. Jika kita memiliki jurung-juring bola yang terbuat dari kaca dan diletakkan di atas kaca datar maka antara permukaan bola terbentuk ruang udara yang ketebalannya nol pada titik kontak lalu ketebalan bertambah ketika bergerak makin keluar. Pada posisi dekat titik kontak maka ketebalan lapisan udara tersebut sangat tipis sehingga lapisan udara dapat dipandang sebagai film tipis. Dengan demikian, lapisan udara tersebut dapat menghasilkan interferensi. Namun, karena ketebalan lapisan bergantung pada jarak dari pusat bola, maka pola interferensi yang dihasilkan akan berbentuk cincing-cincing dengan jari-jari yang berbeda.

Cincin Newton sangat tipis dan sangat rapat sehingga sulit diamati dengan mata langsung. Pengamatan dilakukan menggunakan mikroskop dengan mengarahkan lensa objektif mikroskop ke titik sentuh juring-juring bola dengan kaca datar. **Gambar 10.66**(a) adalah skema percobaan cincin Neswton dan **Gambar 10.66**(b) adalah cincin Newton yang teramati. Mari kita lakukan analisis secara matematis terbentuknya cincin Newton.

Fenomene cincin Newton bersifat terbalik dengan lapisan tipis yang diilustrasikan pada **Gambar 10.67**. Pada **Gambar 10.67**, lapisan tipis memiliki indeks bias lebih besar daripada sekelilinginya (udara). Pada cincin Newton, justru lapisan tipis (udara) memiliki indeks bias lebih kecil daripada sekelilingnya (kaca). Kiat akan fokuskan pada cahaya yang datang tegak lurus lapisan (sudud datang nol).

Perhatikan cahaya yang jatuh di titi A pada **Gambar 10.67**. Sebagian cahaya diantulkan dan sebagian dibiaskan. Jika kita hanya mengamati lokasi di sekitar sumbu maka dudut datang cahaya terhadap normal mendekati nol dan sudut bias pun mendekati nol. Dengan asumsi ini maka cahaya yang datang vertikal akan masuk ke lapisan udara secara vertikal juga dan kembali ke posisi semula dalam arah vertikal.

Gambar 10.66 (kiri) percobaan untuk mengamati cincin Newton dan (kanan) pola cincin Newton yang diamati dengan mikroskop (www.oberlin.edu)

Gambar 10.67 Ilsutrasi interfernsi yang menghasilkan cincin Newton.

Pada titik A cahaya mengalami pemantulan dan pembiasan. Misalnya fase cahaya saat mencapai titik A adalah ϑ_0. Karena pemantulan cahaya di titik A dilakukan oleh medum dengan indeks bias lebih kecil (udara atau zat cair lain) maka cahaya yang dipantulkan di titik A tidak mengalami pembalikan fase. Cahaya yang dibiaskan merambat ke titik B dan mengalami pemantulan. Pada titik B pemantulan dilakukan oleh medium yang memiliki indeks bias lebih besar sehingga mengalami pembalikan fase. Dengan demikian, ketika kembali ke titik A, maka cahaya yang dipantulkan di titik B mengalami perubahan fase karena menempuh lintsan sepanjang 2t dan mengalampi pembalikan fasa di titik B. Fase cahaya yang dipantulkan di titik B ketika sampai kembali ke titik A menjadi

$\vartheta_0 + \pi + \left(\frac{2\pi}{\lambda_0 / n_1}\right)(2t)$. Dengan demikian, beda fase dua gelombang menjadi

$$\Delta\phi = \left[\vartheta_0 + \pi + \left(\frac{2\pi}{\lambda_0 / n_1}\right)(2t)\right] - \vartheta_0$$

$$= \pi + \left(\frac{4\pi n_1 t}{\lambda_0}\right)$$

Sekarang kita terapkan teorema Phitagoras pada segitiga OAC, yaitu

$$R^2 = r^2 + (R-t)^2$$

atau

$$R^2 = r^2 + R^2 - 2Rt + t^2$$

atau

$$2Rt = r^2 + t^2$$

Ketebalan lapisan antara dua kaca sangat kecil sehingga suku t^2 pada persamaan di atas dapat dibuang. Dengan demikian kita mendapatkan $t = r^2 / 2R$ perbedaan fase sebagai dinyatakan dalam r sebagai berikut

$$\Delta\phi = \pi + \left(\frac{2\pi n_1 r^2}{\lambda_0 R}\right)$$

Sekarang kita kihat kondisi terbentuknya interferensi konstruktif. Interferensi tersebut terjadi jika perbedaan fase merupakan kelipan bulat dari 2π, atau

$$2m\pi = \pi + \left(\frac{2\pi n_1 r^2}{\lambda_0 R} \right)$$

dengan

m = 1, 2, 3, ...

Dengan demikian kita dapatkan jari-jari pola interferensi konstruktif ke-m adalah

$$r_m = \sqrt{(2m-1)\frac{\lambda_0 R}{2n_1}} \qquad (10.66)$$

Kemudian kita lihat kondisi terbentuknya interferensi destruktif. Interferensi tersebut terjadi jika perbedaan fase merupakan kelipan ganjil dari π, atau

$$(2m+1)\pi = \pi + \left(\frac{2\pi n_1 r^2}{\lambda_0 R} \right)$$

dengan

m = 1, 2, 3, ...

Dengan demikian kita dapatkan jari-jari pola interferensi konstruktif ke-m adalah

$$r_m = \sqrt{(2m-2)\frac{\lambda_0 R}{2n_1}} \qquad (10.67)$$

Dari hasil usrain di atas kita eroleh bahwa jari-jari cincin terang mulai dari polisi paling dalam adalah $\sqrt{\frac{\lambda_0 R}{2n_1}}$, $\sqrt{\frac{3\lambda_0 R}{2n_1}}$, $\sqrt{\frac{5\lambda_0 R}{2n_1}}$, dan

seterusnya. Jari-jari cincin gelap mulai dari posisi paling dalam adalah 0, $\sqrt{\frac{\lambda_0 R}{n_1}}$, $\sqrt{\frac{3\lambda_0 R}{n_1}}$, $\sqrt{\frac{4\lambda_0 R}{n_1}}$, dan seterusnya.

11.15 Lapisan anti pantul

Kasus menarik terjadi jika cahaya yang dipantulkan dari dua permukaan selaput tipis mengalami interferensi destruktif. Dengan demikian, semua cahaya yang jatuh pada permukaan selaput akan diteruskan, tanpa ada yang dipantulkan. Fenomena ini yang dipakai dalam merancang lensa-lensa kualitas tinggi.

Gambar 11.68 Lensa kamera canggih dilapisi dengan lapisan tipis anti pantul

Gambar 10.68 adalah contoh lensa yang dilapisi selaput ripis untuk mengurangi pemantulan. Cahaya yang jatuh pada permukaan lensa semuanya diteruskan, tanpa ada yang dipantulkan. Akibatnya, bayangan yang dihasilkan lensa menjadi sangat tajam. Hampir semua lensa peralatan optik modern memiliki lapisan tipis anti pantul pada permukaanya.

Cahaya yang datang dari udara ke permukaan atas lapisan tipis mengalami pemantulan disertai dengan pembalikan fase (pemantulan dari medium kurang rapat ke medium rapat). Indeks bias lensa umumnya lebih besar daripada indeks bias lapisan tipis. Dengan demikian, cahaya yang dipantulkan pada sisi bawah lapisan tipis (bidang batas antara lapisan tipis

dan lensa) juga mengalami pembalikan fase (pemantulan dari medium kurang rapat ke medium rapat). Akibatnya, fase gelombang yang langsung dipantulkan dan yang menembus lapisan tipis kemudian dipantulkan di sisi bawah lapisan tipis masing-masing

$$\phi_1 = \vartheta_0 + \pi + \frac{4\pi n_1 d \tan\theta_b \sin\theta_b}{\lambda_0}$$

$$\phi_2 = \vartheta_0 + \pi + \frac{4\pi d n_2}{\lambda_0 \cos\theta_b}$$

Dengan demikian, besa fase menjadi

$$\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1$$

$$= \left(\vartheta_0 + \pi + \frac{4\pi d n_2}{\lambda_0 \cos\theta_b}\right) - \left(\vartheta_0 + \pi + \frac{4\pi n_1 d \tan\theta_b \sin\theta_b}{\lambda_0}\right)$$

$$= \frac{4\pi d}{\lambda_0 \cos\theta_b}\left(n_2 - n_1 \sin^2\theta_b\right)$$

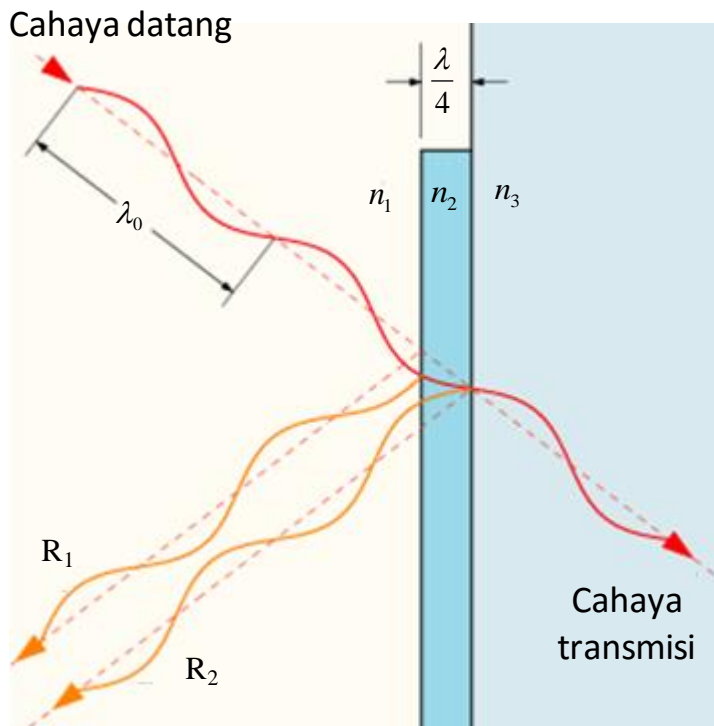
Anti pemantulan artinya terjadi interferensi destrutif pada cahaya pantul seperti diilustrasikan pada **Gambar 10.69**. Interferensi destruktif terjadi jika beda fase merupakan kelipara ganjil dari π, atau

$$\frac{4\pi d}{\lambda_0 \cos\theta_b}\left(n_2 - n_1 \sin^2\theta_b\right) = (2m+1)\pi$$

atau

$$\frac{4d}{\lambda_0 \cos\theta_b}\left(n_2 - n_1 \sin^2\theta_b\right) = (2m+1) \qquad (10.68)$$

dengan

m adalah bilangan bulat.

Gambar 10.69 Interferensi dua cahaya pantul akibat pelapisan lenda dengan selaput tipis (wikipedia.org).

Untuk cahaya yang dating dengan sudut mendekati nol maka kita dapatkan persamaan aproksimasi untuk interferensi destruktif cahaya pantul berikut ini

$$\frac{4dn_2}{\lambda_0} = (2m+1) \tag{10.69}$$

Dari persamaan (10.69) kita juga dapat menarik kesimpulan bahwa ketebalan lapisan agar interferensi destruktif terjadi adalah

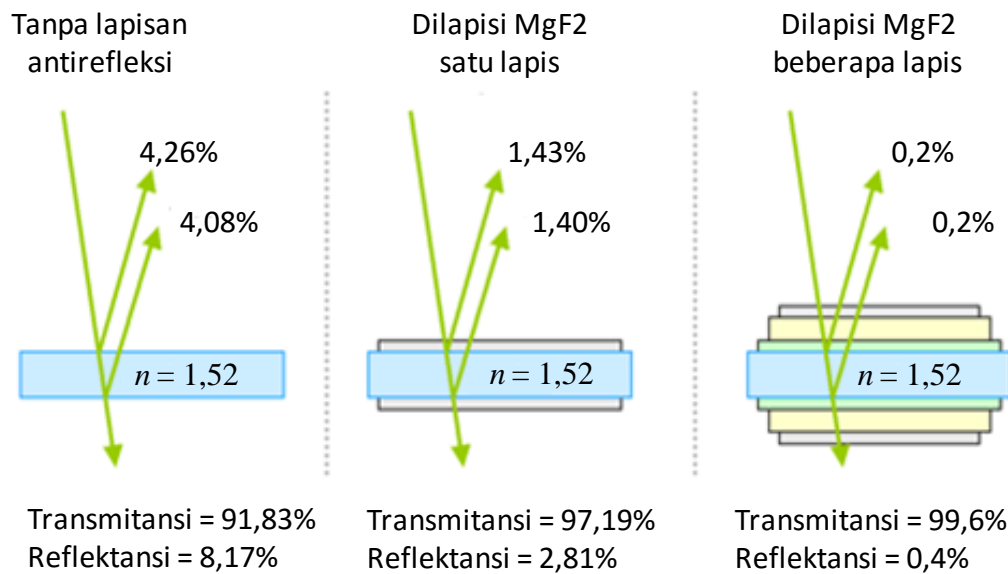
$$d = (2m+1)\frac{\lambda_0}{4n_2}$$

Nilai terkecil bilangan m adalah 0. Ini bermakna bahwa ketebalan minimum lapisan tipis yang masih memungkinkan interferensi destruktif (terjadi pristiwa anti pantul) adalah

$$d_{\min} = \frac{\lambda_0}{4n_2} \tag{10.70}$$

Mengingat λ_0 / n_2 adalah panjang gelombang dalam lapisan tipis (panjang gelombang di vkum dibadi indek bias) maka ketebalan minimum lapisan tipis yang masih memungkinkan persitwa anti refleksi sama dengan seperempat panjan g gelombang cahaya dalam lapisan tersebut. Gambar **10.70** adalah contoh kebeningan lensa kacamata tanpa lapisan antipantul dan yang menggunakan lapisan antipantul.

Gambar 10.70 (kiri) lenda kacamata tanpa antipantul dan (kanan) yang dilapisio antipantul (Contoh All about vision)

Reduksi cahaya pantul dapat dilakukan dengan melapisi lensa beberapa lapis. Tiap lapis mereduksi cahaya pantul beberapa persen. Dengan menambah lapisan antipantul dengan indeks bias dan ketebalan yang sesuai maka cahaya pantul dapat direduksi mendekati menjadi mendekati nol. Atau cahaya yang diteruskan mendekati 100%. **Gambar 10.71** adalah contoh perubahan intensitas cahaya pantul dengan melapisi lensa mengunakan satu lapis antipantul dan beberapa lapis antipantul. Tanpa antipantul (gambar kiri), intensitas cahaya pantul dapat mencapai 8,17%. Dengan penambahan satu lapis antipantul maka intensitas cahaya pantul turun menjadi 2,81%. Dengan menggunakan beberapa lapis antipantul maka intensitas cahaya pantul dapat ditekan hingga 0,4%.

Gambar 10.71 Efek pelapisan antipantul pada pemantulan dan penerusan cahaya. (kiri) lensa tanpa antipantul, (tengah) lensa yang dengan satu lapis antipantul, dan (kanan) lenda dengan beberapa lapis antipantul (Leaders optics technology)

Contoh 10.10

Berapakah ketebalan lapisan koating MgF_2 pada sebuah lensa agar dihasilkan interferensi destruktif pada panjan g gelombang 550 nm yang jatuh tegak lurus pada lensa? Indeks bias MgF_2 adalah 1,38 dan indeks bias lensa adalah 1,50

Jawab

Tampak bahwa indeks bias lensa lebih besar daripada lapisan anti pantul. Maka syarat terjadinya interferensi destruktif pada cahaya pantul adalah

$$d = \frac{\lambda}{4n_2}, \frac{3\lambda}{4n_2}, \frac{5\lambda}{4n_2}, \ldots.$$

$$= \frac{550}{4\times 1{,}38}, \frac{3\times 550}{4\times 1{,}38}, \frac{5\times 550}{4\times 1{,}38}, \ldots.$$

= 99,6 nm, 298,9 nm, 498,2 nm, …

Mengapa ada lensa murah dan ada lensa sangat mahal.

Saat membeli kacamata kita ditunjukkan lensa pada berbagai harga.

Mulai dari yang cukup murah hingga yang amat mahal. Isi dompet dan gaya yang akan menentukan pilihan kita jatuh ke mana? Apa yang mebuat harga lensa bervariasi?

Yang jelas, lensa harus melewatkan cahaya yang jatuh pada satu permukaan dan keluar di permukaan sebelahnya. Secara fisika, apabila cahaya jatuh dari satu medium ke medium lain yang memiliki indeks bias berbeda, maka pasti ada sebagian cahaya yang dipantulkan. Jumlah cahaya yang dipantulkan bergantung pada perbedaan indeks bias dua medium: makin besar jumlah cahaya yang dipantulkan apabila selisih indeks bias dua medium berbeda. Dengan adanya pemantulan tersebut maka cahaya yang melewati lensa berkurang. Apabila lensa tersebut adalah lensa kacamata, maka pandangan pada objek menjadi sedikit redup.

Yang dilakukan pengusaha lensa adalah menekan sekecil mungkin cahaya yang dipantulkan dan meneruskan sebanyak mungkin cahaya yang diloloskan. Apa yang harus dilakukan? Tidak ada pilihan lain kecuali memahami persamaan-persamaan fisika tentang pemantulan dan interferensi cahaya.

Cahaya bisa dihilangkan dengan mekanisme interferensi. Jika dua berkas cahaya yang memiliki panjang gelombang sama dan merambat dalam arah yang sama tetapi berbeda fase 180o maka yang terjadi adalah interferensi destruktif. Apa artinya interferensi destruktif? Simpangan total yang dihasilkan setiap saat selalu nol. Apa artinya simpangan total setiap saat nol? Artinya tidak ada cahaya.

Jadi kalau mau meniadakan cahaya yang dipantulkan permukaan lensa maka harus ada berkas cahaya lain yang merambat dalam arah yang sama dengan cahaya pantul tetapi memiliki fase berbeda 180^o. Berkas ini berinterferensi destruktif dengan cahaya yang dipantulkan permukaan lensa sehingga simpangan total cahaya pantul menjadi nol, atau tidak ada cahaya yang dipantulkan. Untuk mencapai tujuan ini, para ahli lensa membuat lapisan tipis di permukaan lensa.

Mengapa lapisan tipis? Dengan adanya lapisan ini maka akan terjadi dua kali pemantulan. Pemantulan pertama dilakukan oleh permukaan lapisan tipis ketika cahaya datang udara dan mengenai permukaan lapisan tipis. Pemantulan kedua terjadi pada permukaan antara lapisan tipis dan lensa. Jadi ada dua berkas yang

dipantulkan. Bagaimana agar dua berkas pantul tersebut memiliki beda fase 180o? Persamaan fisika mengajarkan hal itu. Beda potensial 180o dapat dicapai dengan memilih indeks bias yang sesuai untuk material lapisan tipis dan mengatur ketebalan lapisan tipis.

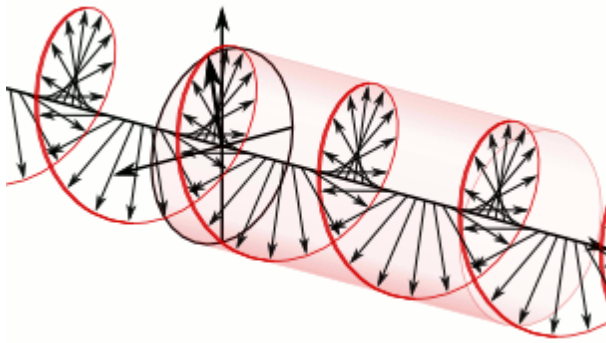
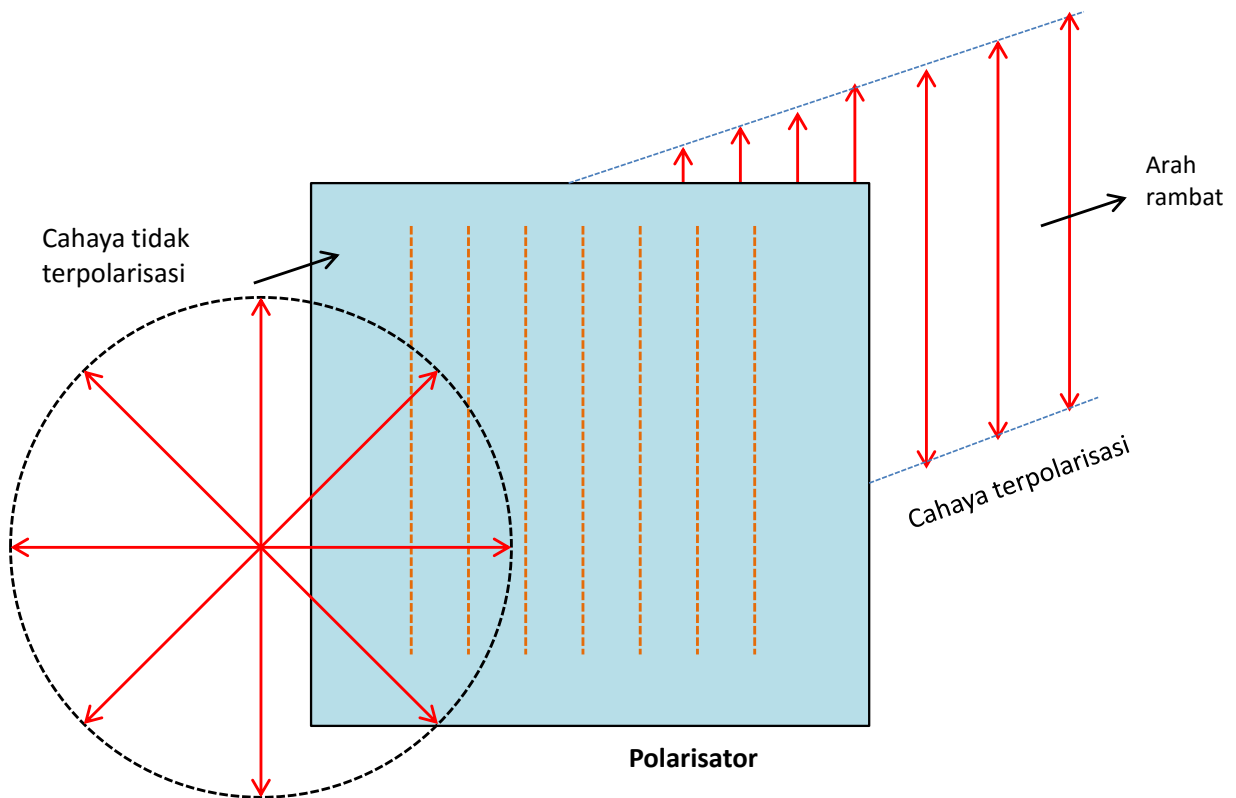
Dari persamaan pemantulan oleh permukaan benda diperoleh bahwa interferensi destruktif dapat dicapai jika ketebalan lapisan tipis sama dengan seperempat panjang gelombang cahaya dan indeks biasnya sama dengan akar perkalian indeks bias udara dan indeks bias lensa. Jika panjang gelombang cahaya diambil rata-rata 500 nm maka tebal lapisan tipis untuk menekan pemantulan adalah 125 nm. Lapisan ini yang disebut lapisan antirefleksi dan tampak berwarna kalau kita lihat dari depan lensa.

Satu lapisan hanya menghasilkan interferensi destruktif untuk satu panjang gelombang. Karena cahaya tampak memiliki sejumlah panjang gelombang maka tidak terjadi interferensi destruktif untuk semua panjang gelombang. Untuk mendiadakan pemantulan pada sebagian besar gelombang dalam spectrum cahaya tampak maka coating berlapis-lapis (multilayer coating) dilakukan. Masing-masing lapisan meniadakan pemantulan untuk masing-masing panjang gelombang. Dengan demikian hampir semua panjang gelombang pantul mengalami interferensi destruktif atau hamper semua gelombang dalam spectrum cahay tampak diloloskan oleh lensa. Lensa semacam inilah yang sangat mahal.

10.16 Polarisasi cahaya

Gelombang elektromagnetik merupakan gelombang transversal. Arah osilasi medan magnet maupun medan listrik tegak lurus pada arah perambatan gelombang. Jika arah osilasi medan selalu memepertahankan arahnya selama gelombang merambat maka gelombang tersebut dikatakan memiliki **polarisasi bidang**. Dikatakan polarisasi bidang karena arah osilasi medan selama gelombang merambat selalu berada pada satu bidang.

Umumnya, gelombang yang dihasilkan suatu sumber memiliki arah osilasi medan yang berubah-ubah secara acak. Gelombang dengan arah osilasi demikian dikatakan gelombang yang **tidak terpolarisasi**. **Gambar 10.72** adalah ilustrasi gelombang dengan arah polarisasi selalu berubah-ubah. Selama gelombang merambat, orientasi medan listrik

maupun medan magnet selalu berubah.

Gambar 10.72 Contoh gelombang dengan arah polarisasi berubah-ubah (Wikipedia)

Gambar 10.75 Intensitas cahaya ang leawat polarisator dari cahaya tidak terpolarisasi yang jatuh sama dengan setengah intensitas semula.

Gelombang yang tidak terpolarisasi dapat diubah menjadi gelombang yang terpolarisasi jika dilewatkan pada suatu film yang dinamakan **film polaroid**. Film ini mengandung molekul-molekul berantai

panjang yang tersusun sejajar. Molekul-molekul tersebut bersifat konduktif. Ketika gelombang elektromagnetik dilewatkan pada film tersebut, maka komponen osilasi yang sejajar molekul akan diserap oleh electron-elektron pada molekul-molekul panjang tersebut dan komponen osilasi yang tegak lurus molekul tidak diserap. Akibatnya, setelah meninggalkan film, hanya komponen osilasi yang tegak lurus sumbu molekul yang dilewatkan (**Gambar 10.73**).

Untuk polarisator kita mendefinisikan sumbu mudah, yaitu arah yang melewatkan osilasi. Jadi sumbu mudah film polaroid adalah sumbu yang tegak lurus sumbu-sumbu molekul yang tersusun pada film tersebut.

Cahaya tidak terpolarisasi yang jatuh pada polarisator

Misalkan cahaya tidak terpolarisasi memiliki intensitas I_o. Berkas cahaya tersebut jatuh pada sebuah polarisator. Berapakan intensitas cahaya setelah melewati polarisator? Jika cahaya yang jatuh ke polarisator tidak terpolarisasi, maka **intensitas cahaya setelah melewati polarisator selalu setengah dari intensitas cahaya datang**.

Cahaya terpolarisasi yang jatuh pada polarisator

Namun, jika cahaya yang jatuh pada polarisator sudah terpolarisasi maka intensitas cahaya yang lolos bergantung pada sudut antara arah osilasi cahaya datang dengan sumbu mudah polarisator. Intensitas cahaya yang dilewatkan memenuhi

$$I = I_o \cos^2 \theta \qquad (10.71)$$

dengan

I_o intensitas cahaya datang,

I intensitas cahaya terlewatkan,

θ sudut antara arah osilasi cahaya datang dengan sumbu mudah polarisator.

Contoh 10.11

Cahaya tak terpolarisasi jatuh pada susunan dua polarisator. Satu polarisator memiliki sumbu mudah arah atas-bawah sedangkan polarisator kedua memiliki sumbu mudah membentuk sudut 60^o terhadap arah atas-bawah. Tentukan intensitas cahaya yang keluar dari polarisator kedua serta arah osilasi medan. Intensitas cahaya tidak terpolarisasi adalah I_o.

Jawab

Karena polarisator pertama dimasuki cahaya tak terpolarisasi maka intensitas cahaya yang keluar polarisator pertama adalah

$$I_1 = \frac{1}{2} I_o$$

Cahaya yang keluar polarisator pertama menjadi cahaya yang masuk polarisator kedua. Arah osilasi gelombang yang keluar polarisator pertama sama dengan arah sumbu mudah polarisator pertama. Dengan demikian, arah osilasi medan yang masuk polarisator kedua membentuk sudut 60^o dengan sumbu mudah polarosator kedua. Dengan demikian, intensitas cahaya yang keluar polarisator kedua adalah

$$I_2 = I_1 \cos^2 60^o = \frac{I_o}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{8} I_o$$

Arah osilasi gelombang yang keluar dari polarisator kedua sama dengan arah sumbu mudah polarisator kedua.

Polarisasi oleh permukaan

Ada satu sifat yang menarik yang dimiliki gelombang elektromagnetik ketika jatuh pada satu permukaan. Saat jatuh di bidang batas dua medium, sebagian gelombang dipantulkan dan sebagian dibiaskan. Jika cahaya yang jatuh merupakan cahaya yang tidak terpolarisasi, maka cahaya yang dibiaskan dan yang dipantulkan umumnya tidak terpolariasi juga. Namun, khusus untuk cahaya yang dipantulkan, komponen medan yang berada pada bidang normal bergantung pada sudut datang. Bidang normal adalah bidang yang dibentuk oleh cahaya datang, cahaya bias, dan cahaya pantul. Jika sudut datang diubah-ubah maka komponen medan yang berada pada bidang tersebut berubah-ubah besarnya. Dan ada suatu sudut, di mana komponen medan dalam arah bidang tersebut tepat menjadi nol. Sudut ini bergantung pada indeks bias medium pertama dan kedua.

Secara matematik dapat ditunjukkan bahwa, ketika jumlah sudut datang dan sudut bias sama dengan 90^o maka cahaya yang dipantulkan tidak memiliki komponen osilasi sejajar bidang normal. Cahaya yang dipantulkan hanya memiliki komponen osilasi tegak lurus bidang normal.

Artinya, cahaya yang dipantulkan terpolarisasi bidang.

Jika sudut datang dalam keadaan ini adalah θ_B, maka terpenuhi

$$\theta_B + r = 90^o$$

dengan *r* adalah sudut bias. Kita dapat menulis

$$r = 90^o - \theta_B$$

Dengan menggunakan hokum Snell $n_1 \sin \theta_B = n_2 \sin r$ maka

$$n_1 \sin \theta_B = n_2 \sin (90^o - \theta_B) = n_2 \cos \theta_B$$

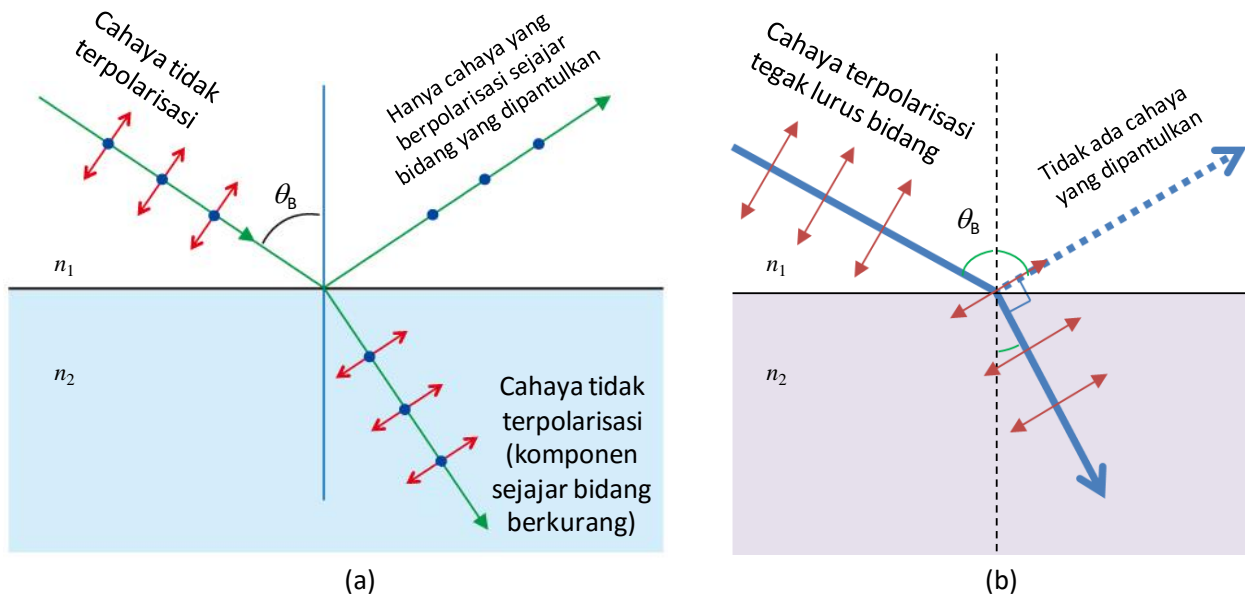
atau

$$\tan\theta_B = \frac{n_2}{n_1} \qquad (10.72)$$

Sudut θ_B dikenal dengan **sudut Brewster.**

Gambar 10.74 mengilustrasikan pemabtulan dan pembiasan cahaya ketika sudut datang sama dengan sudut Brewter. Jika cahaya datang mengandung komponen osilasi sejajar dan tegak lurus bidang normal maka cahaya bias mengandung osilasi yang sejajar dan tegak lurus bidang normal. Namun cahaya yang dibiaskan hanya mengandung arah osilasi tegak lurus bidang normal. Komponen osilasi yang tegak lurus bidang normal pada cahaya bias menjadi lebih kecil karena sebagian sudah dipantulkan. Sedangkan komponen osilasi yang sejajar bidang normal pada cahaya bias hampir tidak berubah. Fenoena ini diilustrasikan pada **Gambar 10.74**(a).

Kondisi lainnya adalah jika cahaya datang hanya memiliki komponen osilasi sejajar bidang normal. Karena yang dipantulkan saat sudut datang sama dengan sudut Brwster hanya komponen yang tegak lurus bidang normal, maka pada kasus ini tidak ada cahaya yang dipantulkan. Hanya cahaya bias yang ada sepertti diilustrasikan pada **Gambar 10.74**(b).

Fenomena pemantulan oleh permukaan dapat digunakan untuk mendapatkan cahaya terpolarisasi. Dengan mengarahkan cahaya tidak terpolarisasi pada bidang batas dan mengatur sudut datang sama dengan sudut Brwester maka cahaya pantul menjadi cahaya yang terpolarisasi.

Gambar 10.74 Sifat pembiasan dan pemantulan ketica cahaya jatuh dengan sudut sama dengan sudut Brewster. (a) jika cahaya datang merupakan cahaya tidak terpolarisasi maka cahaya pantul merupakan cahaya terpolarisasi dengan arah osilasi tegak lurus bidang normal. Cahaya yang diniaskan tidak trpolarisasi, namun komponen osilasi yang tegak lurus bidang normal lebih lemah. (b) jika cahaya datang sudah terpolarisasi dengan arah polarisasi sejajar bidang normal maka tidak ada cahaya pantul. Yang ada hanya pembiasan.

Contoh 10.12

(a) Dengan sudut datang berapakah agar cahaya matahari yang dipantulkan danau terpolarisasi linier? (b) Berapakah sudut bias cahaya pada saat itu? Indeks nias udara n_1 = 1 dan indeks bias air n_2 = 1,33.

Jawab

a) Cahaya pantul terpolarisasi jika sudut datang sama dengan sudut Brewster yang memenuhi

$$\tan\theta_B = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1,33}{1} = 1,33$$

atau

$\theta_B = 53^o$

Saat terjadi polarisasi pada cahaya pantul, maka jumlah sudut datang dan sudut bias 90^o. Jika sudut bias r maka $\theta_B + r = 90^o$ atau

$r = 90^o - \theta_B = 90^o - 53^o = 37^o$

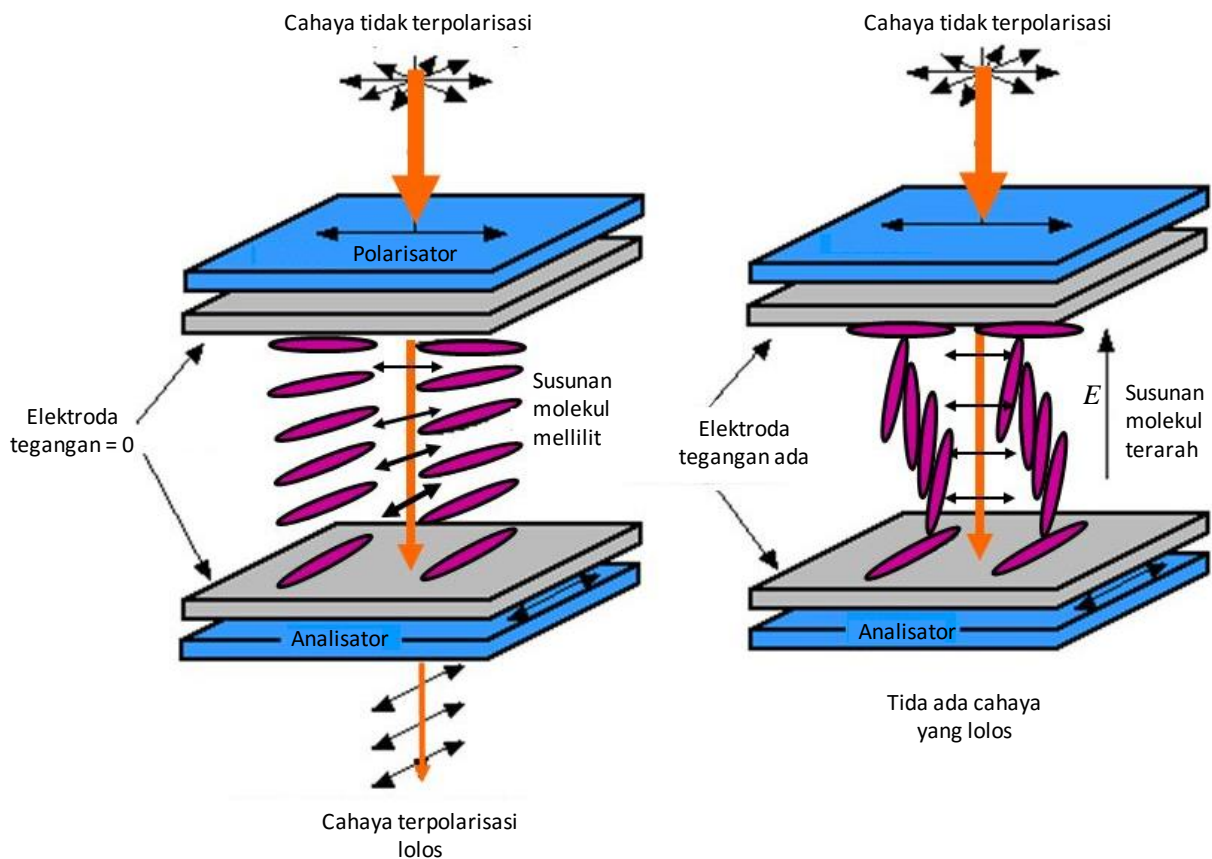
Kristal cair (liquid crystal, LC). LC adalah sejenis molekul yang dapat memengaruhi arah polarisasi cahaya. Arah polarisasi cahaya yang dihasilkan bergantung pada orientasi molekul tersebut. Dan orientasi molekul dapat diatur dengan memberikan medan listrik.

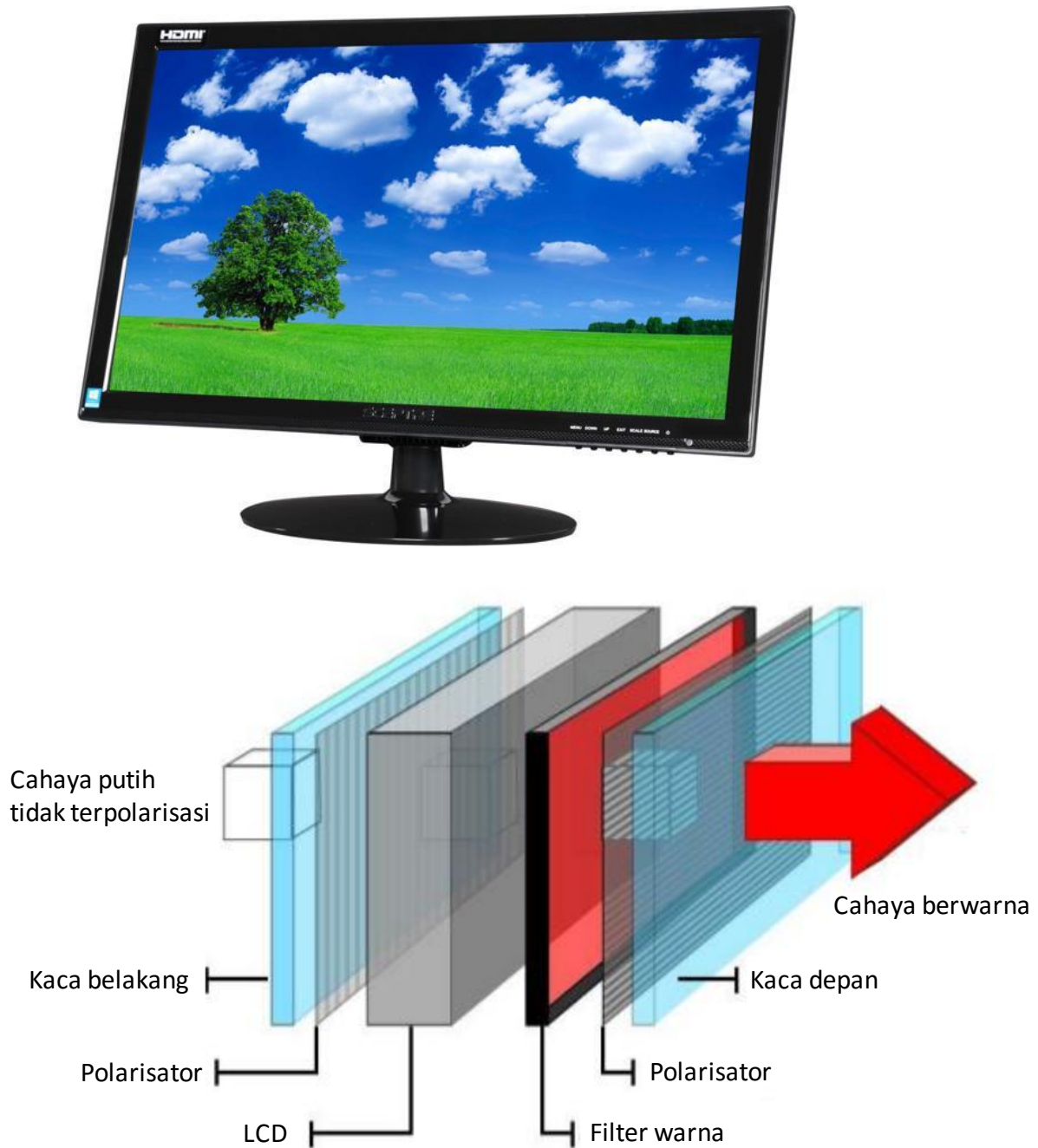
Jika cahaya terpolarisasi melewati molekul LC yang berada dalam keadaan acak (tidak diberikan medan listrik) maka arah polarisasi cahaya memutar (**Gambar 10.75**(kiri)). Arah polarisasi cahaya bisa memutar 90^o (menjadi tegak lurus dengan arah polarisasi cahaya datang) dengan mengatur ketebalan lapisan LC. Sebaliknya, jika pada LC diberikan medan listrik sehingga molekul berorientasi secara sempurna maka arah polarisasi cahaya tidak terpengaruh (sama dengan arah polarisasi cahaya datang) (**Gambar 10.75**(kanan)).

Yang menarik adalah, jika LC ditempatkan antara dua polarisator dengan arah orientasi tegak lurus. Cahaya yang masuk LC memiliki polarisasi yang sama dengan arah sumbu polarisator pertama. Jika LC tidak dikenai medan listrik maka arah oreintasi cahaya berputar 90^o dan ketika keluar dari LC dan masuk ke polarisator kedua, maka arah polarisasi cahaya persis sama dengan arah sumbu polarisator kedua. Akibatnya cahaya lolos di polarisator kedua.

Tetapi jika LCDdikenai medan listrik maka orientasi molekul menjadi terarah sehingga arah polarisasi cahaya tidak terpengrauh. Ketika cahaya masuk ke polarisator kedua, cahaya ditahan karena arah orientasinya tegak lurus sumbu polarisator kedua. Prinsip inilah yang digunakan pada pembuatan monitor LCD atau TV LCD.

Arah orientasi molekul LC dapat diatur dengan menerapkan medan listrik yang berbeda. Dengan demikian arah polarisasi cahaya yang meninggalkan LC dan masuk ke polarisator kedua juga dapat diatur. Intensitas cahaya yang dilewatkan polarisator kedua bergantung pada sudut antara arah polarisasi cahaya yang meninggalkan molekul LC dan sumbu polarisator kedua. Dengan demikian, intensitas cahaya yang diloloskan polarisator kedua dapat diatur dengan mengatur kuat medan listrik. Ini berakibat, intensitas pixel di layar dapat diatur dengan menerapkan medan listrik yang

berbeda.

Gambar 10.75 (kiri) Orinetasi molekul LC jika tidak diberikan medan listrik akan menggulung. Orirntasi ini akan menyebabkan arah polarisasi cahaya diputar sedikit demi sedikit. Jika cahaya datang berupa cahaya yang sudah terpolariasi dan ketebalan LC diatur sedemikian rupa sehingga selama merambat dalam LOC cahaya mengubah polarisasi sebesar 90o, kemudian di sisi belakan LC dipasang analisastor yang memebtnuk sudut 90 dengan polarisasor maka cahaya dapat lolos pada analisator. (kanan) jika diberikan medan listrik maka orintasi molekul LC akan menyearah dan orientasi tersebut tidak mengubah arah polarisasi cahaya. Ketika mengenai analisasto maka cahaya tidak dapat lolos.

Jika setelah polarisator kedua dipasang filter cahaya (merah, hijau, biru), maka cahaya yang lolos polarisator kedua akan menghasilkan warna sesuai dengan warna filter yang dipasang. Pada perancangan LC, satu pixel dibentuk oleh tiga filter cahaya. Dengan mengatur intensitas cahaya yang mengenai masing-masing filter (mengatur kuat medan yang mengenai LC) maka semua warna dapat diperoleh (kombinasi intensitas tiga warna dasar)

Gambar 10.78 (atas) Contoh monitor LCD dan (bawah) susunan material penyusun LCD (Lon Koening)

Dengan memanfaat sifai ini maka LC telah digunakan untuk membuat display yang kita kenal dengan Liquid Crystal Display (LCD). **Gambar 10.76** (atas) adalah contoh monitor LCD yang cukup terkenal beberapa tahun lalu sebelum digantikan oleh monitor light emitting diode (LED). Monitor tersebut sebenarnya terdiri dari beberapa lapis material yang sangat tipis dan komponen utamanya adalah polarisator, LC, dan analisator seperti diilustrasikan pada

Gambar 10.76 (bawah).

Soal-Soal

1) Cahaya putih melewati dua celah yang berjarak 0,5 mm dan pola interferensi diamati pada layar yang berjarak 2,5 m dari celah. Frinji orde pertama membentuk pelangi dengan cahaya ungu dan merah berada pada masing-masing tepinya. Garis ungu berjarak sekitar 2,0 mmmd dari tengah layar sedangkan cahaya merah sekitar 3,5 mm dari tengah layar. Hitunglah panjang gelombang cahayan ungu dan merah.

2) Seberkas sinar monokromatik dengan panjang gelombang 5×10^{-7} m datang tegak lurus pada kisi. Jika spectrum orde kedua membuat sudut 30o dengan garis normal pada kisi, tentukan jumlah garis per cm kisi

3) Suatu berkas sinar sejajar mengenai tegak lurus suatu celah yang lebarnya 0,4 mm. Di belakang celah diberi lensa positif dengan jarak titik api 40 cm. Garis terang pusat (orde ke nol) dengan garis gelap pertama pada layar di bidang titik api lensa berjarak 0,56 mm. Tentukan panjang gelombang sinar

4) Cahaya monokromatik jatuh pada celah ganda yang terpisah sejauh 0,042 mm. Frinji orde ketujuh terbentuk pada sudut $7{,}8^{o}$. Berapakah panjang gelombang cahaya?

5) Frinji orde ketiga dari cahaya yang memiliki panjang gelombang 650 nm terbentuk pada sudut 15^{o} ketika dijatuhkan pada celah ganda. Berapakah jarak antar celah?

6) Cahaya monokromatik jatuh pada dua celah sempit yang terpisah sejauh 0,040 mm. Jarak antar dua frinji berdekatan di sekitar frinji pusat yang terbentuk pada layar yang lokasinya sejauh 5,0 m dari celah adalah 5,5 cm. Berapa panjang gelombang dan frekuensi cahaya?

7) Jika cahaya dengan panjang gelombang 480 nm dan 620 nm melewati dua celah yang terpisah sejauh 0,54 mm, berapakah jarat antar frinje orde kedua yang dihasilkan dua gelombang tersebut pada layar yang berjaral 1,6 m dari celah?

8) Cahaya dengan panjang gelombang 400 nm datang dari udara menuju ke

celah ganda yang terpisah sejauh 5×10^{-2} mm. Celah tersebut dicelupkan ke dalam air, dan pola interferensi diamati pada layar dalam air yang berjarak 40,0 cm dari celah. Berapa jarak antar frinji yang terbentuk. Indeks bias air adalah 1,33

9) Jika cahaya 520 nm jatuh pada celah yang lebarnya 0,04 mm, berapakah lebar sudut yang mencakup puncak difraksi pusat?

10) Cahaya monokromatik jatuh pada celah yang lebarnya 3×10^{-3} mm. Jika sudut antara gelap orde pertama pada dua sisi maksimum utama adalah 37o, berapakah panjang gelombang cahaya?

11) Cahaya monoktromatik dengan panjang gelombang 633 nm jatuh pada celah tunggal. Jika sudut antara frinji orde pertama pada dua sisi maksimum utama adalah $19{,}5^{o}$, berapa lebar celah?

12) berapa lebar pola puncak difraksi pusat pada layar sejauh 2,5 m di belakang celah yang lebarnya 0,0348 mm jika dijatuhkan cahaya 589 nm?

13) Pada sudut berapakah terbentuk maksimum orde kedua ketika cahaya dengan panjang gelombang 650 nm jatuh pada kisi dengan jarak antar celah $1{,}15 \times 10^{-3}$ cm?

14) Garis orde pertama cahaya 589 nm yang jatuh pada kisi diamati pada sudut $15{,}5^{o}$. Berapa jarak gorekan pada kisi? Pada sudut berapakah garis orde ketiga muncul?

15) Berapakan orde garis tertinggi yang dapat diamati jika cahaya yang memiliki panjang gelombang 633 nm jatuh pada kisi yang memiliki 6000 garis per sentimeter?

16) Jika lapisan sabun memiliki ketebalan 120 nm, warna apa yang muncul jika selaput tersebut disinari dengan cahaya putih dalam arah normal? Indeks bias selaput sabun adalah 1,34.

17) Berapa ketebalan minimum lapisan sabun (n = 1,42) agar tampak gelap ketika disinari dengan gelombang 480 nm? Anggaplah pada dua sisi selaput

sabun adalah udara.

18) Sumbu polarisator membrntuk sudut 70^o satu dengan lainnya. Cahaya tidak terpolarisasi jatuh pada polarisator pertama. Berapa intensitas cahaya yang ditransmisikan polarisator kedua?

19) Sudut kritis bagi pemantulan total pada batas antara dua material adalah 52o. Berapa sudut Brewster pada bidang ini?

20) Berkas tipis cahaya merah natrium dengan panjang gelombang 589 nm (dalam vakum) jatuh dari udara ke permukaan air yang rata dengan sudut θ_i = 35^o. Tentukan sudut bias cahaya. Tentukan pula laju cahaya dan panjang gelombang dalam air (n_{air} = 1,33).

21) Fiber glass (n = 1,5) dicelupka ke dalam air (n = 1,33). Berapakah sudut kritis agar cahaya tetap berada dalam fiber gelas tersebut?

22) Cahaya yang mula-mula dari air memasuki balok dengan sudut datang 37o. Di dalam balok cahaya tersebut dibiaskan dengan sudur 25o. Berapa laju cahaya dalam balok?

23) Kuarsa berbentuk balok dicelupkan ke dalam air. Dalam kuarsa ada lampu kecil. Sinar lampu keluar pada satu sisi kuarsa hanya dalam daerah bernentuk lingkaran. Jika jarak lampu dari sisi kuarsa 5 cm, berapakah jari-jari lingkaran tempat keluarnya cahaya?

24) Panjang gelombang cahaya merah laser helium-neon adalah 632,8 nm. Berapa panjang gelombang dalam gelas yang memiliki indeks bias 1,5? Berapa laju cahaya dalam gelas tersebut?

25) Sinar laser mengenai ujung silinder yang memiliki indeks bias 1,48 dengan sudut datang 50^o. Panjang silinder adalah 42 cm dan diameternya 3,1 mm. Tentukan berapa kali pemantulan internal hingga cahaya keluar dari silinder.

26) Cahaya dengan panjang gelombang 589 nm jatuh pada permukaan balok polistiren (n = 1,49) dengan sudut θ. (a) Cari sudut θ maksimum sehingga cahaya mengalami pemantulan internal total pada sisi kiri balok. Ulangi perhitungan jika balok polistiren sicelupkan ke dalam (b) air (n = 1,33) dan (c)

karbon disulfida (n = 1,628).

27) Cahaya dari udara mengenai balok polistriren dengan sudut datang 45^o. Jika tebal balok polistriren 10 cm, berapakah pergeseran arah rambat cahaya yang meninggalkan balok tersebut?

28) Berkas cahaya sejajar dari laser He-Ne dengan panjang gelombang 656 nm jatuh pada dua celah sempit yang terpisah sejauh 0,05 mm. Berapa jarak antar dua frinji berdekatan di pusat layar yang berjarak 2,6 m dari celah.

29) Cahaya dengan panjang gelombang 680 nm jatuh pada dua celah sempit dan menghasilkna pola interferensi orde ke empat dengan jatak 48 mm dari pusat layar. Jarak layar ke celah adalah 1,5 m. Berapa jarak pisah dua celah?

30) Pada percobaan celah ganda diamati bahwa cahaya biru yang panjang gelombangnya 460 nm mementuk frinji maksimum orde kedua pada loasi tertentu. Berapa panjang gelombang cahaya tampak lainnya yang menhasilkan pola minimum pada lokasi yang sama?

31) Cahaya yang memiliki panjang gelombang 550 nm jatuh pada sebuah celah yang lebarnya $3,5 \times 10^{-3}$ mm. Merapa jauh dari maksimum pusat lokasi maksimum orde pertama pada layar yang berjarak 10,0 m dari celah?

32) Jika cahaya ungu yang memiliki panjang gelombang 415 nm jatuh pada celah tunggal, terbentuk puncak difraksi pusat yang memiliki lebar 9,2 cm pada layar yang berjarak 2,55 m dari celah. Berapakah lebar celah?

33) Jika pada celah tunggal dijatuhkan cahaya 550 nm terbentuk puncak difraksi pusat yang lebarnya 3,0 cm pada layar sejauh 1,5 m dari celah. Berapa lebar puncak pusat jika cahaya yang dijatuhkan memiliki panjang gelombang 400 nm?

34) Kisi difraksi yang memiliki 3500 garis/cm menghasilkan frinji orde ketiga pada susut 22^o. Berapakah panjang gelombang cahaya yang digunakan?

35) Cahaya jatuh secara normal pada kisi yang memiliki 10000 garis/cm. Cahaya tersebut menghasilkan tiga macam garis di mana puncak orde pertama masing-masing terjadi pada sudut $31,2^o$, $36,4^o$, dan $47,5^o$. Berapakah

panjang gelombang yang dikandung cahaya tersebut?

36) Berapa jumlah garis per sentimeter yang dimiliki kisi difraksi jika garis orde ketiga untuk cahaya 630 nm terjadi pada sudut 23^o?

37) Sebuah lensa tampak berwarna hijau kekuningan (λ = 570 nm) ketika cahaya putih dipantulkan oleh lensa tersebut. Berapa ketebalan minimum lapisan koating (n = 1,25) menurut kamu yang digunakan untuk melapisi lensa?

38) Berapa ketebalan minimum lapisan udara antara dua pelat gelas sejajar agar tampak terang ketika cahaya yang panjangnya 450 nm jatuh secara normal?

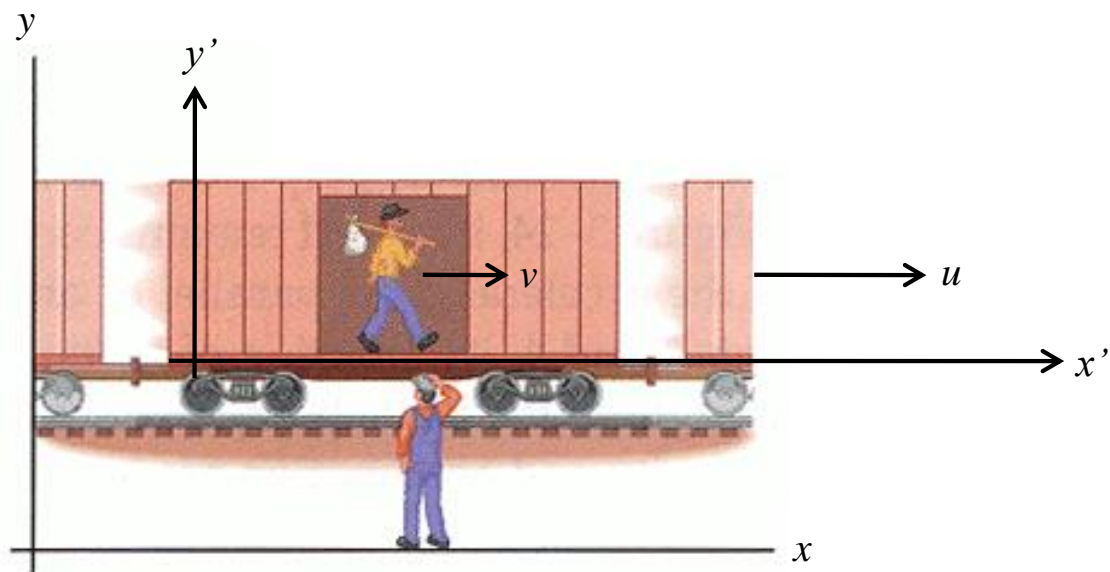
39) Berapa sudut Brewster cahaya yang datangd ari udara ke gelas? Indeks bias gelas 1,52.

Bab 11
TEORI RELAVITAS KHUSUS

Era fisika modern ditandai dengan lahirnya teori kuantum dan teori relativitas khusus pada awal abad 20. Dalam fisika modern, cara kita menjelaskan fenomena alam berbeda dengan fisika klasik, khususnya ketika kita akan menjelaskan fenomena yang melibatkan partikel sub atomic serta partikel yang bergerak dengan laju mendekati laju cahaya. Khusus untuk menjelaskan peristiwa yang melibatkan gerakan mendekati laju cahaya, hokum mekanika Newton ternyata gagal. Kita perlu membangun suatu metode baru untuk menjelaskan fenomena tersebut, dan itu yang dilakukan Einstein dengan teori relativitas khusus. Pada bab ini kita akan mempelajari secara singkat ide-ide yang terkandung dalam teori relativitas khusus yang diperkenalkan Einstein tahun 1905.

11.1 Transformasi Galileo

Sebelum mulai masuk ke persoalan relativitas, mari kita pelajari kembali salah satu transformasi yang terkenal dalam mekanika klasik, yaitu transformasi Galileo. Transfoemasi ini membangun hubungan antara dua kerangka acuan yang bergerak relatif satu terhadap lainnya.

Kita membayangkan mengamati kondisi berikut ini. Seperti diilustrasikan pada **Gambar 11.1**, sebuah kereta api bergerak dalam arah x dengan kecepatan u. Dalam kereta ada seorang penumpang yang sedang berjalan dalam arah x juga dengan kecepatan v terhadap kereta. Di tepi jalan ada seorang pengamat yang melihat gerakan kereta api maupun penumpang dalam kereta.

Gambar 11.1 Sebuah kereta api bergerak dalam arah *x* dengan kecepatan *u*. Dalam kereta ada seorang penumpang yang sedang berjalan dalam arah *x* juga dengan kecepatan *v* terhadap kereta. Di tepi jalan ada seorang pengamat yang melihat gerakan kereta api maupun penumpang dalam kereta.

Maka kecepatan penumpang yang sedang berjalan diukur dari tanah menurut pengamat di tanah hanyalah penjumlahan kedua kecepatan di atas, atau

$$w = u + v \tag{11.1}$$

dengan w kecepatan penumpang terhadap tanah.

Jika penumpang dalam kereta berjalan dalam arah berlawanan arah gerak kereta dengan kecepatan v terhadap kereta (arah -x), maka menuruh pengamat di tanah, kecepatan penumpang ini terhadap tanah adalah

$$w = u - v \tag{11.2}$$

Misalkan posisi penumpang dalam kereta yang diukur oleh pengamat di tanah adalah x dan yang diukur oleh pengamat di kereta adalah x' maka

$$w = \frac{dx}{dt}$$

$$v = \frac{dx'}{dt}$$

Dengan demikian, persamaan (11.1) dapat ditulis menjadi

$$\frac{dx}{dt} = u + \frac{dx'}{dt} \tag{11.3}$$

Dan persamaan (11.2) dapat ditulis menjadi

$$\frac{dx}{dt} = u - \frac{dx'}{dt} \tag{11.4}$$

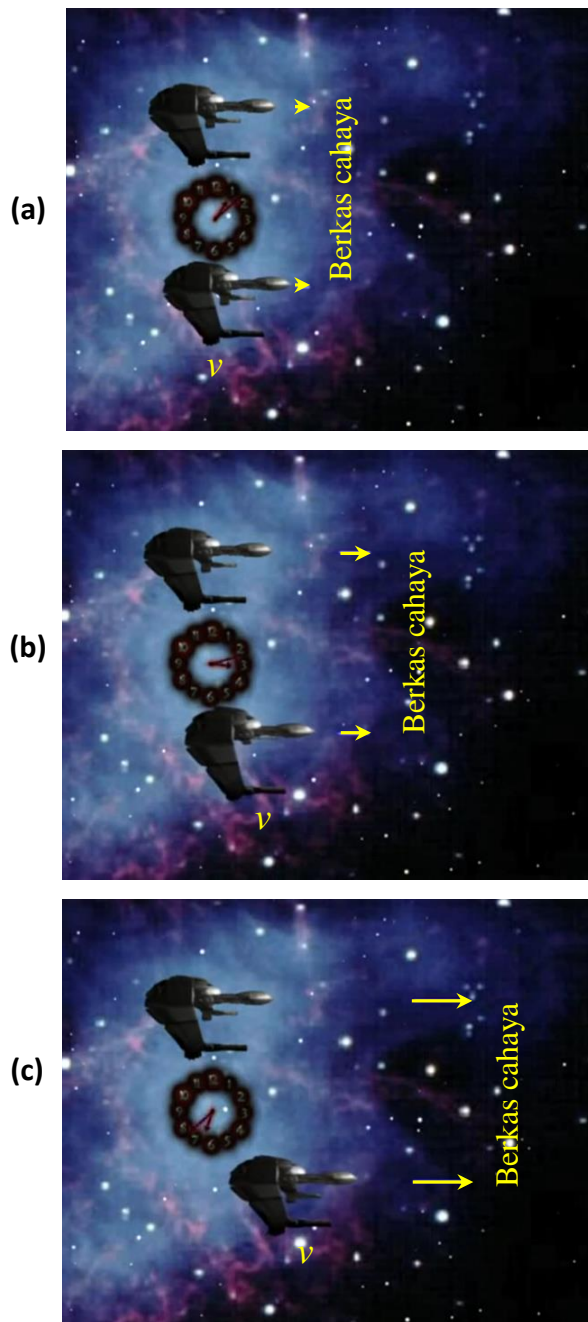
Dengan melakukan integral persamaan (11.3) dan (11.4) terhadap waktu didapatkan

$$x = ut + x' \tag{11.5}$$

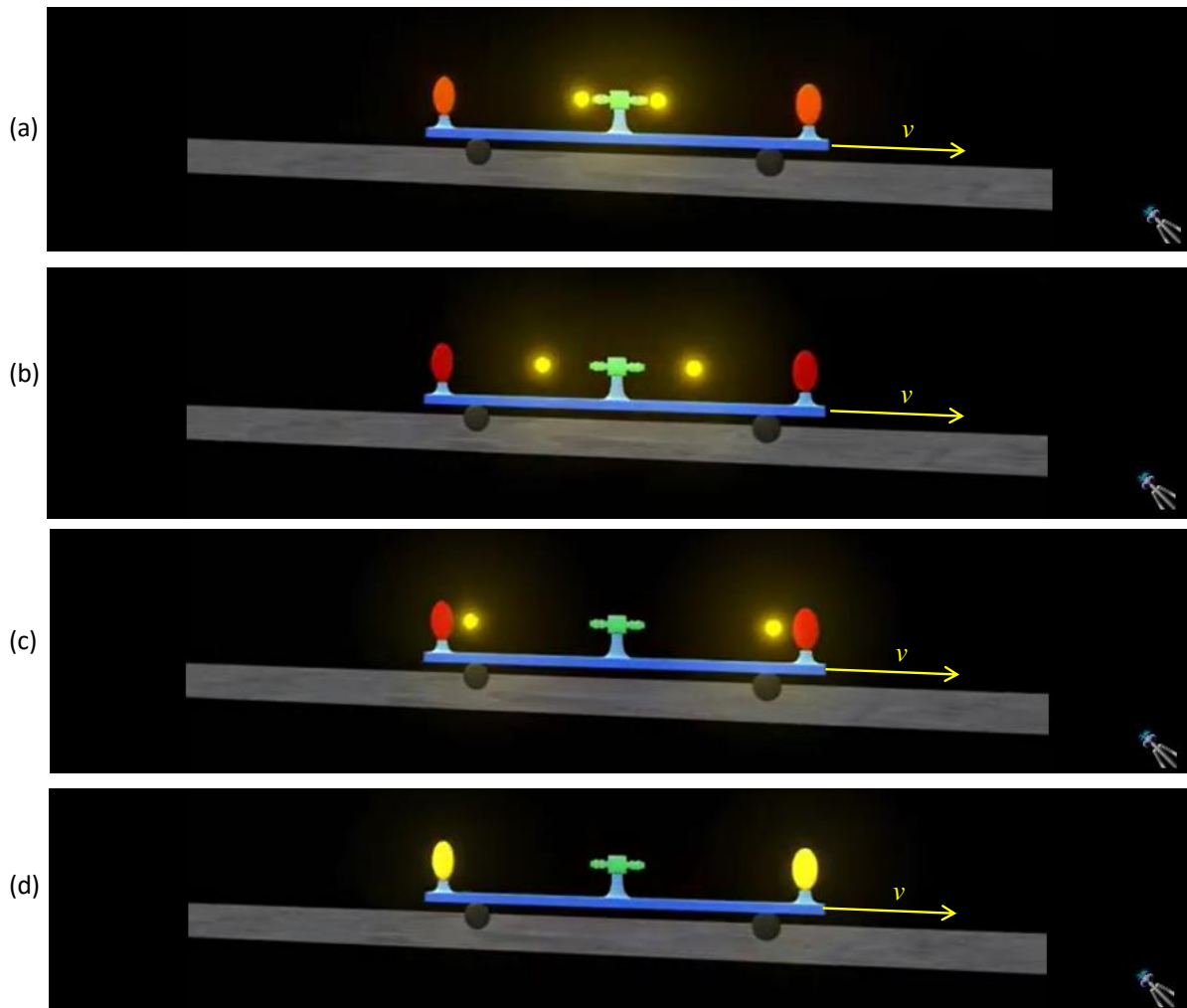
untuk kasus penumpang yang bergerak dalam arah yang sama dengan kereta dan

$$x = ut - x' \tag{11.6}$$

untuk kasus penumpang yang bergerak dalam arah yang berlawanan dengan kereta. Bentuk penjumlahan pada persamaan (11.5) dan (11.6) dikenal dengan ***transformasi Galileo***. Transformasi tampak nyata dalam kehidupan sehari-hari.

Apa yang terjadi andaikan penumpang yang berjalan diganti dengan berkas cahaya? Dengan menggunakan persamaan (11.1) dan (11.2) maka berkas cahaya yang bergerak searah gerakan kereta akan diamati oleh pengamat di tanah memiliki kecepatan $w_1 = u + c$ terhadap tanah. Dan berkas yang bergerak berlawanan arah gerak kereta diamati pengamat di tanah memeiliki kecepatan $w_2 = u + c$ terhadap tanah. Tampak $w_1 \neq w_2$. Dengan kata lain kecepatan cahaya dalam dua arah tidak sama. Namun bentuk penjumlahan seperti ini bertentangan dengan eksperimen yang dilakukan Michelson dan Morley. Mereka menyimpulkan bahwa kecepatan cahaya sama ke segala arah, tidak tergantung di mana sumber cahaya berada dan sedang bergerak ke arah mana.

Gambar 11.2 Penumpang di dua pesawat ruang angkasa melepaskan berkas cahaya secara bersamaan ke arah kanan. Pesawat pertama sedang diam sedangkan pesawat bawah sedang bergerak dengan laju v ke arah kanan. Menurut pengamatan di bumi laju cahaya sama dari dua pesawat sama, yaitu c, tidak bergantung pada laju pesawat bawah. Menurut pengamat di pesawat atas laju cahaya yang dia pancarkan juga c, dan menurut pengamat di pesawat bawah, laju cahaya yang dia pancarkan juga c.

Gambar 11.2 adalah ilustrasi yang tentang kekonstantan kecepatan

cahaya. Misalkan ada dua buah pesawat luar angkasa yang sejenis. Satu pesawat diam (atas) sedangkan pedsawat kedua sdang bergerak dengan laju v (bawah). Saat dalam posisi sejajar, kedua pesawat serentak memancarkan berkas cahaya ke arah depan. Karena laju cahaya konstan maka pengamat di bumi melihatr cahaya merambat dengan laju yang sama. Pasa saat bersamaam, posisi berkas selalu sama. Jadi, laju cahaya tidak bergantung pada kecepatan sumber di mana cahaya dipancarkan. Bagaimana menurut pengamatan di dalam pesawat?

Gambar 11.3 Penumpang di dalam kereta memancarkan cahaya ke depan dan ke belakang secara bersamaan. Menurut penumpang dalam kereta maka cahaya mencapai detektor yang berada di depan dan di belakang yang jaraknya sama dari lokasi pemancaran cahaya secara bersamaan. (a)-(d) menunjukkan posisi berkas cahaya menurut pengamat dalam kereta.

Pengamat di dua pesawat juga mengukur laju cahaya sama,

walaupun pesawat bawah bergherak mengejar pesawat. Meskipun menurut pengamat di bumi, jarak pesawat diam dari berkas cahaya lebih jauh, daripada jarak pesawat yang bergerak dengan berkas, namun bagi pengamat di masing-masing pesawat, jarak mereka ke berkas cahaya selalu sama. Jika pengamaat di pesawat diam melihat cahaya telah bergerak sejauh 1.000 km maka pengamat di pesawat bawah (yang bergerak ke arah rambat cahaya) juga mengamati bahwa cahaya telah merambat sejauh 1.000 km. Namun, bagi pengamat di bumi, jarak pengamat di pesawat atas ke berkas cahaya adalah 1.000 km tetapi jarak pengamatan bawah ke berkas cahaya kurang dari 1.000 km. Bagaimana bisa demikian? Nanti akan kita bahas.

Sebagai ilustrasi lain, perhatikan **Gambar 11.3**. Sebuah kereta memiliki lampu pemancar cahaya yang menghadap ke depan dan ke belakang. Di depan dan di belakang lampu terdapat detektor yang memiliki jarak persis sama. Kereta bergerak dengan laju v, yang sembarang. Kemudian penumpang di kereta memancarkan cahaya ke depan dan ke belakang secara bersamaan. Walapun kereta bergerak ke arah depan termasuk dengan laju mendekati laju cahaya maka penumpang di kereta tetap mengukur bahwa laju cahaya ke depan dan ke belakang persis sama. Dan pada akhirnya cahaya mencapai detektor pada waktu yang persis sama. Jasi, merkipun kereta bergerak ke depan bersamaan dengan gerak cahaya, tetapi laju cahaya ke arah depan maupun ke arah belakang tetap sama.

Bagaimana menurut pengamat yang diam di tanah? Pengamat yang diam di tanah juga melihat cahaya merambat dengan laju yang sama. Sejak dari posisi pemancaran cahaya, jarak tempuh cahaya selama selang waktu yang sama selalu sama. Namun, karena kereta bergerak ke depan maka menurut pengamat di tanah, cahaya mencapai detektor depan lebih dahulu daripada detektor belakang.

Berdasarkan penjelasan di atas maka transformasi Galileo tidak lagi dapat diterapkan untuk menjelaskan perambatan cahaya. Penjumlahan kecepatan yang selama ini kita gunakan dalam mekanika klasik tidak bisa dipakai lebih lanjut untuk menjumlahkan kecepatan cahaya atau kecepatan yang mjendekati kecepatan cahaya. Kalau begitu transformasi yang bagaimanakah yang dapat dipakai?

11.2 Penjumlahan kecepatan Einstein

Albert Einstein mengusulkan suatu bentuk penjumlahan kecepatan

yang lebih umum. Misalkan sebuah kereta sedang bergerak ke arah sumbu x positif dengan kecepatan u. Kemudian dalam kereta ada penumpang yang berjalan dengan kecepatan v terhadap kereta. Menurut pengamatan di tanah, kecepatan penumpang yang berjalan searah kereta bukan $w = u + v$, tetapi

$$w = \frac{u+v}{1+\frac{uv}{c^2}} \qquad (11.7)$$

Dan kecepatan penumpang yang sedang berjalan dalam arah berlawanan dengan arah gerak kereta menurut pengamatan di tanah bukan $w = u - v$, tetapi

$$w = \frac{u-v}{1-\frac{uv}{c^2}} \qquad (11.8)$$

Kelihatannya jadi rumit ya? Jawabnya ya, lebih rumit. Tetapi harus diterima karena ternyata dapat menjelaskan penjumlahan kecepatan untuk semua kecepatan. Mari kita lihat.

Kecepatan cahaya dalam ruang hampa adalah $c = 3\times 10^8$ m/s. Kecepatan kereta api umumnya sekitar u = 100 km/jam = 100 × 1000 m/3600 s = 27.8 m/s. Kecepatan jalan penumpang katakanlah v = 5 km/jam = 5 × 1000 m/3600 s = 1,4 m/s. Dengan demikian $uv/c^2 = 27.8 \times 1.4/(3 \times 10^8)^2 = 4.3 \times 10^{-16}$. Nilai ini jauh lebih kecil dari satu sehingga penyebut dalam persamaan penjumlahan Einstein dapat dianggap satu. Dengan demikian, persamaan penjumlahan Einstein kembali ke bentuk penjumlhana Galileo. Dan untuk kecepatan-kecepatan yang biasa kita jumpai sehari-hari, termasuk kecepatan planet-planet mengitari matahari, penyebut pada persaman penjumlahan Einstein masih mendati satu, yang berati hasil perhitungan dengan persaman penjumlahan kecepatan Einstein dan Galileo sama. Penyebut dalam persamaan penjumlahan Einstein menyimpang dari nilai satu ketika kecepatan yang dijumlahkan mendekati kecepatan cahaya. Misalkan ada sebuah atom bergerak dengan kecepatan $u = 0,5c$ (yaitu setengah dari kecepatan cahaya). Atom tersebut tiba-tiba memancarkan electron dalam arah gerak atom dengan kecepatan $v = 0,7c$ terhadap atom.

Apabila menggunakan transformasi Galileo, maka kecepatan electron terhadap tanah adalah $w = u + v = 0{,}5c + 0{,}7c = 1{,}2c$. Tetapi dengan menggunakan penjumlahan kecepatan Einstein, maka kecepatan electron terhadap tanah adalah

$$w = \frac{u+v}{1+\frac{uv}{c^2}}c$$

$$= \frac{0.5c + 0.7c}{1+\frac{0.5c \times 0.7c}{c^2}} = 0.89c$$

Tampak bahwa nilai kecepatan yang dihitung dengan persamaan Einstein lebih rendah daripada yang dihitung dengan transformasi Galileo.

Jika penumpang diganti dengan berkas cahaya, atau $v = c$ maka kecepatan berkas cahaya yang merambat searah kereta menurut pengamat di tanah adalah

$$w_1 = \frac{u+c}{1+\frac{uc}{c^2}}$$

$$= \frac{u+c}{\frac{1}{c}(c+u)} = c$$

Dan kecepatan cahaya yang merambat dalam arah berlawanan dengan kereta adalah

$$w_2 = \frac{u-c}{1-\frac{uc}{c^2}}$$

$$= \frac{u-c}{\frac{1}{c}(c-u)} = -c$$

yaitu persis sama dengan kecepatan cahaya yang merambat searah kereta,

hanya arahnya berlawanan. Hasil ini semuai dengan hasil pengamatan Michelson dam Morley bahwa kecepatan cahaya ke segala arah sama, tidak dipengaruhi oleh gerak sumber maupun pengamat

Contoh 11.1

Sebuah pesawat bergerak ke kanan dengan kecepatan 0,3c terhadap bumi. Pesawat kedua bergerak ke kiri dengan kecepatan 0,8c terhadap bumi. Berapa kecepatan pesawat pertama terhadap pasawat kedua?

Jawab

Informasi yang diberikan soal adalah v_1 = + 0,3c dan v_2 = - 0,8c. Jika kita menggunakan penjumlahan kecepatan Galileo, kecepatan pesawat peratama terhadap pesawat kedua adalah $v_{12} = v_1 - v_2$. Tetapi penjumlahan ini salah untuk kecepatan-kecepatan yang besar. Kita harus menggunakan penjumlahan kecepatan Einstein, yaitu

$$v_{12} = \frac{v_1 - v_2}{1 - \frac{v_1 v_2}{c^2}}$$

$$= \frac{+0{,}3c - (-0{,}8c)}{1 - \frac{(+0{,}3c)(-0{,}8c)}{c^2}} = 0{,}89c$$

Contoh 11.2

Pesawat A bergerak ke kanan dengan kecepatan 0,5c terhadap bumi. Pesawat B bergerak terhadap pesawat pertama dengan kecepatan 0,7c ke kanan. Berapa kecepatan pesawat kedua terhadap bumi?

Jawab

Informasi dari soal adalah v_A = + 0,5c dan v_{BA} = + 0,7c. Yang ditanyakan adalah v_B = ...? Jika menggunakan transformasi Galileo kita dapatkan rumus $v_B = v_A + v_{BA}$. Namun dengan menggunakan penjumlahan Einstein kita dapatkan nilai yang benar, yaitu

$$v_B = \frac{v_A + v_{BA}}{1 + \frac{v_A v_{BA}}{c^2}}$$

$$= \frac{0,5c + 0,7c}{1 + \frac{(0,5c)(0,7c)}{c^2}}$$ = 0,89c

Penurunan persamaan penjumlahan kecepatan Einstein (boleh diloncati). Kita mencoba menurunkan persamaan penumlah kecepatan Einstein secara sederhana berikut. Kita mulai dari kenyataan bahwa jika kecepatan benda-benda yang dijumlahkan atau dikurangkan jauh lebih kecil dari kecepatan cahaya maka bentuk penjumlahan atau pengurangan kecepatan persis sama dengan penjumlahan biasa (transformasi Galileo). Namun, jika paling sedikit satu dari kecepatan yang dijumlahkan adalah cahaya maka hasil penjumlahan atau pengurangan persis sama dengan kecepatan cahaya.

Misalkan kita ingin menjumlahankan atau mengurangkan benda yang memiliki kecepatan u dan v. Kita menulis bentuk penjumlahan sebagai dengan notasi $w(u,v)$ dan pengurangan dengan notasi $w(u,-v)$ dengan definisi

$w(u,v) = u + v$ jika $u << c$ dan $v << c$

$w(u,-v) = u - v$ jika $u << c$ dan $v << c$

$$w(u,c) = c$$

$$w(u,-c) = -c$$

$$w(c,v) = c$$

$$w(-c,v) = -c$$

Untuh memenuhi sifat di atas, mari kita tulis sebagai berikut

$$w(u,v) = g(u,v)(u + v)$$

di mana $g(u,v)$ adalah sebuah fungsi yang bergantung pada u dan v dan memiliki sifat

$g(u,v) \to 1$ jika $u << c$ dan $v << c$.

Sekarang kita analisis kasus jika salah satu dari u atau v sama dengan c. Kita dapatkan

$$w(u,c) = g(u,c)(u+c) = c \quad (11.9)$$

$$w(u,-c) = g(u,-c)(u-c) = -c \quad (11.10)$$

$$w(c,v) = g(c,v)(c+v) = c \quad (11.11)$$

$$w(-c,v) = g(-c,v)(-c+v) = -c \quad (11.12)$$

Dari persamaan (*) kita dapatkan

$$g(u,c) = \frac{c}{u+c} = \frac{1}{1+u/c} \quad (11.13)$$

$$g(u,-c) = \frac{-c}{u-c} = \frac{1}{1-u/c} \quad (11.14)$$

$$g(c,v) = \frac{c}{c+v} = \frac{1}{1+v/c} \quad (11.15)$$

$$g(-c,v) = \frac{-c}{-c+v} = \frac{1}{1-v/c} \quad (11.16)$$

Satu-satunya bentuk fungsi $g(u,v)$ yang memenuhi persamaan (11.13) – (11.16) serta sifat $g(u,v) \to 1$ jika $u << c$ dan $v << c$ adalah

$$g(u,v) = \frac{1}{1+uv/c^2}$$

Kita dapat mengecek dengan mudah bahwa jika $u << c$ dan $v << c$ maka $g(u,v) \to 1$. Kemudian

$$g(u,c) = \frac{1}{1+uc/c^2} = \frac{1}{1+u/c}$$

$$g(u,-c) = \frac{1}{1-uc/c^2} = \frac{1}{1-u/c}$$

$$g(c,v) = \frac{1}{1+vc/c^2} = \frac{1}{1+v/c}$$

$$g(-c,v) = \frac{1}{1-vc/c^2} = \frac{1}{1-v/c}$$

sesuai dengan persamaan (11.13) – (11.16). Dengan demikian, bentuk penjumlahan dua kecepatan u dan v menghasilkan

$$w(u,v) = \frac{u+v}{1+uv/c^2}$$

yang merupakan formula penjumlahan Eisntein.

11.3 Transformasi Lorentz

Mari kita pandang tanah sebagai sebuah kerangka acuan yang dinyatakan dengan posisi x dan waktu t. Kita pandang kereta sebagai kerangka acuan lain dengan variable posisi x' dan waktu t', yang bergerak relatif terhadap kerangka acuan x. Karena v adalah kecepatan penumpang terhadap kereta (kerangka acuan x') maka dapat ditulis

$$v = \frac{\Delta x'}{\Delta t'}$$

Karena w adalah kecepatan penumpang di kereta diukur dari tanah (kerangka acuan x) maka dapat ditulis

$$w = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Dengan demikian, persamaan (11.7) dapat kita tulis

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{u + \dfrac{\Delta x'}{\Delta t'}}{1 + \dfrac{u}{c^2}\dfrac{\Delta x'}{\Delta t'}} \qquad (11.17)$$

Kalikan sisi kanan persamaan (11.17) dengan $\Delta t'/\Delta t'$

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{u\Delta t' + \Delta x'}{\Delta t' + \dfrac{u\Delta x'}{c^2}}$$

Hubungan di atas dapat ditulis dalam dua persamaan terpisah

$$\Delta x = \gamma\left(\Delta x' + u\Delta t'\right) \qquad (11.18)$$

dan

$$\Delta t = \gamma\left(\Delta t' + \frac{u\Delta x'}{c^2}\right) \qquad (11.19)$$

dengan γ adalah faktor yang bergantung pada laju relatif kerangka acuan *x* terhadap kerangka acuan *x*. Sekarang kita akan menentukan bentuk faktor γ.

Persamaan (11.18) dan (11.19) adalah perubahan posisi orang di dalam kereta menurut orang yang ada di tanah. Sebaliknya, orang di kereta mengukur perubahan posisi orang di tanah berdasarkan persamaan yang mirip, hanya dengan menganti kecepatan kereta dengan negatifnya, karena menurut orang di kereta maka orang di tanah bergerak ke arah belakang. Jadi, berdasarkan orang di kereta, perubahan posisi orang di tanah memenuhi

$$\Delta x' = \gamma\left(\Delta x - u\Delta t\right) \qquad (11.20)$$

dan

$$\Delta t' = \gamma\left(\Delta t - \frac{u\Delta x}{c^2}\right) \qquad (11.21)$$

Selanjutnya, dengan substitusi persamaan (11.20) dan (11.21) ke

dalam persamaan (11.18) kita peroleh

$$\Delta x = \gamma\left[\gamma(\Delta x - u\Delta t) + u\gamma\left(\Delta t - \frac{u\Delta x}{c^2}\right)\right]$$

$$= \gamma^2\left[\Delta x - u\Delta t + u\Delta t - \frac{u^2\Delta x}{c^2}\right]$$

$$= \gamma^2\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)\Delta x$$

Akhirnya kita dapatkan

$$\gamma^2\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right) = 1$$

atau

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \tag{11.22}$$

Dengan menggunakan persamaan (11.22) maka kita dapatkan hubungan berkut ini

$$\Delta x = \frac{\Delta x' + u\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \tag{11.23}$$

dan

$$\Delta t = \frac{\Delta t' + u\Delta x'/c^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \tag{11.24}$$

Hubungan (11.23) dan (11.24) dikenal dengan **transformasi Lorentz**.

10.4 Kontraksi Lorentz

Apakah kontraksi Lorentz itu? Yaitu penyusutan panjang benda akibat gerak relatif benda itu terhadap pengamat. Misalnya, panjang keerata api menurut orang di tanah (yang bergerak relatif terhadap kereta) lebih pendek daripada menurut penumpang kereta (diam terhadap kereta). Hubungan panjang menurut dua pengamatan tersebut dapat diturunkan sebagai berikut.

Misalkan panjang kereta menurut pengamat di kereta (diam terhadap kereta) adalah L_o maka

$$\Delta x' = L_o$$

Barapa panjang yang diukur oleh pengamat di tanah (bergerak terhadap kereta)? ***Pengamat di tanah harus mencatat secara serentak posisi dua ujung kereta***. Jika tidak dicatat serentak maka panjang kereta yang diukur salah. Misalnya sekarang mencatat posisi ekor kereta dan diperoleh nilai x = 100 m. Beberapa menit kemudian dicatat posisi hidung kereta dan diperoleh nilai 3100 m. Maka pengamat tersebut mengatakan panjang keketa adalah 3100-100 = 3000 m. Jelas ini hasil yang salah karena setelah menunggu beberapa menit, kereta sudah bergerak maju dan pada saat hidung kereta pada posisi 3100 m mungkin ekornya sudah berada pada posisi yang lain (bukan 100 m lagi). Hasil yang tepat akan diperoleh jika dua posisi diukur dalam waktu yang sama sehingga selisih kedua posisi tersebut benar-benar merupakan panjang kereta. Dengan kata lain, pengamat di tanah harus mengukur panjang kereta dengan menerapkan $\Delta t = 0$. Misalkan panjang yang tercatat adalah L maka

$$\Delta x = L$$

Dengan memasukkan $\Delta t = 0$ pada persamaan (11.24) kita peroleh

$$0 = \frac{\Delta t' + u\Delta x'/c^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

atau

$$\Delta t' = -\frac{u\Delta x'}{c^2} \qquad (11.25)$$

Substitusi persamaan (11.25) ke dalam persamaan (11.23) diperoleh

$$\Delta x = \frac{\Delta x' + u\left(-u\Delta x'/c^2\right)}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

$$= \frac{\Delta x' - \frac{u^2}{c^2}\Delta x'}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = \frac{\Delta x'\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

$$= \Delta x' \sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}$$

Karena $\Delta x' = L_o$ dan $\Delta x = L$ maka

$$L = L_o \sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}} \tag{11.26}$$

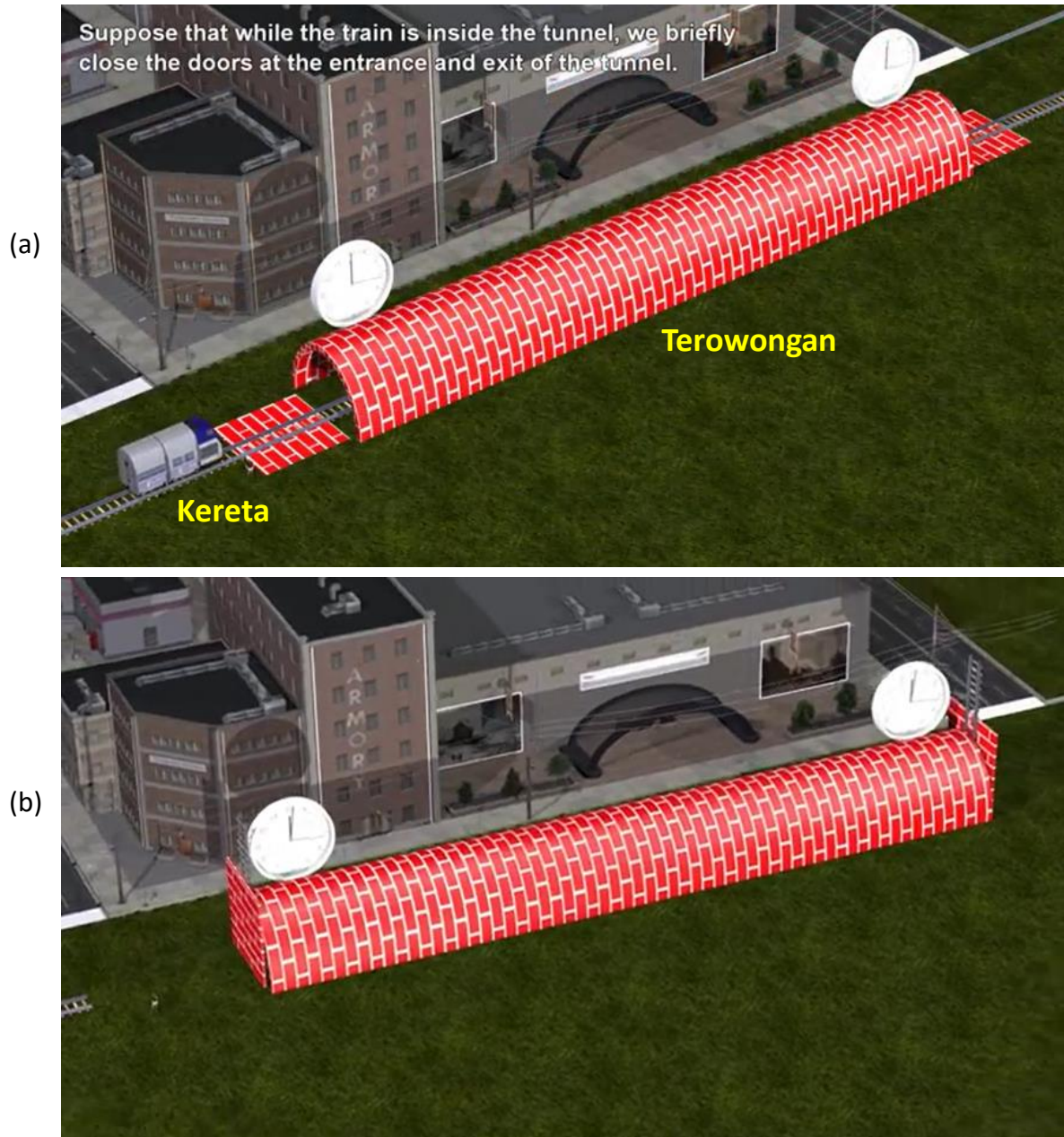
atau

$$\begin{pmatrix} panjang & menurut \\ pengamat & bergerak \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} panjang & menurut \\ pengamat & diam \end{pmatrix} \sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}} \tag{11.27}$$

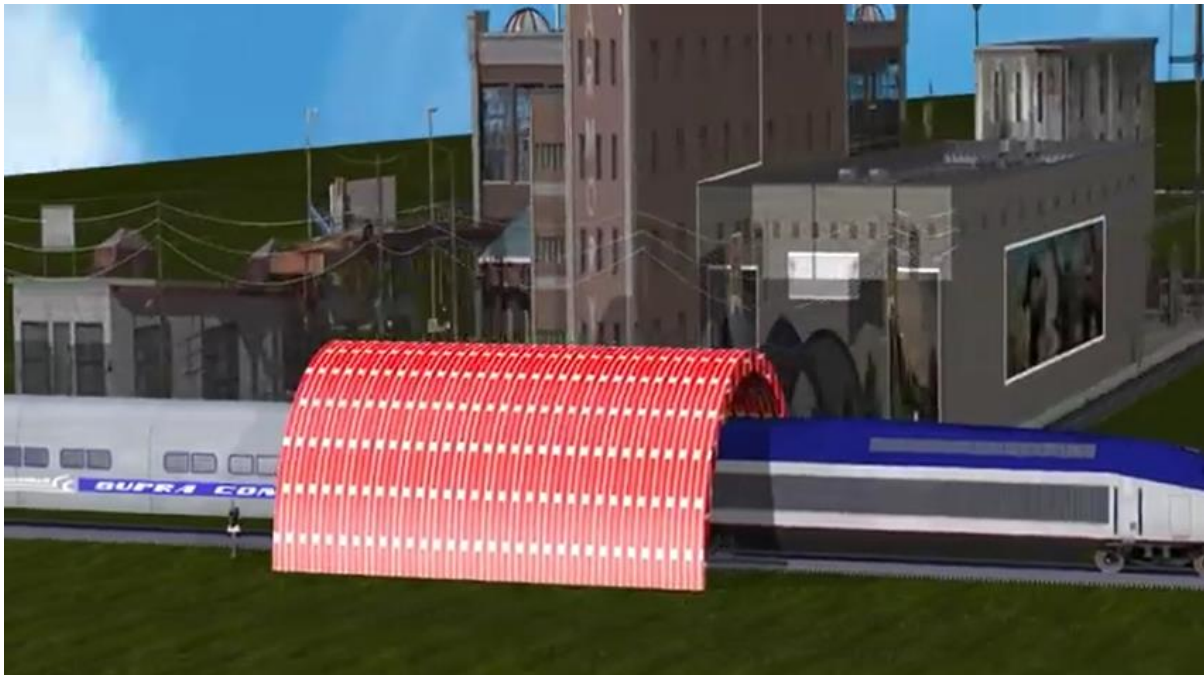
Yang dimaksud pengamat bergerak dalam ungkapan persamaan (11.27) adalah pengamat yang bergerak terhadap benda yang sedang diamati. Dan yang dimaksud pengamat diam adalah pengamat yang diam terhadap benda yang diamati.

a) Jika yang diamati adalah panjang gedung maka yang menjadi pengamat diam adalah pengamat yang ada di tanah dan pengamat bergerak adalah pengamat yang sedang naik kereta api, mobil, atau pesawat.
b) Jika yang diamati adalah panjang pesawat jet yang sedang terbang maka yang dimaksud pengamat diam adalah pilot, pramugari, atau penumpang pesawat. Dan pengamat bergerak misalnya adalah orang di tanah.

Untuk lebih memahami kontraksi Lorentz, mari kita bahas kasus berikut ini. Misalkan ada terowongan dan kereta api. Misalkan dalam keadaan diam kereta lebih panjang daripada terowongan. Ini berarti, jika

kereta ditempatkan di dalam teowongan maka ujung depan dan ujung belakan kereta berada di luar terowongan. Sekarang kita misalkan ada pengamat yang berada di dalam kereta dan pengamat lain berdiri di sisi terowongan. Misalkan kereta bergerak dari jauh menuju terowongan dengan kecepatan mendekati laju cahaya.

Gambar 11.4 (a) Menurut pengamatan di tanah panjang kereta mengkerut menjadi lebih pendek daripada panjang terowongan padahal pada saat diam kereta lebih panjang daripada terowongan. (b) Saat masuk terowongan, kereta terkurung di dalam terowongan (suber gambar: youtube.com).

Karena terjadi kontraksi Lorentz maka pengamat di terowongan melihat panjang kereta mengkerut dan bisa lebih pendek daripada panjang terowongan. Ketika memasuki terowongan maka kereta tersembunyi di dalam terowongan seperti diilustrasikan pada **Gambar 11.4**

Kasus yang berbeda diamati oleh pengamat di dalam kereta. Seperti diilustrasikan pada **Gambar 11.5**, pengamat di dalam kereta melihat bahwa yang bergerak adalah terowongan sehingga panjang terowongan mengkerut. Dalam keadaan diam pun terowongan sudah lebih pendek daripada kereta, maka saat bergerak terowongan menjadi lebih pendek lagi. Menurut pengamat di dalam kereta, ujung depan dan ujung belakang kereta berada jauh di luar terowongan. Artinya kereta tidak pernah tersembunyi di dalam terowongan. Kesimpulan ini jelas bertentangan dengan kesimpulan pengamat di tanah. Dan tidak mengapa. Kedua pengamat sama-sama benar.

Gambar 11.5 Menurut pengamat di dalam kereta, terowongan mengalami pengkerutan akbiat kontraksi Lorentz. Dengan demikain, terowongan tampak makin pendek sehingga ujung depan dan belakang kereta berada jauh di luar terowongan (suber gambar: youtube.com).

Contoh 11.3

Menurut pilot, panjang pesawat adalah 20 m. Berapa panjang pesawat tersebut menurut orang di bumi jika pesawat bergerak dengan laju 0,6c?

Jawab

Di sini pilot berfungsi sebagai pengamat diam dan orang di bumi sebagai pengamat bergerak. Jadi L_o = 20 m dan u = 0,6c. Dengan menggunakan persamaan (14.23) maka

$$L = L_o \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

$$= 20 \times \sqrt{1 - \frac{(0,6c)^2}{c^2}} = 16 \text{ m}$$

$$= 20 \times \sqrt{0,64} = 16 \text{ m}$$

Contoh 11.4

Sebuah kereta api supercepat memiliki panjang 150 m. Kereta tersebut bergerak dengan kecepatan 360 km/jam melintasi sebuah stasiun. Berapa panjang kereta menurut pengamat yang duduk di stasiun?

Jawab

Pengamat di stasiun adalah pengamat yang bergerak terhadap kereta. Jadi yang dia ukur adalah L. Panjang kereta dalam soal adalah panjang menurut pengamat diam, yaitu L_o = 150 m. Kecepatan kereta v = 360 km/jam = 360 000 m/3 600 s = 100 m/s. Dengan demikian

$$L = L_o \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

$$= 150 \times \sqrt{1 - \frac{(100)^2}{(3 \times 10^8)^2}}$$

$$= 150 \times \sqrt{1 - 1,11 \times 10^{-13}}$$

Kita gunakan pendekatan binomial yaitu untuk x yang jauh lebih kecil dari satu terpenuhi

$$\sqrt{1-x} = 1 - \frac{1}{2}x.$$

Pada hasil di atas, x = 1,11 × 10^{-13}. Dengan demikian

$$L = 150 \times \left(1 - \frac{1}{2} \times 1{,}11 \times 10^{-13}\right) = 150 \text{ m}$$

Pengamat di stasiun juga mengamati panjang kereta yang hampir sama dengan menurut pengamat di kereta. Selisihnya hanya sekitar 8,3 × 10^{-12} m. Nilai yang sama ini terjadi karena kacepatan kereta jauh lebih kecil daripada kecepatan cahaya. Perubahan panjang baru teramati jika kecepatan benda mendekati kecepatan cahaya.

11.5 Dilatasi waktu

Lampu kereta api berada pada posisi tetap di dalam kereta. Dengan demikian nilai x' untuk lampu selalu tetap. Misalkan lampu berpendar dua kali berturut-turut. Misalkan menurut penumpang kereta (yang diam terhadap lampu) selang waktu pendaran tersebut adalah T_o maka di dalam persamaan (11.24)

$$\Delta t' = T_o$$

Karena nilai x' untuk lampu tetap maka $\Delta x' = 0$. Menurut pengamat di tanah yang bergerak relatif terhadap lampu, selang waktu tersebut adalah T maka

$$\Delta t = T$$

Dengan memasukkan $\Delta x' = 0$ ke dalam persamaan (11.24) didapat

$$\Delta t = \frac{\Delta t' + 0}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}}$$

Karena $\Delta t' = T_o$ dan $\Delta t = T$ maka dapat ditulis

$$T = \frac{T_o}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \quad (11.28)$$

atau

$$\begin{pmatrix} selang & waktu & menurut \\ pengamat & yang & bergerak \end{pmatrix} = \frac{\begin{pmatrix} selang & waktu & menurut \\ pengamat & yang & diam \end{pmatrix}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \quad (11.29)$$

Juga perlu ditekankan di sini yang dimaksud pengamat bergerak dalam persamaan (11.29) adalah pengamat yang bergerak terhadap jam (lokasi peristiwa) yang sedang diamati. Dan yang dimaksud pengamat diam adalah pengamat yang diam terhadap jam (lokasi peristiwa) yang diamati.

a) Jika yang diamati adalah jam yang ada di gedung maka yang menjadi pengamat diam adalah pengamat yang ada di tanah dan pengamat bergerak adalah pengamat yang sedang naik kereta api, mobil, atau pesawat.
b) Jika yang diamati adalah jam yang ada di pesawat yang sedang terbang maka yang dimaksud pengamat diam adalah pilot, pramugari, atau penumpang pesawat. Dan pengamat bergerak misalnya adalah orang di tanah.

Contoh 11.5

Partikel X dapat meluruh menjadi partikel Y dalam waktu yang sangat pendek. Pada saat dilakukan pengukuran di laboratorium di mana partikel X hampir diam (memiliki kecepatan yang sangat kecil), partikel X meluruh menjadi partikel Y dalam waktu 1,50 μs. Ketika dilakukan pengamatan peluruhan partikel X yang dihasilkan di atmosfer dan sedang bergerak dengan laju tertentu, waktu peluruhan partikel X menjadi 2,00 μs. Berapakah kecepatan partikel X?

Jawab

Waktu yang diperlukan partikel X yang diam untuk meluruh, T_o = 1,50 μs. Waktu yang diperlukan partikel X yang sedang bergerak untuk meluruh, T = 2,00 μs. Dengan rumus dilatasi waktu maka

$$T = \frac{T_o}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

atau

$$\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} = \frac{T_o}{T} = \frac{1,50}{2,00} = 0,75$$

$$\frac{u^2}{c^2} = 1 - 0,5625 = 0,4375$$

atau

$$u = \sqrt{0,4375}c = 0,661c$$

Pengujian dilatasi waktu

Teori relativitas khusus yang diusulkan Einstein didasarkan pada sejumlah hipotesis. Untuk menguji kebenaran ramalan teori tersebut perlu dilakukan ekperimen. Jika ramalan teori tidak sesuai dengan pengamatan maka teori harus ditolak. Sebaliknya, teori dapat diterima selama ramalannya sesuai dengan data eksperimen.

Eksperimen yang dilakukan di CERN, Swiss, tahun 1977 merupakan salah satu cara menguji dilatasi waktu yang diramalkan teori relativitas. Berkas muon dipercepat dalam lintasan lingkaran yang berjari-jari 7,0 m hingga mencapai laju 0,99994c. Muon adalah partikel yang sangat tidak stabil. Pengamatan di laboratorium menunjukkan bahwa muon yang hampir diam (memiliki kecepatan yang sangat kecil) meluruh menjadi partikel lain dalam waktu 2,200 μs. Akibat dilatasi waktu maka muon dapat bertahan lebih lama dari peluruhan. Umur muon yang bergerak dengan laju u = 0,99994c bertambah menjadi

$$T = \frac{2,200}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}.$$

$$= \frac{2,200}{\sqrt{1 - (0,99994c)^2/c^2}} = 63,5 \ \mu s.$$

Pengukuran di CERN terhadap muon yang diputar dengan laju di atas

menunjukkan umur muon yang sangat dekat dengan perhitungan di atas. Ini membuktikan bahwa ramalah dilatasi waktu Einstein sesuai dengan eksperimen.

Pada bulan Oktober 1977, Joseph Hafele dan Richard Keating membawa terbang empat jam atom dua kali mengelilingi bumi menggunakan pesawat terbang ekonomi. Mereka mengkonfirmasi adanya dilatasi waktu pada jam tersebut dengan kesalahan sekitar 10%. Beberapa tahun berikutnya, fisikawan pada Universitas Maryland melakukan percobaan serupa dengan menggunakan jam atom yang lebih teliti. Mereka berhasil membuktikan dilatasi waktu dengan kesalahan hanya 1%. Oleh karena itu, saat ini, ketika jam atom dibawa dari satu tempat ke tempat lain, kalibrasi terhadap dilatasi waktu harus dilakukan.

11.6 Simultanitas

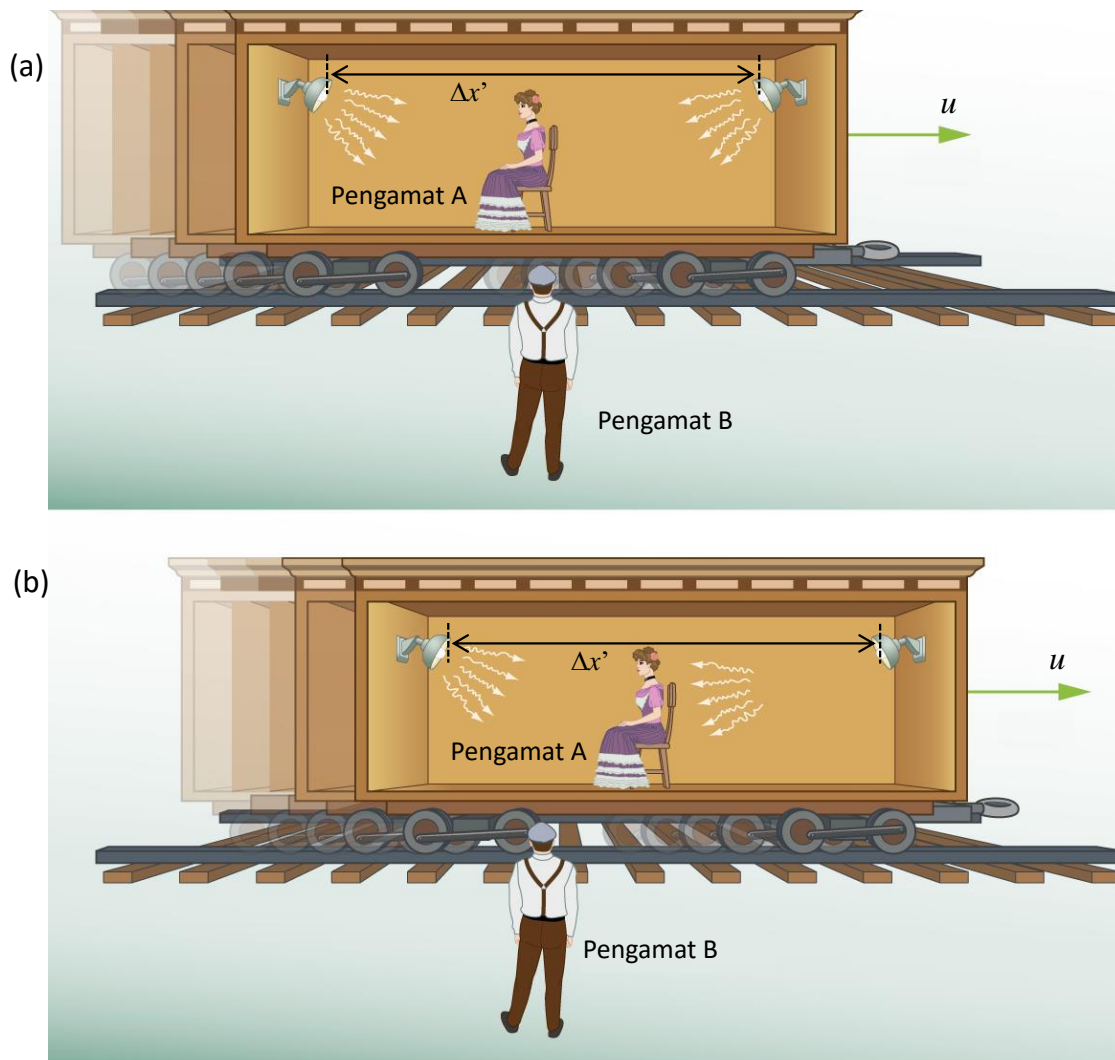
Ada fenomena yang menarik yang terkait dengan relativitas. Salah satu yang sering membingungkan orang adalah fenomena simultanitas. Dua kejadian yang simultan (yang terjadi pada saat bersamaan) di suatu kerangka acuan, tidak diamati simultan di kerangka acuan yang lain.

Untuk memperjelas, perhatikan **Gambar 11.6**. Pengamat A beraad dalam kereta api dan pengamat B berada di tanah. Kita misalkan pengamat A duduk tepat di tengah gerbong dan di ujung depan dan ujung belakang gerbong terdapat dua lampu sejenis. Misalkan jarak antara dua lampu menurut pengamat A di dalam kereta adalah $\Delta x'$. Misalkan dua lampu dinyalakan bersamaan oleh pengamat A. Maka menurut pengamat A, selang waktu menyalanya dua lampu adalah $\Delta t' = 0$. Dengan kata lain, menurut pengamat A lampu menyela simultan. Karena lampu menyala simultan dan kecepatan cahaya selamu sama maka menurut pengamat A, cahaya dua lampu mencapai pengamat A secara bersamaan (karena jarak masing-masing lampu ke pengamat A sama). Bagaimana menurut pengamat B?

Mari kita gunakan persamaan (11.24). Menurut pengamat B, kedua lampu tidak menyala bersamaan (tidak terjadi secara simultan). Kedua lampu menyala pada saat yang berbeda. Selang waktu menyalanya dua lampu menurut pengamat B memenuhi persamaan (11.24) dengan mensubsitusi $\Delta t' = 0$, yaitu

$$\Delta t = \frac{0 + u\Delta x'/c^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$\Delta t = \frac{u\Delta x'/c^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad (11.30)$$

Karena Δx' ≠ 0 maka Δt ≠ 0. Jadi, pengamat B mengamati dua lampu tidak menyala secara bersama.

Gambar 11.6 Dua kejadian yang dimultan pada satu kerangka acuan tidak diamati simultan oleh pengamat di kerangka acuan lain. (a) menurut pengamat A di dalam kereta dua lampu menyala secara bersamaan (simultan). Namun, menurut pengamat B di tanah, dua lampu tidak menyala secara serentak.

Lalu lampu mana yang menyala lebih dahulu? Jika lampu kanan kita nyatakan sebagai lampu 2 dan lampu kiri sebagai lampu 1 maka

$$\Delta x' = x'_2 - x'_1$$

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

Berdasarkan persamaan (11.30) tanda untuk Δx' dan Δt sama. Karena $x'_2 > x'_1$ maka $t_2 > t_1$. Ini artinya, lampu yang berada di kanan menyala lebih lambat daripada lampu yang ada di kiri. Karena lampu kanan menyala lebih lambat daripada lampu kiri maka menurut pengamat B, jarak tempuh cahaya lampu kanan lebih pendek daripada jarak tempuh cahaya lampu kiri. Namun, karena kereta bergerak ke kanan, maka selama cahaya merambat, pengamat B melihat pengamat A bergerak ke arah kanan. Pada akhirnya cahaya dari lampu kanan dan cahaya dari lampu kiri mencapai pengamat A pada saat bersamaan. Jadi, walaupun waktu pengamat A mengamati dua lampu menyala bersamaan, tetapi pengamat B mengamati dua lampu tidak menyala bersamaan, namun dua pengamat sepakat bahwa cahaya dari dua lampu mencapai pengamat A pada saat bersamaan.

Pengamat di A maupun pengamat di B melihat dua kejadian berlangsung simultan jika dua lampu berada pada posisi yang sama. Jadi, jika Δx' ≠ 0 maka persamaan (11.30) menjadi

$$\Delta t = \frac{u \times 0 / c^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = 0$$

Ini berarti, pengamat B juga mengamati dua lampu menyala secara serentak.

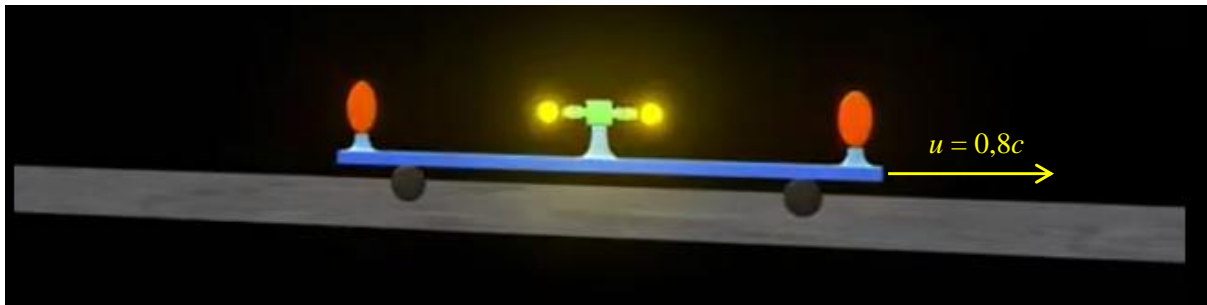
Contoh 11.6

Gambar 11.7 memperlihatkan sebuah kereta yang bergerak dengan laju v = 0,8c. Di dalam kereta terdapat pemancar cahaya yang berada di tengah-tengah dan dapat memancarkan cahaya ke depan dan ke belakang. Pada jarak yang sama dari pemancar terdapat detektor. Jarak masing-masing detektor ke pemancar cahaya adalah 25 meter.

a) Menurut pengamat di dalam kereta, cahaya dipancarkan secera serentak.

Apakah pengamat di tanah juga melihat cahaya dipancarkan serentak?

b) Tentukan waktu yang diperlukan cahaya mencapai detektor depan dan detektor belakang menurut pengamat di dalam kereta.

c) Tentukan waktu yang diperluken cahaya mencapai detektor depan dan detektor belakang menuurut pengamat di tanah.

Gambar 11.7 Gambar untuk Contoh 11.6

Jawab

a) Menurut pengamat dalam kereta, cahaya dipancarkan secara bersamaan. Jadi menurut pengamat ini $\Delta t' = 0$. Karena cahaya dipancarkan pada posisi yang sama di dalam kereta maka $\Delta x' = 0$. Dengan menggunakan persamaan (11.24) maka $\Delta t = 0$, atau menurut pengamat di tanah cahaya juga dipancarkan secara serentak. Ingat, dua kejadian diamati serentak oleh pengamat di kerangka acuan manapun jika berlangsung pada posisi yang sama dan waktu yang sama.

b) Menurut pengamat di dalam kereta, laju cahaya tetap sama dan tidak bergantung pada gerak sumber maupun gerak pengamat. Jadi laju cahaya menuju detektor depan maupun detektor belakang sama. Dengan demikian, menurut pengamat di dalam kereta maka cahaya mencapai detektor depan dan detektor belakang secara bersamaan dalam selang waktu$\Delta t' = 25$ m/c = $25/(3\times 10^8) = 8{,}33 \times 10^{-8}$ s.

c) Menurut pengamat di dalam kereta, posisi detektor depan terhadap pemancar adalah $\Delta x'_1 = 25$ m. Dengan demikian, menurut pengamat di tanah, cahaya mencapai detektor depan dalam selang waktu

$$\Delta t_1 = \frac{\Delta t' + u\Delta x'_1 / c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$= \frac{8,33\times10^{-8} + (0,8c)\times 25/c^2}{\sqrt{1-(0,8c)^2/c^2}}$$

$$= \frac{8,33\times10^{-8} + 1,67\times10^{-8}}{0,6}$$

$$= 1,67\times10^{-7} \text{ s.}$$

Menurut pengamat di dalam kereta, posisi detektor depan terhadap pemancar adalah $\Delta x'_2$ = -25 m. Dengan demikian, menurut pengamat di tanah, cahaya mencapai detektor depan dalam selang waktu

$$\Delta t_2 = \frac{\Delta t' + u\Delta x'_2/c^2}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

$$= \frac{8,33\times10^{-8} + (0,8c)\times(-25)/c^2}{\sqrt{1-(0,8c)^2/c^2}}$$

$$= \frac{8,33\times10^{-8} - 1,67\times10^{-8}}{0,6}$$

$$= 1,11\times10^{-7} \text{ s.}$$

Dengan demikian, beda waktu cahaya mencapai kedua detektor adalah $1,67\times10^{-7}$ - $1,67\times10^{-7} = 5,6\times10^{-8}$ s di mana detektor belakang menerima cahaya lebih awal daripada detektor depan.

Dari contoh ini disimpulkan bahwa, pengamat di dalam kereta mengamati cahaya mengenai dua detektor secara bersamaan, namun pengamat di tanah mengamati detektor belakang menerima cahaya lebih dahulu.

Contoh 11.7

Kita tinjau kembali Contoh 11.6. Agar pengamat di tanah mengamati cahaya mencapai dua detektor secara bersamaan, maka berapa selang waktu pemancaran cahaya dari detektor oleh pengamat di dalam kereta?

Jawab

Misalkan pengamat di dalam kereta memancarkan cahaya ke depan dan cahaya mencapai detektor depan selama selang waktu ∆t'1. Selama waktu tersebut menurut pengamat di tanah adalah

$$\Delta t_1 = \frac{\Delta t'_1 + u\Delta x'_1 / c^2}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

$$= \frac{\Delta t'_1 + (0{,}8c)\times(25)/c^2}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

Misalkan pengamat di dalam kereta memancarkan cahaya ke belakang dan cahaya mencapai detektor belakang selama selang waktu ∆t'2. Selama waktu tersebut menurut pengamat di tanah adalah

$$\Delta t_2 = \frac{\Delta t'_2 + u\Delta x'_2 / c^2}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

$$= \frac{\Delta t'_2 + (0{,}8c)\times(-25)/c^2}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

Agar pengamat di tanah mengamati bahwa cahaya mencapai dua detektor secara bersamaan maka $\Delta t_1 = \Delta t_2$ atau

$$\frac{\Delta t'_1 + (0{,}8c)\times(25)/c^2}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = \frac{\Delta t'_2 + (0{,}8c)\times(-25)/c^2}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

$$\Delta t'_1 + 20/c = \Delta t'_2 - 20/c$$

Beda waktu pemancaran cahaya oleh pengamat di dalam kereta menjadi

$$\Delta t = \Delta t'_2 - \Delta t'_1$$

$$= 40/c \;=\; = 1{,}33\times 10^{-7} \text{ s.}$$

11.7 Relativitas massa, momentum, dan energi

Apa yang kalian lihat dari persamaan transformasi Lorentz? Ada factor $(1-u^2/c^2)^{1/2}$. Apa akibat jika kecepatan benda melebihi kecepatan

cahaya ($u > c$)? Nilai $1-u^2/c^2$ menjadi negatif sehingga $(1-u^2/c^2)^{1/2}$ menjadi tidak bermakna (imajiner). Dengan demikian, posisi maupun waktu menjadi imajiner, yang jelas bukan merupakan besaran fisis. Untuk menghindari keimajineran besaran-besaran fisis tersebut maka satu-satunya pemecahan adalah kecepatan benda tidak boleh melebihi kecepatan cahaya. Atau kecepatan cehaya merupakan batas tertinggi dari kecepatan yang boleh dimiliki benda di alam semesta.

Tetapi bagaimana kalau benda bermassa m dikenai gaya F terus menerus? Tentu benda tersebut akan memiliki kecepatan $a = F/m$ yang menyebabkan kecepatan benda makin lama makin besar. Dan jika lama waktu gaya bekerja cukup besar bisa jadi pada akhirnya kecepatan benda akan melebihi kecepatan cahaya. Nah, bagaimana dengan batasan kecepatan benda yang memiliki nilai maksimum sama dengan kecepatan cahaya? Apakah pemberian batas tersebut tidak konsisten?

Untuk mengatasi ketidakkonsisten ini Einstein mengusulkan bahwa sebanarnya massa benda tidak tetap, tetapi bergantung pada kecepatannya. Makin besar masa benda maka makin besar massanya sehingga dengan pemberian gaya F percepatan benda makin kecil ketika laju benda makin besar. Jika laju benda mendekati laju cahaya maka massa benda harus mendekati tak berhingga sehingga percepatan benda mendekati nol. Akibatnya benda sulit lagi untuk dipercepat, atau laju benda hampir tidak berubah lagi. Hubungan antara massa dan laju benda yang memenuhi persyaratan di atas adalah

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \tag{11.30}$$

dengan m_o adalah massa benda dalam keadaan diam dan m massa benda dalam keadaan bergerak

Einstein menurunkan persamaan di atas dengan menerapkan hukum kekekalan momentum pada tumbukan dua benda yang massanya sama. Karena momentum merupakan perkalian massa dan kecepatan, maka secara umum momentum benda memiliki bentuk

$$p = mu = \frac{m_o u}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \tag{11.31}$$

Tampak dari persamaan (11.30) dan (11.31), bentuk rumus untuk massa dan momentum dalam teori relativitas sangat berbeda dengan bentuk dalam mekanika klasik. Dengan demikian diharapkan pula bentuk rumus untuk energi kinetik akan berbeda juga dengan bentuk dalam mekanika klasik. Einstein menurunkan energi kinetik benda dapat ditulis secara umum sebagai

$$K = mc^2 - m_o c^2 \qquad (11.32)$$

yang dapat ditulis sebagai

$$K = E - E_o$$

dengan

$$E = mc^2 = \frac{m_o c^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \qquad (11.33)$$

$$E_o = m_o c^2 \qquad (11.34)$$

E_o dapat dipandang sebagai energi total benda dalam keadaan diam sedangkan E adalah energi total benda dalam keadaan bergerak. Dengan demikian energi kinetik adalah selisih energi total benda dalam keadaan bergerak dan dalam keadaan diam. Penurunan persamaan (14.31) dapat dilihat di akhir bab.

Untuk kecepatan yang cukup kecil dibandingkan dengan kecepatan cahaya, secara matematika dapat ditunjukkan bahwa

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \approx 1 + \frac{1}{2}\frac{u^2}{c^2} \qquad (11.35)$$

Sebagai contoh, untuk u =3×10^7 m/s, maka $1/\sqrt{1-u^2/c^2}$ =1,0050378, sedangkan $1+(1/2)u^2/c^2$ =1,005 yang nilainya cukup dekat. Untuk kecepatan yang cukup besar inipun ($u = 0.1c$) nilai ke dua factor di atas sudah sangat dekat. Apalagi kecepatan yang lebih kecil lagi yang umumnya dijumpai sehari-hari. Praktis dapat dianggap nilai kedua factor di atas persis

sama. Dengan pendekatan (11.35) maka untuk kecepatan kecil, energi konetik benda memiliki bentuk

$$K = m_o c^2\left(1+\frac{1}{2}\frac{u^2}{c^2}\right) - m_o c^2$$

$$= m_o c^2 + \frac{1}{2}m_o u^2 - m_o c^2 = \frac{1}{2}m_o u^2 \qquad (11.36)$$

yang persis sama dengan ungkpanan energi kinetik dalam fisika klasik. Dengan kata lain, ungkapan energi kinetik dalah fisika klasik merupakan bentuk khusus dari ungkapan energi kinetik relativitas untuk kecepatan-kecepatan benda yang sangat kecil dibandingkna dengan kecepatan cahaya.

Jika benda yang bergerak dihentikan, maka benda tersebut akan melepaskan energi (yang berasal dari energi kinetiknya) sebesar

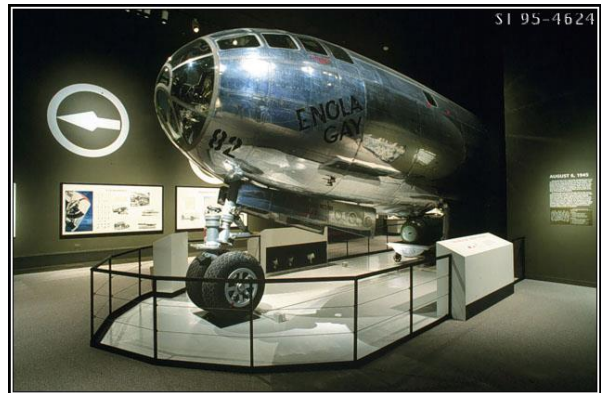
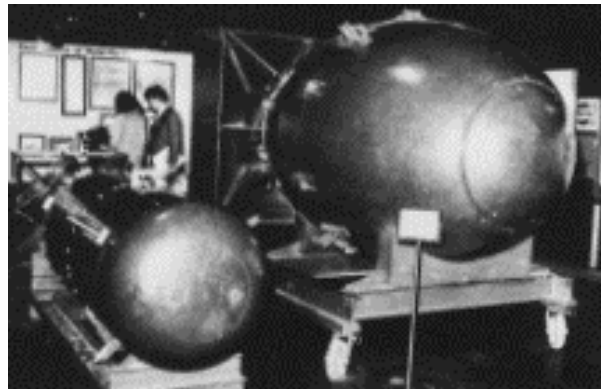
$$\Delta E = mc^2 - m_o c^2 = (m - m_o)c^2 = \Delta mc^2$$

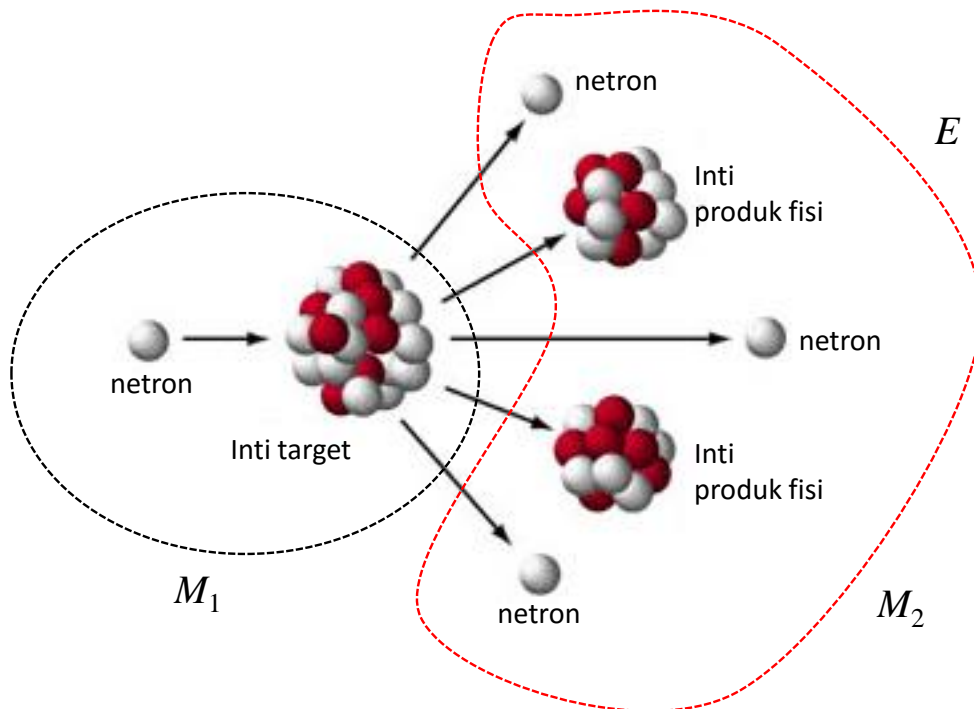
Benda yang bergerak memiliki massa m dan benda yang diam memiliki massa m_o. Dengan demikian, penghentian gerak benda ekivalen dengan menghilangkan massa benda sebesar

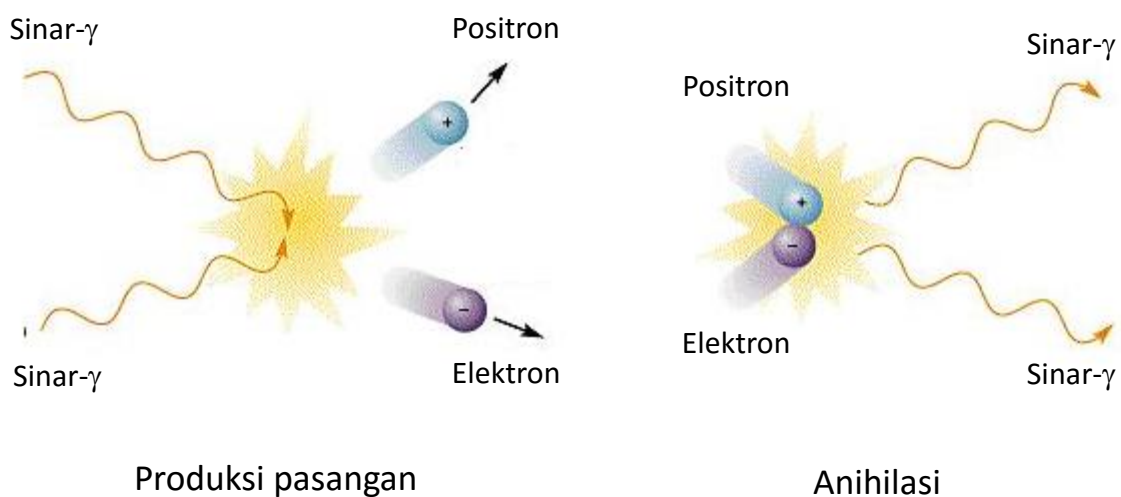
$$\Delta m = m - m_o$$

Jadi, selama proses penghentian benda, terjadi penghilangan massa sebesar Δm, yang pada saat bersamaan terjadi pelepasan energi sebesar $\Delta E = \Delta mc^2$. Dengan kata-lain, massa dapat diubah menjadi energi. Besar energi yang dihasikan sama dengan perkalian massa tersebut dengan kuadrat kecepatan cahaya. Prinsip inilah yang berlaku pada reaksi nuklir. Energi yang sangat besar yang dihasilkan reactor nuklir atau bom atom berasal dari penghancuran sebagian massa atom.

Gambar 11.8 adalah contoh bom nuklir dan efek yang dihasilkan. Juga kondidi kota Hiroshima, Jepang setelah ledakan bom pada saat perang Dunia kedua. Bom atom di Hiroshima dan Nagasaki hanya dua bom aton yang pernah digunakan dalam perang. Ledankan dua bom atom tersebut

manandai berakhirnya perang dunia kedua

Gambar 11.8 (kiri atas) Ledakan bom atom merupakan peristiwa pengubahan massa menjadi energi, (kanan atas) *Little Boy* adalah nama bom atom yang dijatuhkan di kota Hiroshima, kiri, dan *Fat Man* adalah nama bom atom yang dijatuhkan di kota Nagasaki, kanan, (kiri bawah) keadaan kota Hiroshima setelah dijatuhi bom atom, (kanan bawah) *Enola Gay* adalah nama pesawat yang menjatuhkan bom atom di kota Hiroshima.

Reaksi fisi nuklir yang terjadi para rektor nuklir dijelaskan oleh persamaan Einstein. Saat reaksi fisi, sebuah inti atom tidak stabil ditembak dengan neutron lambat dan dihasilkan dua inti baru yang lebih kecil, sejumlah neutron, dan energi. Jika diukur, total massa produk fisi (masa inti produk dan massa semua neutron yang dihasilkan) lebih kecil daripada massa satu neutron dan inti target (lihat **Gambar 11.9**). Setelah dihitung, selisih massa tersebut bersesuaian dengan energi yang dihasilkan. Ini adalah bukti bahwa kesetaraan massa dan energi merupakan kebenaran.

$$E = (M_1 - M_2)c^2$$

Gambar 11.9 Reaksi fisi nuklir merupakan satu bukti kebenaran persamaan kesetaraan massa dan energi. Massa yang hilang pada reaksi tersebut ekivalen dengan energi yang dihasilkan.

Gambar 11.10 (kiri) Proses produksi pasangan di mana dua buah sinar gamma dapat berubah menjadi dua partikel dengan muatan berlawanan (energi menjadi massa). (kanan) proses annihilasi di mana partikel dan antipartikel dapat musnah menjadi dua biah dinar gamma (massa menjadi energi)

Bukti lain kesetaraan massa dan energi adalah fenomena produksi pasangan dan annihilasi. Dua buad sinar-γ dengan energi sangat tinggi yang bertemu dapat berubah menjadi dua partikel dengan muatan berlawanan. Contohnya dua buah sinar-γ dengan energi masing-masing di atas 531 MeV dapat berubah menjadi satu elektron dan satu positron (**Gambar 11.10** kiri). Proses ini dinamakan produksi pasangan. Dua sinar-γ dengan energi jauh lebih tinggi lagi dapat berubah menjadi proton dan antiproton. Pada proses ini terjadi perubahan energi menjadi massa.

Sebaliknya, positron dan elektron yang bertemu dapat musnah menjadi dua buah sinar-γ (**Gambar 11.10** kanan). Proses ini disebut annihilasi. Pada proses ini terjadi perubahan massa menjadi energi.

Bentuk persamaan energi total dapat juga dinyatakan sebagai berikut. Berdasarkan persamaan (11.31) kita dapat menulis

$$(pc)^2 = \frac{m_o^2 u^2}{1-\frac{u^2}{c^2}} c^2 = \frac{m_o^2 c^4}{1-\frac{u^2}{c^2}} \times \frac{u^2}{c^2} \qquad (11.37)$$

$$(pc)^2 + \left(m_o c^2\right) = \frac{m_o^2 c^4}{1-\frac{u^2}{c^2}} \times \frac{u^2}{c^2} + m_o^2 c^4$$

$$= \frac{m_o^2 c^4}{1-\frac{u^2}{c^2}} \times \frac{u^2}{c^2} + \frac{m_o^2 c^4}{1-\frac{u^2}{c^2}} \times \left(1-\frac{u^2}{c^2}\right) = \frac{m_o^2 c^4}{1-\frac{u^2}{c^2}} \qquad (11.38)$$

Suku terakhir dalam persamaan (11.38) tidak lain daripada kuadrat energi total. Jadi, dari persamaan (11.38) kita dapatkan

$$E^2 = (pc)^2 + \left(m_o c^2\right) \qquad (11.39)$$

Contoh 11.8

Sebuah meson pi, π^0, memiliki massa mo = 2,4 × 10^{-28} kg. Meson tersebut bergerak dengan laju 2,4 × 10^8 m/s. Berapa energi kinetik meson tersebut? Bandingkan dengan energi kinetik yang dihitung dengan hukum klasik.

Jawab

Berdasarkan informasi soal kita dapatkan

$$u = 2{,}4\times 10^8 = 2{,}4\times 10^8 \times \frac{c}{(3\times 10^8)} = 0{,}8c$$

m_o = 2,4 × 10^{-28} kg

Energi kinetik meson adalah

$$K = m_o c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}}-1\right)$$

$$= (2{,}4\times 10^{-28})\times(3\times 10^8)^2\times\left(\frac{1}{\sqrt{1-(0{,}8c)^2/c^2}}-1\right)$$

$$= (2{,}16\times 10^{-11})\times\frac{0{,}4}{0{,}6} = 1{,}44\times 10^{-11}\ \text{J}$$

Jika dihitung dengan persamaan klasik maka energi kinetik muon adalah

$$K_{kl} = \frac{1}{2}m_o u^2 = \frac{1}{2}\times(2{,}4\times 10^{-28})\times(2{,}4\times 10^8)^2 = 6{,}9\times 10^{-12}\ \text{J}$$

Contoh 11.9

Berapa energi yang dilepaskan jika elektron yang berada dalam keadaan diam diubah seluruhnya menjadi radiasi elektromagnetik?

Jawab

Massa diam elektron mo = 9,1 × 10^{-31} kg. Energi yang dilepaskan sama dengan energi diam elektron, yaitu

$$E = m_o c^2 = (9{,}1\times 10^{-31})\times(3\times 10^8)^2 = 8{,}19\times 10^{-14}\ \text{J}$$

Jika dinyatakan dalam elektronvolt, besar energi tersebut adalah

$$\frac{8{,}19\times 10^{-14}}{1{,}6\times 10^{-19}} = 5{,}1\times 10^5\ \text{eV} = 0{,}51\ \text{MeV}$$

10.8 Penurunan persamaan energi kinetik relativitas

Misalkan kita melakukan kerja pada benda dari keadaan diam hingga memiliki laju u. Berdasarkan teorema usaha energi kerja yang dilakukan sama dengan perubahan energi kinetik benda. Karena mula-mula benda diam, energi kinetik mula-mula nol. Dengan demikian, kerja yang dilakukan sama dengan energi kinetik akhir benda, atau

$$K = \int_{u=0}^{u} dW$$

Untuk gerak lurus kita memiliki hubungan antara energi dan gaya, yaitu

$$dW = F\,dx = \frac{dp}{dt}dx = dp\frac{dx}{dt} = dpu$$

Dengan menggunakan aturan rantai untuk operasi diferensial, $d(up) = pdu + udp$ atau $udp = d(up) - pdu$, maka kita dapat menulis

$$dW = d(pu) - pdu$$

$$= d\left(\frac{m_o u^2}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\right) - \frac{m_o u}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}du$$

Energi kinetik benda menjadi

$$K = \int_0^u d\left(\frac{m_o u^2}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\right) - \int_0^u \frac{m_o u}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}du$$

$$= \left[\frac{m_o u^2}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\right]_0^u - \int_0^u \frac{m_o u}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}du$$

$$= \frac{m_o u^2}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} - \int_0^u \frac{m_o u}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} du$$

Untuk menyelesaikan integral di suku kedua kita misalkan $1 - u^2/c^2 = y$. Lakukan diferensial pada dua sisi sehingga didapat $-2udu/c^2 = dy$ atau $udu = - c^2 dy/2$. Dengan permisalan ini kita dapat menulis

$$K = \frac{m_o u^2}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} - \int_0^u \frac{m_o(-c^2 dy/2)}{y^{1/2}}$$

$$= \frac{m_o u^2}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} + \frac{m_o c^2}{2} \int_0^u y^{-1/2} dy$$

$$= \frac{m_o u^2}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} + \frac{m_o c^2}{2} \left[2y^{1/2} \right]_0^u$$

$$= \frac{m_o u^2}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} + m_o c^2 \left[\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}} \right]_0^u$$

$$= \frac{m_o u^2}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} + m_o c^2 \sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}} - m_o c^2$$

$$= \frac{m_o u^2}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} + \frac{m_o c^2}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \left(1 - \frac{u^2}{c^2} \right) - m_o c^2$$

$$= \frac{m_o c^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - m_o c^2$$

Soal-Soal

Sebuah partikel bergerak sepanjang x' dalam kerangka acuan X' dengan laju 0,40*c*. Kerangka S' bergerak dengan laju 0,60*c* terhadap kerangka S. Berapa laju partikel diukur dari kerangka S?

Sebuah partikel sinar kosmis mendekati bumi sepanjang sumbu bumi menuju kutub utara dengan laju 0,80*c*. Partikel sinat kosmis lain mendekati bumi sepanjang sumbu bumi menuju kutub selatan dengan laju 0,60*c*. Berapa laju relatif satu partikel terhadap partikel lainnya?

Sebuah pesawat ruang angkasa yang memiliki panjang diam 350 m memiliki laju 0,82c terhadap suatu kerangka acuan. Sebuah mikrometeorit juga memiliki kecepatan 0,82c terhadap kerangka acuan ini tetapi bergerak dalam arah berlawanan dengan pesawat. Ketika melintasi pesawat, berapa lama waktu yang diperlukan mikrometeorit melewati pesawat tersebut?

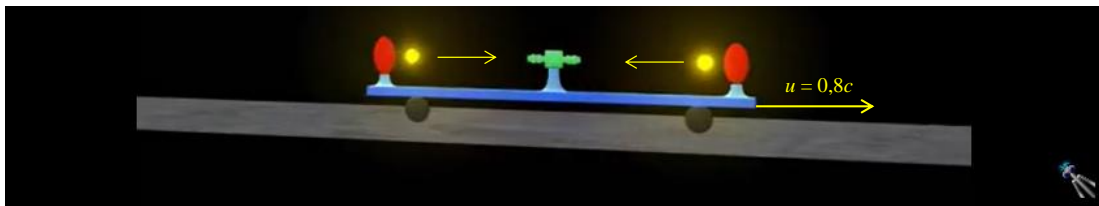
Umur rata-rata muon yang dihentikan pada balok timbal di dalam laboratorium adalah 2,2 μs. Umur rata-rata muon yang bergerak dengan kecepatan tinggi yang berasal dari sinar kosmis ketika diamati di bumi adalah 16 μs. Berapa kecepatan muon tersebut?

Sebuah pion dihasilkan di permukaan atas atmosfer bumi ketika sinar kosmik bernergi tinggi bertumbukan dengan inti atom di permukaan atmosfer. Pion yang dihasilkan bergerak menuju bumi dengan laju 0,99c. Di dalam kearangka acuan di mana pion diam, pion tersebut meluruh dalam waktu 26 ns. Ketika diukur pada kerangka acuan yang tetap terhadap bumi, berapa jauh pion bergerak di atmosfer sebelum meluruh?

Berapa harusnya laju pion agar meluruh setelah menempuh jarak 10,0 m? Umur rata-rata pion dalam keadaan diam adalah $2,60 \times 10^{-6}$ s.

Sebuah pesawat yang memiliki panjang diam 130 m melewati sebuah stasion waktu dengan laju 0,740c. a) Berapa panjang pesawat menurut

pengamat di stasion waktu? B) Berapa selang waktu yang diamati pengamat di stasion waktu antara ujung depan dan ujung belakang pesawat melewati sebuah titik?

Gambar 11.11 memperlihatkan sebuah kereta yang bergerak ke kanan dengan laju 0,8c. Dalam kereta terdapat dua lampu dan sebuah detektor yang berada di tengah-tengah lampu. Menurut pengamat di dalam kereta, jarak lampu ke detektor adalah 30 meter.

Gambar 11.11 Gambar untuk Soal ***

a) Jika pengamat di dalam kereta menyalakan dua lampu secara bersamaan, berapa lama waktu yang diperlukab cahaya masing-masing lampu mencapai detektor?
b) Apakah menurut pengamat di kereta, cahaya dari dua lampu mencapai detektor secara bersamaan (serentak)? Aakah menurut pengamat di tanah cahaya dari dua lampu mencapai detektor secara bersamaan (serentak)?
c) Apakah menurut pengamat di tanah, kedua lampu menyela secara bersamaan (simultan) atau tidak bersamaan?
d) Berapa waktu yang diperlukan cahaya lampu kiri dan cahaya lampu kanan mencapai detektor menurut pengamat di tanah?
e) Berapa jarak antara dua lampu mneurut pengamat di tanah?

Tahun 1979 Amerika mengkonsumsi energi listrik sekitar $2,2 \times 10^{12}$ kW h. Berapa massa yang ekivalen dengan energi ini?

Berapa laju partikel yang memiliki (a) energi kinetik dua kali energi diamnya? (a) energi total dua kali energi diamnya?

Sebuah partikel bermassa m memiliki momentum $m_o c$. (a) Berapakah laju partikel? (b) berapakah energi kinetiknya?

Jika inti uranium yang berada dalam keadaan diam pecah melalui reaksi fisi

pada suatu rekator, partikel hasil pecahannya memiliki energi kinetik 200 MeV. Berapa massa yang hilang dalam proses tersebut?

Kerangka acuah S' bergerak relatif terhadap kerangka acuan S dengan laju 0,62*c* dalam arah pertambahan *x*. Sebuah partikel di dalam kerangka acuan S' bergerak dengan laju 0,47*c* terhadap kerangka acuan S' dalam arah pertambahan *x*'. (b) berapa kecepatan partikel terhadap kerangka acuan S? (b) Berapa kecepatan partikel terhadap kerangka S jika arah gerak partikel adalah ke arah *x*' negatif?

Galaksi A dimatai bergerak menjauhi galaksi kita dengan laju 0,35*c*. Galaksi B yang lokasinya berseberangan dengan galaksi A juga bergerak menjauhi galaksi kita dengan laju yang sama. Jika diukur dari galaksi A, (a) berapa kecepatan galaksi kita? (b) berapa kecepatan galaksi B?

Dari hasil pengamatan pergeseran spektrum bintang disimpulkna bahwa quasar Q_1 bergerak menjauhi kita dengan laju 0,800*c* dan quasar Q_2 dalam arah yang sama tetapi lebih dekat ke kita bergerak menjauhi kita dengan laju 0,400*c*. Berapa laju quasar Q_2 diukur oleh pengamat pada quasar Q_1?

Sebuah partikel energi tinggi yang tidak stabil memasuki detektor dan meninggalkan jejak lintasan sepanjang 1,05 mm sebelum meluruh. Laju partikel relatif terhadap detektor adalah 0,992*c*. Berapakah umur partikel dalam keadaan diam?

Sebuah batang diletakkan sejajar sumbu *x* dari kerangka acuan S. Panjang batang dalam keadaan diam adalah 1,80m. Jika batang tersebut bergerak sejajar sumbu *x* dengan laju 0,630*c*, berapa panjang batang menurut pengamat di kerangka acuan S?

Panjang sebuah pesawat ruang angkasa yang sedang terbang terukur persis setengah panjang dalam keadaan diam. Berapa laju pesawat tersebut terhadap pengamat?

Jika kamu menuju bintang yang jaraknya 100 tahun cahaya dari bumi dengan pesawat yang lajunya $2,60 \times 10^8$ m/s, berapa jarak tersebut yang kamu ukur?

Misalkan kamu ingin menuju suatu bintang yang jauhnya 90 tahun cahaya. Kamu ingin menempuh perjalanan tersebut selama 25 tahun. Berapa harusnya laju pesawat kamu?

Sebuah elektron bergerak dengan laju 0,999 987c sepanjang sumbu tabung vakum yang panjangnya 3,00 m menurut pengamat di laboratorium yang diam bersama tabung. Pengamat lain yang bergerak bersama elektron akan melihat tabung bergerak ke belakang dengan laju 0,999 987c. Berapa panjang tabung menurut pegamat yang bergerak ini?

(a) Secara prinsip, dapatkan seseorang dari bumi terbang dan mencapai pusat galaksi yang jaraknya dari bumi 23 000 tahun cahaya? Beti penjelasan menggunakan dilatasi waktu atau kontraksi Lorentz (b) Berapa kecepatan pesawat yang ia tumpangi agar bisa mencapat pusat galaksi dalam waktu 30 tahun?

Berapa kerja yang diperlukan untuk meningkatkan laju elektron dari keadaan diam hingga memiliki laju (a) 0,50c, (b) 0,990c, dan (c) 0,9990c?

Sebuah elektron bergerak dengan laju sedemikian sehingga dapat mengitari bumi di khatulistiwa selama 1,00 s. (a) Berapa laju elektron dinyatakan dalam laju cahaya? (b) berapa enerki kinetiknya? (c) berapa persentase kesalahan perhitungan energi kinetik jika menggunakan rumus klasik?

Sebuah partikel memiliki laju 0,990c terhadap suatu kerangka acuan. Berapakah energi kinetik, energi total, dan momentum jika partikel tersebut adalah (a) elektron, (b) proton?

Quasar dipandang sebagai inti aktif galaksi dalam tahap awal pembentukannya. Kebanyakan quasar memancarkan energi dengan daya 10^{41} W. Berapakah laju pengurangan massa quasar agar dapat memancarkan energi sebesar ini?

Berapa momentum partikel yang memiliki massa m agar energi totalnya sama dengan tiga kali energi diamnya.

(a) Berapa energi yang dilepaskan dari peledakan bom fisi yang memiliki 3,0 kg. Anggap bahwa 0,10% massa diubah menjadi energi. (b) Berapa massa

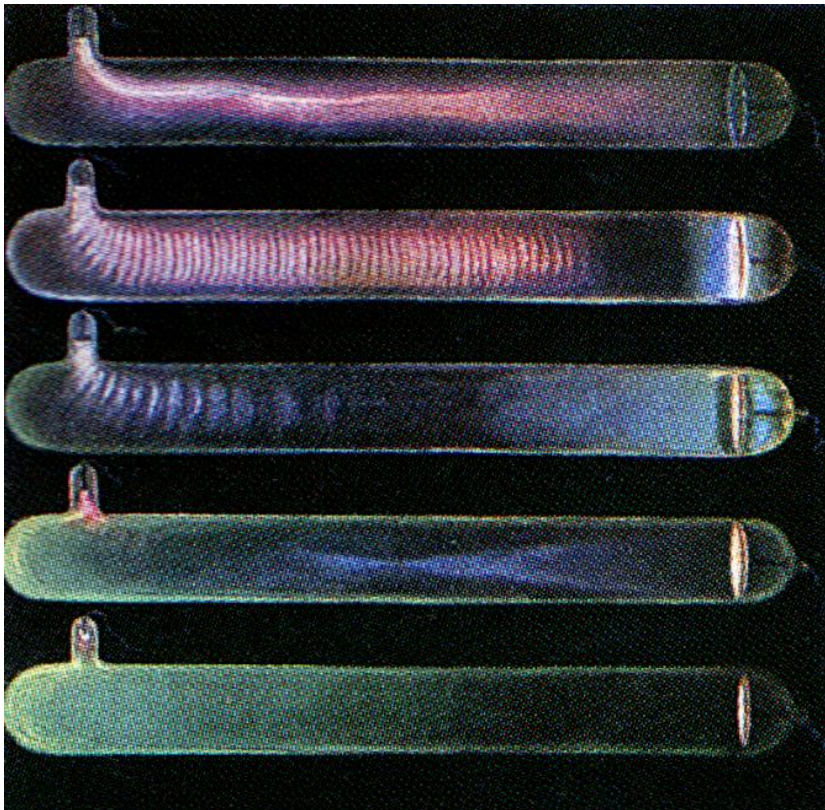
TNT yang harus diledakkan untuk menghasilkan energi yang sama. Anggap tiap mol TNT menghasilkan energi 3,4 MJ pada peledakan.

Bab 12
PENGENALAN TEORI KUANTUM ATOM

Semua materi disusun oleh atom-atom. Sebelum akhir abad ke-19 atom dipandang sebagai komponen terkecil penyusun materi yang tidak dapat dibagi-bagi lagi. Sifat materi yang satu berbeda dengan sifat materi lainnya karena atom satu materi berbeda dengan atom materi lainnya. Konsep ini bertahan sangat lama karena tidak ada eksperimen yang bisa menunjukkan bahwa atom tersusun atas partikel-partikel yang lebih kecil lagi. Konsep ini berubah ketika memasuki abad 20. Banyak pengamatan yang tidak dapat diterangkan oleh konsep atom yang tidak dapat dibagi-bagi. Eksperimen-ekperimen tersebut menunjukkan bahwa atom tersusun atas partikel-partikel yang lebih kecil. Dan konsep inilah yang berlaku hingga sekarang.

12.1 Penemuan sinar katoda

Penemuan sinar katoda adalah awal lahirnya konsep atom yang tersusun atas partikel-partikel lebih kecil. Sinar katoda diamati dalam tabung vakum yang mengandung dua buah elektroda. **Gambar 12.1** adalah contoh sinar katoda. Jika antara dua elektroda dipasang tegangan listrik yang sangat tinggi maka diamati sinar yang mengalir dari elektroda negatif ke elektroda positif. Dengan penerapan tegangan yang sangat tinggi maka elektron yang terdapat di katoda dapat ditarik keluar dan tercabut dari permukaan katoda. Elektron lebih mudah lagi keluar dari permukaan katoda jika katoda tersebut sambil dipanaskan. Pemanasan menyebabkan

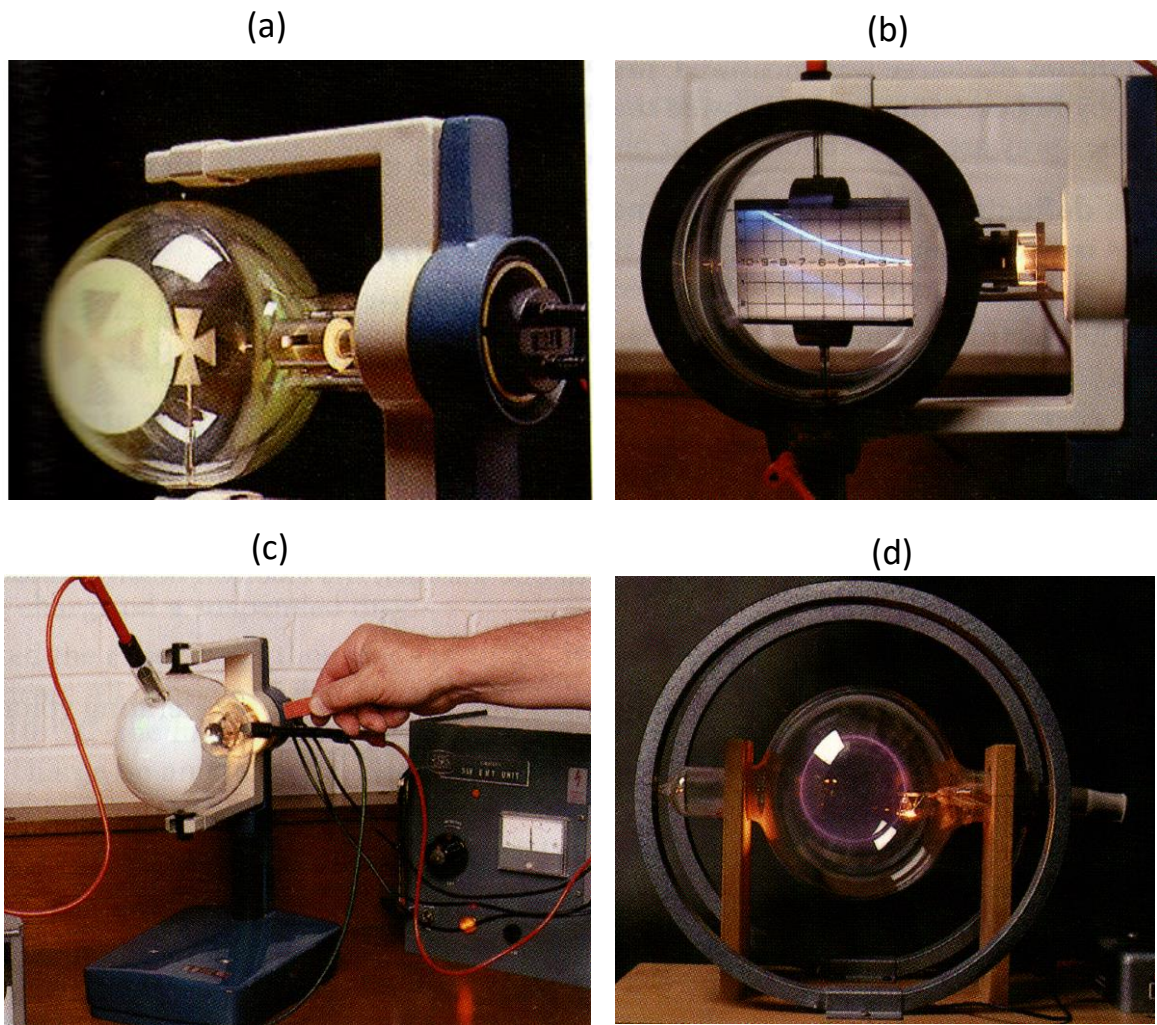
energi kinetik elektron meingkat. Ditambah dengan tarikan oleh medan listrik maka elektron lebih mudah keluar dari katoda. Karena tabung divakumkan maka elektron yang keluar dari katoda dapat mengalir dengan medah ke arah anoda tanpa adanya tumbukan oleh atom atau molekul gas. Jika ada atom atau molekul gas (tabung tidak divakumkan) maka elektron yang keluar dari katoda akan ditangkap oleh atom atau molekul gas dan membentuk ion-ion. Elekton yang mencapai anoda menjadi sangat sedikit atau bahkan tidak ada.

Gambar 12.1 Pendaran dalam tabung vakum yang diberi tegangan sangat tinggi.

Pengukuran lebih lanjut terhadap sinar tersebut didapatkan sifat-sifat berikut ini.

a) Sinar katoda merambat dalam lintasan garis lurus dari katoda menuju anoda
b) Sinar katoda dapat dibelokkan oleh medan listrik. Ini menunjukkan bahwa sinar katode memiliki muatan listrik. Berdasarkan arah pembelokkannya maka diidentifikasi bahwa muatan listrik sinar katode adalah negatif.
c) Sinar katode dibelokkan oleh medan magnet. Ini juga adalah bukti

bahwa sinar katode memiliki muatan listrik. Dengan menggunakan hokum Lorentz juga dapat dibuktikan bahwa sinar katode memiliki muatan negatif.

d) Sinar katode menghasilkan pendaran pada dinding tabung yang dikenainya.

Sifat-sifat tersebut diilustrasikan pada **Gambar 12.2**.

Gambar 12.2 Sifat-sifat sinar katode: (1) merambat dalam garis lurus, (b) dibelokkan oleh medan listrik, (3) dibelokkan oleh medan magnet, (3) menghasilkan pendaran pada dinsing tabung.

Pengamatan-pengamatan di atas menunjukkan bahwa sinar katode merupakan partikel bermuatan negatif. Sifat sinar katode berbeda dengan sifat atom elektroda dan juga berbeda dengan sifat gas dalam tabung yang masih tersisa (yang tidak dapat divakumkan secara sempurna). Jadi sinar katode bukan merupakan atom. Lebih lanjut ketika katode yang digunakan dalam tabung diganti-ganti, didapatkan sinar katode yang memiliki sifat persis sama.

Sifat-sifat tambahan ini menunjukkan bahwa

a) Sinar katodd merupakan berkas partikel yang keluar dari katode menuju anode
b) Partikel sinar katode dimiliki oleh semua atom yang sifatnya persis sama. Pertikel tersebut selanjutnya diberi nama elektron.
c) Ternyata atom tersusun atas partikel-partikel yang lebih kecil lagi. Salah satu jenis partikel tersebut adalah elektron dan bermuatan listrik negatif.
d) Karena atom netral maka atom juga tersusun atas partikel yang bermuatan listrik positif.

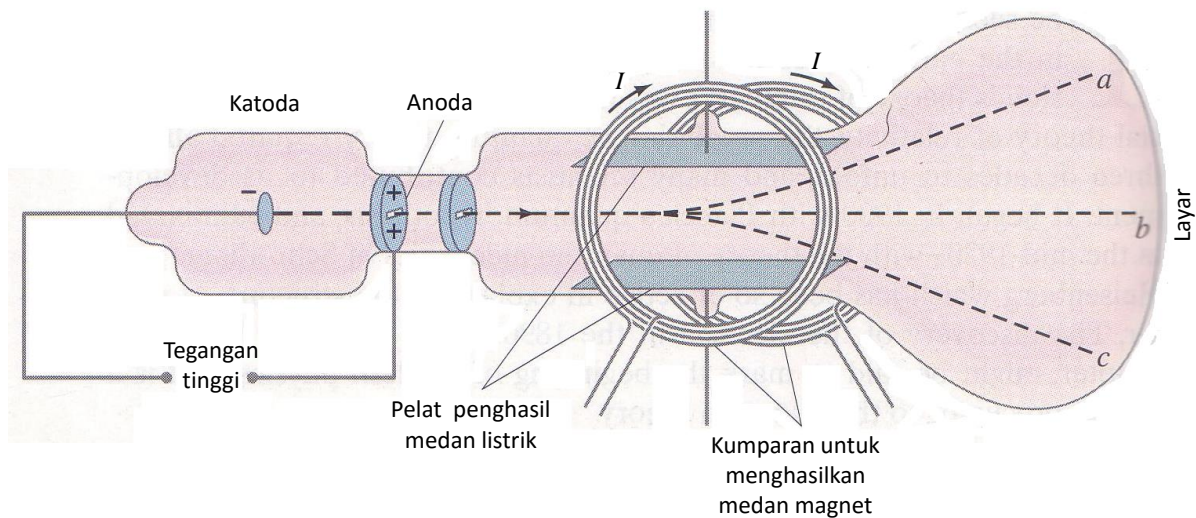
12.2 Pengukuran e/m elektron

Segera setelah diketahui bahwa sinar katoda adalah partikel bermuatan negatif, maka muncul usaha untuk mengukur muatan dan massa elektron. Usaha pertama dilakukan oleh J.J. Thomson tahun 1897. Thomson tidak dapat mengukur muatan elektron saja dan massa elektron saja. Yang dapat ditentukan hanya perbandingan muatan dan massa elektron, atau e/m. Hal ini desebabkan karena kesulitan mengukur massa dan muatan secara terpisah pada saat ini. Skema percobaan Thomson tampak pada **Gambar 12.3**

Bagian utama dari alat yang digunakan Thomson adalah tabung sinar katode yang memiliki dua pelat sejajar di dalamnya dan diletakkan dalam posisi horizontal. Di luar tabung dipasang dua koil yang menghasilkan medan magnet homogen di dalam ruang antar dua elektroda. Elektron yang melewati ruang antara dua elektroda dapat merasakan medan listrik dan medan magnet sehingga dapat mengalami gaya Coulomb dan gaya Lorentz.

a) Jika medan magnet dan medan listrik nol (tidak diterapkan) maka elektron akan menempuh lintasan lurus dan jatuh di titik **b** pada layar elektroda.
b) Jika hanya medan listrik yang diterapkan maka selama menempuh dua elektroda elektron mengalami gaya Coulomb sehingga lintasannya membelok. Akibatnya, elektron akan jatuh di layar pada titik **a**. Besarnya gaya listrik yang dialami elektron adalah

$$F_C = eE \qquad (12.1)$$

dengan F_C gaya listrik yang dialami elektron, e muatan elektron, dan E kuat medan listrik antara dua pelat.

Gambar 12.3 Skema percobaan Thompson untuk menentukan nilai e/m

c) Jika hanya medan magnet yang diterapkan maka selama menempuh dua elektroda elektron mengalami gaya Lorentz sehingga lintasannya membelok. Arah medan diatur sedemikian rupa sehingga arah pembelokan elektron oleh medan magnet berlawanan dengan arah pembelokan oleh medan listrik. Akibat adanya medan magnet tersebut elektron akan jatuh di layar pada titik **c**. Besarnya gaya magnetik yang dialami elektron adalah

$$F_L = evB \tag{12.2}$$

dengan F_L gaya listrik yang dialami elektron, v laju elektron, dan B kuat medan magnet antara dua pelat

d) Jika dua medan diterapkan sekaligus maka elektron akan mengalami gaya listrik dan gaya magnet secara bersamaan dalam arah berlawanan. Besar medan magnet dan medan listrik diatur sedemikain rupa sehingga besar ke dua gaya tersebut sama besar (saling menghilangkan). Akibatnya elektron kembali menempuh garis lurus dan jatuh di titik **b**. Dalam keadaan ini berlaku

$$F_C = F_L$$

$$eE = evB$$

Dari hubungan ini kita dapat mendapatkan laju elektron

$$v = \frac{E}{B} \tag{12.3}$$

e) Jika dikenai medan magnet, lintasan elektron dalam daerah yang mengandung medan berbentuk irisan lingkaran. Dengan demikian berlaku

$$evB = \frac{mv^2}{r}$$

$$\frac{e}{m} = \frac{v}{Br} \tag{12.4}$$

dengan r jari-jari kelengkungan lintasan ketika dikenakan medan magnet saja. Substitusi persamaan (12.3) ke dalam persamaan (12.4) diperoleh

$$\frac{e}{m} = \frac{E}{B^2 r} \tag{12.5}$$

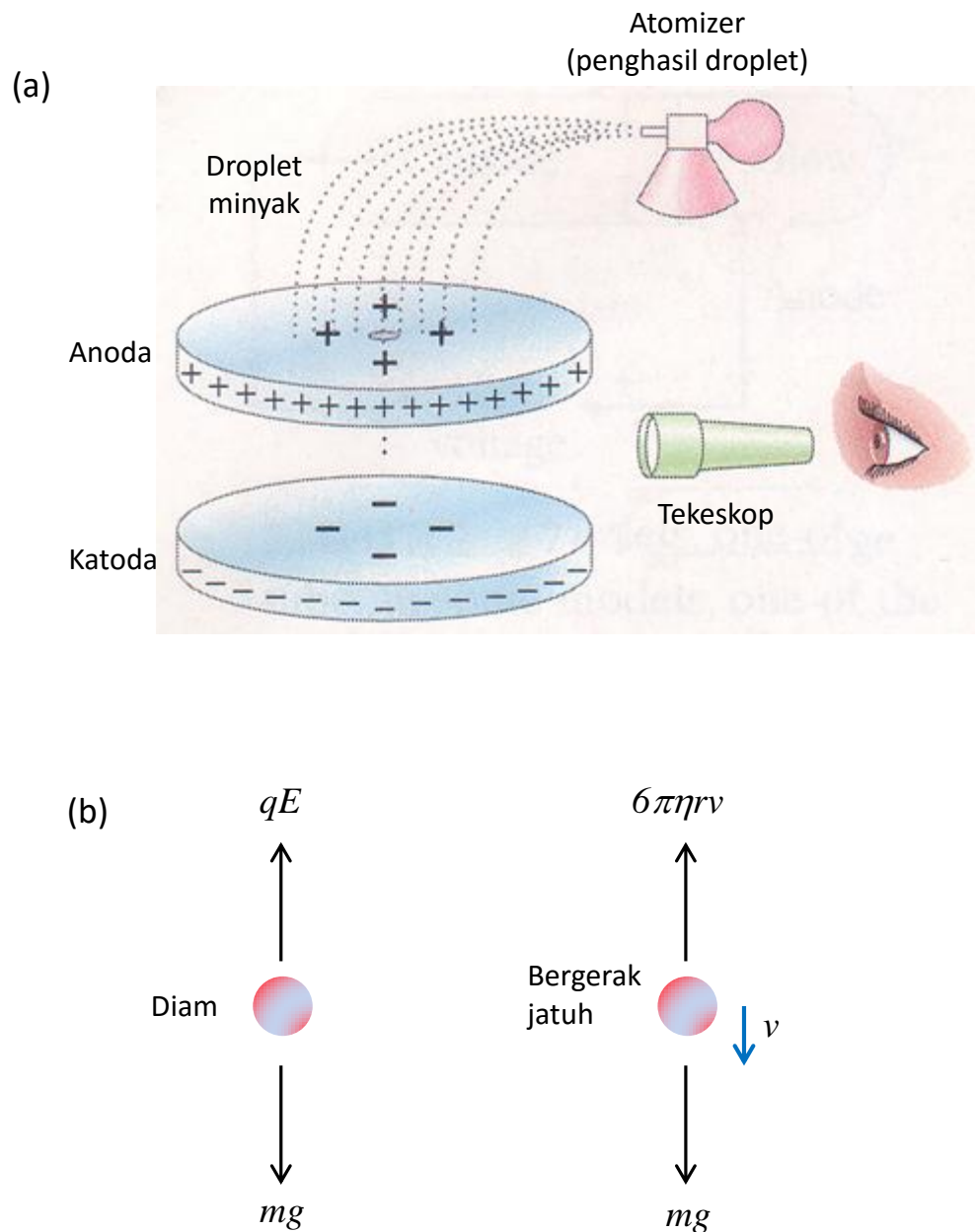
Semua besaran di ruas kanan persamaan (12.5) dapat diukur. Dengan demikian nilai e/m dapat ditentukan. Dari hasil pengukuran yang teliti Thomson mendapatkan

$$\frac{e}{m} = 1{,}76 \times 10^{11} \text{ C/kg}$$

12.3 Percobaan Millikan

Setelah nilai *e/m* dapat ditentukan, yang menjadi tantangan berikutnya adalah menentukan nilai *e* dan *m* sendiri-sendiri. Dari percobaan Thompson, nilai-nilai tersebut tidak dapat ditentukan. Perlu ada satu percobaan lain yang dapat menentukan nilai tersebut. Yang perlu ditentukan cukup satu saja, entah *e* atau *m*. Karena nilai yang lainnya dapat ditentukan berdasarkan nilai *e/m*.

Millikan adalah orang yang berhasil merancang suatu eksperimen yang berhasil mengukur muatan elektron. Percobaan tetesan minyak yang dia lakukan, secara prinsip, cukup sederhana, seperti diilustrasikan pada **Gambar 12.4**. Dua elektroda dipasang dalam posisi horizontal, satu di atas

dan satu dibawah. Antara dua elektroda diberi beda potensial sehingga muncul medan listrik.

Gambar 12.4 (a) Skema percobaan tetes minyak dari Millikan untuk menentukan muatan elektron. (b) gaya-gaya yang bekerja pada tetes minyak: jika tetes diam dan medan listrik antara dua pelat diterapkan maka gaya yang bekerja adalah gaya gravitasi dan gaya listrik. Jika tetes minyak jatuh dan medan listrik dihilangkan maka gaya yang bekerja adalah gaya gravitasi dan gaya gesekan udara yang diberikan oleh persamaan Stokes.

Tetesan minyak disemprotkan ke dalam ruang antar dua elektroda dan diberi muatan negatif. Muatan negatif tersebut bisa dihasilkan dengan

mengionisasi gas antara dua elektroda menggunakan radioaktif atau cara lainnya. Misalkan muatan yang dikandung tetesan minyak q maka, tetesan tersebut mendapat gaya listrik $F_C = qE$.

Di samping itu, karena tetesan minyak memiliki massa maka tetesan tersebut dikenai gaya gravitasi ke bawah sebesar $W = mg$. Polarisasi elektroda diatur sehingga arah gaya listrik ke atas. Besar medan listrik diatur sehingga kedua gaya dalam keadaan seimbang dan partikel tidak bergerak ke atas atau ke bawah. Dalam kondisi ini berlaku

$$qE = mg$$

$$q = \frac{mg}{E} \tag{12.6}$$

Agar q dapat dihitung maka massa tetesan minyak harus ditentukan. Untuk menentukan massa tetesan minyak, medan listrik tiba-tiba dihilangkan sehingga tetesan tersebut bergerak jatuh akibat gravitasi. Tetapi karena di ruang tersebut ada udara maka ada gaya Stokes yang arahnya berlawanan dengan arah gerak tetesan yang besarnya

$$F_S = 6\pi\eta r v \tag{12.7}$$

dengan η viskositas udara, r jari-jari tetesan, dan v laju tetesan. Mula-mula laju jatuh tetesan kecil. Makin lama makin besar hingga suatu saat laju mencapai nilai tertentu yang tidak berubah lagi. Laju ini disebut laju terminal. Pada laju terminal, gaya Stokes sama besar dengan gaya gravitasi, atau

$$6\pi\eta r v = mg$$

Jika ρ adalah massa jenis minyak, maka

$$m = \rho_m V = \rho_m \left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)$$

Dengan demikian

$$6\pi\eta r v = \rho_m \left(\frac{4}{3}\pi r^3\right) g$$

Kalau kalian sederhanakan kalian dapatkan ungkapan untu jari-jari adalah

$$r = \sqrt{\frac{9}{2}\frac{\eta v}{\rho_m g}}$$

Massa tetesan minyak akhirnya dapat ditulis

$$m = \rho_m \left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)$$

$$= \rho_m \times \frac{4\pi}{3} \times \left(\sqrt{\frac{9}{2}\frac{\mu v}{\rho_m g}}\right)^3$$

$$= \frac{4\pi\rho_m}{3}\left(\frac{9}{2}\frac{\mu v}{\rho_m g}\right)^{3/2}$$

sehingga muatan tetesan memenuhi

$$q = \frac{mg}{E}$$

$$= \frac{4\pi\rho_m g}{3E}\left(\frac{9}{2}\frac{\mu v}{\rho_m g}\right)^{3/2} \qquad (12.8)$$

Semua parameter di ruas kanan persamaan (12.8) dapat diukur dalam eksperimen sehingga nilai q dapat ditentukan.

Millikan melakukan pengamatan pada sejumlah besar tetesan minyak dan mendapat sejumlah besar nilai muatan. Namun setelah dianalisi, semua muatan yang diukur nilainya merupakan kelipatan bulat dari suatu nilai muatan sebesar $1{,}602 \times 10^{-19}$ C. Dari sini Millikan berkesimpulan bahwa muatan sebesar $1{,}602 \times 10^{-19}$ C merupakan muatan elementer (muatan terkecil) yang ada dalam atom. Dan muatan tersebut

sama dengan muatan elektron. Jadi disimpulkan bahwa besar muatan elektron adalah

$$e = 1{,}602 \times 10^{-19} \text{ C}$$

Dengan menggunakan perbandingan nilai e/m yang diperoleh dari percobaan Thompson seperti pada persmaan (12.6) maka diperoleh massa elektron

$$m = \frac{e}{e/m}$$

$$= \frac{1{,}602 \times 10^{-19}}{1{,}76 \times 10^{11}} = 9{,}11 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

Contoh 12.1

Pada percobaan Millikan, tetes air yang memiliki diameter 1,20 μm melayang di udara yang diam. Di tempat tersebut terdapat medan liatrik yang berarah ke bawah yang besarnya 462 N/C. (a) Berapakah berat tetesan tersebut? (b) Berapa kelebihan elektron yang dimiliki tetesan tersebut?

Jawab

Diameter tesesan d = 1,20 μm = 1,20 × 10^{-6} m. Volum tetesan

$$V = \frac{1}{6}\pi d^3$$

$$= \frac{1}{6} \times 3{,}14 \times \left(1{,}2 \times 10^{-6}\right)^3$$

$$= 9 \times 10^{-19} \text{ m}^3$$

Massa tetesan: $m = \rho V = 1000 \times (9 \times 10^{-19}) = 9 \times 10^{-16}$ kg

Berat tetesan: $W = mg = (9 \times 10^{-16}) \times 9{,}8 = 8{,}8210^{-15}$ N

(b) Jika muatan listrik tetesan Q maka gaya ke atas listrik ke atas yang dialami tetesan adalah

$$F = QE$$

Karena tetesan diam maka gaya ke atas sama dengan berat tetesan sehingga

$$QE = W$$

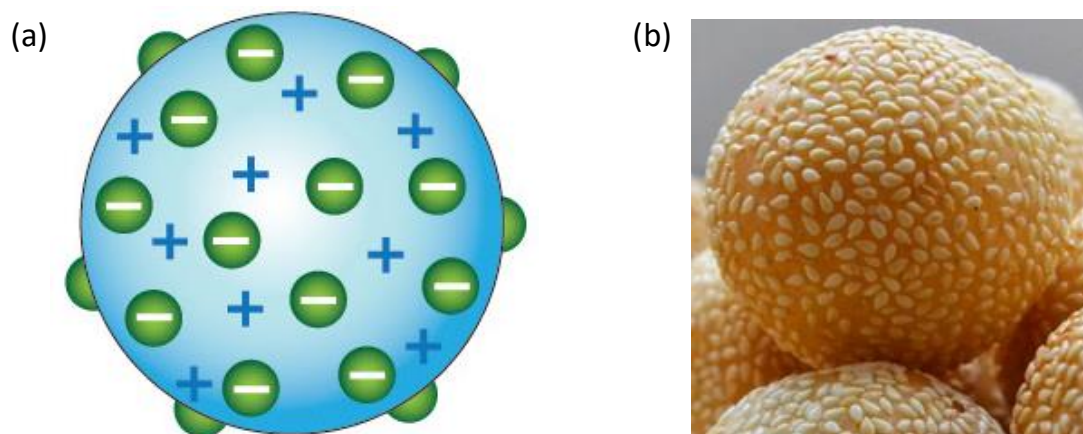
$$Q = \frac{W}{E}$$

$$= \frac{8,82\times 10^{-15}}{462} = 1,91\times 10^{-17}\ \text{C}$$

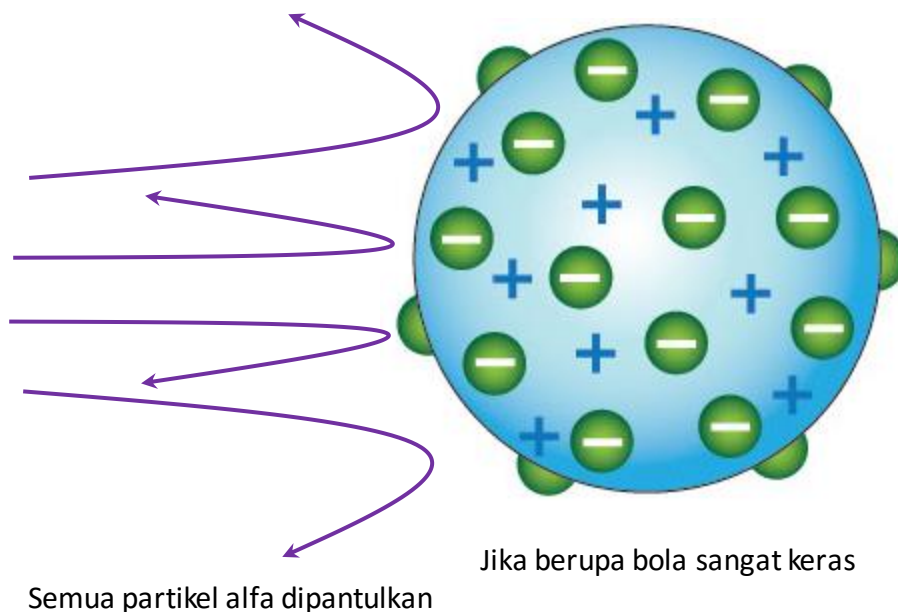
Dengan demikian jumlah kelebihan elektron yang dikandung tetesan air tersebut adalah

$$n = \frac{Q}{e} = \frac{1,91\times 10^{-17}}{1,602\times 10^{-19}} = 119\ \text{ elektron}$$

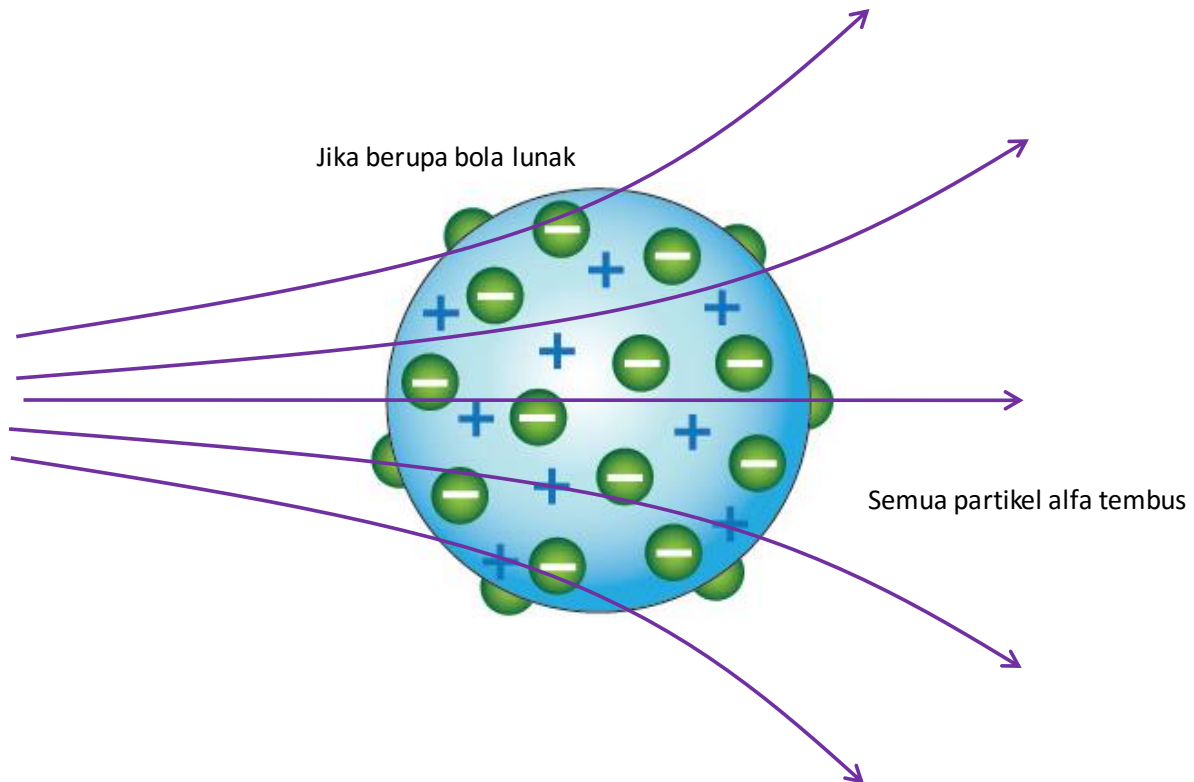
12.4 Model atom Thomson

Konsekuansi dari penemuan elektron sebagai partikel penyusunan atom adalah pemikiran tentang bentuk atom itu sendiri. Penemuan elektron menggagalkan semua teori tentang atom hingga saat itu. Teori atom baru perlu dibangun yang memperhitungkan keberadaan elektron sebagai partikel penyusunan atom. Yang pertama kali menyusun model atom baru ini adalah Thompson.

Gambar 12.5 (kiri) Model atom Thomson. Model ini serupa dengan onde-onde di mana ketan bulat adalah muatan positif dan wijen adalah electron yang bermutan negative (b)

Pada model Thompson, atom dianggap sebagai sebuah bola bermuatan positif yang dipermukaannya ditempeli oleh elektron-elektron. Bentuk atom ini serupa dengan onde-onde dengan muatan negatif adalah wijen dan muatan positif adalah bulatan ketan (**Gambar 12.5**). Dengan demikian, material dibentuk oleh susunan atom-atom yang menyerupai onde-onde tersebut.

Konsekuensi dari model ini adalah, apabila material yang sangat tipis ditempakkan dengan partikel yang memiliki energi sangat tinggi, seperti partikel alfa yang dihasilkan dari peluruhan radioaktif, maka ada dua kemungkinan yang terjadi, yaitu:

Gambar 12.6 Semua partikel dipantulkan oleh atom

a) Semua partikel dipantulkan oleh material (jika dianggap atom-atom merupakan bola yang sangat keras), seperti diilusrtasikan pada **Gambar 12.6.**
b) Semua partikel menembus material (jika dianggap semua atom berupa bola lunak), seperti diilusrtasikan pada **Gambar 12.7.**

Dengan demikian, untuk menguji kebenaran teori atom Thompson kita dapat melakukan percobaan di atas, dan mengamati apakah salah satu kemungkinan di atas muncul. Orang yang pertama kali memikirkan percobaan semacam ini adalah Rutherford.

Gambar 12.7 Semua partikel menembus atom

12.5 Percobaan Rutherford

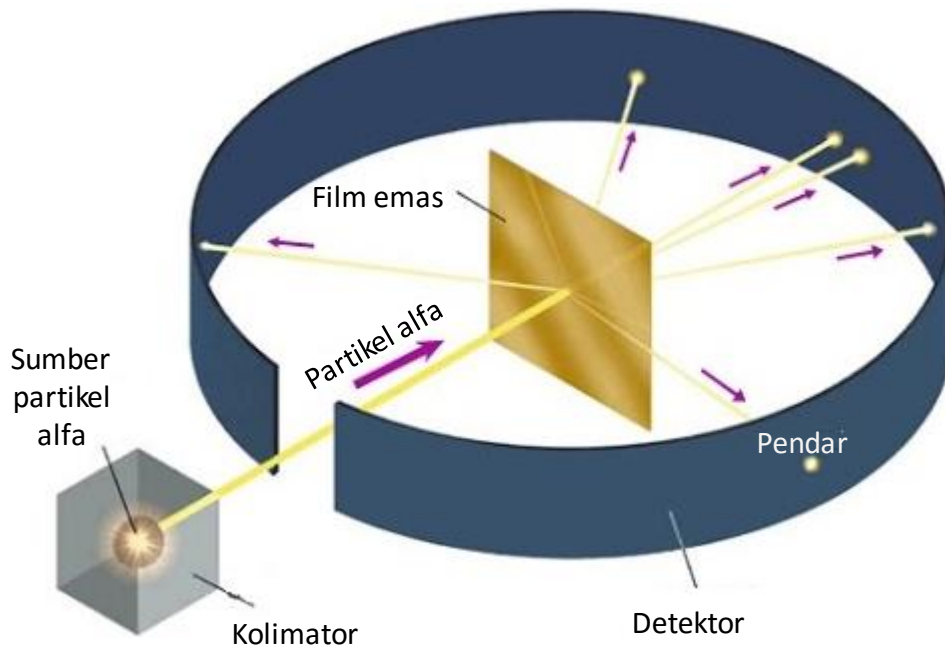
Untuk mengecek model atom Thompson, Rutherford menembakkan lapisan tipis emas dengan partikel alfa. Partikel alfa merupakan partikel berenergi tinggi yang dipancarkan dari unsur radioaktif. Kemudian sinar alfa yang dipantulkan atau diteruskan oleh lapisan emas tersebut dideteksi. Skema percobaan Rutherford tampak pada **Gambar 12.8**.

Hasil dari percobaan Rutherford adalah

a) Sebagian besar partikel alfa menembus material
b) Sebagian kecil partikel partikel tersebut dibelokkan arahnya
c) Lebih sedikit lagi partikel dibelokkan dalam arah hampir berlawanan dengan arah datang semula.

Adanya bermacam-macam sudut pantulan ini tidak dapat dijelaskan dengan model atom Thomson. Dengan demikian model atom Thomson tidak terbukti.

Karena model atom Thomson tidak dapat menjelaskan eksperimen yang dilakukan oleh Rutherford maka perlu dibangun suatu model atom baru. Model atom baru tersebut harus dapat menjelaskan keberadaan

elektron dalam atom yang dapat lepas dalam bentuk sinar katoda. Model atom baru tersebut harus dapat menjelaskan lolosnya sebagian sinar alfa ketika menembus lapisan tipis logam dan terpantulnya hanya sebagian kecil sinar tersebut.

Gambar 12.8 Skema percobaan Rutherford (youtube.com)

12.6 Model atom Rutherford

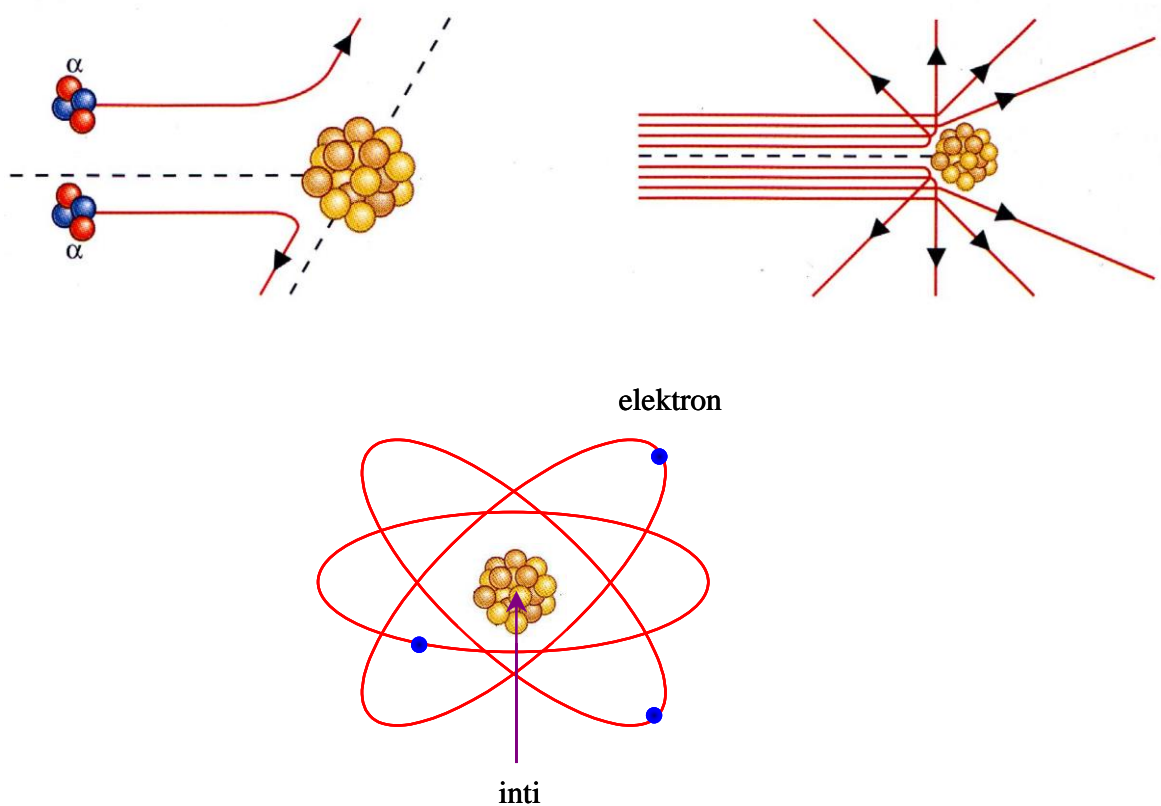
Bagaimana menjelaskan hasil percobaan Rutherford yang tidak sejalan dengan model atom Thompson? Hasil percobaan Rutherford dapat dijelaskan sebagai berikut

a) Sebagian besar volume material merupakan ruang kosong. Ini sesuai dengan pengamatan bahwa sebagian besar paetikel alfa menembus material.
b) Massa atom terkonsentrasi pada volume yang sangat kecil (menyerupai titik). Konsentrasi massa inilah yang memantulkan partikel alfa. Karena volume tersebut sangat kecil maka jumlah partikel alfa yang dipantulkan sangat kecil.
c) Pembelokkan partikel alfa hanya dapat dijelaskan jika konsentrasi massa memiliki muatan yang sama dengan partikel alfa sehingga gaya listrik yang dihasilkan tolak-menolak. Jadi konsentrasi massa atom harus bermuatan listrik positif. Konsentrasi massa yang bermutan

positif ini selanjutnya dinamai **inti atom**.

d) Karena atom juga mengandung elektron yang bermuatan negatif, maka elektron haruslah berada di sekitar inti.

e) Karena elektron dan inti saling tarik-menarik melalui gaya Coulomb, maka agar elektron tidak bergabung dengan inti, elektron haruslah berputar mengitari inti dengan kecepatan tertentu. Hal ini serupa dengan planet-planet yang berputar mengitari matahari untuk menghindari jatuh ke matahari akibat gaya gravitasi.

Hipotesis atom Rutherford diilustrasikan pada Gambar 12.9.

Gambar 12.9 (atas) Penjelasan tentang hasil percobaan Rutherford dan (b) model atom Rutheford

12.7 Energi atom Rutherford

Dengan model seperti system tata surya maka kita dapat menghitung energi yang dimiliki elektron yang mengitari inti atom. Kita mulai dengan menentukan gaya yang dialami elektron. Besar gaya tarik elektron dan inti adalah

$$F = k\frac{(Ze)e}{r^2} \quad (12.9)$$

dengan $k = 1/4\pi\varepsilon_o$ = 9 × 10⁹ N m²/C², e = 1.6 × 10⁻¹⁹ C, Ze = muatan listrik inti, dan r = jarak elektron ke inti. Elektron akan tetap pada lintasannya di sekitar inti jika terpenuhi

$$k\frac{Ze^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \quad (12.10)$$

di mana v laju elektron dan m massa elektron.

Mari kita tentukan energi elektron yang sedang mengitari inti, yang terdiri dari energi kinetik dan energi potensial. Energi kinetik elektron dapat diturunkan dari persamaan (12.10). Kalikan dua ruas pada persamaan (12.10) dengan $r/2$ maka diperoleh

$$\frac{r}{2}\times k\frac{Ze^2}{r^2} = \frac{r}{2}\times\frac{mv^2}{r}$$

$$\frac{1}{2}k\frac{Ze^2}{r} = \frac{1}{2}mv^2$$

Tetapi ruas kanan persamaan di atas tidak lain daripada ungkapan energi kinetik elektron. Jadi, energi kinetik elektron dapat diungkapkan pula dalam bentuk persamaan berikut ini

$$E_k = \frac{1}{2}k\frac{Ze^2}{r} \quad (12.11)$$

Dengan menggunakan rumus yang sudah kalian pelajari di bab elektrostatik, energi potensial elektron terhadap inti dapat ditulis

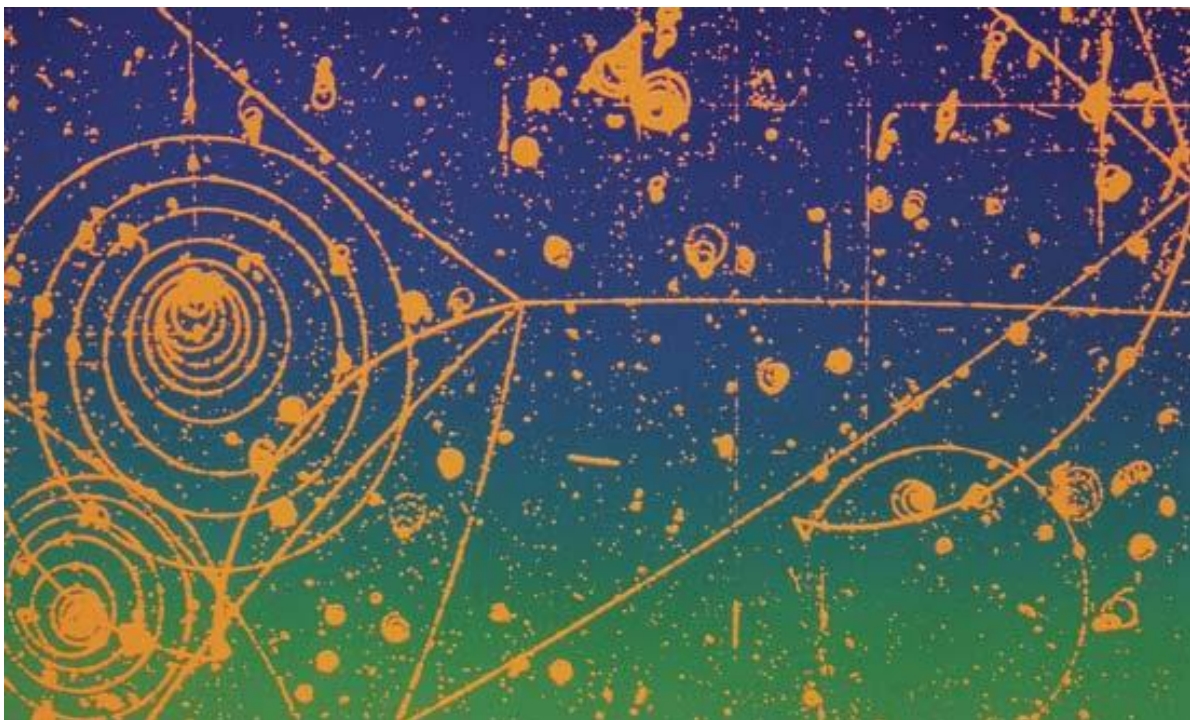
$$E_p = -k\frac{Ze^2}{r} \quad (12.12)$$

Dengan demikian energi total elektron adalah

$$E = E_k + E_p$$

$$= \frac{1}{2}k\frac{Ze^2}{r} + \left(-k\frac{Ze^2}{r}\right)$$

$$= -\frac{1}{2}k\frac{Ze^2}{r} \qquad (12.13)$$

Telah kalian pelajari di bab dinamika bahwa partikel yang bergerak dalam lintasan lingkaran memiliki percepatan ke arah pusat (percepatan sentripetal). Demikian pula dengan elektron yang mengitari inti. Elektron tersebut selalu mengalami percepatan ke pusat inti. Menurut teori elektrodinamika klasik, setiap benda bermutan listrik dan memiliki percepatan akan memancarkan gelombang elektromagetik. Karena elektron memiliki muatan listrik negatif maka seharusnya elektron terus menerus memancarkan gelombang elektromagnetik selama mengitari inti. Karena gelombang elektromagnetik merupakan salah satu bentuk energi, maka pemancaran gelombang elektromagnetik oleh elektron menyebabkan energi elektron makin berkurang.

Gambar 12.10 Lintasan partikel bermutan yang semula berupa lingkaran berubah menjadi spiral (Kids Brittanica)

Berdasarkan persamaan (12.13) energi total elektron berbanding terbalik dengan jarak dari inti, tetapi berharga negatif. Jadi berkurangnya energi total elektron harus disertai dengan makin dekatnya jarak elektron dengan inti. Dengan demikian, makin lama jarak elektron ke inti makin kecil karena terus-menerus dipancarkan gelombang elektronmagnetik. Lintasan elektron di sekitar inti bukan lagi berupa lingkaran, tetapi berubah menjadi spiral, seperti diilustrasikan pada **Gambar 12.10**. Pada akhirnya elektron akan jatuh bersatu dengan inti, yang berarti eksistensi atom menjadi hilang. Dengan kata lain, konsekuansi modal atom Rutherford adalah atom tidak stabil. Tetapi prediksi ini tidak sesuai dengan pengamatan bahwa atom sangat stabil.

12.8 Model atom Bohr

Untuk mengatasi masalah yang dihadapi model atom Rutherford, Bohr mengusulkan model kuantum untuk atom. Bohr pada dasarnya mendukung model atom Rutherford, tetapi elektrodinamika klasik dibatasi keberlakuannya pada skala atom. Bangunan atom sebagai inti yang dikelilingi elektron seperti yang dikemukakan Rutherford benar. Hanya Bohr mengusulkan keberadaan sejumlah lintasan yang dimiliki elektron sehingga teori elektrodinamika klasik tidak berlaku. Jika elektron berada pada lintasan-lintasan tersebut maka elektron tidak memancarkan gelombang sehingga energi elektron tetap dan lintasannya tidak berubah. Lintasan-lintasan tersebut disebut lintasan stasioner atau orbit.

Jika berada di luar lintasan stasioner maka teori elektrodinamika klasik berlaku dan elektron memancarkan gelombang elektromagnetik. Akibatnya, energi elektron berakurang dan elektron jatuh ke lintasan stasioner yang memiliki energi lebih rendah.

Pancaran gelombang elektromagnetik tersebut diamati sebagai spectrum atom. Jadi spektrum atom diamati ketika terjadi perpindahan elektron dari lintasan stasioner yang memiliki energi tinggi ke lintasan elektron yang memiliki energi rendah.

Lintasan stasioner yang dimiliki elektron adalah lintasan yang menghasilkan momentum sudut elektron sebagai kelipatan bulat dari $h/2\pi$. Jadi pada lintasan stasioner berlaku

$$L = n\frac{h}{2\pi} \qquad (12.14)$$

dengan L momentum sudut elektron, h tetapan Planck, dan n adalah bilangan bulat 1,2,3 .... Parameter n sering disebut **bilangan kuantum utama**. Untuk gerakan dalam lintasan lingkaran, momentum sudut memenuhi rumus

$$L = mvr \tag{12.15}$$

dengan m massa elektron, v laju elektron, dan r jari-jari lintasan elektron (jarak elektron ke inti). Dari persamaan (12.14) dan (12.15) kita dapat menulis

$$mvr = n\frac{h}{2\pi} \tag{12.16}$$

Selanjutnya kita akan mencari ungkapan jari-jari orbit elektron serta energi yang dimiliki elektron ketika berada di orbit-orbit tersebut. Kita dapat mengolah persaman (12.16) sebagai berikut

$$mv = n\frac{h}{2\pi r}$$

Kuadratkan ke dua sisi persamaan di atas maka diperoleh

$$m^2v^2 = n^2\frac{h^2}{4\pi^2 r^2} \tag{12.17}$$

Kalikan ke dua sisi persamaan (12.17) dengan $1/2m$ maka

$$\frac{1}{2m}\times m^2v^2 = \frac{1}{2m}\times n^2\frac{h^2}{4\pi^2 r^2}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = n^2\frac{h^2}{8\pi^2 mr^2} \tag{12.18}$$

Sisi kiri persamaan (12.18) tidak lain daripada ungkapan energi kinetik. Kalian sudah lihat, ungkapan energi kinetik dapat juga ditulis dalam bentuk persamaan (12.11). Dengan menggabungkan persamaan (12.11) dan (12.18) kita dapatkan

$$\frac{1}{2}k\frac{Ze^2}{r} = n^2\frac{h^2}{8\pi^2 mr^2} \tag{12.19}$$

Kalikan dua sisi persamaan (12.19) dengan $2r^2/kZe^2$, diperoleh

$$\frac{2r^2}{kZe^2}\times\frac{1}{2}\frac{Ze^2}{r} = \frac{2r^2}{kZe^2}\times n^2\frac{h^2}{8\pi^2 mr^2}$$

yang akhirnya memberi ungkapan jari-jari lintasan elektron

$$r = n^2\left(\frac{h^2}{4\pi^2 kZme^2}\right) \tag{12.20}$$

Teori Bohr berlaku untuk atom yang hanya memiliki satu elektron seperti atom hidrogen atau atom lain yang hampir semua elektron (hanya menyisakan satu) terlepas dari atom. Untuk atom hidrogen kita memiliki $Z = 1$ sehingga jari-jari orbit elektron dalam atom dapat ditulis

$$r = n^2\left(\frac{h^2}{4\pi^2 kme^2}\right) = n^2 a_{HB} \tag{12.21}$$

dengan

$$a_{HB} = \frac{h^2}{4\pi^2 kme^2} \tag{12.22}$$

dikenal dengan **jari-jari Bohr untuk atom hidrogen**. Nilai a_{HB} adalah

$$a_{HB} = \frac{\left(6,625\times 10^{-34}\right)^2}{4\times(3,14)^2\times\left(9\times 10^9\right)\times\left(9,1\times 10^{-31}\right)\times\left(1,602\times 10^{-19}\right)^2}$$

= 5.35×10^{-11} m

Karena 1 Å = 10^{-10} m, maka a_{HB} = 0.535 Å.

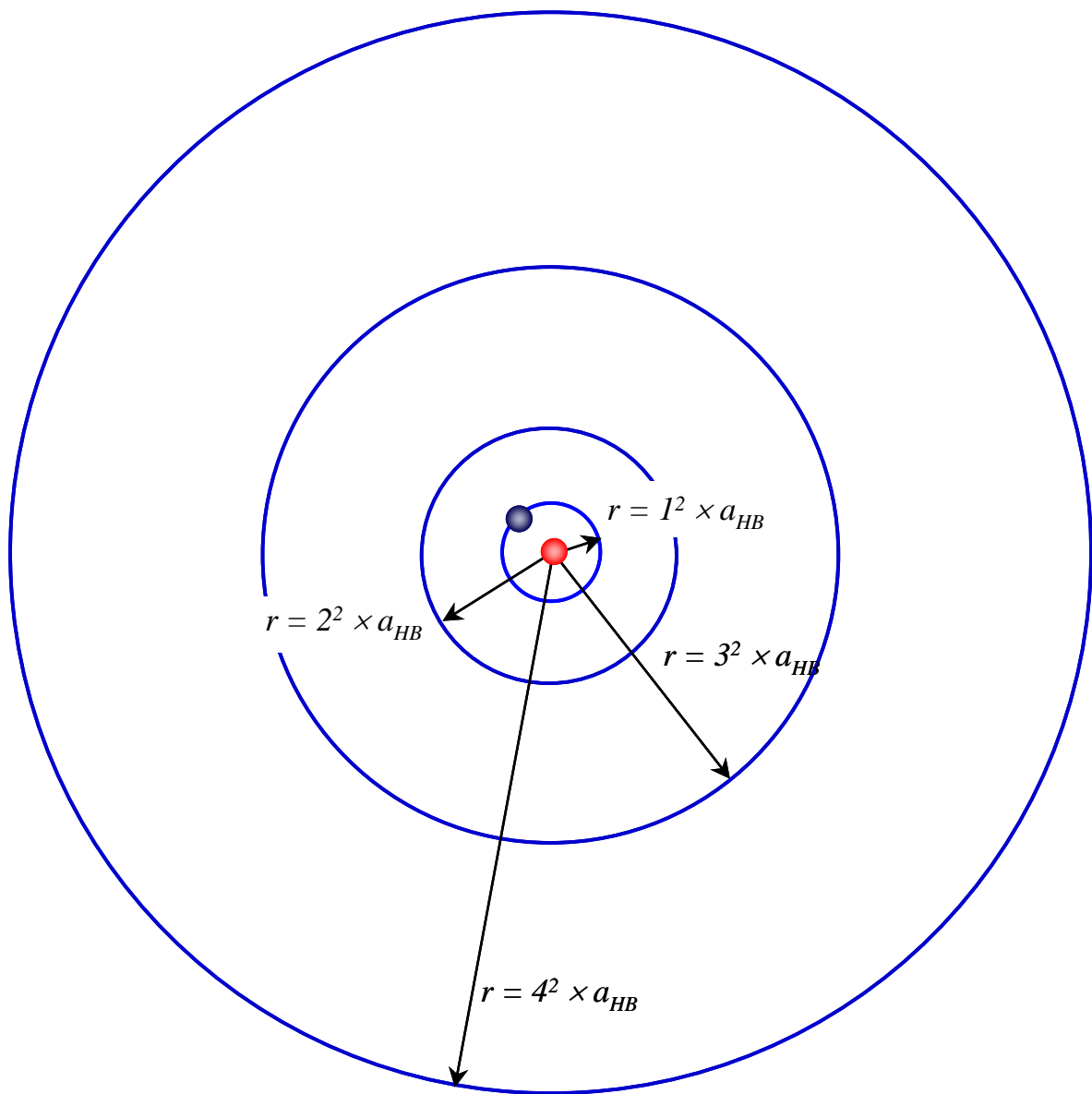
Contoh

n = 1 $r = 1^2 \times 0.535$ Å = 0,535 Å

n = 2 $r = 2^2 \times 0.535$ Å = 2,14 Å

n = 3 $r = 3^2 \times 0.535$ Å = 4,815 Å

n = 4 $r = 4^2 \times 0.535$ Å = 8,56 Å

Tampak dari persamaan (12.21) bahwa jari-jari orbit berbanding lurus dengan kuadrat bilangan kuantum utama. **Gambar 12.11** dalah contoh jari-jari lintasan elektron pada beberapa bilangan kuantum utama.

Gambar 12.11 Jari-jari orbit elektron untuk beberapa nilai bilangan kuantum utama

12.9 Energi spektrum atom hidrogen

Substitusi r yang diungkapkan oleh persamaan (12.21) ke ke dalam ungkapan energi total yang diungkapkan oleh persamaan (12.13) diperoleh

$$E_n = -\frac{1}{2}k\frac{Ze^2}{r_n} = -\frac{k}{2}\frac{Ze^2}{\left(n^2\left[h^2/4\pi^2 kZme^2\right]\right)}$$

$$= -\frac{\left(2\pi^2 k^2 mZ^2 e^4/h^2\right)}{n^2} \qquad (12.23)$$

Atom memancarkan energi radiasi elektromagnetik jika elektron berpindah dari lintasan bernergi tinggi ke lintasan bernergi rendah. Sebaliknya, jika elektron berpindah dari lintasan dengan energi rendah ke lintasan dengan energi tinggi, atau menyerap energi dari luar.

Ketika elektron berada pada lintasan dengan n_1, energi total yang dimilikinya adalah

$$E_{n1} = -\frac{\left(2\pi^2 k^2 mZ^2 e^4/h^2\right)}{n_1^2}$$

dan ketika berada pada lintasan dengan n_2, energi yang dimilikinya adalah

$$E_{n2} = -\frac{\left(2\pi^2 k^2 mZ^2 e^4/h^2\right)}{n_2^2}$$

Jika elektron meloncat dari lintasan dengan n_1 ke lintasan dengan n_2 maka perubahan energinya adalah

$$\Delta E_{n_1 n_2} = E_{n_1} - E_{n_2} = -\frac{\left(2\pi^2 k^2 mZ^2 e^4/h^2\right)}{n_1^2} - \left[-\frac{\left(2\pi^2 k^2 mZ^2 e^4/h^2\right)}{n_2^2}\right]$$

$$= \frac{2\pi^2 k^2 mZ^2 e^4}{h^2}\left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2}\right) \qquad (12.24)$$

Jika $n_1 > n_2$ maka loncatan tersebut memancarkan gelombang dengan

panjang λ, atau energi hc/λ yang persis sama dengan $\Delta E_{n_1 n_2}$. Jadi

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{2\pi^2 k^2 m Z^2 e^4}{h^2}\left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2}\right)$$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{2\pi^2 k^2 m Z^2 e^4}{h^3 c}\left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2}\right) \tag{12.25}$$

Untuk atom hidrogen, Z =1, sehingga persamaan (12.25) dapat ditulis menjadi

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2}\right) \tag{12.26}$$

dengan

$$R_H = \frac{ke^2}{2hca_{HB}} \tag{12.27}$$

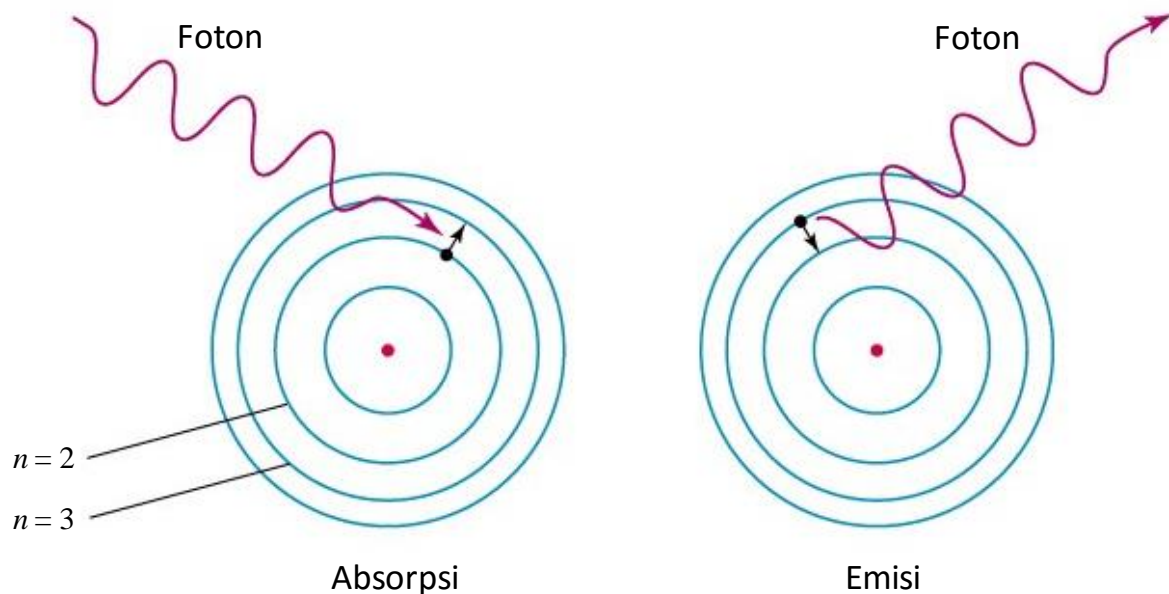
disebut konstanta Rydberg.

Konstanta Rydberg diperoleh dari hasil eksperimen. Untuk membuktikan kebenaran teori atom Bohr, kita bisa mengecek apakah konstanta Rydberg yang diungkapkan oleh persamaan (12.27) yang diperoleh dari teori atom Bohr sesuai dengan hasil pengamatan. Dengan menggunakan k =9×10^9 N m^2/C^2, e = 1,602 ×10^{-19} C, h = 6,625×10^{-34} J/s, c = 3×10^8 m/s, dan a_{HB} = 5,35 ×10^{-11} m, didapatkan

$$R_H = \frac{9\times 10^9 \times \left(1{,}602\times 10^{-19}\right)^2}{2\times 6{,}625\times 10^{-34}\times 3\times 10^8 \times 5{,}35\times 10^{-11}} = 1{,}07\times 10^7 \text{ m}^{-1}$$

Nilai ini sangat dekat dengan nilai pengamatan sebesar 1,097 × 10^7 m^{-1} . Ini adalah salah bukti bahwa teori atom Bohr untuk atom hidrogen benar.

Elektron dapat menyerap energy dari luar seperti energy foton. Jika menyerap foton maka electron dari kulit dalam dapat berpindah ke kulit luar asalkan energy foton tersebut minimal sama dengan selisih energy dua kulit maka electron dapat meloncat ke kulit yang lebih luar. Proses ini disebut absorpsi foton seperti diilustrasikan pada **Gambar 12.12** (kiri). Sebaliknya,

electron dari kulit luar dapat meloncat ke kulit yang lebih dalam dengan melepas foton yang energinya sama dengan selisih energy dua kuilit. Proses ini disebt emisi foron seperti diilustrasikan pada **Gambar 12.12** (kanan).

Gambar 12.12 (kiri) Jika menyerap foton maka electron dari kulit dalam dapat berpindah ke kulit luar asalkan energy foton tersebut minimal sama dengan selisih energy dua kulit. (kanan) electron dari kulit luar dapat meloncat ke kulit yang lebih dalam dengan melepas foton yang energinya sama dengan selisih energy dua kuilit

12.10 Keadaan dasar dan eksitasi

Energi atom hidroogen paling rendah jika elektron menempati orbit dengan n = 1. Kedaan ini disebut **keadaan dasar**. Atom hidrogen memiliki energi lebih tinggi jika elektron menempati orbit dengan bilangan kuantum utama lebih besar. Keadaan di mana elektron menempati bilangan kuantuk utama yang bukan satu disebut **keadaan tereksitasi**. Jika elektron lepas dari ikatannya dengan proton maka bisa dikatakan elektron menempati bilangan kuatum utama tak berhingga. Keadaan ini disebut **keadaan terionisasi**. Dalam keadaan ini atom hidrogen terurai menjadi dua ion yang berbeda muatan listrik.

Jika pada atom hidrogen diberikan energi yang cukup maka elektron dapat menyerap energi tersebut sehingga dapat meloncat ke keadaan dengan bilangan kuantum lebih tinggi. Peristiwa ini disebut **eksitasi**. Sebaliknya, jika atom meloncat ke orbit dengan bilangan kuantum utama lebih kecil maka dipancarkan foton dengan energi sama dengan selisih

energi ke dua orbit tersebut. Peristiwa ini disebut **deeksitasi.**

Ketika kita melihat benda atau atom memancarkan spectrum maka yang terjadi dalam atom adalah peristiwa eksitasi dan deeksitasi secara terus menerus. Atom menerima energi dari luar untuk proses eksitasi. Dalam waktu yang sangat cepat elektron yang tereksitasi tersebut melakukan peorses deeksitasi sehingga memancarkan spectrum. Dalam waktu yang cepat pula, elektron tersebut kembali dieksitasi kemudian di-deeksitasu. Begitu terus menerus.

12.11 Deret spektrum atom hidrogen

Hasil ekprimen yang sangat menantang untuk dijelaskan adalah adanya deret-deret spectrum garis yang dilimili atom hidrogen. Salah satu deret tersebut adalah deret spectrum garis yang berada dalam daerah cahaya tampak. Tahun 1885, Balmer menunjukkan bahwa panjang gelombang garis-garis spectrum cahaya tampak yang dipancarkan atom higrogen dapat diungkapkan dalam rumus sederhana

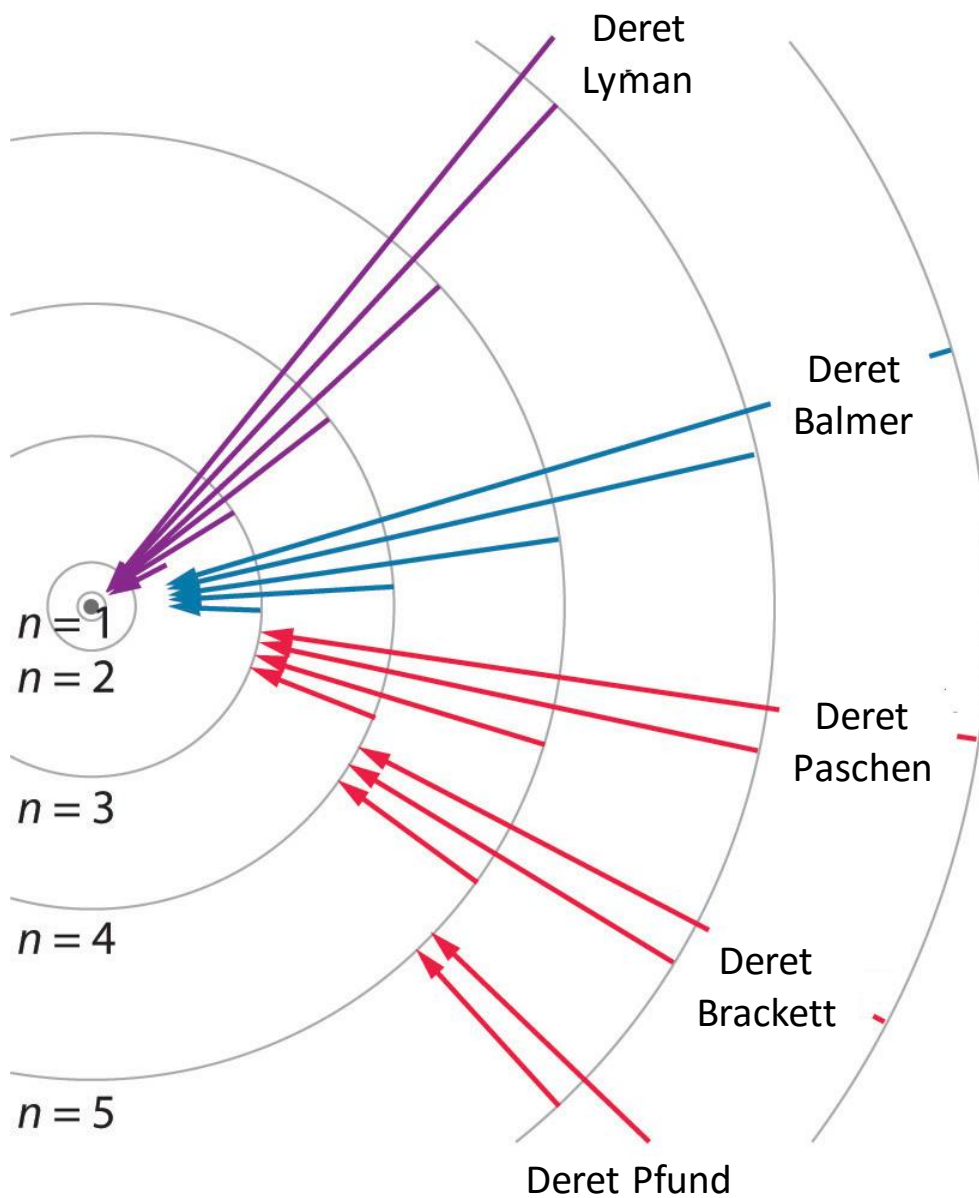
$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right) \qquad (12.28)$$

Apakah model atom Bohr dapat penjelaskan pengamatan ini?

Coba kalian amati persamaan (12.26). Jika kalian menggunakan n_1 = 2 maka kalian akan mendapatkan persamaan (12.28). Dengan kata lain, deret Balmer adalah spectrum yang dipancarkan oleh atom hidrogen ketika elektron meloncar dari orbit dengan bilangan kuantum utama lebih dari dua ke orbit bilangan kuantum utama dua.

Di samping menjelaskan secara tepat pengamatan deret Balmer, teori atom Bohr juga meramalkan keberdaan deret-deret lain. Di antara deret tersebut adalah

a) Deret **Lyman** yang dihasilkan oleh transisi elektron dari bilangan kuatum utama lebih dari satu ke bilangan kuatum utama satu. Panjang gelombang dalam deret Lyman memenuhi

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n_1^2} \right)$$

Gambar 12.13 Transisi elektron yang memancarkan spectrum pada deret Lyman, Balmer, Paschen, Brackett, dan Pfund.

b) Deret **Paschen** yang dihasilkan oleh transisi elektron dari bilangan kuatum utama lebih dari tiga ke bilangan kuatum utama tiga. Panjang gelombang dalam deret Paschen memenuhi

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n_1^2} \right)$$

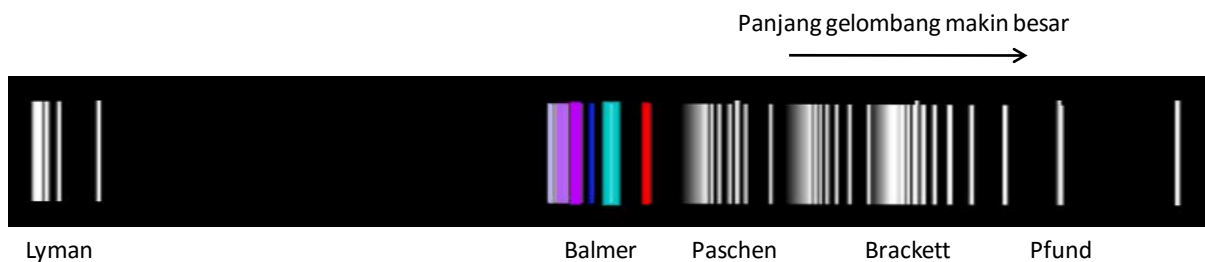
c) Deret **Brackett** yang dihasilkan oleh transisi elektron dari bilangan kuatum utama lebih dari empat ke bilangan kuatum utama empat. Panjang gelombang dalam deret Brackett memenuhi

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n_1^2}\right)$$

d) Deret **Pfund** yang dihasilkan oleh transisi elektron dari bilangan kuatum utama lebih dari lima ke bilangan kuatum utama lima. Panjang gelombang dalam deret Pfund memenuhi

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n_1^2}\right)$$

Transisi yang menghasilkan deret-deret tersebut diilustrasikan pada **Gambar 12.13.**

Gambar 12.14 adalah lokasi deret-deret yang dimiliki atom hidrogen. Deret Lyman memiliki panjang gelombang sangat pendek dan berada di daerah ultraviolet. Beberapa garis pada deret Paschen, Bracket, dan Pfund berimpitan.

Gambar 12.14 Lokasi deret atom hidrogen

Contoh 12.2

Tentukan panjang gelombang garis pertama deret Lyman, yaitu gelombang yang dipancarkan ketika elektron berpindah dari n_1 = 2 ke n_2 = 1.

Jawab

Dengan persamaan (12.26) maka

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n_1^2}\right)$$

$$= 1{,}097\times 10^7\left(1 - \frac{1}{2^2}\right)$$

$$= 8{,}23\times 10^6$$

$$\lambda = \frac{1}{8{,}23\times 10^6} = 1{,}2\times 10^{-7} \text{ m}$$

Contoh 12.3

Berapa frekuensi garis Balmer yang dipancarkan ketika elektron loncat dari keadaan dengan nilangan kuantum utama 7 ke keadaan dengan bilangan kuantum utama 2?

Jawab

Diberikan n_1 = 7

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n_1^2}\right) = (1{,}097\times 10^7)\times\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{7^2}\right)$$

$$= (1{,}097\times 10^7)\times\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{49}\right) = (1{,}097\times 10^7)\times 0{,}23$$

$$= 2{,}52\times 10^6$$

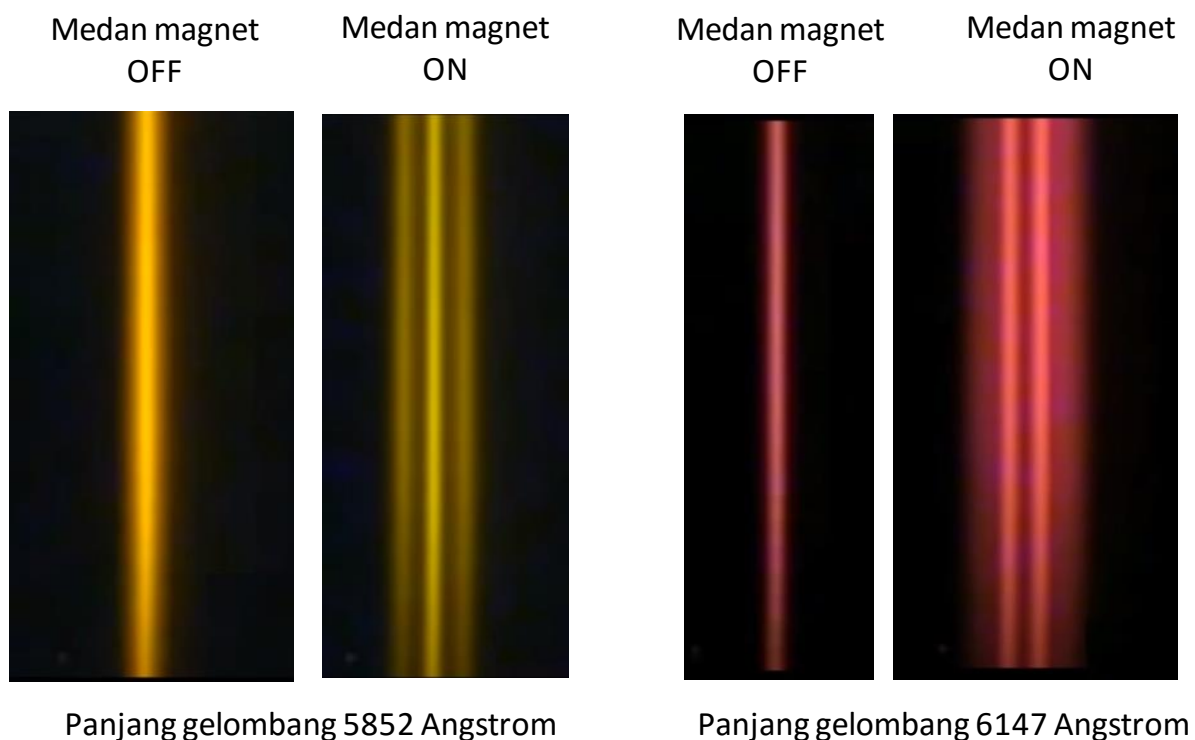
atau

$$\lambda = \frac{1}{2{,}52\times 10^6} = 3{,}97\times 10^{-7} \text{ m}$$

12.12 Efek Zeeman

Jika ada arus yang bergerak melingkar maka dihasilkan momen magnet. Elektron yang mengitari inti atom serupa dengan arus yang bergerak dalam lintasan lingkaran sehingga menghasilkan momen magnet. Ketika atom tersebut ditempatkan dalam medan magnet luar maka terjadi interaksi antara momen magnet tersebut dengan medan magnet sehingga timbul energi interaksi. Akibatnya, energi yang dimiliki elektron bukan lagi hanya diungkapkan oleh persamaan (12.23) tetapi mengandung juga komponen interkasi tersebut. Akibat dari interaksi ini maka spectrum yang

semula satu garis ketika atom tidak berada dalam medan magnet berubah menjadi sejumlah garis berdekatan ketika atom ditempatkan dalam medan magnet luar yang cukup kuat. Pengamatan ini pertama kali dilaporkan oleh Zeeman sehingga dikenal dengan efek Zeeman. **Gambar 12.15** adalah contoh pengamatan efek Zeeman pada gas neon. Gas neon memancarkan spectrum pada sejumlah panjang gelombang, di antaranya adalah pada panjang gelombang 5.852 angstrom dan 6.147 angstrom. Tanpa kehadiran medan magnet maka spektrou tersebut diamati sebagai sebuat spaktrum garis. Namun, ketika diberikan medan magnet yang sangat kuat maka satu garis berubah menjadi beberapa garis terpisah.

Untuk menjelaskan efek Zeeman secara teoretik maka kehadiran bilangan kuatum utama n saja. Perlu diperkanalkan bilangan-bilangan kuantum lain untuk menjelaskan pengamatan tentang spectrum atom lebih lengkap. Ternyata kita perlu memperkenalkan empat bilangan kuantum untuk menjelaskan keadaan atom secara lengkap. Baik untuk atom hidrogen maupun atom-atom berelektron banyak. Keempat bilangan kuantum tersebut sebagai berikut

Gambar 12.15 Contoh efek Zeeman pada gas neon. (kiri) spectrum dengan panjang gelombang 5.852 anstrom dan (kanan) spectrum dengan panjang gelombang 6.147 anstrom (www.science-photos.gr)

a) Bilangan kuantum utama, n. Bilangan ini pertama kali dipernalkan Bohr pada saat merumuskan teori atom hidrogen. Khusus untuk atom hidrogen, bilangan kuantum ini adalah satu-satunya bilangan kuantum yang menyatakan energi elektron atom hidrogen, yaitu

$$E_n = -\frac{13,56}{n^2}$$

dengan n memiliki nilai dari 1 sampai ∞.

b) Bilangan kuantum orbital, ℓ. Bilangan ini menyatakan besarnya momentum sudut yang dimiliki elektron. Untuk setiap nilai n, bilangan kuantum orbital memiliki n buah nilai, yaitu dari 0 sampai n-1. Jadi, untuk n = 5, nilai ℓ adalah 0, 1, 2, 3, dan 4. Jika nilai bilangan kuantum orbital sebuah elektron ℓ maka besar momentum sudut yang dimiliki elektron tersebut adalah

$$L = \sqrt{\ell(\ell+1)}\frac{h}{2\pi} \tag{12.29}$$

Contoh 12.4

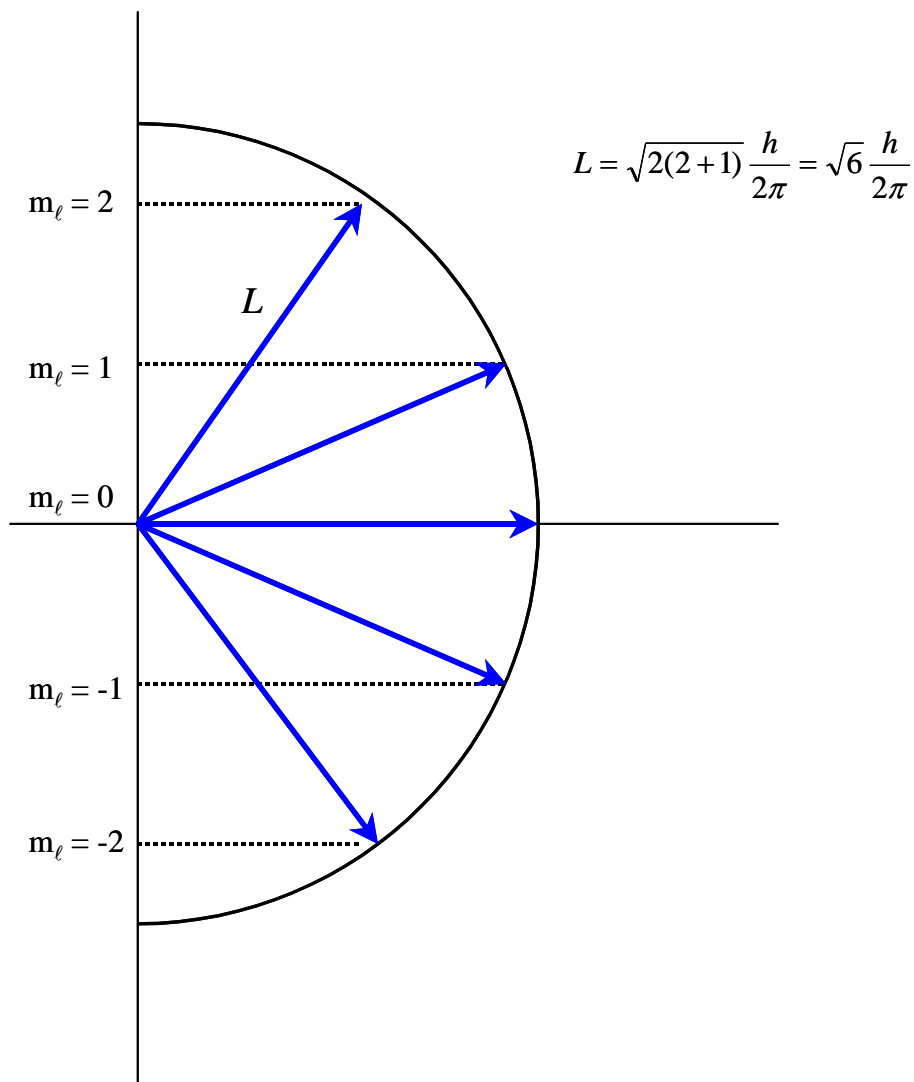
Sebuah elektron berada dalam keadaan dengan bilangan kuantum utama n = 3. Tentukan momentum-momentum sudut yang dapat dimiliki elektron tersebut.

Jawab

Untuk n = 3 maka bilangan kuantum orbital adalah ℓ = 0, 1, dan 2. Momentum-momentum sudut yang mungkin dimiliki elektron adalah

Untuk ℓ = 0: $L = \sqrt{\ell(\ell+1)}\frac{h}{2\pi} = \sqrt{0(0+1)}\frac{h}{2\pi} = 0$

Untuk ℓ = 1: $L = \sqrt{1(1+1)}\frac{h}{2\pi} = \sqrt{2}\frac{h}{2\pi}$

Untuk ℓ = 2: $L = \sqrt{2(2+1)}\frac{h}{2\pi} = \sqrt{6}\frac{h}{2\pi}$

Gambar 12.16 Kemungkinan arah orientasi momentum sudut elektron dalam medan magnet.

c) Bilangan kuatum magnetic, m_ℓ. Jika sebuah momen magnet berinteraksi dengan medan magnet maka hanya komponen yang searah medan yang memberi sumbangan pada energi interaksi sedangkan kompnen yang tegak lurus medan tidak memberikan sumbangan pada energi interaksi. Jika elektron dengan bilangan kuantuk orbital ℓ ditempatkan dalam medan magnet, maka arah orientasi orbital tersebut bisa bermacam-macam. Ada yang hampir sejajar dengan medan magnet dan ada yang tegak lurus dengan medan magnet. Besarnya kompnen momentum sudut yang searah dengan medan magnet memenuhi

$$L_z = m_\ell \frac{h}{2\pi}$$

Dengan bilangan kuantum magnetic m_ℓ memiliki harga antara $-\ell$ sampai $+\ell$. Atau nilai-nilai m_ℓ yang mungkin adalah m_ℓ = $-\ell$, $-(\ell-1)$, $-(\ell-2)$, ..., -2, -1, 0, 1, 2, ..., $(\ell-2)$, $(\ell-1)$, ℓ. **Gambar 12.16** adalah ilustrasi arah orientasi momentum sudut elektron.

Contoh 12.5

Elektron memiliki momentum sudut ℓ = 3. Berapa bilangan kuantum magnetic yang mungkin dimiliki elektron tersebut? Dan tentukan besar komponen momentum sudut dalam arah medan magnet yang berkaitan dengan bilangan kuantum magnetic tersebut?

Jawab

Nilai-nilai m_ℓ yang mungkin adalah m_ℓ = -3, -2, -1, 0, 1, 2, dan 3.

Untuk m_ℓ = -3: $L_z = -3\times\frac{h}{2\pi} = -\frac{3}{2}\frac{h}{\pi}$

Untuk m_ℓ = -2: $L_z = -2\times\frac{h}{2\pi} = -\frac{h}{\pi}$

Untuk m_ℓ = -1: $L_z = -1\times\frac{h}{2\pi} = -\frac{h}{2\pi}$

Untuk m_ℓ =: $L_z = -0\times\frac{h}{2\pi} = 0$

Untuk m_ℓ = +1: $L_z = +1\times\frac{h}{2\pi} = +\frac{h}{2\pi}$

Untuk m_ℓ = +2: $L_z = +2\times\frac{h}{2\pi} = +\frac{h}{\pi}$

Untuk m_ℓ = +3: $L_z = +3\times\frac{h}{2\pi} = +\frac{3}{2}\frac{h}{\pi}$

Contoh 12.6

Bilangan kuantum utama elektron adalah n = 3. Tentukan semua bilangan kuantum orbital dan bilangan kuantum magnetic yang mungkin dimiliki elektron tersebut.

Jawab

Untuk n = 3, maka bilangan kuantum orbital yang mungkin adalah ℓ

= 0, 1, dan 2. Bilangan kuantum magnetic yang berkaitan dengan bilangan-bilangan kuantum orbital di atas adalah

Untuk ℓ = 0, m_ℓ = 0 saja

Untuk ℓ = 1, m_ℓ = -1, 0, dan +1

Untuk ℓ = 2, m_ℓ = -2, -1, 0, +1, dan +2

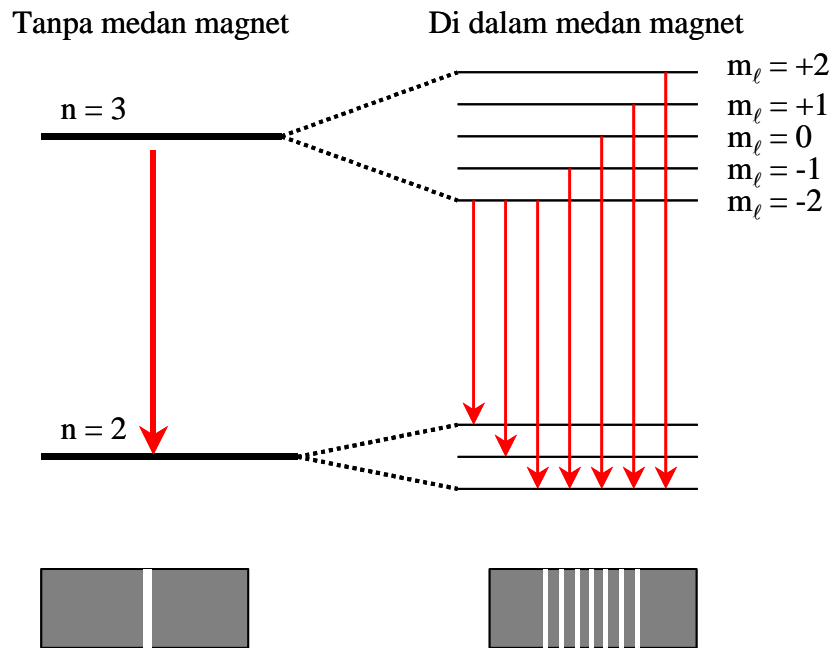
Contoh 12.7

Elektron melakukan transisi dari bilangan kuantum utama n = 3 ke bilangan kuantum utama n = 2. Berapa garis spectrum yang muncul jika atom tidak ditempatkan dalam medan magnet dan jika ditempatkan dalam medan magnet.

Jawab

Jika tidak ditempatkan dalam medan magnet maka hanya satu garis yang muncul yang berkaitan dengan selisih energi keadaan dengan n = 3 dengan keadaan dengan n = 2. Tetapi jika ditempatkan dalam medan magnet maka muncul energi intearksi antara orbital eketron dengan medan magnet luar yang menghasilkan pemecahan keadaan dengan n = 2 dan dengan n = 3 atas sejumlah tingkat energi berdekatan. Tingkat energi tersebut ditentukan oleh bilangan kuantum magnetik.

a) Untuk n = 3, bilangan kuantum ℓ yang mungkin adalah 0, 1, dan 2. Untuk ℓ = 0, hanya dihasilkan m_ℓ = 0. Untuk ℓ = 1, dihasilkan m_ℓ = -1, 0, dan +1. Dan Untuk ℓ = 2, dihasilkan m_ℓ =-2, -1, 0, +1, dan +2.
b) Untuk n = 2, bilangan kuantum ℓ yang mungkin adalah 0 dan 1. Untuk ℓ = 0, hanya dihasilkan m_ℓ = 0. Dan untuk ℓ = 1, dihasilkan m_ℓ = -1, 0, dan +1.

Dari uraian di atas maka keadaan dengan bilangan kuantum utama n = 3 terpecah menjadi lima keadaan dengan m_ℓ =-2, -1, 0, +1, dan +2. Keadaan dengan bilangan kuantum utama n = 2 terpecah menjadi tiga keadaan dengan m_ℓ = -1, 0, dan +1. Tingkat energi elektron menjadi sebagai seperti pada **Gambar 12.7.** Tampak jelas bahwa spektrum yang semula hanya satu garis menjadi terurai atas beebrapa garis dengan energi yang sangat berdekatan. Penguraian spektrum tersebut hanya dapat diamati dengan spektrometer dengan resolusi dangat tinggi.

Gambar 12.17 Tingkat energi pada n = 3 dan n = 2 dan transisi yang mungkin

Jarak pisah antar garis-garis spektrum yang terpisah akibat atom ditempatkan dalam medan magnet berbanding lurus dengan kuat medan magnet. Dalam bidang astronomi, fenomena ini menjadi sangat penting. Dengan mengukur jarak pisah antar garis spektrum yang dipancarkan bintang maka kuat medan listrik di permukaan bintang tersebut dapat ditentukan.

d) Bilangan kuantum spin, m_s. Untuk elektron, bilangan kuantum ini hanya memiliki dua nilai yaitu m_s = -1/2 dan m_s = +1/2. Keberdaan bilangan kuantum ini pertama kali ditunjukkan oleh P.A.M. Dirac setelah menerapkan teori relativitas Einstein pada teori kuatum. Teori yang ia bangun dinamakan teori relatitas kuantum. Namun, sebelumnya sudah ada eksperimen yang menunjukkan keberadaan bilangan kuantum tersebut. Eksperimen tersebut dilakukan oleh Stern dan Gerlach. Penjelasan secara teoritik bilangan kuantum tersebut baru diberikan oleh Dirac.

Contoh 12.8

Sebutkan keadaan-keadaan yang mungkin untuk elektron yang memiliki bilangan kuantum utama n = 3.

Jawab

Untuk n = 3, maka bilangan kuantum orbital yang mungkin adalah ℓ = 0, 1, dan 2.

Untuk bilangan kuantum orbital ℓ = 0, hanya ada satu m_ℓ, yaitu m_ℓ = 0.

Untuk bilangan kuantum orbital ℓ = 1, ada tiga m_ℓ yang mungkin, yaitu m_ℓ = -1, 0, dan +1.

Untuk bilangan kuantum orbital ℓ = 2 ada lima m_ℓ yang mungkin, yaitu m_ℓ = -2, -1, 0, +1, dan +2.

Setiap nilai m_ℓ ada dua nilai m_s yang mungkin, yaitu m_s = -1/2 dan m_s = +1/2.

Jadi total keadaan yang mungkin adalah (1 + 3 + 5) × 2 = 18 keadaan.

Tabel berikut adalah daftar bilangan kuantum yang mungkin

n	ℓ	m_ℓ	m_s	**n**	ℓ	m_ℓ	m_s
3	2	-2	-1/2	3	2	2	+1/2
3	2	-2	+1/2	3	1	-1	-1/2
3	2	-1	-1/2	3	1	-1	+1/2
3	2	-1	+1/2	3	1	0	-1/2
3	2	0	-1/2	3	1	0	+1/2
3	2	0	+1/2	3	1	1	-1/2
3	2	1	-1/2	3	1	1	+1/2
3	2	1	+1/2	3	0	0	-1/2
3	2	2	-1/2	3	0	0	+1/2

12.13 Kaidah seleksi

Secara umum, keadaan elektron dalam atom dinyatakan oleh empat bilangan kuataum: utama, orbital, magnetik, dan spin. Tiap keadaan berkaitan dengan energi tertentu. Elektron menyerap energi jika berpindah dari keadaan dengan energi rendah ke keadaan dengan energi tinggi. Sebaliknya elektron memancarkan energi kerika berpindah dari keadaan dengan energi tinggi ke keadaan dengan energi rendah.

Pertanyaan berikutnya, apakah elektron dapat berpindah dari satu keadaan ke sembarang keadaan lain? Ternyata jawabannya tidak. Elektron hanya dapat berpindah dari satu keadaan ke keadaan lain yang memenuhi syarat tertentu. Syarat ini yang dikenal dengan **kaidah seleksi** adalah yang memenuhi

$$\Delta\ell = \pm 1 \qquad (12.30)$$

Kaidah seleksi ini menyatakan bahwa hanya dapat berpindah antara dua keadaan dengan selisih bilangan kuantum orbital ±1. Jika mula-mula elektron memiliki ℓ = 4 maka transisi yang dijinkan adalah pada keadaan dengan ℓ = 3 atau ℓ = 5. Selain itu tidak boleh.

12.14 Larangan Pauli

Setelah membahas cukup mendalam tentang atom hidrogen, mari kita bahas secara singkat atom yang mengandung elektron lebih dari satu. Untuk atom hidrogen yang tidak berada dalam medan magnet, tingkat energi hanya bergantung pada bilangan kuantum utama, n. Namun untuk atom berlektron banyak, tingkat energi secara umum bergantung pada n dan ℓ. Perbedaan ini disebabkan misalnya karena adanya interkasi antar elektron yang dimiliki atom tersebut.

Dalam atom berlektron banyak, elektron-elektron dipandang menempati keadaan-keadaan yang direpresentasikan oleh empat bilangan kuantu, n, ℓ, m_ℓ, dan m_s. Pertanyaan berikutnya adalah, berapa buah elektron yang boleh memiliki bilangan kuantum yang sama. Apakan boleh lebih dari satu elektron memiliki n, ℓ, m_ℓ, dan m_s yang persisi sama? Jawaban atas pertanyaan ini diberikan oleh Wolfgang Pauli melalui prinsip larangan. Prinsip ini menyatakan

Tidak boleh lebih dari satu elektron dalam sebuah atom memiliki empat bilangan kuantum yang sama.

Prinsip ini mengatur bagaimana penempatan elektron-elekton dalam sebuah atom. Contohnya berikut ini.

1) Atom helium

Atom ini memiliki dua elektron. Kita menempatkan elektron mulai dari kedaan dasar, yaitu n = 1.

Jika n = 1, maka hanya ada ℓ = 0.

Jika ℓ = 0 maka hanya ada m_ℓ, = 0.

Untuk m_ℓ, = 0 maka ada dua nilai m_s yang mungkin, yaitu m_s = -1/2 dan m_s = +1/2.

Jadi, pada tom helium, satu elektron memiliki n = 1, ℓ = 0, m_ℓ, = 0, dan m_s = -1/2 sedangkan elektron lain memiliki n = 1, ℓ = 0, m_ℓ, = 0, dan m_s = +1/2.

2) Atom litium

Atom ini memiliki tiga elektron. Pada bilangan kuantum utama n = 1, ada dua elektron yang bisa ditempatkan. Elektron ketiga akan menempati keadaan dengan bilangan kuantum utama n = 2.

Untuk n = 2, ada dua bilangan kuantum orbital yang mungkin, yaitu ℓ = 0 dan 1. Keadaan dengan ℓ = 0 memiliki energi lebih rendah. Agar elektron berada dalam keadaan dasar maka elektron tersebut harus menempati keadaan dengan ℓ = 0.

Untuk ℓ = 0 maka hanya ada m_ℓ, = 0.

Untuk m_ℓ, = 0 maka ada dua nilai m_s yang mungkin, yaitu m_s = -1/2 dan m_s = +1/2.

Jadi, pada atom litium, dua elektron menempati keadaan dengan n = 1, dan satu elektron menempati keadaan dengan n = 2, ℓ = 0, m_ℓ, = 0, dan m_s = -1/2 atau m_s = +1/2.

12.15 Kulit dan subkulit

Elektron yang memiliki bilangan kuantuk utama, n, yang sama dikatakan berada pada **kulit** yang sama. Jika n = 1 kita sebut kulit K, jika n = 2 kita sebut kulit L, jika n = 3 kita sebut kulit M, dan seterusnya. Elektron yang memiliki n dan ℓ yang sama dikatakan berada pada **subkulit** yang sama. Jika ℓ = 0 kita namakan subkulit s, jika ℓ = 1 kita namakan subkulit p, jika ℓ = 2 kita namakan subkulit d. Mulai dari ℓ = 3, nama sub kulit mengikuti alfabet f, g, h, i, dan seterusnya.

Untuk nilai ℓ tertentu, nilai-nilai m_ℓ yang mungkin adalah $-\ell$, $-(\ell-1)$, …, -1, 0, +1, … $+(\ell-1)$, dan $+\ell$. Dengan demikian, untuk nilai ℓ tertentu, variasi nilai m_ℓ yang mungkin adalah $(2\ell+1)$ buah. Tiap nilai m_ℓ ada dua nilai m_s yang mungkin, yaitu m_s = -1/2 atau m_s = +1/2. Dengan demikian, Pada keadaan dengan nilai ℓ tertentu ada $2 \times (2\ell+1)$ elektron yang bisa ditempatkan. Jadi

d) pada sub kulit s (ℓ = 0), jumlah elektron yang dapat ditempatkan adalah $2(2\times0+1)$ = 2 elektron.

e) pada sub kulit p (ℓ = 1), jumlah elektron yang dapat ditempatkan adalah $2(2\times1+1)$ = 6 elektron.

f) pada sub kulit d (ℓ = 2), jumlah elektron yang dapat ditempatkan adalah $2(2\times2+1)$ = 10 elektron.

g) pada sub kulit f (ℓ = 3), jumlah elektron yang dapat ditempatkan adalah $2(2\times3+1)$ = 14 elektron.

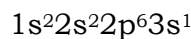
h) Dan seterusnya.

12.16 Konfigurasi elektron

Secara umum, energi elektron dalam atom ditentukan oleh bilangan kuantum n dan ℓ. Untuk nilai n tertentu, nilai ℓ yang lebih kecil memiliki energi lebih kecil. Elektron-elektron mula-mula diisi pada keadaan dengan energi lebih rendah. Pengisian keadaan oleh elektron (konfigurasi) elektron biasanya dinyatakan dengan menuliskan bilangan kuantum utama yang diiskuti oleh orbital dan jumlah elektron yang menempati orbitar tersebut yang dinyatakan dalam tanda supercript. Urutan penulisan mulai dari yang memiliki energi kecil adalah

1s, 2s, 2p, 3s, 3p, 4s, dan seterusnya.

Contonya, atom natrium memiliki 11 elektron. Orbital 1s maksimal diisi dua elektron. Orbital 2s maksimal diisi dua elektron. Orbital 2p maksimal diisi enam elektron. Orbital 3s maksimal diisi dua elektron. Jadi, konfigurasi elektron pada atom natrium (diisi hingga 11 elektron) adalah

$1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$

Konfigurasi elektron dalam keadaan dasar sejumlah unsure ditampilkan di Tabel 12.1

12.17 Spektrum sinar-X

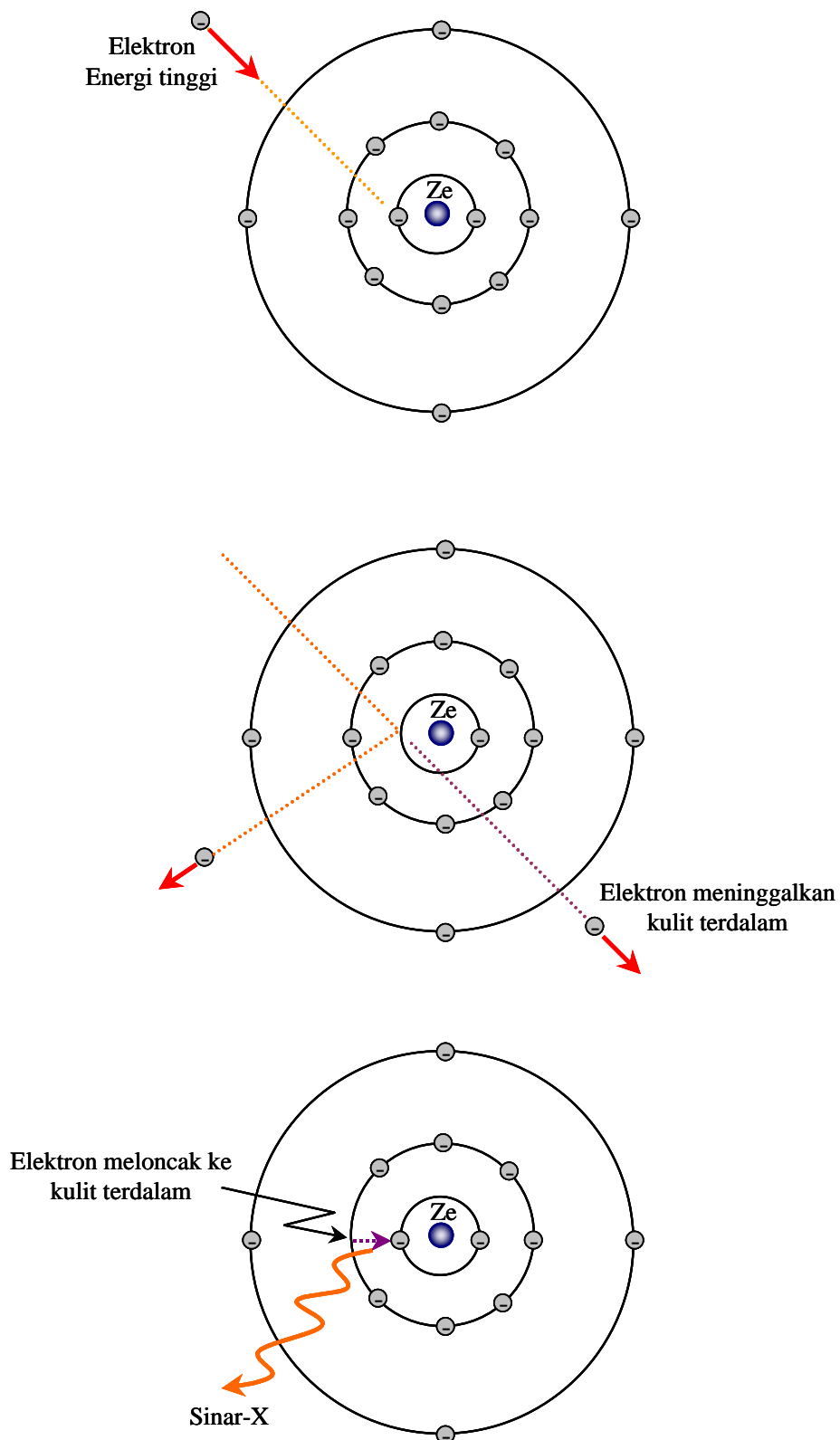
Spektrum infra merah, cahaya tampak dan ultraviolet yang dipancarkan atom-atom dihasilkan oleh transisi elektron-elektron kulit terluar atom tersebut. Energi yang berubah akibat transisi tersebut bersesuaian dengan energi foton sinar inframerah sampai ultraviolet.

Jika inti atom mengandung banyak proton maka elektron-elektron kulit terdalam mengalami gaya Coulomb yang santa besar. Akibatnya, energi yang dimiliki elektron tersebut sangat besar. Jika terjadi transisi elektron antar kulit terdalam suatu atom yang memiliki nomor atom besar (Z besar) maka dipancarkan energi foton yang tinggi. Gelombang elektromagnetik yang dipancarkan berada dalam daerah sinar X.

Bagaimana caranya agar kita dapat mentraisi elektron pada kulit terdalam dalam atom yang memiliki nomor massa besar? Caranya adalah menembakkan atom material tersebut dengan elektron yang bernergi sangat

tinggi. Jika elektron yang ditembakkan mengenai elektron yang berada pada kulit terdalam, maka elektron di kulit terdalam atom dapat terpental keluar. Akibatnya, kulit terdalam menjadi tidak penuh. Elektron pada julit berikutnya jatuh mengisi tempat kosong di kulit terdalam, disertai pemancaran gelombang elektromagnetik. Untuk nomor atom besar, gelombang EM yang dipancarkan berada dalam daerah sinar-X. **Gambar 12.18** adalah contoh mekansime produksi sinar-X.

Tabel 12.1 Konfigurasi elektron beberapa unsure dalam keadaan dasar.

Jumlah elektron	Namam unsur	Konfigurasi elektron
1	H	$1s^1$
2	He	$1s^2$
3	Li	$1s^2 2s^1$
4	Be	$1s^2 2s^2$
5	B	$1s^2 2s^2 2p^1$
6	C	$1s^2 2s^2 2p^2$
7	N	$1s^2 2s^2 2p^3$
8	O	$1s^2 2s^2 2p^4$
9	F	$1s^2 2s^2 2p^5$
10	Ne	$1s^2 2s^2 2p^6$
11	Na	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$
12	Mg	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2$
13	Al	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^1$
14	Si	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^2$
15	P	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^3$
16	S	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4$
17	Cl	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^5$
18	Ar	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$
19	K	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^1$
20	Ca	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2$
21	Sc	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^1 4s^2$
22	Ti	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^2 4s^2$
23	V	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^3 4s^2$
24	Cr	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^4 4s^2$
25	Mn	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^5 4s^2$
26	Fe	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^6 4s^2$

Gambar 12.18 Mekanisme produksi sinar-X

Kulit-kilit dalam atom berlektron banyak sering diberi simbol K untuk kulit terdalam (n = 1), L untuk kulit kedua dari dalam (n = 2), M untuk kulit ketiga dari dalam (n = 3), dan seterusnya. Berdasarkan jenis kulit yang menjadi tujuan transisi elektron yang jatuh mengisi tempat kosong, kita mengklasifikan garis-garis sinar-X yang dipanxarkan atom sebagai

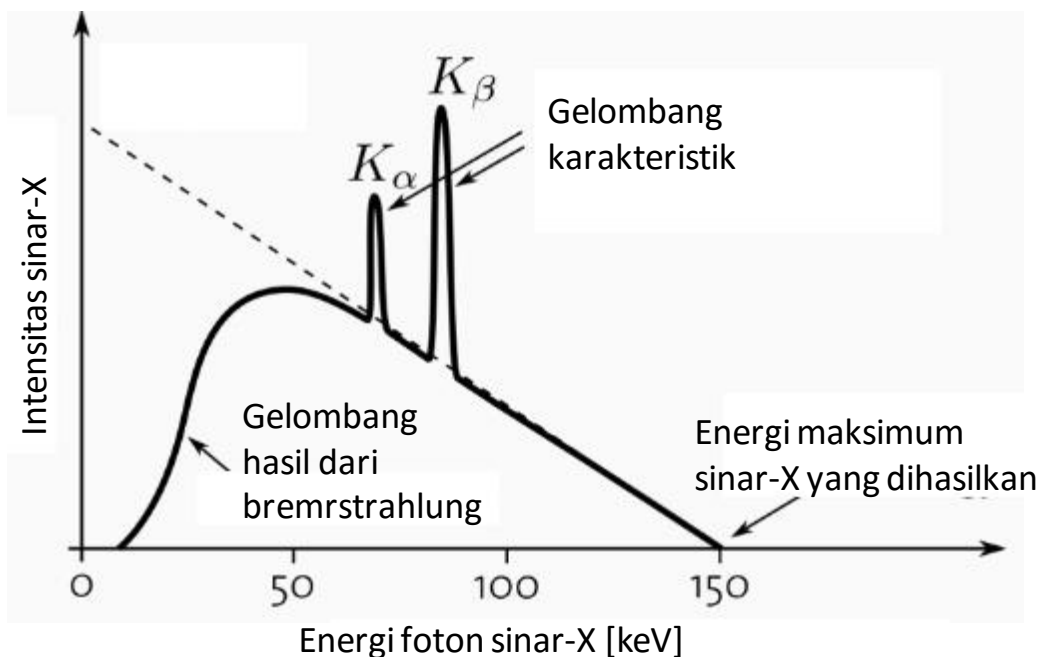
i. Garis K: dihasilkan oleh transisi elektron dari kulit lebih luar ke kulit K
ii. Garis L: dihasilkan oleh transisi elektron dari kulit lebih luar ke kulit L
iii. Garis M: dihasilkan oleh transisi elektron dari kulit lebih luar ke kulit M

Garis K pun bisa menghasilkan panjang gelombang yang berbeda-beda.

a) Garis akibat transisi elektron dari kulit L ke kulit K disebut garis K_α
b) Garis akibat transisi elektron dari kulit M ke kulit K disebut garis K_β
c) Garis akibat transisi elektron dari kulit N ke kulit K disebut garis K_γ

Demikian pula dengan garis L.

a) Garis akibat transisi elektron dari kulit M ke kulit L disebut garis L_α
b) Garis akibat transisi elektron dari kulit N ke kulit L disebut garis L_β
c) Dan seterusnya

Jika permukaan logam dalam tabung hampa ditembak dengan elektron bernergi tinggi maka dihasilkan spektrum sinar-X seperti pada **Gambar 12.19**

Gambar 12.19 Spektrum sinar-X yang dihasilkan jika molibdenium ditembak dengan elektron bernergi 50 keV.

Kita amati spektrum keseluruhan terdiri dari dua macam spektrum, yaitu spektrum kontinu dan beberapa puncak tajam. Spektrum kontinu dihasilkan akibat perlambatan elektron oleh atom. Partikel yang bermuatan yang dipercepat atau diperlambat akan memancarkan gelombang elektromagnetik (bremstrahlung). Untuk elektron yang memiliki energi di atas 30 keV, jika diperlambat oleh atom maka gelombang elektromagnetik yang dipancarkan berada dalam daerah sinar-X. Puncak-puncak tajam dihasilkan oleh transisi elektron dari kulit luar ke kulit dalam. Pada Gambar 59.18 kita amati garis K_α dan K_β dari atom milibdenium.

Lokasi garis tajam pada spektrum tidak bergantung pada energi elektron yang ditembakkan pada material tetapi semata-mata bergantung pada material target. Penyebabkanya karena garis tersebut dihasilkan akibat transisi elektron antar kulit material target. Sebaliknya lokasi spektrum kontinu bergantung pada energi elektron yang ditembakkan pada material. Jika elektron dipercepat dalam benda potensial V, maka energi elektron ketika sampai di anoda (material target) adalah $E = eV$. Jika seluruh energi tersebut diubah menjadi gelombang elektromagnetik maka panjang gelombang yang dihasilkan, λ_o, memenuhi

$$hf_o = eV$$

$$h\frac{c}{\lambda_o} = eV$$

atau panjang gelombang sinar-X yang dihasilkan adalah

$$\lambda_o = \frac{hc}{eV} \qquad (12.31)$$

Tidak semua energi elektron dapat diubah menjadi gelombang lektromagnetik. Jadi, tidak semua energi elektron diubah menjadi sinar-X. Akibatnya, energi foton sinar-X yang dihasilkan banyak yang lebih kecil dari energi elektron yang menumbuk material. Ini berakibat pula, panjang gelombang sinar-X yang dihasilkan banyak yang lebih besar dari λo. Secara umum, panjang gelombang sinar-X yang dihasilkan memenuhi

$$\lambda \ge \lambda_o \qquad (12.32)$$

Panjang gelombang λ_o sering disebut panjang gelombang "cut off". Ini merupakan panjang gelombang yang terkecil yang dapat dihasilkan.

12.18 Hukum Moseley

Penjelasan tentang panjang spektrum garis sinar-X pertama kali diberikan oleh Moseley tahun 1914. Moseley mendapatkan bahwa panjang gelombang spektrum garis sinar-X memenuhi

$$\lambda \propto \frac{1}{(Z-1)^2} \qquad (12.33)$$

dengan Z adalah nomor atom material target. Hukum ini bisa dijelaskan sebagai berikut. Jika elektron kulit K terpental keluar dari atom, maka elektron-elektron pada kulit luar akan melihat inti atom dan satu elektron yang tersisi dan kulit K. Elektron di kulit L, M, N, dan seterusnya melihat inti dan satu elektron yang tersisi di kulit K berperan seolah-olah sebagai inti baru dengan muatan efektif $+Ze - e = (Z\text{-}1)e$ (muatan total inti dikurangi muatan elektron di kulit K). Jika Z pada persamaan (12.26) diganti dengan (Z-1) kita dapatkan energi foton yang dipancarkan atom adalah

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{2\pi^2 k^2 m (Z-1)^2 e^4}{h^3 c}\left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2}\right)$$

Tampak dari persamaan di atas bahwa

$$\frac{1}{\lambda} \propto (Z-1)^2$$

yang persis sama dengan hukum Moseley.

Contoh 12.9

Jika panjang gelombang terpendek pada spektrum kontinu sinar-X dari suatu tabung adalah 0,030 nm, berapa tegangan antara dua elektroda tabung?

Jawab

Dengan menguunakan persamaan (59.40) maka

$$V = \frac{hc}{e\lambda_o} = \frac{(6,626\times10^{-34})\times(3\times10^{8})}{(1,6\times10^{-19})\times(3,0\times10^{-10})} = 4141 \text{ V}$$

Contoh 12.10

Perkirakan panjang sinar-X yang dihasilkan akibat transisi elektron dari keadaan n = 2 ke keadaan n = 1 dalam atom krom (Z = 24)

Jawab

Persamaan (12.31) untuk atom hidrogen dapat kita tulis sebagai berikut

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{2\pi^2 k^2 m Z^2 e^4}{h^3 c}\left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2}\right)^2$$

$$= \frac{2\pi^2 k^2 m e^4}{h^3 c}\left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2}\right) Z^2$$

$$= R_H \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2}\right) Z^2$$

Panjang gelombang sinar-X yang dihasilkan diperoleh dengan mengganti Z pada persamaan di atas dengan Z-1. Jadi Panjang gelombang sinar-X yang dihasilkan atom Co akibat transisi dari n = 2 ke n = 1 memenuhi

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2}\right)(Z-1)^2$$

$$= (1,097\times10^{7})\times\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{4^2}\right)\times(23)^2 = 4,35\times10^{9}$$

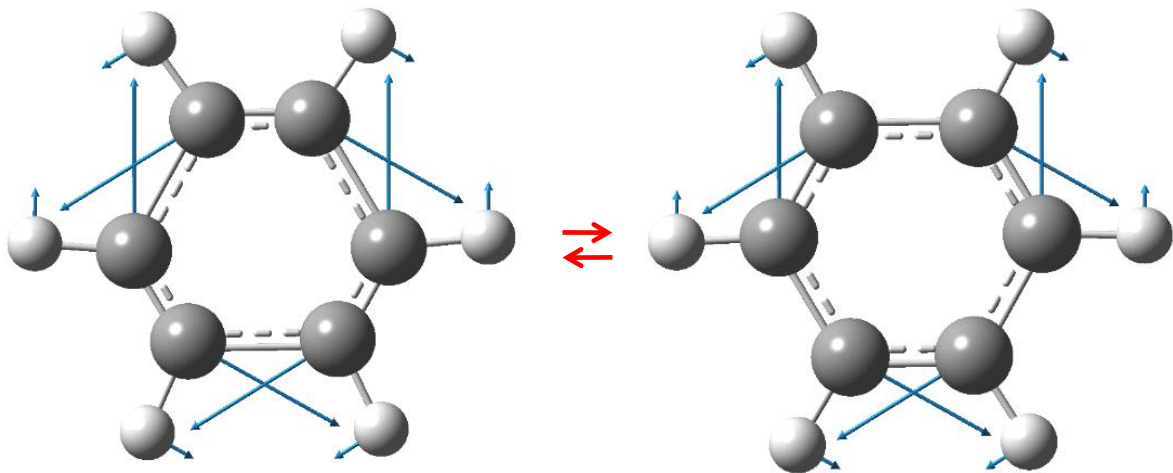
Dan panjang gelombang adalah

$$\lambda = \frac{1}{4,35\times10^{9}} = 2,35\times10^{-10} \text{ m}$$

12.19 Energi vibrasi molekul

Pada atom terjadi tarik-menarik antara inti dan elektron. Dengan menggunakan mekanika kuantum tarikan tersebut melahirkan

tingkat-tingkat energi dalam atom. Hal serupa akan dijumpai pada molekul. Pada molekul terjadi tarik-menarik antar atom penyusun molekul. Oleh karena itu kita mengarapkan molekul juga memiliki tingkat-tingkat energi.

Jarak antar atom dalam molekul sebenarnya tidak konstan. Jarak tersebut berubah-ubah secara periodik. Peristiwa ini dinamakan vibrasi atau getaran seperti diilustrasikan pada **Gambar 12.20**.

Gambar 12.20 Contoh vibrasi stom dalam molekul yang menyebabkan jarak antar atom selalu berubah walaupun sangat kecil

Walaupun begitu, ada jarak seimbang antar atom-atom tersebut. Vibrasi atom-atom dalam molekul berupa getaran di sekitar titik seimbangnya. Jika jarak seimbang antar atom adalah r_o dan jarak antar atom pada suatu saat adalag r maka energi potensial vibrasi adalah

$$E_{vib} = \frac{1}{2}k\Delta r^2$$

$$= \frac{1}{2}k(r - r_o)^2 \qquad (12.34)$$

dengan k adalah "konstanta pegas" untuk vibrasi. Tampak bahwa energipotensial vibrasi memenuhi hokum Hooke.

Jika diselesaikan dengan menggunakan mekanika kuantum maka vibrasi molekul melahirkan tingkat-tingkat energi yang disktrit. Tingkat-tingkat energi vibrasi memenuhi

$$E_v = \left(v + \frac{1}{2}\right)hf_o \tag{12.35}$$

dengan f_o adalah frekuensi karakterisik vibrasi molekul, h adalah konstanta Planck, dan ν adalah bilangan kuantum vibrasi yang memiliki nilai 0, 1, 2, …. Jika μ adalah massa tereduksi molekul maka frekuensi karakteristik vibrasi memenuhi

$$f_o = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{\mu}} \tag{12.36}$$

dan massa tereduksi memenuhi hubungan

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \tag{12.37}$$

dengan m_1 dan m_2 adalah massa atom-atom yang berikatan. Tingkat energi vibrasi terendah berkaitan dengan ν, yaitu $E_o = hf_o / 2$. Energi ini disebut **energi titik nol** atau **zero point energy.**

Kaidah transisi untuk vibrasi adalah

$$\Delta\nu = \pm 1 \tag{12.38}$$

Artinya, transisi antar keadaan vobrasi hanya dapat terhadi antara dua keadaan berdekatan, yaitu dengan perbedaan bilangan kuantum –1 atau +1. Energi yang dipancarkan akibat transisi dari keadaan dengan bilangan kuantum vibrasi ν ke dadaan dengan bilangan kuantum vinbrasi ν-1 adalah

$$\Delta E = \left(v + \frac{1}{2}\right)hf_o - \left([v-1] + \frac{1}{2}\right)hf_o \quad = hf_o$$

Contoh 12.11

Molekul hidrogem memancarkan gelombang inframerah dengan panjang gelombang sekitar 2 300 nm.

(a) Berapa jarak anatar dua tingakt energi berdekatan yang dimiliki molekul hidrogen?

(b) Berapa energi vibrasi terendah?

Jawab

Berdasarkan kaindah transisi vibrasi bahwa transisi hanya boleh terjadi antara dua keadaan berdekatan maka radiasi yang dipancarkan molekuk hidrogen di atas merupakan selisih dari dua energi berdekatan. Dengan demikian, jarak antara dua tingkat energi berdekatan adalah

$$\Delta E = \frac{hc}{\lambda}$$

$$= \frac{(6,625\times 10^{-34})\times(3\times 10^{8})}{(2300\times 10^{-9})} = 8,64\times 10^{-20} \text{ J}$$

Jika dinyatakan dalam satuan eV maka beda tingkat energi tersebut adalah

$$\Delta E = \frac{8,64\times 10^{-20}}{1,6\times 10^{-19}} = 0,54 \text{ eV}$$

b) Selisih dua tingkat energi berdekatan memenuhi hf_o. Jadi, hf_o = 0,54 eV. Tingat energi terendah atau energi titik nol adalah $hf_o/2$ = 0,54/2 = 0,27 eV

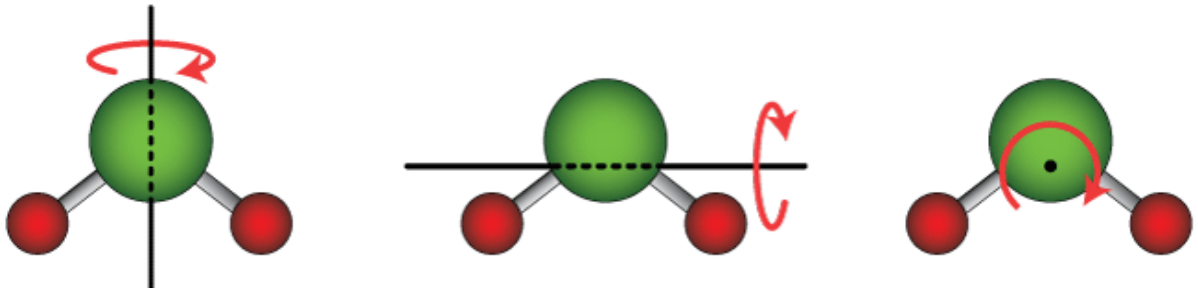
12.20 Energi rotasi molekul

Di samping energi vibrasi, bentuk energi lain yang dapat dimiliki molekul adalah energi rotasi. Untuk atom tunggal, energi rotasi diabaikan karena ukuran atom yang sangat kecil (mendekati titik). Tetapi untuk molekul, ada dimensi yang dimiliki akibat atom-atom penyusun molekul memiliki jarak trtentu. Dengan demikian, energi rotasi muncul pada molekul. **Gambar 12.21** adalah contoh rotasi molekul yang dibangun oleh tiga atom.

Energi kinetik rotasi molekul memenuhi

$$E_{rot} = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2I}(I\omega)^2$$

$$= \frac{1}{2I}\mathbf{L}^2 \qquad (12.39)$$

dengan ω ecepatan sudut rotasi, I momen inersia molekul, dan **L** momentum sudut molekul. Jika dikaji dari teori kuantum, rotasi molekul melahirkan tingkat-tingkat energi yang disktrit.

Gambar 12.21 Contoh rotasi molekul yang dibangun oleh tiga atom (xaktly.com).

Momentum sudut yang dimiliki nilai yang terkuantisasi menurut hubungan

$$\mathbf{L} = \sqrt{L(L+1)}\frac{h}{2\pi} \tag{12.40}$$

Dengan h adalah konstanta Planck, L disebut bilangan kuantum momentum sudut rotasi = 0, 1, 2, 3, ... Dengan demikian, energi kinetik rotasi molekul memiliki nilai-nilai disktrit yang memenuhi

$$E_{rot} = \frac{1}{8\pi^2 I}L(L+1)h^2 \tag{12.41}$$

Kaidah transisi yang berkalu untuk ritasi adalah

$$\Delta L = \pm 1 \tag{12.42}$$

Dengan demikian, jika molekul melakukan transisi dari keadaan dengan bilangan kuantum L ke keadaan dengan bilangan kuantum L-1 maka dilepas energi sebesar

$$\Delta E = \frac{1}{8\pi^2 I}L(L+1)h^2 - \frac{1}{8\pi^2 I}(L-1)[(L-1)+1]h^2$$

$$= \frac{h^2}{8\pi^2 I}\left[L^2 + L - L^2 + L\right]$$

$$= \frac{h^2}{4\pi^2 I} L \qquad (12.43)$$

Contoh 12.12

Transisi rotasi dari L = 1 ke L = 0 molekul CO menyebabkan pemancaran gelombang mikro dengan panjang gelombang λ_1 = 2,60 mm. Hitunglah

a) momen inersia molekul CO

b) panjang ikatan molekul CO (jarak natara atom C dan O)

c) panjang gelombang tiga transisi berikutnya.

Jawab

Dengan menggunakan persamaan (12.43) energi yang dipancarkan akibat transisi dari keadaan dengan bilangan kuantum L ke bilangan kuantum L-1 adalah

$$\Delta E = \frac{h^2}{4\pi^2 I} L$$

Untuk transisi dari L = 1 ke L = 0 maka

$$\Delta E = \frac{h^2}{4\pi^2 I} \times 1 = \frac{h^2}{4\pi^2 I}$$

Tetapi $\Delta E = \frac{hc}{\lambda_1}$ sehingga

$$\frac{hc}{\lambda_1} = \frac{h^2}{4\pi^2 I}$$

atau

$$I = \frac{h\lambda_1}{4\pi^2 c}$$

$$= \frac{(6{,}625 \times 10^{-34}) \times (2{,}6 \times 10^{-3})}{4 \times (3{,}14)^2 \times (3 \times 10^8)} = 1{,}5 \times 10^{-46} \text{ kg m}^2$$

b) massa atom C adalah m_1 = 12u = 12 × (1,66 × 10^{-27} kg) = 2 × 10^{-26} kg
massa atom O adalah m_2 = 16u = 16 × (1,66 × 10^{-27} kg) = 2,7 × 10^{-26} kg

Sebelum menentukan momen inersia, kita tentukan lokasi pusat massa. Jika dianggap atom O berada pada pusat koordinat maka lokasi atom C berda pada posisi *d* yang sama dengan jarak dua atom. Posisi pusat massa diukur dari jarak atom O adalah

$$r_1 = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{16u \times 0 + 12u \times d}{16u + 12u} = 0{,}43d$$

Jarak atom C dari pusat massa adalah

$$r_2 = d - r_1 = d - 0{,}43d = 0{,}57d$$

Momen inersia molekul CO adalah

$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 = 16u \times (0{,}43d)^2 + 12u \times (0{,}57d)^2$$

$$= 6{,}86ud^2$$

Dengan demikian

$$d = \sqrt{\frac{I}{6{,}86u}} = \sqrt{\frac{1{,}5 \times 10^{-46}}{6{,}86 \times (1{,}66 \times 10^{-27})}} = 1{,}15 \times 10^{-10} \text{ m}$$

c) Energi foton akibat transisi dua keadaan berdekatan memenuhi

$$\Delta E = \frac{h^2}{4\pi^2 I} L$$

Tetapi $\Delta E = \frac{hc}{\lambda_1}$ sehingga $\frac{hc}{\lambda} = \frac{h^2}{4\pi^2 I} L$. Dengan demikian

$$\lambda \propto \frac{1}{L}$$

atau

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{L_2}{L_1}$$

Tiga transisi berikutnya berkaitan dengan $L = 2$, $L = 3$, dan $L = 4$. Jadi, untuk transisi dari:

$L = 2$ ke $L = 1$ maka panjang geloombang memenuhi

$$\lambda = \frac{L_1}{L}\lambda_1 = \frac{1}{2} \times 2{,}60 = 1{,}30 \text{ mm}$$

$L = 3$ ke $L = 2$ maka panjang geloombang memenuhi

$$\lambda = \frac{L_1}{L}\lambda_1 = \frac{1}{3} \times 2{,}60 = 0{,}87 \text{ mm}$$

$L = 4$ ke $L = 3$ maka panjang geloombang memenuhi

$$\lambda = \frac{L_1}{L}\lambda_1 = \frac{1}{4} \times 2{,}60 = 0{,}65 \text{ mm}$$

Soal-Soal

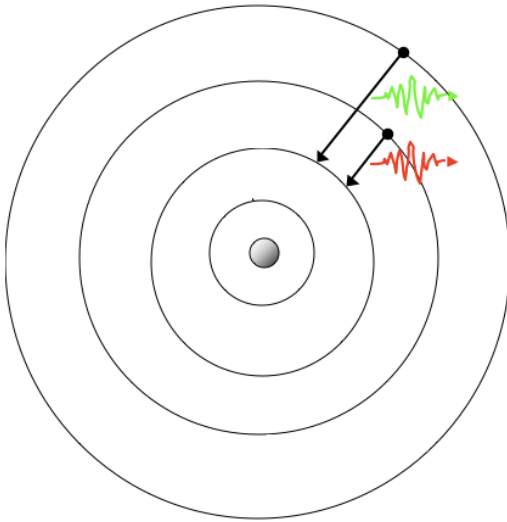
Jika cahaya dengan spectrum sangat lebar (panjang gelombang dari yang sangat pendek hingga sangat panjang ada) dilewatkan pada gas hidrogen pada suhu kamar maka garis-garis absorpsi yang diamti hanya garis pada deret Lyman. Mengapa tidak diamati garis absoprsi deret lainnya?

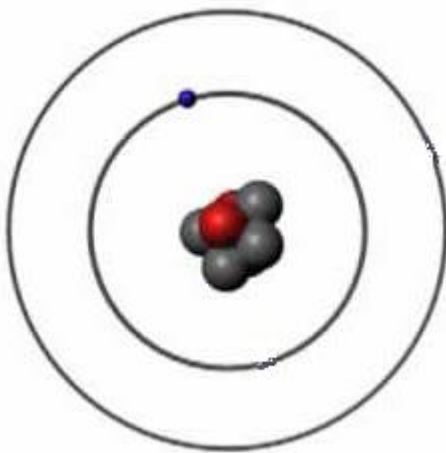
Berapa nilai e/m untuk partikel yang bergarak dalam lintasan lingkaran degan jari-jari 7,00 m dan dalam medan magnet 0,86 T jika lintasan tersebut dapat diluruskan oleh medan listrik 300 V/m

Dalam suatu eksperimen, Millikan mengukur muatan beberapa tetesan minyak sebagai berikut

$6{,}536 \times 10^{-19}$ C	$13{,}13 \times 10^{-19}$ C	$19{,}71 \times 10^{-19}$ C
$8{,}204 \times 10^{-19}$ C	$16{,}48 \times 10^{-19}$ C	$22{,}89 \times 10^{-19}$ C
$11{,}50 \times 10^{-19}$ C	$18{,}08 \times 10^{-19}$ C	$26{,}13 \times 10^{-19}$ C

Berapakah muatan elementer yang berdasarkan data-data di atas?

Tentukan frekuensi foton yang dipancarkan pada masing-masing transisi yang ditunjukkan pada **Gambar 12.22**

Gambar 12.22 Gambar untuk soal ***

Cari energi ionisasi Li^{2+} yang struktrunya diilustrasikan pada **Gambar 12.23.**

Gambar 12.23 Gambar untuk soal ***

Garis kuning dengan panjang gelombang 589-nm yang dihasilkan atom natrium sebenarnya terdiri dari garis-garis yang sangat dekat seperti diilustrasikan pad **Gambar 12.24**. Pemisahan ini disebabkan oleh efek

Zeeman. Bagaimana menjelaskan ini?

Gambar 12.24 Gambar untuk soal ***

Manakah dari konfigurasi elektron berikut ini yang dilarang?

a) $1s^2 2s^2 2p^4 3s^2 4p^2$

b) $1s^2 2s^2 2p^8 2s^1$

c) $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^5 4s^2 4d^5 4f^1$

Untuk n = 6, berapa nilai ℓ yang mungkin?

Untuk n = 5 dan ℓ = 4, berapa nilai m_ℓ dan m_s yang mungkin?

Berapa banyak elektron yang dapat menempati subkulit n = 6 dan ℓ = 3?

Berapa banyak keadaan yang mungkin untuk elektron yang memiliki bilangan kuantum n = 4? Tuliskan bilangan kuntum untuk tiap keadaan yang mungkin

Sebuah atom hidrogen memiliki ℓ = 4. Berapakah kemungkinan nilai n, m_ℓ, dan m_s?

Hitung besar momentum sudut jika elektron pada atom hidrogen berada pada keadaan n = 4 dan ℓ = 3.

Berapa jumlah elektron maksimum yang menempati subkulit *g*?

Pada transisi berikut ini, yang manakah yang diijinkan dan yang manakah yang dilarang?

a) 4p $\rightarrow$ 3p
b) 2p $\rightarrow$ 1s
c) 3d $\rightarrow$ 2d
d) 4d $\rightarrow$ 3s
e) 4s $\rightarrow$ 2p

Salah satu bentuk energi potensial molekul diatomic diberikan oleh potensial Lennard-Jones

$$U = \frac{A}{r^{12}} - \frac{B}{r^6}$$

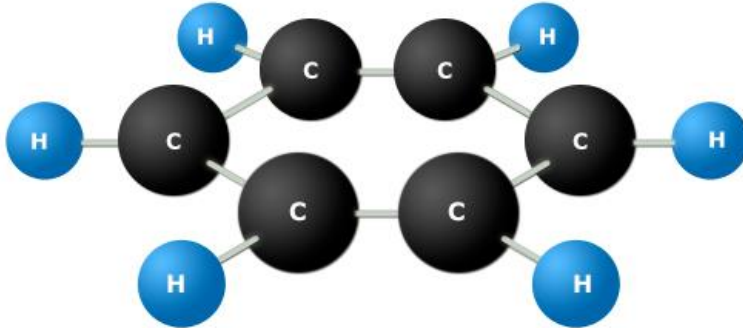
dengan *A* dan *B* adalah konstan dan r adalah jarak antara dua atom.

Dinyatakan dalam *A* dan *B* cari
(a) jarak r_o kerika energi potensial minimum
(b) energi E_o yang diperlukan untuk memecah molekul tersebut menjadi atom bebas
(c) cari r_o dalam meter jika A = 0,124 $\times$ 10^{-120} eV m^{12} dan B = 1,488 $\times$ 10^{-60} eV m^{12}

Molekul cesium-iodine (CsI) memiliki jarak pisah antar atom 0,127 nm. Tentukan energi rotasi terendah dan frekuensi foton yang diserap jika terjadi transisi dari *L* = 0 ke *L* = 1.

Inti-inti atom dalam molekul O_2 terpisah sejauh 1,2 $\times$ 10^{-10} m. Massa tiap atom oksigen adalah 2,66 $\times$ 10^{-25} kg. Tentukan
a) Energi rotasi molekul oksigen yang berkaitan dengan bilangan kuantum *L* = 0, 1, dan 2.
b) Konstanta pegas efektif antara atom dalam molekul oksigen adalah *L* = 1 177 N/m. Tentukan energi vibrasi yang berkaitan dengan ν = 0, 1, dan 2.

Gambar 12.25 ini adalah model molekul benzena. Semua atom berada dalam satu bidang. Atom karbon dan atom hidrogen membentuk heksagonal. Jarak antar atom karbon terdekat adalah 0,110 nm dan jarak dari atom hidrogen ke atom karbon yang berikatan langsung adalag 0,100 nm. Tentukan energi rotasi di sekitar sumbu yang tegak lurus pusat molekul.

Massa atom hidrogen dan karbon masing-masing $1{,}67 \times 10^{-27}$ kg dan $1{,}99 \times 10^{-26}$ kg.

Gambar 12.25 Struktur molekul benzene (Chemistry Partner)

Massa atom yang membentuk molekul diatomic adalah m_1 dan m_2.

(a) Jika jarak antar inti atom adalah d tunjukan bahwa momen inersia terhadap pusat massa memenuhi $I = \mu d^2$.

(b) Hitung momen inseris molekul NaCl di sekitar pusat massanya jika d = 0,28 nm.

(c) Hitunglah panjang gelombang yang diradiasi molekul NaCl yang melakukan transisi rotasi dari L = 2 ke L = 1.

Perkirakan energi ikat KCl dengan menganggap bahwa muatan K dan Cl besarnya masing-masing +1,0e dan jarak pisah keduanya adalah 0,28 nm

Perkirakan energi ikat molekul H_2 dengan menganggap bahwa ke dua elektron menghabiskan sekitar 33 persen waktunya di tengah-tengah dua atom. Jarak antara dua atom H adalah 0,074 nm

Hitung jarak antar atom Na dan Cl dalam NaCl jika panjang gelombang yang dipancarkan akibat tiga transisi rotasi yang berurutan adalah 23,1 mm, 11,6 mm, dan 7,71 nm

Sebuah molekul HCl bergetar dengan frekuensi alamiah $8{,}1 \times 10^{13}$ Hz. Berapa beda energi (dalam joule dan elektronvolt) antara berbagai energi yang mungkin dimiliki osilasi molekul tersebut?

Berapa jangkauan energi dalam elektronvolt foton yang dimiliki cahaya

tampak yang memiliki panjang gelombang antara 400 nm sampai 700 nm.

Berapa energi foton (dalam eV) yang dipancarkan gelombang radio dari pemancar FM 107,1 MHz

Sekitar 0,1 eV diperlukan untuk memotong ikatan hidrogen dalam molekul protein. Berapa frekuensi minium dan panjang gelombang maksimum foton yang dapat digunakan untuk memotong ikatan hidrogen tersebut?

Berapa frekuensi minimum cahaya yang digunakan untuk melepas elektron dari permukaan logam yang memiliki fungsi kerja $4,3 \times 10^{-19}$ J?

Berapa panjang gelombang minimum cahaya yang dapat melepaskan elektron dari permukaan logam yang memiliki fungsi kerja 3,10 eV?

Dalam percobaan efek fotolistrik, tidak diamati arus yang mengalir ketika permukaan logam disinari dengan gelombang yang panjangnya lebih dari 570 nm. (a) Berapa fungsi kerja material tersebut? (b) berapa tegangan yang harus dipasang antar elektroda agar tidak ada elektron yang lolos ke elektroda sebelahnya jika logam tersebut disinari dengan cahaya 400 nm?

Berapa energi kinetik maksimum elektron yang lepas dari permukaan barium (W = 2,48 eV) ketika disinari dengan cahaya putih (memiliki panjang gelombang pada jangkauan 400 nm hingga 700 nm)?

Ketika cahaya UV yang memiliki panjang gelombang 225 nm dijatuhkan pada permukaan logam maka elektron yang lepas dari permukaan logam memiliki energi kinetik maksium 1,40 eV. Berapa fungsi kerja logam tersebut?

Panjang gelombang ambang bagi terjadinya emisi elektron dari permukan logam adalah 320 nm. Berapa energi kinetik maksimum elektron yang keluar dari permukaan logam jika disinari dengan radiasi dengan panjang gelombang (a) 250 nm dan (b) 350 nm.

Ketika gelombang 230 nm dijatuhkan pada permukaan logam maka dihasilkan arus listrik. Ketika dipasang tegangan penhenti antara dua elektroda maka arus menjadi nol ketika diterapkan tegangan 1,64 V. Berapa

fungsi kerja logam?

Tetesan oli memiliki massa $4{,}9 \times 10^{-15}$ kg diam dalam ruang antara dua pelat sejajar horisontal yang diberi beda potensial 750 V. Jarak antara dua pelat adalah 5,0 mm. Hitung muatan listrik pada tetesan tersebut.

Tetesan minyak yang memiliki massa $2{,}8 \times 10^{-15}$ kg berada dalam keadaan diam antara dua pelat yang terpisah sejauh 1,0 cm jika kedua pelat tersebut diberi beda potensial 340 V. Berapa kelebihan elektron yang dimiliki tetesan minyak tersebut?

Tetesan minyak dimasukkan dalam ruang antara dua pelat sejajar horisontal yang terpisah sejauh 5,0 mm. Beda potensial antara dua pelat adalah 780 V sehingga salah satu tetesan tepat diam antara dua pelat. Ketika tegangan tiba-tiba dihilangkan, tetesan yang diam tadi jatuh sejauh 1,50 mm dalam waktu 11,2 s. Jika massa jenis mintak adalah 900 kg/m3 dan viskositas udara adalah $1{,}8 \times 10^{-5}$ N s m-2, hitunglah: (a) massa tetesan dan (b) muatan listrik tetesan.

Berapa energi yang dibutuhkan untuk meenginisasi atom hidron yang mula-mula elektron berada pada keadaan n = 2.

Tentukan keadaan awal dan keadaan akhir transisi atom hidrogen yang menghasilkan gasris dengan panjang gelombang 1026 nm dan 656 nm.

Tiga garis dengan panjang gelombang paling besar pada deret Paschen berkaitan dengan transisi dari mana ke mana?

Di matahari, atom helium yang terionisasi (He+) melakukan transisi dari n = 6 ke n = 2 dengan memancarkan foton. Dapatkah foton tersebut diserap oleh atom hidrogen yang ada di permukaan matahari?

Berapa panjang gelombang terbesar yang dapat mengionisasi atom hidrogen yang sedang berada dalam keadan dasar?

Jika elektron terikat pada proton oleh gaya gravitasi bukan oleh gaya Coulomb, berapakah jari-jari atom hidrogen dan energi orbir pertama?

Energi ioniasai neon (Z=10) adalah 21,6 eV sedangkan natrium (Z=11) adalah 4,1 eV. Jalaskan mengamap terjadi perbedaan energi ionisasi yang sangat besar padahal nomor atom sangat berdekatan?

Daftarkan bilangan-bilangan kuantum untuk setiap elektron dalam atom nitrogen (Z = 7).

Jika atom hidtogen memiliki m_ℓ, =-3, merapa kemungkinan nilai n, ℓ dan m_s,?

Atom hidrogen berada dalam keadaan 6h. Tentukan (a) bilangan kuantum utama, (b) energi keadaan tersebut, (c) bilangan kuantum momentum sudut, dan (d) berbagai kemungkinan bilangan kuantum magnetik.

Energi ionisasi elektron terluar atom boron adalah 8,26 eV. (a) Gunakan model atom Bohr untuk memperkirakan muatan inti efektif (Z_{eff}).

Manakah dari konfigurasi elektron berikut ini yang diperbolehkan dan yang dilarang? (a) $1s^2 2s^2 2p^6 3s^3$, (b) $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^5 4s^2$
(c) $1s^2 2s^2 2p^6 2d^1$

Perkirakan panjang gelombang sinar-X yang dihasilkan akibat transisi dari n = 2 ke n =1 dalam atom molibdenium (Z = 42).

Berapa panjang gelombang terpendek yang dihasilkan elektron yang menagbark tabung TV jika beda potensial yang terpasang dalam tabung adalah 30 kV?

Campuran besi dan material yang tidak diketahui ditembakknan dengan berkas elektron berenergi tinggi. Panajng gelombang $K\alpha$ yang dihasilkan adalah 194 nm untuk besi dan 229 nm untuk material yang tidak dikenal. Dari unsur apakah material tak dikenal tersebut?

Molekul CO melakukan transisi rotasi dari keadaan dengan L = 1 ke keadaan dengan L = 2 akibat penyerapan foton dengan frekuensi $2,30 \times 10^{11}$ Hz. Tentukan momen inersia molekul tersebut.

Dalam molekul CO, pada transisi dari L berapa ke L berapakah sehingga

perubahan energinya sama dengan energi transisi vibrasi dari v=0 ke v = 1?

Molekul HCl dieksitasi ke tingkat energi rotasi pertama yang berkaitan dengan L = 1. Jika jarak antar inti atom adalah 0,1275 nm, berapa kecepatan sudut molekul di sekitar pusat massanya?

Jika konstanta pegas vibrasi moleuk HCl adalah 480 N/m, tentukan perbedaan energi dua tingkat energi berdekatan dan tentukan energi titik nol.

Spektrum rotasi molekul HCl mengandung sejumlah garis dengan panjang gelombang 0,0604, 0,0690, 0,0804, 0,0964, dan 0,1204 mm. Berapa momen inersia molekul tersebut?

Jarak antar atom oksigen di dalam molekul O2 adalah $1,2 \times 10^{-10}$ m. Tentukan energi gelombang elektromagnetik yang diserap ketika terjadi transisi rotasi dari L = 1 ke L = 2.

Tentukan momen inersia untuk molekul-molekul berikut ini: (a) H2 (d = 0,074 nm), (b) O2 (d = 0,121 nm), (c) NaCl (d = 0,24 nm), (d) CO (d = 0,113 nm)

Energi sebesar $h^2/8\pi^2 I$ sering disebut energi rotasi karakteristik. Misalkan untuk molekul N2, energi tersebut adalah $2,48 \times 10^{-4}$ eV, berapakah jarak antar atom N?

(a) Hitung energi rotasi karakteristik molekul O2 jika jarak antar atom O adalag 0,121 nm. (b) Berapa energi dan panjang gelombang foton yang dipancarkan jika terjadi transisi dari L = 3 ke L = 2?

Dalam spektrum absorpsi molekul HCl tampak bahwa jarak antara dua tingkat energi berdekatan adalah $2,6 \times 10^{-3}$ eV. (a) Tentukan momen inersia molekul HCl dan (b) jarak antara atom H dan Cl

Sejumlah molekul organik telah ditemukan di angkasa luar. Mengapa molekul tersebut ditemukan dengan menggunakan teleskop radio, bukan dengan teleskop optik?

Jika molekul diatomik mengalami transisi dari keadaan dengan L = 2 ke L =

1 terpancar foton dengan panjang gelombang 63,8 μm. Berapa momen inersia molekul terhadap sumbu yang melalui pusat massa dan tegak lurus sumbu moleku?

Jika molekul NaF mengalami transisi dari L = 3 ke L = 2 terpancar foton dengan panjang gelombang 3,8n mm. Atom Na memiliki massa $3{,}82 \times 10^{-26}$ kg dan atom F memiliki massa $3{,}15 \times 10^{-26}$ kg. Hitung jarak antara inti Na dan F.

Untuk molekul hidrogen, “konstanta pegas” vibrasi adalah 576 N/m. Massa atom hidrogen adalah $1{,}67 \times 10^{-27}$ kg. Hitunglah energi titik nol untuk vibrasi molekul H2.

Ketika molekul OH melakukan transisi vibrasi dari v=0 ke v= 1, energi vibrasi internal bertambah sebesar 0,463 eV. Hitunglah frekuensi karakteristik vibrasi dan “konstanta pegas”.

Spektrum rotasi HCl memiliki panjang gelombang berikut ini: 60,4 μm, 69,0 μm, 80,4 μm, 96,4 μm, dan 120,4 μm. Cari momen inersia molekul HCl pada sumbu pusat massa